

---

# AWGN에 훼손된 영상에서 2-D 웨이브렛 함수를 이용한 라인-에지 검출

배상범\* · 김남호\*

## Line-edge Detection using 2-D Wavelet Function in Degraded Image by AWGN

Sang-Bum Bae\* · Nam-Ho Kim\*

### 요 약

에지는 영상에서 위치와 모양 등에 대한 다양한 정보를 포함하고 있다. 그러므로, 이러한 에지를 검출하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔으며, 초기에 사용한 에지 검출 연산자는 인접한 화소를 조사하고, 각 화소들 사이에 대한 관계를 이용하는 것이었다. 그러나, 이러한 방법들은 노이즈가 존재하는 영상에서는 우수한 성능을 나타내지 못하며, 선택적인 에지 검출이 불가능하다. 따라서, 본 논문에서는 라인 폭에 의존하지 않는 웨이브렛 함수를 사용하여, AWGN에 훼손된 영상으로부터 라인-에지 성분을 검출하였다.

### Abstract

Edge includes variety of information about image's location and shape etc. So a lot of researches for detecting those edges have been continuing even now and at the early stage of the research, edge detection operators searched neighborhood pixels and used relation among pixels. However, these methods do not have excellent performance in the image which exists noise and can not detect edges selectively. For this reason, in this paper we detected image's line-edge element from degraded image by AWGN (additive white gaussian noise) with wavelet function which is independent of line's width.

### 키워드

edge, wavelet transform, AWGN

### 1. 서 론

영상에서 에지는 입력 영상에 대한 위치, 모양, 크기 그리고 재질 등과 같은 많은 정보를 포함하고 있으며, 연산자의 넓이와 형태에 따라서 무수히 많은 에지를 검출한다. 그러므로, 이러한 에지를 검

출하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔으며, 초기에 사용한 에지 검출 연산자는 인접한 화소를 조사하고 각 화소들 사이에 대한 관계를 이용하는 것이었다. 그리고 이때 사용된 방법들은 Sobel, Roberts, Prewitt 그리고 Laplacian 등이 대표적이다[1]. 그러나, 이들 연산자들은 매우 간단하며, 쉽게 에지

---

\*부경대학교 공과대학 제어계측공학과

접수일자 : 2004

를 검출할 수 있으나, 노이즈가 존재하는 영상에서는 우수한 성능을 나타내지 못한다.

한편, 최근 신호처리 분야에서 새로운 기법으로 제시되고 있는 웨이브렛 변환은 많은 웨이브렛 이론들이 발전함에 따라 영상에서 에지와 같은 특징들을 분석하는 분야에 널리 응용되고 있다. 따라서, 본 논문에서는 AWGN (additive white gaussian noise)에 훼손된 영상으로부터 라인-에지 성분을 검출하기 위해, 라인 폭에 의존하지 않는 2-D 웨이브렛 함수를 이용하였으며, 웨이브렛 변환에 의한 modulus와 angle 정보를 사용하였다.

## II. 웨이브렛 변환

$L^2(R)$ 은 제곱 적분 가능한 1-D 함수의 힐버트 공간이며, 만약 다음과 같은 식 (1)을 만족하면,  $\psi \in L^2(R)$ 는 웨이브렛 함수이다[2].

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0 \quad (1)$$

그리고, 함수  $f(x) \in L^2(R)$ 에 대한 웨이브렛 변환은 식 (2)와 같이 정의한다.

$$W_s f(x) = f * \psi_s(x) \quad (2)$$

여기서,  $\psi_s(x) = (1/s) \psi(x/s)$ 이다. 그리고, 이러한 웨이브렛 변환은 영상처리를 위해서 식 (3)과 같이 2-D로 확장된다.

$$W_s f(x, y) = f * \psi_s(x, y) = \int \int f(u, v) \frac{1}{s^2} \psi\left(\frac{x-u}{s}, \frac{y-v}{s}\right) dudv \quad (3)$$

따라서, 웨이브렛에 의한 에지 검출은 특별한 필터링 연산이다. 그리고, 라인-에지와 같은 급격한 변화를 검출하기 위해서, 평활화 함수  $\theta(x)$ 의 도함수를 웨이브렛 함수로서 사용하였으며, 이러한 평활화 함수는 저역통과 필터에 대한 임펄스 응답이다.

