

붓스트랩을 이용한 비선형 시계열 모형의 예측구간 *

이성덕¹⁾ 김주성²⁾

요약

오차항의 분포가 정규분포에 따르지 않는 비선형 시계열인 ARCH 모형의 예측구간을 설정하는데 붓스트랩 방법과 근사적 방법간의 포함비율에 대한 정확성을 비교한다. 이 때 모형에서 모수를 추정하는 방법으로서는 분포에 대한 가정을 필요로 하지 않는 quasi-score 추정함수를 이용한 추정법과 로버스트 추정함수인 M quasi-score 추정함수를 이용한 추정법을 사용한다. 추정된 모수를 이용하여 예측구간의 정확성을 비교하고 마지막으로 소비자 물가지수 자료를 이용하여 실제 예측구간을 구하는데 적용한다.

주요용어: ARCH 모형, quasi-score 추정함수, M quasi-score 추정함수, 근사적 예측구간, 붓스트랩 예측구간

1. 서론

시계열 모형 중 선형 시계열 모형들은 실제 시계열 자료들에 비교적 잘 적합되어 많은 연구가 이루어져 왔으나 강한 비대칭성을 가지고 있거나 시간의 가역성을 만족하지 않는 자료들에 대해서는 적당하지 않다고 알려져 있다(Tong,1990). 비선형 모형에는 중선형 모형, 확률계수 자기회귀(RCA)모형(Nicholls와 Quinn(1982)), 한계자기회귀(TAR)모형(Tong과 Lim(1980)), 그리고 Engle(1982)의 조건부 이분산 자기회귀(ARCH)모형등이 있는데 이러한 모형들은 일반적으로 옵션 가격분석이나 환율변화 등 경제적 시계열 자료의 예측 모형을 위해 활발히 연구되고 있다. 시계열 분석에 있어서 가장 중요한 점은 과거의 관찰값으로부터 미래를 예측하는 것이다. 미래를 예측하기 위해서는 관찰값에 적당한 모형을 수립하고 그 모형에 포함되어 있는 모수를 추정함으로써 미래값을 얻을 수 있다. 최소제곱추정법은 일반적으로 분포의 가정없이 모수를 추정할 수 있다는 면에서 우수한 추정법이고 최우추정법은 최소분산 불편추정이론을 만족시켜주는 추정법으로 많이 이용되고는 있으나 일반적으로 정규분포를 가정하여야 한다는 점에서 강한 제약조건을 갖는다. 비선형 시계열인 경우에는 분포에 대한 가정을 할 수 없는 경우가 많이 발생한다. 특히 분포의 가정없이 단지 평균과 분산만을 알고 있는 경우에도 최우추정법과 같은 성질을 얻을 수 있는 추정법이 Wedderburn(1974)이 제안한 quasi-score 추정함수를 이용한 추정법이다. 또한 실제

* 본 연구의 이성덕 연구는 한국과학재단 지역대학 우수과학 지원연구(R05-2002-000-00800-0)에 의해 수행되었고 김주성의 연구는 2002년도 충북대학교 기초과학 연구소(BSRI-02-2) 지원에 의해 연구 되었음

