

# 수동 속도장 제어법을 이용한 협조 이동로봇 시스템의 분산제어

서진호<sup>1)</sup> · 이권순<sup>\*2)</sup>

동아대학교 전기공학과<sup>1)</sup> · 동아대학교 전기전자컴퓨터공학부<sup>2)</sup>

## Decentralized Control of Cooperative Mobile Robot Systems Using Passive Velocity Field Control Method

Jinho Suh<sup>1)</sup> · Kwonsoon Lee<sup>\*2)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Electrical Engineering, Dong-A University, Busan 604-714, Korea

<sup>2)</sup>Division of Elec., Electronic, and Computer Eng., Dong-A University, Busan 604-714, Koera

(Received 21 February 2004 / Accepted 15 June 2004)

**Abstract** : In this paper, we propose a method to apply a decentralized control algorithm for passive velocity field control using virtual flywheel system to cooperative 3-wheeled mobile robots, and these subsystem are under nonholonomic constraints. The considered robotic systems convey a common rigid object in a horizontal plain. Moreover we will proof the passivity and robustness for cooperative mobile robotic systems with decentralized passive velocity field control. Finally, The effectiveness of proposed control algorithm is examined by numerical simulation for cooperation tasks with 3-wheeled mobile robot systems.

**Key words** : Decentralized control(분산제어), Mobile robot(이동로봇), Nonholonomic constraint(구속조건), Passive velocity field control(수동 속도장 제어), Passivity(수동성), Robustness(강인성)

### Nomenclature

- $(O, I_1, I_2)$  : inertia reference frame
- $P$  : an arbitrary reference point
- $l$  : the center of each wheel
- $r$  : the radius of each wheel
- $\beta$  : rotation angle of a rigid rod
- $R(\theta)$  : orthogonal rotation angle
- $M(\beta)$  :  $3 \times 3$  symmetric matrix
- $\tau_{mi}(i=1, 2)$  : local control input
- $v_i(i=1, 2)$  : new control input

### 1. 서론

전통적으로, 로봇 시스템에 대한 작업들은 작업 공간 내에 목표 시간 궤도(desired timed trajectory)가 지정되어짐으로서 정의되어진다. 다시 말하면, 로봇 시스템은 모든 시간 내에서 추종되어짐이 요구됨을 의미한다. 그러나 로봇 시스템을 이용한 궤도 추종 작업(contour following task)이나 벽면 페인팅 작업과 같이, 목표 동작들이 시간보다는 시스템의 상태들에 의하여 지정되어지는 작업들이 많이 있음을 알고 있다. 따라서 이러한 작업들을 실현하기 위한 로봇 시스템은 주어진 주변 환경에 대하여 추종면에 접촉되어짐이 유지되어야 함으로, 일반적으로 궤도 추종 제어기(trjectory tracking controller)의 설계목적은 궤도추종오차가 0에 수렴하도록 구성

\*To whom correspondence should be addressed.  
kslee@daunet.donga.ac.kr

되어야함이 잘 알려져 있다. 그러나 궤도추종오차라고 하는 것은 주어진 추종 궤도(contour)를 얼마나 잘 따르는지를 반영하지 않으므로, 궤도 추종 작업에서는 목표 속도장(desired velocity field)을 이용함으로써 효과적으로 추종 작업을 실행할 수 있다. 특히, 궤도 추종 작업을 위하여 속도장은 다음과 같은 특징들을 가질 수 있다.

- 1) 궤도 위의 각 점에서의 값들은 궤도 위의 각 점들에 대한 접선이어야 한다.
- 2) 속도장의 흐름은 궤도 내에서 포함되어지는 한계점(limit point)을 가진다.

위에서 언급되어진 문제점들을 해결하기 위한 방법으로서 Li에 의하여 수동 속도장 제어(passive velocity field control, PVFC) 알고리즘 및 제안되어진 제어 알고리즘에 대한 기하학적 개념을 포함한 안정성 및 강인성을 해석되어졌다.<sup>4,5)</sup> 특히, 수동 속도장 제어 알고리즘에 대한 주요한 특징은 다음과 같이 요약되어질 수 있다.

- 1) 기계적 시스템의 목표 상태를 위한 작업은 시스템의 형태 집합체(configuration manifold)로서 정의되어진 속도장에 의하여 지정되어진다.
- 2) 페루프 제어내의 기계적 시스템은 그것의 물리적 환경에 대하여 효과적으로 수동(passive)임을 보여준다.
- 3) 결과적으로 발생하는 속도는 선형적으로 전체 에너지의 제곱에 종속한다.

또한 Li에 의하여 제안되어진 수동 속도장 제어 알고리즘은 그림 1과 같이 나타내어질 수 있다.

제안되어진 수동 속도장 제어 알고리즘은 시스템의 속도가 목표 속도에 수렴한다고 할지라도 전체

시스템이 항상 수동이므로, 인간과 로봇 상호간의 작업환경이 요구되어지는 작업공간에 대한 안정성 및 외란에 대한 강인성이 쉽게 해석되어질 수 있는 장점이 있다. 그러나 이러한 제어 알고리즘은 단 하나의 대의 로봇에 대한 제어 방법으로서 여러 대의 로봇들이 서로 상호 작용하여 실행되어야 하는 여러 가지 작업들에 대해서는 확장되어질 수 없다.

따라서 본 논문에서는, 단일 로봇(single robot) 시스템에 대하여 제안되어진 제어 방법을 확장하여 무거운 물체 운반 및 로봇간의 상호작용과 같은 단일 로봇 시스템으로서는 실행할 수 없는 여러 가지 작업들에 적용할 수 있는 다중 로봇(multiple robot) 시스템에 대하여 수동 속도장 제어 알고리즘과 더불어 좌표 내에서 하나의 목표물을 지정된 목표궤도를 따라 이동시키는 분산형 제어 알고리즘(decentralized control algorithm)을 고려하여 다중 로봇에 대한 분산형 수동 속도장 제어 알고리즘을 제안한다.