평활화 함수를 사용하여, scale  $s$ 에서 신호의 에지는  $\theta_s(x)$ 에 의해 평활화된  $f(x)$ 가 국부적으로 급격한 변화를 갖는 지점이다. 따라서,

$\theta_s(x)$ 의 1차 도함수를 사용할 경우, 신호의 에지는 국부 최대값으로 된다[3].

그리고, 각각에 대한 2-D 웨이브렛 함수  $\psi^1(x, y)$ 와  $\psi^2(x, y)$ 는 식 (4), 식 (5)와 같이 각 방향에 대한 평활화 함수  $\theta(x, y)$ 의 미분으로 정의한다.

$$\psi^1(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \theta(x, y) \quad (4)$$

$$\psi^2(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \theta(x, y) \quad (5)$$

또한, 각각에 대한 웨이브렛 변환은 식 (6), 식 (7)과 같으며, 웨이브렛 변환에 의한 국부 최대 특징은 수평, 수직축을 따라 영상에 존재하는 과도성분에서 나타난다.

$$\begin{aligned} W_s^1 f(x, y) &= f * \psi_s^1(x, y) \\ &= f * \left( s \frac{\partial}{\partial x} \theta_s \right) (x, y) \\ &= s \frac{\partial}{\partial x} (f * \theta_s) (x, y) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W_s^2 f(x, y) &= f * \psi_s^2(x, y) \\ &= s \frac{\partial}{\partial y} (f * \theta_s) (x, y) \end{aligned} \quad (7)$$

이러한 웨이브렛 변환에 의한 modulus와 angle은 식 (8), 식 (9)와 같다.

$$M_s f(x, y) = \sqrt{|W_s^1 f(x, y)|^2 + |W_s^2 f(x, y)|^2} \quad (8)$$

$$A_s f(x, y) = \arctan \left( \frac{W_s^2 f(x, y)}{W_s^1 f(x, y)} \right) \quad (9)$$

위와 같은 두 식으로부터 에지는  $A_s f(x, y)$ 의 방향을 따라  $M_s f(x, y)$ 가 국부 최대인 지점이다. 그리고, 평활화 함수  $\theta(x, y)$ 는 식 (10)으로 정의하며, 각각에 대한 2-D 웨이브렛 함수  $\psi^1$ 과  $\psi^2$ 는 식 (11)과 같다.

$$\theta(x, y) = \phi(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \psi^2(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (11)$$

또한, 웨이브렛 변환은 다음과 같은 식들에 의해서 이산적으로 계산된다.

$$\begin{aligned} W_s^i f(n, m) &= \int \int f(u, v) \psi_s^i(n-u, m-v) du dv \\ &= \sum_{k,l} f(n-k-1, m-l-1) \psi_{k,l}^{s,i} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \psi_{k,l}^{s,i} &= \int_k^{k+1} \int_l^{l+1} \psi_s^i(u, v) du dv \\ &= \int_{k/s}^{(k+1)/s} \int_{l/s}^{(l+1)/s} \psi^i(u, v) du dv \end{aligned} \quad (13)$$

### III. 웨이브렛 함수에 대한 조건

응용 환경에 따라서 적절한 웨이브렛 함수를 선택하는 것은 가장 먼저 선행되어야 할 문제이며, 영상은 다양한 폭을 갖는 곡선들을 포함한다. 그리고, 라인-에지는 영상의 밝기가 급격히 변화하는 일정한 폭 이하의 불연속 점이다. 따라서, 이러한 라인-에지를 검출하기 위하여 다양한 곡선들이 웨이브렛 변환에 의해 동일한 간격 상에서 국부 최대값을 갖도록 하였다.

그리고, 식 (11)에 의해 정의된 웨이브렛 함수에 대해서, 웨이브렛 변환  $W_s^1 f(x_\rho, y_\rho)$  와  $W_s^2 f(x_\rho, y_\rho)$  가 식 (14)를 만족한다.

$$\begin{aligned} |M_s f(x_\rho, y_\rho)| &= 2 \left| c_f \int_0^\infty \left[ \phi \left( \sqrt{t^2 + \left( \frac{\rho + d/2}{s} \right)^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \phi \left( \sqrt{t^2 + \left( \frac{\rho - d/2}{s} \right)^2} \right) \right] dt \right| \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)로부터  $d$ 는 분석을 위한 곡선의 폭이며,  $\rho$ 는 곡선의 중심으로부터 법선 방향의 한 지점  $(x_\rho, y_\rho)$  사이의 거리를 나타내고,  $c_f$ 는 곡선에 대한 gray level이다.

