

타원방정식에 의한 벽면 부근의 난류열유속 모형화

신종근*·안정수**·최영돈†

(2003년 10월 4일 접수, 2004년 3월 31일 심사완료)

Near-Wall Modelling of Turbulent Heat Fluxes by Elliptic Equation

Jong Keun Shin, Jeong Soo An and Young Don Choi

Key Words: Elliptic Equation(타원방정식), Turbulent Heat Flux(난류 열유속), Temperature-Pressure Gradient Correlation(온도-압력구배 상관관계), Second Moment Closure(2차 모멘트 모형)

Abstract

A new second-moment closure model for turbulent heat fluxes is proposed on the basis of the elliptic equation. The new model satisfies the near-wall balance between viscous diffusion, viscous dissipation and temperature-pressure gradient correlation, and also has the characteristics of approaching its respective conventional high Reynolds number model far away from the wall. The predictions of turbulent heat transfer in a channel flow have been carried out with constant wall heat flux and constant wall temperature difference boundary conditions respectively. The velocity field variables are supplied from the DNS data and the differential equations only for the mean temperature and the scalar flux are solved by the present calculations. The present model is tested by direct comparisons with the DNS to validate the performance of the model predictions. The prediction results show that the behavior of the turbulent heat fluxes in the whole region is well captured by the present model.

1. 서론

벽면 근방에서의 레이놀즈응력 분포들을 비교적 정확하게 예측해 줄 수 있는 새로운 개념의 2차 모멘트 난류모형들이 제시되어, 실제 공학적인 접근이 가능해질 정도로 2차 모멘트 난류모형이 상당한 진보를 해온 반면에, 난류열유속 방정식에 대한 모형화는 상대적으로 더딘 행보를 유지하여 왔다. 이는 벽면 근방의 강한 비등방성을 갖는 레이놀즈응력 분포들이 열유속 방정식에 영

향을 미치는 매우 중요한 인자들이므로 난류열유속 모형의 개발은 주로 이 레이놀즈응력 모형의 정확성에 의존하였기 때문이다. 또한, 신뢰성이 크고 상대적으로 정확한 벽면 근방 열유속 측정값들의 부족은 벽면 근방의 난류열유속 모형 개발을 지연시키는 또 다른 원인이 되어 왔으며, 이러한 어려움들 때문에 난류 열전달 연구에 관한 가장 일반적인 접근은 Boussinesq 근사법을 사용하여 통상적인 열유속 방정식을 모형화하는 것이었다. 이 방법에서는 열전달에 대한 와확산계수를 구하기 위하여 난류 프란틀수를 일정값으로 사용하거나 무차원거리의 1차 함수로 사용하게 되는데, 이러한 방법으로는 난류 열전달 문제에서 전반적으로 얻을 수 있는 결과가 제한되기 때문에, 많은 연구자들은 온도 요동치에 대한 2-방정식 모형이나 대수 열유속 모형 등을 제안하여 현재 일반적으로 사용하고 있다. 그러나 보다 정

* 회원, 동해대학교 자동차공학과

** 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 고려대학교 기계공학과

E-mail : ydchoi@korea.ac.kr

TEL : (02)3290-3355 FAX : (02)928-1067

확한 예측을 하기 위해서는 난류열유속에 대한 2차 모멘트 모형에 기초해야 된다고 믿어지는데 그 이유는 평균속도와 평균온도 구배에 의한 생성항들이 정확하게 다루어질 수 있고, 이 점이 공학적인 응용이 빈번한 복잡한 유동장을 예측할 때에 가장 매력적인 요소라고 생각되기 때문이다.

벽면 근방의 2차 모멘트 난류열유속 모형에 관한 연구로는 Lai와 So,⁽¹⁾ 신 등,⁽²⁾ Shikazo와 Kasagi⁽³⁾ 모형이 있는데 모두 제시된 식들이 상대적으로 복잡하고, 경험적인 측면이 다소 포함되어 있다. 그리고 Craft 등⁽⁴⁾의 모형은 벽면의 영향을 고려하는 벽면 수직벡터를 사용하지 않지만 그 모형이 너무 복잡하여 실제 공학적인 접근에 어려움이 있다.