본 논문에서 제안되어진 제어 알고리즘은 본래의 수동 속도장 제어 시스템에서 만족되어지는 수동성(passivity)과 강인성(robustness)을 다중 로봇 시스템에 확장하여 해석하도록 한다. 특히, 제안되어진 알고리즘은 인간과 로봇, 로봇 상호간의 협력으로서 수행되어야만 하는 여러 가지 작업 영역에 유용하게 적용되어질 수 있는 제어 알고리즘으로서, 제안되어진 알고리즘의 안정성을 해석함은 물론이고 제어 알고리즘의 유효성도 실제 3륜 이동로봇의 동적 방정식을 고려한 모의실험으로서 검증되어진다.

## 2. 3륜 이동로봇 시스템

이동로봇은 비홀로노믹 시스템(nonholonomic system)들의 대표적인 예제이다. 특히 차륜 이동로봇(wheeled mobile robot)은 인간에 의한 외부의 운전 없이 자동운행의 능력이 있는 수단으로서 요구되어지는 차세대 자동차 및 AGV(automotive guided vehicle) 시스템에도 쉽게 적용하여 응용할 수 있는 유용한 시스템이므로, 본 연구에서는 이러한 이동로봇을 고려한 분산형 수동 속도장 제어 알고리즘을 제안하도록 한다.

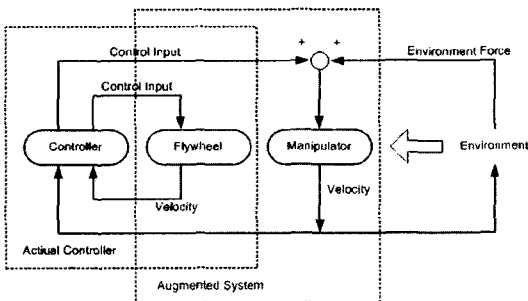


Fig. 1 Configuration of PVFC algorithm

2.1 이동로봇의 자세

일반적으로, 이동로봇의 위치는 그림 2와 같이 표현되어지고,  $\{O, I_1, I_2\}$ 는 운동하는 평면 내에서 고정되어진다. 특히, 임의의 프레임  $\{X_1, X_2\}$  위에서  $P$ 가 정의되어진다. 따라서 이동로봇의 위치는 세 개의 변수  $x, y, \theta$ 에 의하여 완전하게 정의되어질 수 있다. 여기에서,  $x$ 와  $y$ 는 관성기저(inertia basis)내에 기준점  $P$ 의 좌표를 의미하고,  $\theta$ 는 관성기저  $\{O, I_1, I_2\}$ 에 대한 기저  $\{X_1, X_2\}$ 의 방향이다.

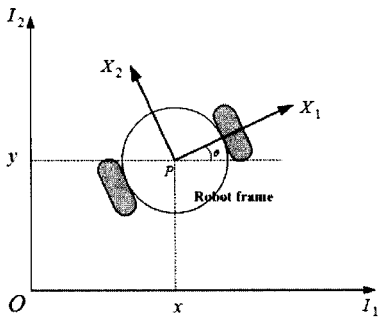


Fig. 2 Posture configuration

먼저, 우리는 로봇의 자세를 기술하기 위하여 다음과 같은 벡터  $\xi$ 을 정의한다.

$$\xi = (x \ y \ \theta)^T \tag{1}$$

또한 우리는 다음과 같은 직교회전행렬이 정의되어짐을 알 수 있다.

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

2.2 3륜 이동로봇의 동적 방정식

이 논문에서, 우리는 그림 3에서 보여주는 것처럼, 동일한 차축에 두개의 고정된 바퀴(the fixed wheels)과 한 개의 보조 바퀴를 고려한다. 이때, 두개의 고정 차륜(①과 ②)은 차륜 ③의 방향이 변하는 동안에 고정되어진 방향을 가진다.

이러한 의미에서, 차륜의 기하학적 구조는 다음에 의하여 완전하게 기술되어질 수 있다.

$$\{r, l, d_i, \alpha_i, \beta_i, \phi_i; i=1,2\} \tag{3}$$

그러므로 제안되어진 이동로봇의 각 바퀴에 대한

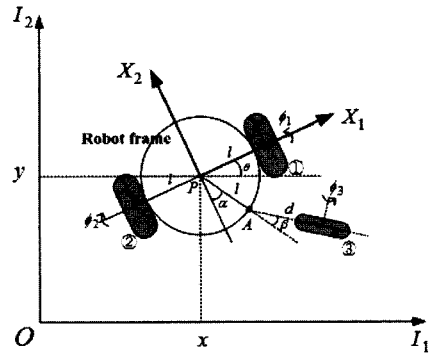


Fig. 3 Configuration of 3-wheeled mobile robot

Table 1 Various parameters of a mobile robot

Wheels	$\alpha_i$	$\beta$	$d$	$\phi$
① ( $i=1$ )	0	0	0	$\phi_1$
② ( $i=2$ )	$\pi$	0	0	$\phi_2$
③ ( $i=3$ )	$\frac{3\pi}{2}$	$\beta$	$d$	$\phi_3$

기하학적 특징들은 다음의 표 1에 의하여 표현되어진다.<sup>1)</sup>

따라서 그림 3에서 표현되어진 이동로봇의 운동은 다음과 같이 나타내어지는 배열좌표(configuration coordinate)에 의하여 완전하게 기술되어진다.

$$q(t) = (x \ y \ \theta \ \beta \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3)^T \tag{4}$$

이러한 배열 좌표에 의하여, 지면에 접촉된 바퀴의 위치속도를 계산할 수 있다. 또한 평면 내에 바퀴 속도의 구속성분(constraint component)과 바퀴에 직교하는 성분(orthogonal component)으로 정의되어지고, 이동로봇의 자세와 각도 그리고 회전 좌표를 나타내는  $\xi, \beta$  그리고  $\phi$ 는 이러한 표시법들에 의하여 결국 배열좌표의 집합으로서 표현되어짐을 알 수 있다. 따라서 기계적 구속조건; *i) pure rolling condition, ii) non-slipping condition*에 의하여 계산되어질 수 있다.