그리고,  $|M_s f(x_\rho, y_\rho)|$ 가 국부 최대값이 되기 위한  $\rho$ 를 찾기 위해 이것의 도함수를 사용하며,  $G(x)$ 를 식 (15)와 같이 나타낼 때, 도함수는 식 (16)과 같다.

$$G(x) = x \int_0^\infty \frac{\phi'(\sqrt{t^2 + x^2})}{\sqrt{t^2 + x^2}} dt \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\rho} |M_s f(x_\rho, y_\rho)| &= -2 |c_f| \frac{1}{s} \left[ G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) - G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)을  $(d/d\rho) |M_s f(x_\rho, y_\rho)| = 0$ 로 두는 것에 의해 식 (17)을 얻는다.

$$G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) = G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \quad (17)$$

$\rho$ 를 이용하여 식 (17)을 해결하기 위해, 다음과 같은 조건을 만족하는  $G(x)$ 를 가정한다.

$\text{supp } G = [-1, 1]$ 이고,  $G(x) \leq 0 (\forall x \geq 0)$ 이다. 그리고,  $G(x)$ 는  $[0, \frac{1}{2}]$ 에서 단조함수이며, 구간  $[0, 1]$ 에 대하여  $x = 1/2$ 에서 대칭이다. 또한 어떤  $\delta > 0$ 에 대해서,  $G(x)$ 는  $(\delta, \infty)$ 에서 미분 가능하다. 이러한 조건으로부터, 국부 최대값을 갖는  $|M_s f(x_\rho, y_\rho)|$ 는 곡선의 폭  $d$ 와는 무관하게, 중심에서 양측으로 대칭적인 지점  $|\rho| = s/2$ 에 존재하게 된다. 그리고,  $G(x)$ 가 위와 같은 조건들을 만족하는 경우,  $\psi(x)$ 는 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \psi(x) &= -\frac{2}{\pi} \\ &\quad \frac{1}{x} \int_1^\infty \frac{tx G'(tx) - G(tx)}{t^2 \sqrt{t^2 - 1}} dt \end{aligned} \quad (18)$$

### IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 AWGN에 훼손된 영상에서, 다양한 폭의 곡선들이 웨이브렛 변환에 의해 동일한 간격 상에 국부 최대값이 위치하도록 하였다.

그리고, 2-D 웨이브렛 함수에 의한 AWGN 제거

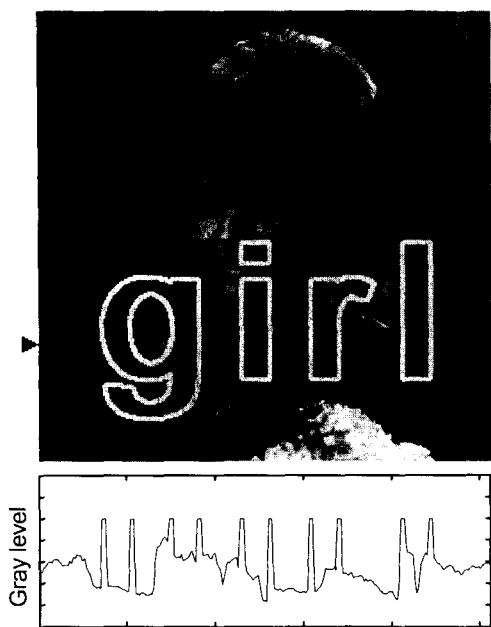


그림 1. 원 영상  
Fig. 1. Original image.