1) (361-763) 충청북도 청주시 흥덕구 개신동 산48, 충북대학교 자연과학대학 정보통계학과 교수

E-mail : sdlee@chungbuk.ac.kr

2) (361-763) 충청북도 청주시 흥덕구 개신동 산48, 충북대학교 자연과학대학 정보통계학과 교수

E-mail : kimjs@chungbuk.ac.kr

현상에서 얻은 관찰값들이 정규성의 가정을 만족하지 않을 때 정규이론에 근거한 추정법들은 이론적인 오차보다도 더 많은 오류의 가능성을 내포하고 있다. 이러한 이상치의 영향을 배제한 추정법이 로버스트 추정법(Robust estimation)이며 이때 Huber, Andrew 등의 유계함수를 이용한 M quasi-score 추정함수를 사용할 수 있다. 일반적으로 자기회귀모형에서 이상치가 존재하는 경우 M 추정량이 최소제곱추정량보다 효율성 면에서 우수함을 보였다(Huber, 1964). 한편, 이러한 추정량을 가지고 미래를 예측하기 위한 방법으로 붓스트랩 예측구간을 이용할 수 있다. 모수적 예측구간은 Beran(1990)에 의해 처음 논의되었고 Scbucany와 Thombs(1990)에 의해 AR 과정을 위한 비모수적 붓스트랩 예측구간이 연구되었다. 본 논문은 시간의 가역성을 만족하지 않으면서 이상치가 존재하는 비선형 시계열 자료에서 자료의 분포를 가정하지 않아도 되는 quasi-score 추정함수를 이용한 추정량과 M quasi-score 추정함수를 이용한 추정량으로 모형을 설정하고 이때 오차항의 분포가 각각 정규분포와 이상치가 존재하는 경우인 이중지수 분포인 경우로 나누어 quasi-score 추정함수와 M quasi-score 추정함수를 이용하여 추정량을 구한다. 추정된 모수를 이용하여 근사적 예측구간과 붓스트랩 예측구간을 구하고 포함비율(coverage)의 정확성을 비교하며, 마지막으로 통계청에서 수집한 자료로서 일반적으로 비선형 시계열 모형에 따른다고 알려져 있는 소비자 물가지수 자료를 이용하여 ARCH 모형에 적합시키고 추정한 모수를 이용하여 근사적 예측구간과 붓스트랩 예측구간의 포함비율을 구하여 예측 효율성을 비교한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 quasi-score 추정함수를 이용한 추정법과 로버스트 추정함수인 M quasi-score 추정함수를 이용한 추정법을 소개하고 각각 두 추정량의 극한분포를 알아보았다. 제3장에서는 오차항의 분포가 정규분포, 이중지수분포를 따를 때 붓스트랩을 이용한 예측구간과 근사적인 방법을 이용한 예측구간을 구하여 보다 정확한 예측구간을 제시하였다. 제4장에서는 통계청에서 제공하는 1963년 5월부터 2003년 5월까지의 소비자 물가지수 자료를 가지고 quasi-score 추정량을 이용한 붓스트랩 예측구간과 근사적 예측구간을 구하여 정확성을 비교 분석하였다. 더불어 M quasi-score 추정량을 이용한 붓스트랩 예측구간과 근사적 예측구간을 구하여 정확성을 비교 분석하였다.

2. ARCH 모형에서의 추정량 및 극한분포

2.1. quasi-score 추정량 및 극한분포

Engle(1982)은 오차의 분산이 자기회귀적으로 변하는 조건부 이분산 자기회귀모형을 제시하였다. 1차 조건부 이분산 자기회귀(Autoregressive Conditional Heteroscedastic : ARCH) 모형은 다음과 같다 1차 조건부 이분산 자기회귀(ARCH(1))모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X_t &= \theta X_{t-1} + \epsilon_t \\ E(\epsilon_t | F_{t-1}) &= 0 \\ \text{Var}(\epsilon_t | F_{t-1}) &= \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

단, $\alpha_0 > 0, i = 0, 1, 2, \dots, m$ 이고 $F_{t-1} = \sigma(X_{t-1}, \dots, X_{t-m})$ 은 σ -field이다. 정상성을 만족하기 위해서는 $|\theta| < 1$ 이어야 한다(Engle, 1982). 또한 분산 h_t 가 존재하기 위해서는

$\alpha_1 < 1$ 이어야 한다(Bollerslv,1986). 분산 h_t 가 존재할 때 모형에 대한 X_t 의 조건부 기대치와 분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(X_t|X_{t-1}) &= \theta X_{t-1} \\ Var(X_t|X_{t-1}) &= \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 \end{aligned} \tag{2.2}$$

그리고 ARCH(1) 모형에서의 quasi-score 추정함수는 다음과 같다.

$$S_n(\theta) = \sum_{i=1}^n \frac{X_{t-1}\epsilon_t}{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2} \tag{2.3}$$

위에서 $S_n(\theta) = 0$ 을 만족하는 quasi-score 추정량은 다음과 같다.