그러므로 기계적 모델의 위치 방정식(posture equation)은 다음과 같이 나타내어 질 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta & 0 \\ \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{pmatrix} \tag{5}$$

또한 식 (5)를 이용하면, 구속 방정식을 다음과 같

이 표현할 수 있다.

$$\dot{\beta} = D_1(\beta)B\dot{\zeta}(t) \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = D_2(\beta)B\dot{\zeta}(t) \quad (7)$$

where

$$D_1(\beta) = -\frac{1}{d} \begin{pmatrix} \sin\beta & -\cos\beta & d + l\sin\beta \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$D_2(\beta) = -\frac{1}{r} \begin{pmatrix} 0 & 1 & l \\ 0 & -1 & l \\ \cos\beta & \sin\beta & l\cos\beta \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$B = (B_1 \ B_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\zeta = (\zeta_1 \ \zeta_2)^T \quad (11)$$

따라서 식 (4)에서 표현되어진 배열좌표들의 전개는 식 (5)~(7)로부터 다음과 같은 방정식으로 나타내어질 수 있다.

$$\dot{q}(t) = \begin{pmatrix} R^T B & 0 \\ D_1(\beta) & 0 \\ D_2(\beta) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{pmatrix} = S(q)\dot{\xi}(t) \quad (12)$$

특히, 식 (12)는 독립적 속도 구속(independent velocity constraint)들에 기인하는 시스템의 기계적 모델의 표준형태를 가지고 있음을 알 수 있다.

이러한 방정식을 이용함으로써, 우리는 배열좌표  $\{\xi, \beta, \phi\}$ 와 탑재되어진 모터에 개발되어진 토크 사이에서의 동적관계를 기술한 3륜 이동로봇의 동적 상태공간 모델을 유도할 수 있다. 이때 3륜 이동로봇의 동적 방정식은 라그랑주 방정식(Lagrange equation)에 의하여 간단하게 기술되어질 수 있고, 일반적으로 알려진 기계적 에너지의 표현을 이용함으로써 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$M(\beta)R(\theta)\ddot{\xi} + V(\beta)\dot{\beta} + f_1(\theta, \dot{\theta}, \beta, \dot{\beta}) = J_1^T \lambda + D_{11}^T(\beta)\mu \quad (13)$$

$$V^T(\beta)R(\theta)\ddot{\xi} + I_\beta \ddot{\beta} + f_2(\theta, \dot{\theta}, \beta, \dot{\beta}) = d\mu + \tau_1 \quad (14)$$

$$I_\phi \ddot{\phi} = J_2^T \lambda + \tau_2 \quad (15)$$

where

$$f_1(\theta, \dot{\theta}, \beta, \dot{\beta}) = (R \dot{R}^T MR + \dot{M}R + MR)\dot{\xi} + (R \dot{R}^T V + \dot{V})\dot{\beta}$$

$$f_2(\theta, \dot{\theta}, \beta, \dot{\beta}) = (\dot{V}^T R + V^T \dot{R})\dot{\xi}$$

따라서 제안되어진 3륜 이동로봇의 동적 방정식은 다음과 같은 형태로 다시 표현되어질 수 있다.

$$H(\beta)\ddot{\xi}(t) + f(\beta, \dot{\xi}) = G(\beta)\tau_m \quad (16)$$

where

$$H(\beta) = B^T(M + VD_1 I_\beta D_1 + D_2^T I_\phi D_2)B$$

$$f(\beta, \dot{\xi}) = B^T(M + D_1^T V^T)(-\dot{R}R^T) + (V + D_1^T I_\beta \frac{\partial D_1}{\partial \beta} \dot{\beta} + D_2^T I_\phi \frac{\partial D_2}{\partial \beta} \dot{\beta})B + B^T f_1 + B^T D_1^T f_2$$

$$G(\beta) = F(\beta)P = \begin{pmatrix} -\frac{1}{d} \cos\beta & -\frac{1}{r} & \frac{1}{r} & -\frac{1}{r} \sin\beta \\ -\frac{1}{d}(d + l\sin\beta) & \frac{1}{r} & -\frac{1}{r} & -\frac{1}{r} \cos\beta \end{pmatrix}$$

$$f_1 = (R \dot{R}^T MR + \dot{M}R + MR)\dot{\xi} + (R \dot{R}^T V + \dot{V})\dot{\beta}$$

$$f_2 = (\dot{V}^T R + V^T \dot{R})\dot{\xi}$$

### 3. 협조 이동로봇 시스템

#### 3.1 시스템 모델링

본 논문에서, 우리는 그림 4와 같이 표현되는 협조 3륜 이동로봇 시스템을 고려한다. 그림 4에서 이동막대의 길이가  $2L$ 인 물체(object)는 마찰 없이 자유 관절(free joint)에 의하여 각 이동로봇들에 연결되어짐을 가정한다. 특히 제안되어질 시스템 모델의 간략성을 위하여, 본 연구에서는 두개의 이동로봇이 하나의 물체를 운반하는 경우가 고려되어진다. 그러나 일반적인 강체 물체를 나르는 경우에 대하여 더욱 많은 이동로봇을 고려하는 경우에도 적용되어질 수 있음에 유의해야한다.