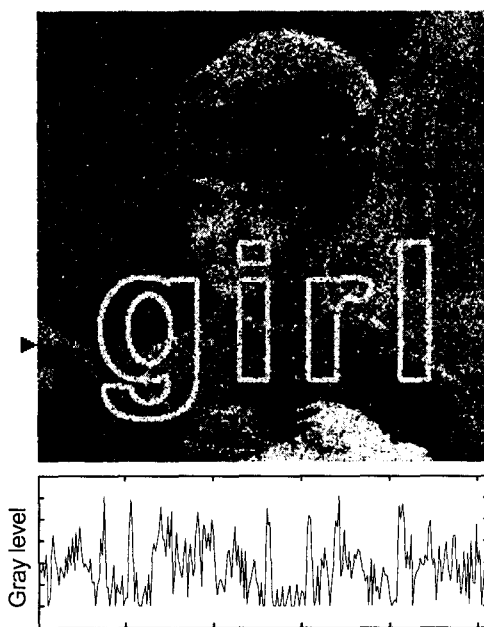


그림 2. 노이즈가 첨가된 영상  
Fig. 2. Noisy image.

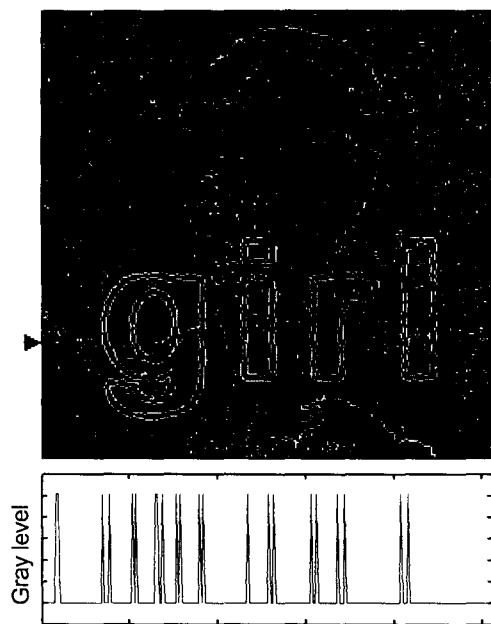


그림 3. 소벨 method  
Fig. 3. Sobel method.

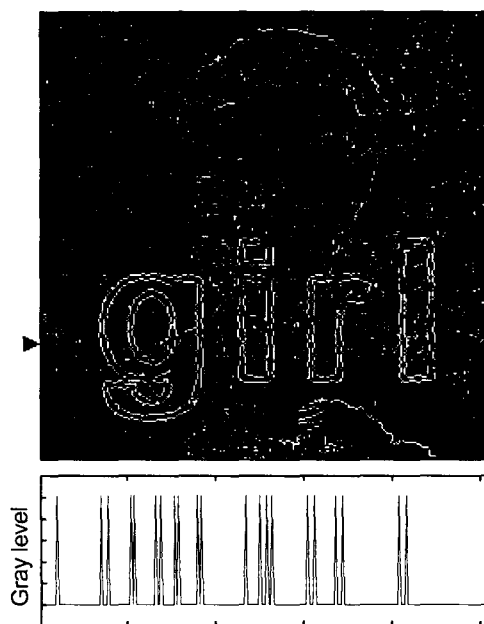


그림 4. 프리윗 method  
Fig. 4. Prewitt method.



그림 5. 로버트 method  
Fig. 5. Roberts method.

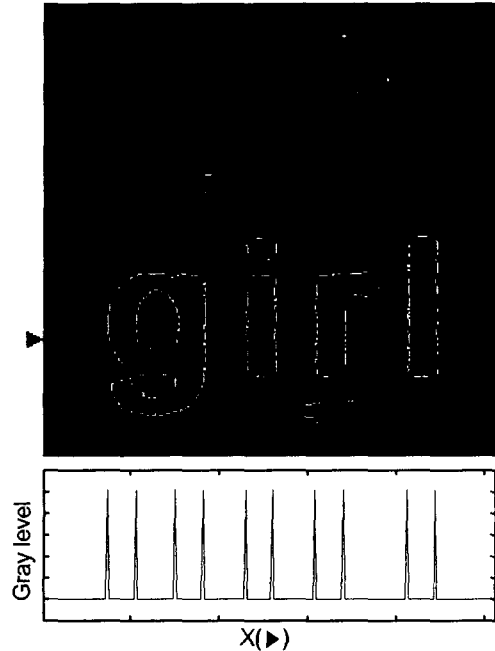


그림 6. 웨이브렛 method  
Fig. 6. Wavelet method.