$$\hat{\theta}_n = \sum_{t=1}^n \left(\frac{X_t X_{t-1}}{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2} \right) \sum_{t=1}^n \left(\frac{X_{t-1}^2}{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2} \right) \tag{2.4}$$

따라서 추정량에 대한 극한분포는 다음과 같다.(차경엽 등, 2003)

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta) \xrightarrow{d} N\left(0, \frac{1}{E\left[\frac{X_{t-1}^2}{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2}\right]}\right) \tag{2.5}$$

2.2. M quasi-score 추정량 및 극한분포

ARCH(1) 모형에서 M quasi-score 추정함수는 다음과 같다.

$$S_n^*(\theta) = \sum_{t=1}^n \psi_1\left(\frac{\epsilon_t(\theta)}{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2}\right) \psi_2(X_{t-1}) \tag{2.6}$$

여기서 $\epsilon_t(\theta) = X_t - \theta X_{t-1}$ 이다. $S_n^*(\theta) = 0$ 를 만족하는 $\tilde{\theta}_n$ 은 M quasi-score 추정량이고 M quasi-score추정량에 대한 극한분포는 다음과 같다(차경엽 등, 2003)

$$\sqrt{n}(\tilde{\theta}_n - \theta) \xrightarrow{d} N\left(0, \frac{E[\psi_1(\epsilon_t(\theta))/(\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)]\psi_2(X_{t-1})]^2}{\left[E\left(\frac{\partial \psi_1(\epsilon_t(\theta))/(\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)}{\partial \theta}\right)\psi_2(X_{t-1})\right]^2}\right) \tag{2.7}$$

여기서 유계함수 $\psi_i, (i = 1, 2)$ 는 일반적으로 Huber, Andrews, Hampel, Tukey함수를 이용한다. 본 논문의 시뮬레이션 연구는 유계함수로 Huber함수를 이용하였다.

3. 붓스트랩 예측구간

최근 들어 많은 관심을 받고 있는 붓스트랩 방법은 Efron(1979)에 의해 처음 소개되었고 이후 붓스트랩 이론과 응용에 관한 많은 연구들이 이루어져 왔다. 시계열자료에서는 붓스트랩을 이용한 신뢰구간을 구하는 시뮬레이션에 의해 예측의 정확성을 판단할 수 있다.

붓스트랩 방법이란 각 관측값들에 동일한 확률질량(Probability mass)인 $1/n$ 을 주어 구한 경험적(Empirical) 누적 확률분포 $F_n(x)$ 를 미지의 분포에 대체시켜서 통계량의 성질을 추정하는 기법이다. 붓스트랩 추정량들로부터 붓스트랩 신뢰구간을 구하는 방법은 여러 가지가 있는데 대표적인 것들은 SB, PB, STUD, HYB 등이 있으며 본 연구에서는 PB방법을 사용하였다. 붓스트랩의 방법은 원래의 모집단에 대한 분포를 가정하지 않는다는 것과 자료로부터 직접 통계량을 구할 수 있는 장점이 있다.

3.1. 붓스트랩 절차

본 연구에서 오차항의 분포에 따라 예측구간의 포함비율을 모의실험하였다. 오차항의 분포는 표준정규분포, 이중지수분포 및 오염정규분포(오염분산:5, 오염도: 0.05)를 가정하였으며 소프트웨어는 SAS/IML을 사용하였다.

[step 1] ARCH 모형 난수 발생

오차항 난수(e_1, e_2, \dots, e_T)를 발생하고 ARCH 모형을 따르는 시계열 난수 (X_1, X_2, \dots, X_T)를 계산한다. 발생된 난수로부터 quasi-score 추정량과 M quasi-score 추정량을 구한다.

[step 2] 중심화 잔차 생성

시계열 난수로부터 추정된 quasi-score 추정량과 M quasi-score 추정량으로 잔차 ($\hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_T$)를 구하고 이를 중심화(centered)한다.

$$\tilde{r}_t = \hat{r}_t - \hat{r}(\cdot), \quad \hat{r}(\cdot) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^T \hat{r}_t$$

[step 3] 붓스트랩 표본 생성

중심화된 잔차를 임의추출하여 붓스트랩 표본 (X_{T-k}^*)을 생성한다. 이를 B번 반복한 후 가장 낮은값에서 높은 값으로 정렬한다.