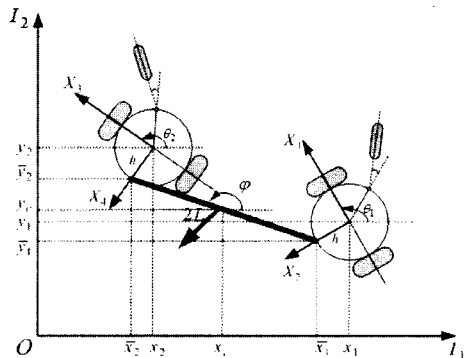


Fig. 4 Configuration of cooperative 3-wheeled mobile robots

먼저, 고정된 운반물체의 동적 방정식은 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$M_o \ddot{x}_o = 0 \quad (17)$$

$$I_o \ddot{\varphi} = 0 \quad (18)$$

where

$$M_o = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}, \quad x_o = (x_c \ y_c)^T \quad (19)$$

그러므로 3륜 이동로봇의 동적 방정식인 식 (16)을 고려함으로써 우리는 다음과 같이 2대의 협조 3륜 이동로봇들에 대한 동적 방정식을 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} H_1(\beta_1) & 0 \\ 0 & H_2(\beta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\eta}_1(t) \\ \dot{\eta}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_1(\beta_1, \eta_1) \\ f_2(\beta_2, \eta_2) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} G_1(\beta) & 0 \\ 0 & G_2(\beta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_{m1} \\ \tau_{m2} \end{pmatrix} \quad (20)$$

이때 구속조건들이 없는 전체 시스템의 동적 방정식은 식 (17), 식 (18) 그리고 식 (20)을 고려함으로써 다음과 같이 표현되어질 수 있고

$$\begin{pmatrix} H_1(\beta_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_2(\beta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_o & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\eta}_1(t) \\ \dot{\eta}_2(t) \\ \ddot{x}_o \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_1(\beta_1, \eta_1) \\ f_2(\beta_2, \eta_2) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} G_1(\beta) & 0 \\ 0 & G_2(\beta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_{m1} \\ \tau_{m2} \end{pmatrix} \quad (21)$$

그리고 식 (21)은 다음과 같이 간단하게 기술되어질 수 있다.

$$M_w \ddot{x}_w + f_w = G_w \quad (22)$$

그림 4에서 보여지는 것처럼, 수동 관절들에 의한 기계적 구속들로부터 일반화 좌표사이에서의 홀로노믹 구속들은 다음과 같이 계산되어진다.

$$\begin{pmatrix} \overline{x_1} \\ \overline{y_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - h \sin \theta_1 \\ y_1 + h \cos \theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c - L \cos \varphi \\ y_c + L \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} \overline{x_2} \\ \overline{y_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - h \sin \theta_2 \\ y_2 + h \cos \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c + L \cos \varphi \\ y_c - L \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (24)$$

이때 식 (23)과 식 (24)을 미분하고  $\eta_i(t) (i=1,2)$  을 이용하면 다음과 같은 식들을 얻을 수 있다.

$$-\zeta_1 \sin \theta_1 - \zeta_2 h \cos \theta_2 - \dot{x}_c - \dot{\varphi} L \sin \varphi = 0$$

$$\zeta_1 \cos \theta_1 - \zeta_2 h \sin \theta_1 - \dot{y}_c - \dot{\varphi} L \cos \varphi = 0$$

$$-\zeta_3 \sin \theta_2 - \zeta_4 h \cos \theta_2 - \dot{x}_c + \dot{\varphi} L \sin \varphi = 0$$

$$\zeta_3 \cos \theta_2 - \zeta_4 h \sin \theta_2 - \dot{y}_c + \dot{\varphi} L \cos \varphi = 0$$

위의 식들을 다음과 같이 간략하게 표현할 수 있다.

$$J_w \dot{x}_w = 0 \quad (25)$$

where

$$J_w = \begin{pmatrix} J_1 & 0_{2 \times 2} & -I_{2 \times 2} & -J_{\varphi 1} \\ 0_{2 \times 2} & J_2 & -I_{2 \times 2} & J_{\varphi 1} \end{pmatrix}$$

$$J_i = \begin{pmatrix} -\sin \theta_i & -h \cos \theta_i \\ \cos \theta_i & -h \sin \theta_i \end{pmatrix}, \quad (i=1,2)$$

$$J_{\varphi} = (-J_{\varphi 1} \ J_{\varphi 1})^T \\ = (-L \sin \varphi \ -L \cos \varphi \ L \sin \varphi \ L \cos \varphi)^T$$

따라서 식 (22)와 식 (25)에 의하여, 전체 시스템의 실제 동적 방정식은 다음과 같이 표현되어진다.

$$M_w \ddot{x}_w + F_w = G_w u - J_w^T \lambda \quad (26)$$

그리고 식 (26)에서 정의되어진  $\lambda = (\lambda_1 \ \lambda_2)^T$  을 이용하면, 전체 시스템에 대한 동적 방정식은 다음과 같이 분해되어 표현되어진다.

$$H(\beta_i) \dot{\eta}(t) + f_i(\beta_i, \eta_i) = G_i(\beta_i) \tau_{mi} - J_i^T \lambda_i \quad (27)$$

$$M_o \ddot{x}_o = -J_o^T \lambda \quad (28)$$

$$I_o \ddot{\varphi} = -J_{\varphi}^T \lambda \quad (29)$$

where

$$J_o = (-I_{2 \times 2} \ -I_{2 \times 2})^T$$

$$\lambda = (\lambda_1 \ \lambda_2)^T = (\lambda_{m1} \ \lambda_{m2} \ \lambda_{m3} \ \lambda_{m4})^T$$

### 3.2 Minor loop compensation

본 논문에서, 구속력  $\lambda_i (i=1,2)$  은 각각의 힘센서 (force sensor)에 의하여 관측되어짐을 가정함으로써, 식 (30)과 같은  $\tau_{mi}$  을 정의할 수 있다.

$$\tau_{mi} = G_i^{-1} (H_i v_i + f_i + J_i^T \lambda_i) - G_i^{-1} H_i J_i^T \lambda_i \quad (30)$$

이때 제안되어진 2대의 협조 이동로봇 시스템에 대하여 식 (30)에서 언급되어진  $v_i$  을 도입한다면,

우리는 식 (30)을 식 (27)에 대입함으로써 다음과 같은 페루프 동적 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{\eta}(t) = v_i(t) - J_i^T \lambda_i \quad (i=1,2) \quad (31)$$

따라서 우리는 식 (28)~(29) 및 식 (31)을 재구성함으로써 전체 시스템에 대한 동적 방정식을 구할 수 있고, 이러한 동적 방정식에서  $\varphi$ 을 제거할 수 있도록 좌표변환 및 입력변환을 실행하면  $\varphi$ 에 대한 제어입력은  $x_o$ 의 운동에 대한 내력(internal force)으로서 실현되어질 수 있다.