한편, Kim과 Moin,⁽⁵⁾ Kasagi 등,⁽⁶⁾ Kawamura 등⁽⁷⁾은 다양한 레이놀즈수의 평균유동에 대해 DNS 자료들을 제시함으로써 벽면 근방에 대한 난류열유속 거동이 정확하게 알려지게 되었다. 또한, 벽면 근방의 복잡한 레이놀즈응력 분포가 Durbin,⁽⁸⁾ Manceau와 Hanjalic^(9,10)이 제안한 타원방정식 개념에 의한 2차 모멘트 모형 등에 의해 비교적 정확하게 예측하는 것이 가능해졌다. 이러한 DNS자료와 새로운 2차 모멘트 모형의 제안은 비교적 정확한 2차 모멘트 난류열유속 모형의 개발을 가능하게 하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 타원형 완화 방정식에 의한 2차 모멘트 난류모형과 유사하게 벽면을 인지시키는 경험함수를 사용하지 않으면서도 벽면 근방의 난류열유속을 비교적 정확하게 예측해 줄 수 있는 난류열유속 모형을 최근에 발표된 DNS 자료들을 근간으로 하여 제안하고자 한다.

본 연구에서 시도하고 있는 난류열유속 모형의 특징은 Manceau와 Hanjalic⁽⁹⁾이 타원효과를 갖는 새로운 2차 모멘트 난류모형 개발에서 제안한 타원 혼합모형(elliptic blending model)과 유사한 스칼라 타원 미분방정식을 이용한다는 것이다. 즉, 이 모형은 스칼라 타원 미분방정식의 해를 이용하여 벽면에서 멀리 떨어진 균질유동에 부합되는 이른바, 준-균질(quasi-homogeneous) 온도-압력구배(temperature-pressure gradient) 상관관계와 벽면 경계조건을 만족시키는 벽면 근방(near-wall) 온도-압력구배 모형을 연결시키며, 소멸항에 대해서도 유사한 접근이 이루어진다. 이 방법을 사용하면

기존의 2차 모멘트 난류열유속 모형들에 비해 부가되는 방정식이 1개 더 추가되지만 정확한 벽면 경계조건으로부터 고 레이놀즈수 구역까지의 원활한 연계가 가능해지며 벽면 경계가 복잡한 유동장에도 그 적용 가능성이 커지게 된다.

2. 이론적 배경

2.1 지배방정식

부력효과가 없는 비압축성 난류유동에 대해 평균온도 θ 와 난류열유속 $\overline{u_i\theta}$ 에 대한 수송방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \overline{u_j\theta} \right) \quad (1)$$

$$\frac{D\overline{u_i\theta}}{Dt} = P_{i\theta} + \Pi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} + D_{i\theta}^\nu + D_{i\theta}^t \quad (2)$$

$$P_{i\theta} = - \overline{u_i u_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (2a)$$

$$\Pi_{i\theta} = - \frac{1}{\rho} \overline{\theta \frac{\partial p}{\partial x_i}} \quad (2b)$$

$$\varepsilon_{i\theta} = (\alpha + \nu) \overline{\frac{\partial \theta}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \quad (2c)$$

$$D_{i\theta}^\nu = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha \overline{u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} + \nu \overline{\theta \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \right) \quad (2d)$$

$$D_{i\theta}^t = - \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_k \theta} \quad (2e)$$

여기서 $P_{i\theta}$, $\Pi_{i\theta}$, $\varepsilon_{i\theta}$, $D_{i\theta}^\nu$ 및 $D_{i\theta}^t$ 는 각각 평균 온도구배 및 평균전단에 의한 생성, 온도-압력구배 상관관계, 소멸, 점성확산 및 난류확산 항들을 나타내며, α 는 열확산계수, ν 는 점성계수 그리고 θ 는 요동온도를 의미한다.