[step 4] 붓스트랩 예측구간

정렬된 붓스트랩 표본의 $(T+k)$ 시점에서 $100\%(1-\alpha)$ 예측구간은 정렬된 붓스트랩 표본을 $\omega_{(i)k}$ 라 할 때 (L_k^*, U_k^*)로 주어지고, 여기서 L_k^* 와 U_k^* 는 다음과 같다.

$$L_k^* = \omega_{(i)k}, i = B * 100\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad U_k^* = \omega_{(i)k}, i = B * 100\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right).$$

3.2. 모의실험 방법

비선형 시계열모형인 AR(1)-ARCH(1)모형에서 근사적인 방법과 붓스트랩 방법을 이용한 예측구간의 효율성을 비교하기 위하여 평균 포함비율(Mean coverage)를 이용하였다. 사용된 표본의 수는 $T = 500$ 이다.

표 3.1: 시뮬레이션 결과

오차항의분포		표준정규분포				이중지수분포				
		근사적		붓스트랩		근사적		붓스트랩		
		Mean Coverage	S.D.of Coverage	Mean Coverage	S.D.of Coverage	Mean Coverage	S.D.of Coverage	Mean Coverage	S.D.of Coverage	
0.8	Q	1	0.7987	0.0603	0.7700	0.0669	0.7228	0.0914	0.7941	0.0862
		2	0.8016	0.0727	0.7683	0.0818	0.6888	0.1225	0.7890	0.1117
		3	0.8037	0.0975	0.7602	0.1040	0.6842	0.1509	0.7934	0.1394
		4	0.8017	0.0976	0.7580	0.1056	0.6855	0.1512	0.8004	0.1363
		5	0.8033	0.0979	0.7587	0.1061	0.6824	0.1530	0.7994	0.1375
		6	0.8051	0.0992	0.7514	0.1065	0.6786	0.1531	0.7980	0.1350
	M	1	0.7986	0.0603	0.7700	0.0668	0.7229	0.0916	0.7944	0.0867
		2	0.8017	0.0727	0.7688	0.0810	0.6892	0.1222	0.7897	0.1100
		3	0.8037	0.0977	0.7699	0.1041	0.6844	0.1512	0.7937	0.1385
		4	0.8017	0.0978	0.7576	0.1062	0.6858	0.1515	0.8006	0.1360
		5	0.8035	0.0980	0.7595	0.1057	0.6828	0.1529	0.7990	0.1383
		6	0.8053	0.0993	0.7506	0.1065	0.6790	0.1530	0.7986	0.1354
0.95	Q	1	0.9449	0.0336	0.9256	0.0410	0.8532	0.0741	0.9444	0.0467
		2	0.9500	0.0377	0.9301	0.0482	0.8452	0.0877	0.9497	0.0365
		3	0.9472	0.0582	0.9272	0.0698	0.8378	0.1203	0.9456	0.0645
		4	0.9469	0.0553	0.9256	0.0682	0.8391	0.1217	0.9570	0.0662
		5	0.9474	0.0568	0.9359	0.0711	0.8369	0.1233	0.9570	0.0682
		6	0.9476	0.0599	0.9369	0.0706	0.8350	0.1222	0.9571	0.0671
	M	1	0.9448	0.0337	0.9261	0.0415	0.8532	0.0742	0.9446	0.0471
		2	0.9500	0.0377	0.9308	0.0484	0.8454	0.0877	0.9467	0.0358
		3	0.9471	0.0584	0.9271	0.0700	0.8379	0.1204	0.9449	0.0675
		4	0.9469	0.0554	0.9260	0.0685	0.8393	0.1217	0.9572	0.0658
		5	0.9474	0.0569	0.9360	0.0709	0.8371	0.1234	0.9571	0.0686
		6	0.9476	0.0601	0.9397	0.0716	0.8353	0.1223	0.9568	0.0675
0.99	Q	1	0.9860	0.0147	0.9792	0.0207	0.9156	0.0579	0.9872	0.0202
		2	0.9896	0.0135	0.9873	0.0162	0.9190	0.0553	0.9856	0.0062
		3	0.9865	0.0280	0.9830	0.0345	0.9106	0.0890	0.9802	0.0207
		4	0.9867	0.0256	0.9831	0.0320	0.9116	0.0918	0.9829	0.0229
		5	0.9867	0.0262	0.9826	0.0332	0.9100	0.0940	0.9930	0.0256
		6	0.9863	0.0305	0.9827	0.0350	0.9084	0.0951	0.9831	0.0247
	M	1	0.9863	0.0147	0.9794	0.0201	0.9156	0.0579	0.9872	0.0205
		2	0.9896	0.0135	0.9872	0.0174	0.9191	0.0555	0.9855	0.0066
		3	0.9865	0.0281	0.9835	0.0337	0.9107	0.0892	0.9832	0.0227
		4	0.9866	0.0256	0.9828	0.0329	0.9117	0.0918	0.9826	0.0236
		5	0.9867	0.0263	0.9824	0.0341	0.9101	0.0943	0.9826	0.0289
		6	0.9863	0.0309	0.9827	0.0362	0.9085	0.0959	0.9832	0.0241