새로운 좌표  $\bar{x}_i$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\bar{x}_i = J_i \eta(t) \quad (i=1,2) \quad (32)$$

위의 식 (32)을 식 (31)에서 대입하여 정리하면, 좌표  $\bar{x}_i$ 에 대한 새로운 동적 방정식을 유도할 수 있고, 이러한 방정식에 다음과 같이 정의되어진 행렬  $\bar{J}_w$

$$\bar{J}_w = \begin{pmatrix} J_1^{-1} & & & \\ & J_2^{-1} & & \\ & & I_{2 \times 2} & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \quad (33)$$

양변에 곱해줌으로써 우리는 새로운 동적 방정식을 구할 수 있고, 식 (25)을 이용함으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>3)</sup>

$$J_c \bar{x}_w = 0 \quad (34)$$

where

$$J_c^T = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & & & \\ -I_{2 \times 2} & J_\varphi & & \\ & & I_{2 \times 2} & \\ & & & -I_{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$\bar{x}_w = (\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2 \quad x_o \quad \varphi)^T \quad (36)$$

더구나, 만약 식 (30)에서 사용되어진 새로운 제어입력  $v_i$  ( $i=1,2$ )를 다음과 같이 정의한다면

$$v_i(t) = J_i^{-1}(v_i - J_i J_i^{-1} \bar{x}_i) + (J_i^T - J_i^{-1}) \lambda_i \quad (37)$$

이때, 전체 시스템의 동적 방정식은 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$\bar{M}_w \ddot{\bar{x}}_w = (\nu_1 \quad \nu_2 \quad 0_{2 \times 1} \quad 0)^T - J_c^T \lambda \quad (38)$$

$$J_c \bar{x}_w = 0 \quad (39)$$

where

$$\bar{M}_w = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & & & \\ & I_{2 \times 2} & & \\ & & M_o & \\ & & & I_o \end{pmatrix} \quad (40)$$

따라서 식 (23)과 식 (24)에서 기술되어진 일반화 좌표와 이것들의 미분을 이용함으로써, 우리는 이 동물체에 대한 질량중심의 위치를 나타내는  $x_c$ 와 식 (32)의 새로운 좌표  $\bar{x}_i$ 로부터 다음과 같은 관계를 유도할 수 있다.

$$\dot{x}_c = \dot{\bar{x}}_1 + (I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2}) J_\varphi \dot{\varphi} \quad (41)$$

$$\dot{x}_c = \dot{\bar{x}}_2 + (0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2}) J_\varphi \dot{\varphi} \quad (42)$$

더구나 식 (41)과 식(42)을 미분하여 식 (38)에 대입하면, 다음과 같이 두 개의 동적 방정식으로 분리하여 나타낼 수 있다.

$$\ddot{x}_c - (I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) = \nu_1 - \lambda_1 \quad (43)$$

$$\ddot{x}_c - (0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) = \nu_2 - \lambda_2 \quad (44)$$

## 4. 제어기 설계

### 4.1 분산 수동 속도장 제어

Li에 의하여 제안되어졌던 수동 속도장 제어<sup>5)</sup>에 대한 일반적인 의미와 특징은 논문의 서론 부분에서 간략하게 기술되었고 특히 그림 1과 같은 블록선도로서 표현되어졌다. 더구나 본 논문에서 제안하고자 하는 제어기 설계 방법은 다중 협조 이동로봇들에 대한 분산 수동 속도장 제어법으로서 본래의 수동 속도장 제어의 장점은 그대로 유지하고 있지만, 제어기 설계방법에서는 전혀 다름에 유의해야 할 것이다.

앞 단원에서 언급되어졌던 전체 시스템에 대한 두 개의 분산 동적 방정식 식 (43)~(44)에 대하여, 만약 실제 제어입력  $\nu_i$  ( $i=1,2$ )를 다음과 같이 정의한다면,

$$\nu_1 = \nu_1 - (I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) \quad (45)$$

$$\nu_2 = \nu_2 - (0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) \quad (46)$$

그때 우리는 식 (43)~(44)을 다음과 같이 간단하

계 표현할 수 있다.

$$\ddot{x}_o = \nu_i - \lambda_i \quad (i=1,2) \quad (47)$$

따라서 고정 목표물의 위치를 나타내는 식 (38)과 식 (47)을 더함으로서,  $x_o = (x_o, y_o)^T$ 의 운동 방정식을 다음과 나타낼 수 있다.

$$(I_{2 \times 2} + M_o + I_{2 \times 2}) \ddot{x}_o = \nu_1 + \nu_2 \quad (48)$$

이러한 식 (48)과 같이 고정 막대의 질량중심  $x_o$ 는 세계의 질량인  $I_{2 \times 2}$ ,  $M_o$  그리고  $I_{2 \times 2}$ 로서 결합되어 구성되어지고, 더불어서 분리되어진 질량들은 각각  $\nu_1$ 와  $\nu_2$ 에 의하여 제어되어지므로 식 (49)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} (I_{2 \times 2} + \rho_1 M_o) \ddot{x}_o = \nu_1 \\ (I_{2 \times 2} + \rho_2 M_o) \ddot{x}_o = \nu_2 \end{cases} \quad (49)$$

where  $\rho$ : load sharing coefficient ( $\sum_{i=1}^2 \rho_i = 1$ )

이와 같이 우리는 고정 목표물을 이동하기 위한 협조 이동로봇들에 대하여,  $\nu_i (i=1,2)$ 을 설계하기 위한 분산 수동 속도장 제어 알고리즘은 그림 5와 같이 표현되어질 수 있다. 더구나, 식 (49)을 이용한 분산 수동 속도장 제어시스템은 다음과 같은 가상의 동적 방정식으로 분리함으로서 Theorem 1에서 표현되어지는 동적 방정식으로 설계되어질 수 있다.