한편, $\Pi_{i\theta}$ 는 다음과 같이 압력-온도구배(pressure-temperature gradient) 상관관계와 압력확산(pressure diffusion)항들로 나눌 수 있으며, 압력확산항은 보통 무시되거나 난류확산항에 흡수하여 모형화되어 왔다.⁽⁴⁾

$$\Pi_{i\theta} = \frac{1}{\rho} \overline{p \frac{\partial \theta}{\partial x_i}} - \frac{1}{\rho} \overline{\frac{\partial p \theta}{\partial x_i}} \quad (3)$$

Table 1 Near-wall behavior of heat flux equation

	$-D_{i\theta}^t$	$-D_{i\theta}^t$	$-P_{i\theta}$	$\varepsilon_{i\theta}$	$\Pi_{i\theta}$
$i=1$	$O(y^3)$	$-(\alpha+\nu)\overline{a_1 d_1} + O(y)$	$O(y^3)$	$(\alpha+\nu)\overline{a_1 d_1} + O(y)$	$O(y)$
$i=2$	$O(y^4)$	$-(2\alpha+4\nu)\overline{b_2 d_1 y} + O(y^2)$	$O(y^4)$	$2(\alpha+\nu)\overline{b_2 d_1 y} + O(y^2)$	$-2\nu\overline{b_2 d_1 y}$
$i=3$	$O(y^3)$	$-(\alpha+\nu)\overline{a_3 d_1} + O(y)$	$O(y^3)$	$(\alpha+\nu)\overline{a_3 d_1} + O(y)$	$O(y)$

벽면근방에서의 요동 값들은 다음과 같이 벽면에 수직한 방향의 y 좌표에 의해 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= a_1 y + b_1 y^2 + \dots \\ v &= b_2 y^2 + \dots \\ w &= a_3 y + b_3 y^2 + \dots \\ \theta &= d_1 y + d_2 y^2 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에 의한 표현은 $\Pi_{i\theta}$ 을 제외하고 식 (2)의 각 항들에 대한 벽면 근방에서의 거동을 Table 1과 같이 정확하게 나타내는데 사용될 수 있다.⁽¹⁾ 이 결과는 식 (2)에서 $\Pi_{i\theta}$ 을 제외한 각 항들에 대한 벽면 근방에서의 정확한 거동특성의 파악은, 역으로 $\Pi_{i\theta}$ 의 벽면 모형을 정확하게 모형화할 수 있을 뿐만 아니라 벽면에서 식 (2)의 수치(budget) 균형을 맞출 수 있는 근거를 제시해준다. 따라서 Table 1에 제시된 $\Pi_{i\theta}$ 의 벽면 거동값들은 결국 모형화가 요구되는 $\Pi_{i\theta}$ 모형이 만족해야만 하는 벽 경계조건이 된다.

2.2 난류열유속의 모형화

식 (2)에서 모형화가 요구되는 항들은 난류확산항, 점성확산항, 온도-압력구배항 그리고 소멸항들이다. 난류확산항에 대한 모형은 다음과 같이 일반화된 구배확산 가정이 사용되었다.⁽⁸⁾

$$D_{i\theta}^t = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_{\theta} \overline{u_k u_l} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u_l \theta}}{\partial x_l} \right) \quad (5)$$

여기서 k 는 난류운동에너지, ε 은 난류운동에너지 소멸률을 나타낸다.