표3.1에서 보는 바와같이 오차항이 표준정규분포를 따르는 경우는 99%, 95%, 80%의 모든 포함비율에서 quasi추정과 M-quasi추정에 별차이가 없으며, 대체적으로 근사적 예측구간이 붓스트랩 예측구간보다 정확한 예측구간을 갖는다. 반면, 오차항이 이중지수분포를 따르는 경우는 99%, 95%, 80%의 모든 포함비율에서 quasi추정보다 M-quasi추정이 더 정확한 포함비율을 보였으며, 특히 붓스트랩 예측구간이 전 포함비율에 있어서 근사적 예측구간보다 정확함을 보였다.

위의 결과를 종합하면 근사적 예측구간을 보면 포함비율은 오차항의 분포가 표준정규

분포에서 예측 k 가 작을수록 정확한 반면, 붓스트랩 예측간의 포함비율은 이중지수분포에서 더 정확해짐을 알 수 있다.

4. 실증분석

실증분석 자료로서 통계청에서 제공하는 1963년 5월부터 2003년 3월까지의 소비자 물가지수 중 총 지수를 이용하였다.

그림 4.1에서 보는 바와 같이 소비자 물가지수에 대한 산점도를 그려 본 결과 시간의 가역성을 만족하지 않는 것으로 나타나 비선형 모형으로의 적합이 적절하며, 또한 증가 추세를 보여주고 있으므로 이 자료는 결정적 추세가 있는 비선형 자료분석을 실행하는 것이 적당하다.

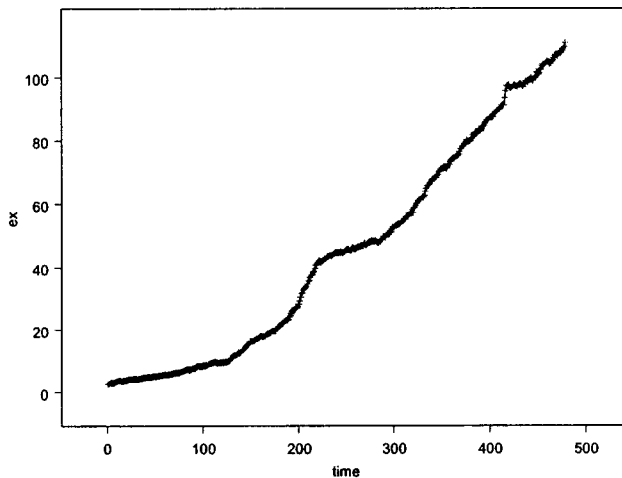


그림 4.1: 소비자 물가지수 : 통계청(1963년5월-2003년5월)

따라서 대표적인 통계 패키지인 SAS의 AUTOREG 프로시저를 이용하여 오차의 자기상관여부 검정과 오차의 이분산 검정을 통해 비선형 시계열 모형인 ARCH 모형에 적합해 보고자 한다. 또한 이 모형에 대해 quasi-score 추정량과 M quasi-score 추정량을 각각 적용하여 모수 추정 및 모형설정을 한 후, 근사적 예측구간과 붓스트랩 예측구간의 효율성을 비교하고자 한다. 실증분석에서는 1963년 5월부터 2002년 12월까지의 자료를 이용해서 모형을 만들고 나머지 자료를 이용해서 교차 타당성 검정을 수행하였다.