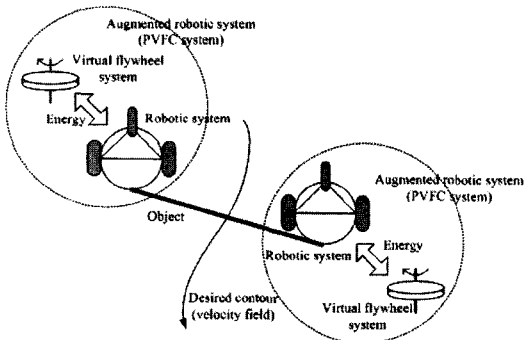


Fig. 5 Configuration of decentralized PVFC

Theorem 1: 식 (49)에서 표현되어진 협조 이동로봇의 동적 방정식을 다음과 같이 간단하게 나타내고

$$\overline{M}_i \ddot{x}_o = \nu_i \quad (i=1,2) \quad (50)$$

또한 가상의 속도조절 시스템(virtual flywheel system)의 동적 방정식을 다음과 같이 정의하자.

$$M_{fwi} \ddot{x}_{fwi} = \nu_{fwi} \quad (i=1,2) \quad (51)$$

이때, 식 (50)과 식 (51)을 결합한 확장된 동적 방정식(augmented dynamic equation)을 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \overline{M}_i & 0 \\ 0 & M_{fwi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_o \\ \ddot{x}_{fwi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ \nu_{fwi} \end{pmatrix} \quad (52)$$

더구나 식 (52)을 간단하게 기술하면 다음과 같다.

$$\overline{M}_i^a \dot{X}_{ai} = \nu_{ai} \quad (53)$$

따라서 식 (53)과 같이 표현되어진 확장된 동적 방정식에 대하여 수동 속도장 제어법의 제어입력과 동일하게 결정되어진다고 할 때, 확장된 동적 시스템은 다음과 같은 성질들을 만족되어짐을 보여줄 수 있다.

- 1) 확장된 동적 시스템은 주어지는 환경적 외력 (environment force)에 대하여 항상 수동(passive)이다.
- 2) 확장된 동적 시스템의 속도인  $X_{ai}$ 는  $\beta V_{ai}$ 에 수렴한다. 즉,  $X_{ai} \rightarrow \beta V_{ai}$ 이다.

증명 : Appendix를 참고하세요. ■

따라서 정리 1의 증명과 같이 식 (49)는 다음과 같이 정의되어진 실제 제어입력  $\nu_i (i=1,2)$ 에 의하여 나타내어진다.

$$\nu_i = \nu_{oi} + \nu_{fi} \quad (54)$$

여기에서  $\nu_{oi}$ 는 식 (49)에 대한 본래의 수동 속도장 제어 시스템에 대한 제어입력이고,  $\nu_{fi}$ 는 목표 내력(desired internal force)이다. 따라서 이러한 정의들과 정리 1로부터, 우리는 구속력  $\lambda_i (i=1,2)$ 가 다음에 수렴되어짐을 알 수 있다.

$$\lambda_i \rightarrow \beta \rho_i M_o \frac{\partial V}{\partial x_o} V + \nu_{fi} \quad (55)$$

where  $\beta$ : constant,  $V$ : desired velocity field

만약 우리가 식 (54)에서 나타내어진 목표 내력을 다음과 같이 지정하고,

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu}_I \\ \dot{\nu}_I \end{pmatrix} = \nu_I = -\frac{J_\varphi}{\|J_\varphi\|} v_\varphi + J_\varphi^+ v_I \quad (56)$$

그리고  $J_\varphi^T$ 을  $J_\varphi^T J_\varphi^+ = 0$ 을 만족시키도록 다음과 같이 정의하면

$$J_\varphi^+ = (\cos \varphi \quad -\sin \varphi \quad -\cos \varphi \quad \sin \varphi)^T \quad (57)$$

여기에서,  $v_\varphi$ 는  $\varphi$ 에 대한 제어입력이고  $v_I$ 는 선형이지만 물체의 각운동으로 작용하지 않는 내력을 위한 제어입력이다. 더구나  $\frac{\partial V}{\partial x_o}$ 가  $J_\varphi$ 에서 수직이 되도록 설계되어진다고 하면, 그때 우리는 다음과 같은 식들이 만족되어짐을 알 수 있다.

$$I_o \ddot{\varphi} = -J_\varphi^T \lambda = -J_\varphi^T (\beta \rho \cdot M_o \frac{\partial V}{\partial x_o} V + \nu_I) = -v_\varphi \quad (58)$$

$$\lambda_I = \frac{1}{2} J_\varphi^T \lambda = \frac{1}{2} J_\varphi^+ \lambda = v_I \quad (59)$$

따라서 우리는 제안되어진 분산 수동 속도장 제어알고리즘에 의하여 고정 물체의 선형운동을 제어할 수 있고, 더불어서  $\varphi$ 와  $\lambda$ 는 목표치에 의하여 제어되어질 수 있음을 알 수 있다.