와 라인-에지 검출 성능을 확인하기 위해, 테스트 영상으로서 girl 영상과 텍스트를 중첩하여 시뮬레이션하였으며, 기존의 방법들과 비교하였다. 그림 1은 girl 영상과 gray level의 텍스트가 중첩된 원영상이다. 그리고, 그림 2는 AWGN에 훼손된 영상이며, 이 때 노이즈의 표준편차는 45이다. 그림 3은 소벨 method에 의해 얻어진 에지 영상을 나타내고 있으며, 그림 4는 프리윗 method에 의한 에지 영상이다. 그리고, 그림 5는 로버트 method에 의한 에지 검출 결과이며, 그림 6은 2-D 웨이브렛 함수에 의해 얻어진 에지 영상을 나타내고 있다. 또한, 각 영상에서 190라인(▶)에 대한 profile을 결과 영상의 하단에 gray level로 나타내었다.

시뮬레이션 결과로부터, 기존의 방법들은 다양한 에지와 노이즈를 포함하고 있으며, 본 논문에서 사용한 2-D 웨이브렛 함수에 의한 결과는 영상에서 텍스트에 해당하는 라인-에지 성분만을 검출하고, 그 외의 성분들은 대부분 제거하였다.

그림 6과 같은 결과는 피크-피크가 0.11이고  $s=4$ 인 웨이브렛과 임계값 35를 적용하여, 웨이브렛 변환에 의한 angle 방향을 따라 국부 최대값을 갖는 modulus가 동일한 간격 상에서 대칭적으로 존재할 경우, 이러한 국부 최대값에 대한 중심으로부터 검출되었다.

## V. 결 론

본 논문에서는 라인 폭에 의존하지 않는 웨이브렛 함수를 이용하여, AWGN에 훼손된 영상에서 라인-에지를 검출하였다. 그리고, 이러한 검출과정에서 웨이브렛 변환에 의한 angle 방향과 modulus 정보를 사용하였다.

AWGN 제거와 라인-에지 검출 성능을 확인하기 위해, 테스트 영상으로서 gray level의 텍스트가 존재하는 girl 영상을 사용하였으며, 표준편차가 45인 AWGN을 원영상에 중첩하여 시뮬레이션하였다.

시뮬레이션 결과, AWGN 제거와 라인-에지 검출 성능이 우수하여 영상에서 특징검출 및 패턴인식과 같은 여러 응용분야에 적용되리라 사료된다.

## 참고문헌

- [1] R. Nevatia, "Evaluation of simplified Hueckel edge-line detector", Comput., Graph.,

- Image Process., vol. 6, no. 6, pp. 582-588, 1977.
- [2] Mallat, S., Hwang, W. L., "Singularity detection and processing with wavelets", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 38, pp. 617-643, Mar. 1992.
- [3] Mallat, S., Zhong, S., "Characterization of signals from multiscale edges", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. vol. 14, pp. 710-732, July 1992.
- [4] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods, Digital Image Processing, Addison Wesley, 1993.
- [5] David L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 41, 1995.
- [6] Jun-Wei Hsieh, Hong-Yuan Mark Liao, Ming-Tat Ko and Kuo-Chin Fan, "A new wavelet-based edge detector via constrained optimization", Image and Vision Computing, vol. 15, ISS. 7, pp. 511-527, 1997.
- [7] 배상범, 김남호, "절단된 계수 벡터를 사용한 웨이블릿의 힐버트 변환쌍에 관한 연구", 한국해양정보통신학회논문지, 제7권 제5호, pp. 1096-1100, 2003.
- [8] 배상범, 김남호, "임펄스 노이즈 환경에서 웨

이블릿을 이용한 노이즈 제거 방법에 관한 연구", 한국해양정보통신학회논문지, 제6권 제4호, pp. 513-518, 2002.

### 저자소개

#### 배 상 범(Sang-Bum Bae)



1999년 8월 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업 (공학사)  
2002년 2월 부경대학교 대학원 제어계측공학과 졸업 (공학석사)  
2002년 3월~현재 부경대학교 대학원 제어계측공학과 박사과정

※ 관심분야 : 통신 및 신호처리

#### 김 남 호(Nam-Ho Kim)



제7권 제7호 참조  
1992년 3월~현재 부경대학교 공과대학 전기제어계측공학부 정교수

※ 관심분야 : 신호처리, 회로 및 시스템