4.1. 모형적합

그림 4.1에서의 추세를 보고 시간 $year$ 를 설명변수로 하는 추세모형에 적합시키고 SAS의 AUTO REG를 사용하여 다음과 같은 절차로 분석한다.

먼저 회귀모형으로 적합시킨뒤 오차항 ϵ_t 에 대한 Durbin-watson 검정결과 유의확률이 0.0001로 오차항의 자기상관이 존재함을 알 수 있었고, ν_t 의 조건부 이분산성 여부를 Q검정 및 LM(라그랑지 승수)검정을 실행한 결과 ϵ_t 는 다음과 같은 AR(1)-ARCH(1)모형으로 식별 및 추정되었다.

$$\begin{aligned}
 y_t &= -0.7681 + 0.002743 \times year + \epsilon_t \\
 \epsilon_t &= -1.0046\epsilon_{t-1} + \nu_t \\
 \nu_t &= \sqrt{h_t}e_t \\
 h_t &= 0.0599 + 0.5436\nu_{t-1}^2
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

4.2. 실증분석 결과

90%예측구간의 경우 미래시차 1시점에서 quasi-score 추정함수를 이용한 근사 예측구간과 붓스트랩 예측구간의 포함비율이 큰 차이를 보이지는 않으나 미래시차 2시점에서는 quasi-score 추정함수를 이용한 근사 예측구간의 포함 비율이 0.89783으로 가장 근접함을 보였다.

95%예측구간의 경우 미래시차 1시점에서 붓스트랩 예측구간의 포함 비율이 근사 예측구간의 포함비율보다 근접함을 보였다. 99%예측구간의 경우 미래시차 1시점에서 붓스트랩 예측구간의 포함비율이 0.98인 반면 근사 예측구간의 포함 비율은 0.95로서 정확도에서 붓스트랩을 이용한 경우가 높았음을 알 수 있다. 또한 quasi-score 추정함수를 이용한 결과와 M quasi-score 추정함수를 이용한 결과간에 큰 차이는 없었다.

표 4.1: 소비자 물가지수의 예측구간 포함비율

예측구간	Method	k	근사적	붓스트랩
0.90	Q	1	0.82085	0.82554
		2	0.89783	0.84144
	M	1	0.82085	0.82942
		2	0.94743	0.90598
0.95	Q	1	0.88665	0.91132
		2	0.95534	0.95086
	M	1	0.88665	0.91132
		2	0.97785	0.97206
0.99	Q	1	0.95707	0.98497
		2	0.99144	0.99784
	M	1	0.95707	0.98349
		2	0.99452	0.99809

5. 결론

비선형 시계열 모형에서 추정함수를 이용한 추정과 예측구간에 관한 연구 결과는 다음과 같다. 자료가 시간의 가역성을 따르지 않으면서 분포를 가정할 수 없는 비선형 시계열 자료에서 평균과 분산이 알려져 있고 분산이 평균의 함수로 이루어진 ARCH 모형을 고려할 때 적절한 추정량은 quasi-score 추정함수를 이용한 추정방법과 그것에 Huber 유계함수를 적용한 M quasi-score 추정함수를 이용한 추정방법에 의한 추정량을 이용하여 모형을 설정하였다.