### 5. 모의실험

본 연구에서 제안하고자 하는 분산 수동 속도장 제어를 실제로 설계하고자 하면, 먼저 고정 목표물에 대한  $\ddot{\varphi}$ 가 각각의 서브 시스템(subsystem)들에 의하여 측정되어짐이 가정되어야한다. 특히 이것은  $\ddot{\varphi}$ 가 구속을 나타내는  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 에 기초하여 결정되어지고, 이러한 신호들이 분산되어진 형태로서는 각각의 서브시스템에 이용되어질 수 없으므로 분산 수동 속도장 제어를 유도하는데 중요한 단계이다. 즉,  $\lambda_1$ 는 하나의 서브시스템 이외에도 이용되어질 수 있음을 의미하지만 실제로 이러한 신호들을 측정하기는 어려우므로, 우리는 관측기를 이용하여 속도로부터 신호를 추정할 것이고 이러한 가정들의 유효성은 모의실험을 통한 결과들로서 보여주게 될 것이다.

본 연구에서 제안되어진 제어법의 유효성을 보여

주기 위하여, 우리는 그림 4에서처럼 목표점이 고정 물체의 중앙에 위치한다고 가정하였다. 이때 목표 물체의 중심은 반경이 1[m]인 원이 되도록 하였고 반시계방향으로 회전하도록 하였다. 더불어서 고정 물체의 중심각  $\varphi$ 와 목표 중심각  $\varphi_d$ 는 각각 다음과 같이 정의하였다.

$$\varphi_d = \tan^{-1} \frac{y_c}{x_c} \quad (60)$$

또한 이전의 연구에서 실행되어졌던 협조 이동로봇 시스템 실험에 대한 직접적인 제어입력  $v_\varphi$ 는 다음과 같이 결정하였다.

$$v_\varphi = -K_p(\varphi_d - \varphi) - K_d(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}) \quad (61)$$

이러한 모의실험에 사용되어진 시스템 파라미터는 이전의 연구<sup>6)</sup>에서와 같은 파라미터들을 사용하였고, 그 외의 것들은 표 2에서 표현되어진다.

Table 2 Various system parameters

$(x_1, y_1)$	(1.0, 1.0)	$L$	0.2[m]
$(x_2, y_2)$	(0.9, 1.6)	$\bar{E}$	5000[Nm]
$\theta_1, \theta_2$	$\pi/2$	$K_v$	4.0
$\varphi$	-1.7	$K_p$	4.0
$h$	0.05[m]	$\beta$	0.0

본 모의실험에서 제어주기는 1[msec]으로 설정되었고, 만약 각각의 위치점이 목표속도를 따라서 움직인다고 한다면 목표 속도장이 정의되어질 것이고 그때 이러한 위치점은 중심이 원점이고 반경이 1[m]인 원에 반시계방향으로 상수속도에 의하여 수렴되어짐을 알 수 있다.

모의실험의 결과는, 그림 6에서 보여지는 것처럼 이동로봇들의 목표궤도와 실제궤도 그리고 이동물체의 궤도가 설명되어진다. 이러한 결과에서, 우리는 고정 물체의 중심이 파라미터의 불확실성에 의하여 추종오차가 존재함에도 불구하고 목표궤도를 추종함을 알 수 있다. 또한 고정 물체의 회전각을 의미하는  $\varphi$ 는 목표각  $\varphi_d$ 를 추종함을 보여주는 결과가 그림 7에서 보여지고, 또한 외란에 대한 구속력의 변화에 대한 결과는 그림 8에서 나타내어진다.



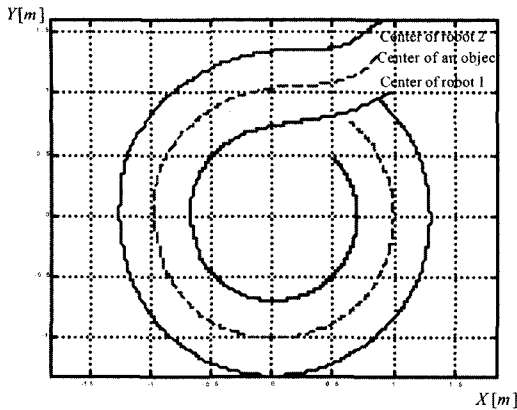


Fig. 6 Trajectories of two mobile robots and an object

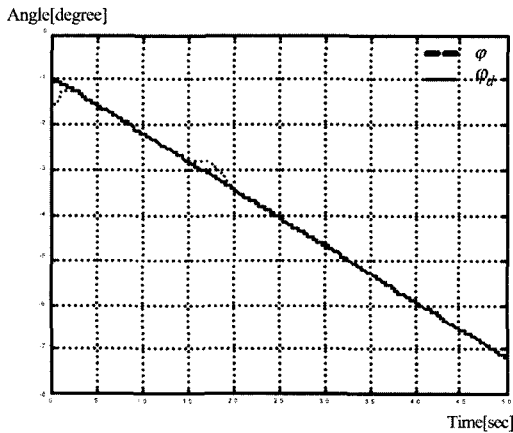


Fig. 7 An object angle and desired angle

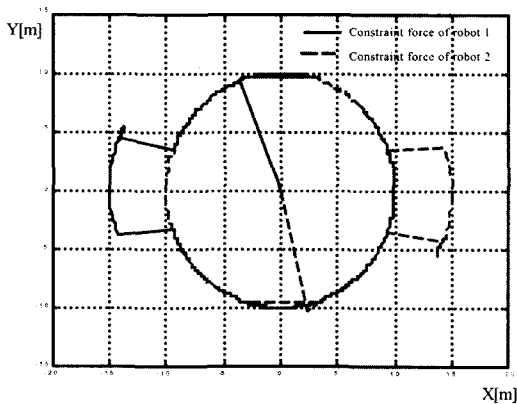


Fig. 8 Constraint forces with disturbance

### 6. 결론

본 논문에서, 우리는 하나의 목표 물체에 고정되

어진 두 대의 협조 3륜 이동로봇들에 대한 분산 수동 속도장 제어 알고리즘의 해석 및 설계하였다. 특히, 제안되어진 분산 제어 알고리즘은 다중 로봇 시스템들에 대하여 외부적 환경에 대한 수동성과 강인성에 대한 이론적 증명도 기술되어지고 있다. 더구나 본 연구는 차륜 로봇 시스템에 대한 새로운 제어 알고리즘을 해석함은 물론이고, 모의실험을 통한 협조 이동로봇들의 궤도 추종 결과들을 통하여 제안되어진 방법의 유효성을 검증하였다.