첫째, 모의실험 결과, ARCH 모형에서 quasi-score 추정량과 M quasi-score 추정량을 이용하여 설정된 모형으로 각각 근사 예측구간과 붓스트랩 예측구간을 구하여 실제 값에서의 포함비율을 구하였다. 예측구간이 80%, 90% 등에서는 근사 예측구간에 대한 포함비율의 신뢰성이 높은 반면, 95%, 99%에서는 붓스트랩 예측구간에 대한 포함비율이 보다 근접하여 신뢰성이 높은 것으로 나타났다. 그러나 quasi-score 추정량을 이용한 모형과 M quasi-score 추정량을 이용한 모형간에는 표준정규분포인 경우는 별차이가 없는 반면 이종지수분포인 경우는 근사적 예측구간에서 M-quasi추정법을 이용했을 때의 예측구간이 보다 정확했다.

둘째, 실증연구로서 소비자 물가지수에 대한 시계열모형으로 비선형 시계열 모형인 AR(1)-ARCH(1) 모형을 적합시켰다. 각각 quasi-score 추정법과 M quasi-score 추정법에 의해 모수를 추정하였고 추정된 모수를 이용하여 설정된 모형으로 근사 예측구간과 붓스트랩 예측구간의 포함 비율을 비교한 결과 앞의 모의실험 결과와 마찬가지로 예측구간이 90%에서는 미래시점 2시차에서 붓스트랩 예측구간의 포함비율보다 근사 예측구간의 포함비율이 더 근접하였다. 95%와 99% 예측구간에서는 미래시점 1시차에서 붓스트랩 예측구간의 포함 비율이 근사 예측구간보다 더 정확함을 알 수 있다.

참고문헌

- 차경엽, 김삼용, 이성덕(2003), Efficient quasi-likelihood estimation for nonlinear time series models and its application, <한국통계학회논문집> **10**, 101-113.
- Beran, R.(1990). Calibrating prediction regions, *Journal of the American Statistical Association*, **85**, 715-723.
- Bollerslev, T.(1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
- Efron, B.(1979). Bootstrap methods: another look at the jack-nife, *The Annals of Statistics*, **7**, 1-26.
- Engle, R. F.(1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U. K. inflation, *Econometrica*, **50**, 987-1008.
- Huber, P. J.(1964). Robust estimation of a location parameter, *The Annals of Mathematical Statistics*, **35**, 73-101.
- Nicholls, D. F. and Quinn, B. G.(1982). *Random Coefficient Autoregressive Models: An Introduction*, Springer-Verlag, New York.
- Scbucany, W. R. and Thombs, L. A.(1990). Bootstrap prediction intervals for autoregression, *Journal of the American Statistical Association*, **85**, 486-492.

- Tong, H(1990). *Nonlinear time series*, Oxford University Press, Oxford.
- Tong, H. and Lim, K. S.(1980). Threshold autoregressive limit cycles and cyclical data (with discussion), *Journal of Royal Statistical Society B*, **42**, 245-292.
- Wedderburn, R. P. M.(1974). Quasi-likelihood functions, generalized linear models and the gauss-newton method, *Biometrika*, **61**, 439-447.

[2003년 9월 접수, 2004년 1월 채택]

Prediction Intervals for Nonlinear Time Series Models Using the Bootstrap Method *

Sung Duck Lee ¹⁾ Ju Sung Kim²⁾

ABSTRACT

In this paper we construct prediction intervals for nonlinear time series models using the bootstrap. We compare these prediction intervals to traditional asymptotic prediction intervals using quasi-score estimation function and M-quasi-score estimating function comprising bounded functions. Simulation results show that the bootstrap method leads to improved accuracy. The accuracy of the bootstrap is empirically demonstrated with the consumer price index

Keywords: ARCH models, quasi-score estimating function, bootstrap prediction interval

* Dr. Lee's work was supported by grant No.(R05-2002-000-00800-0) from the Basic Research Program of the KOSEF and Dr. Kim's work was supported by grant No.(BSRI-02-2) from Chungbuk National University.

1) Professor, Department of Information and Statistics, Chungbuk National University, San 48, Gaeshindong, Cheongju, Chungbuk, 361-763

E-mail : sdlee@chungbuk.ac.kr

2) Professor, Department of Information and Statistics, Chungbuk National University, San 48, Gaeshindong, Cheongju, Chungbuk, 361-763

E-mail : kimjs@chungbuk.ac.kr