본 연구에 대한 추후 연구과제로서는, 제안되어진 제어방법을 실제 실험결과를 통하여 보여야 할 것이고, 이러한 연구결과들은 무인 자동차 관련 연구 분야뿐만 아니라 다중 로봇 작업이 요구되어지는 분야에도 응용되어질 수 있을 것이다.

### 후 기

본 연구는 한국과학기술부(MOST) 지정 국가지정연구실사업(NRL)의 지원에 의한 것입니다.

### References

- 1) J. E. Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall Inc., 1991.
- 2) G. Gampion, G. Bastin, B. D'andrea-Novel, "Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots," IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol.12, No.1, pp.47-62, 1996.
- 3) M. Yamakita, J. H. Suh, K. Hashiba, "Decentralized PVFC for Cooperative Mobile Robots," Trans. on IEE Japan, Vol.120-C, No.7, pp. 1485-1491, Japan, 2000.
- 4) C. K. Woo, "Stair Adaptable 6-wheeled Mobile Robot with Passive Link Mechanism," Proc. of Annual Conference on KSAE, pp.126-129, Korea, 2000.
- 5) P. Li, R. Horowitz, "Passive Velocity Field Control: Part I -Geometry and Robustness-," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.46, No.9, pp.1346-1359, 2001.
- 6) J. Z. Feng, S. J. Li, F. Yu, "GA-based PID and Fuzzy Logic Control for Active Vehicle

Suspension System," Int. J. of Automotive Technology, Vol.4, No.4, pp.181-191, 2003.

- 7) J. H. Suh, et. al., "Decentralized Control of Cooperative 3-wheeled Mobile Robots using Passive Velocity Field Control," Proc. of AROB, pp.433-436, Japan, 2004.
- 8) J. H. Suh, K. S. Lee, "Virtual Passivity-based Decentralized Control of Multiple 3-wheeled Mobile Robotic Systems via System Augmentation," Int. J. of Automotive Technology, 2004. To be submitted.

### Appendix

*Proof of Theorem 1:*

1) 수동성(passivity): 정리 1내에 확장된 동적 시스템의 기계적 에너지  $H'_a(t)$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$H'_a(t) = \sum \dot{X}_{ai}^T \overline{M}_i^a X_{ai}$$

이때 이러한 기계적 에너지  $H'_a(t)$ 을 미분하여 정리하면 다음과 같이 표현되어진다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} H'_a &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \dot{X}_{ai}^T \overline{M}_i^a \dot{X}_{ai} + \frac{1}{2} \dot{X}_{ai}^T \overline{M}_i^a \ddot{X}_{ai} \right\} \\ &= \dot{x}_o^T \sum_{i=1}^2 \nu_i + \sum_{i=1}^2 \dot{x}_{fwi}^T M_{fwi} \ddot{x}_{fwi} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \dot{X}_{ai}^T \overline{M}_i^a \ddot{X}_{ai} \\ &= \sum_{i=1}^2 \dot{X}_{ai}^T \nu_{ai} \dot{X}_{ai} = 0 \end{aligned}$$

where

$$\nu_{ai} = (\overline{G} + \gamma_i \overline{R}_{ai}) X_{ai} \quad (i=1,2)$$

따라서 위의 식을 적분하여 정리하면 우리는 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\int_0^t \frac{d}{dt} H'_a(t) dt = H'_a(t) - H'_a(0) = 0$$

다시 말하면, 기계적 에너지  $H'_a(t)$ 을 저장함수(storage function)로 이용함으로써 주어진 피드백 시스템이 수동(passive)임을 보여줄 수 있음을 의미한다.

2) 수렴성(convergence):  $X_{ai} \rightarrow \beta V_a$

어떤  $\beta \in R$ 에 대하여 오차방정식(error equation)을 다음과 같이 정의하자.

$$e_{\beta i} = X_{ai} - \beta V_a$$

이때, 우리는 속도오차에 관계하는 Lyapunov function candidate  $\overline{W}_\beta$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\overline{W}_\beta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 e_{\beta i}^T \overline{M}_i^a e_{\beta i}$$

이때, 주어진  $\overline{W}_\beta$ 을 미분하여 정리하면 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\overline{W}}_\beta &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \dot{e}_{\beta i}^T \overline{M}_i^a e_{\beta i} + e_{\beta i}^T \overline{M}_i^a \dot{e}_{\beta i} \right\} \\ &= -\beta \sum_{i=1}^2 \gamma_i \left\{ V_{ai}^T \overline{M}_i^a V_{ai} \cdot \dot{X}_{ai}^T \overline{M}_i^a \dot{X}_{ai} \right. \\ &\quad \left. - V_{ai}^T \overline{M}_i^a \dot{X}_{ai} \cdot V_{ai}^T \overline{M}_i^a \dot{X}_{ai} \right\} \\ &= -\beta \sum_{i=1}^2 \gamma_i (4H'_a \overline{E}_i - \langle \langle V_{ai}, \dot{X}_{ai} \rangle \rangle_{ai}^2) \\ &= -\sum_{i=1}^2 \beta \gamma_i (4H'_a \overline{E}_i - 4H'_a \overline{E}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

따라서 위의 식은 Barbalet's lemma을 이용함으로써  $\overline{W}_\beta \rightarrow 0$ 임을 의미하므로, 우리는 확장된 동적 시스템의 속도인  $\dot{X}_{ai}$ 는  $\beta V_{ai}$ 에 수렴한다. 즉,  $X_{ai} \rightarrow \beta V_a$ 이 만족되어짐을 알 수 있다. ■