저 레이놀즈수 레이놀즈응력 모형과 달리 난류열유속 방정식의 점성확산항은 그 자체가 정확한

항이 아니기 때문에 모형화가 요구되고, 본 연구에서는 벽면 경계조건을 고려하여 Lai와 So⁽¹⁾가 제시한 다음의 모형을 사용하였다.

$$D_{i\theta}^v = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i \theta}}{\partial x_k^2} + \frac{\alpha - \nu}{n_i + 2} \frac{\partial^2 \overline{u_i \theta}}{\partial x_k^2} \quad (6)$$

식 (6)에서 하첨자 i 는 일반적인 텐서표현에 따라 전개되는 항들의 합을 나타내는 것이 아니라 단지 방향만을 표시한다.

온도-압력 구배항과 소멸항을 모형화하기 위해서는 Table 1에 제시된 벽면 경계조건을 만족시키는 벽면 근방 온도-압력 구배항과 소멸항 모형이 요구된다. 또한, 벽면으로부터 멀리 떨어진 고 레이놀즈수 영역에서는 준-균질(quasi-homogeneous)모형이 만족되어야 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 다음과 같이 어떤 스칼라량 ψ 에 의해 벽면 근방 모형과 준-균질 모형을 연결하는 방법을 취하였다.

$$\Pi_{i\theta} = (1 - \psi)\Pi_{i\theta}^w + \psi\Pi_{i\theta}^h \quad (7)$$

$$\varepsilon_{i\theta} = (1 - \psi)\varepsilon_{i\theta}^w + \psi\varepsilon_{i\theta}^h \quad (8)$$

여기서 $\Pi_{i\theta}^h$ 와 $\varepsilon_{i\theta}^h$ 는 일반적으로 고 레이놀즈수 유동구역에서 사용하는 기존의 준-균질 모형들을 채택할 수 있으며, 본 연구에서는 $\Pi_{i\theta}^h$ 에 대해 Durbin⁽⁸⁾이 제안한 다음의 모형을 사용하였다.

$$\Pi_{i\theta}^h = -C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{2\theta} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + C_{3\theta} \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (9)$$

$\varepsilon_{i\theta}^h$ 모형은 고 레이놀즈수 영역의 국부등방성 난류에서는 식 (2c)의 구배 상관관계가 0이므로

다음과 같이 모형화하였다.

$$\varepsilon_{i\theta}^h = 0 \quad (10)$$

한편, Table 1의 벽면 경계조건을 만족시키기 위하여 $\Pi_{i\theta}^w$ 와 $\varepsilon_{i\theta}^w$ 모형은 각각

$$\Pi_{i\theta}^w = -\frac{\varepsilon}{k} \overline{u_k \theta n_k n_i} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{i\theta}^w = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i \theta} + \overline{u_k \theta n_k n_i} \right) \quad (12)$$

으로 모형화 하였다. 식 (12)에서 Pr은 프란틀수를 의미한다.

결국 본 모형은 식 (7)과 (8)을 사용함으로써 식 (2)의 $\Pi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta}$ 이 벽면에서 만족해야만 하는 벽 극한거동 $\Pi_{i\theta}^w - \varepsilon_{i\theta}^w$ 을 정확히 나타내도록 한 것이다. 또한, 식 (7)과 (8)에 사용되는 스칼라 변수 ψ 는 모형의 타원성을 유지하기 위해 다음과 같이 난류 길이척도에 관계되는 타원 미분방정식을 풀어서 구하게 된다.

$$\psi - L^2 \nabla^2 \psi = 1 \quad (13)$$

이 타원 미분방정식은 Manceau와 Hanjalic⁽⁹⁾이 타원 혼합모형에 의한 2차 모멘트 난류모형 개발에서 사용한 방정식과 매우 유사하며, 이 식에 대한 벽 경계조건은 벽에서 $\psi = 0$ 을 취함으로써 벽 경계조건에 의한 수치적 불안정성을 해결할 수 있는 장점을 지니고 있다. 또한, 길이척도 L은 다음과 같이 Kolmogorov 척도로 제한되었다.

$$L = C_L \max \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \right) \quad (14)$$

현재까지 제안된 난류열유속 모형은 Table 1에서 제시된 벽 경계조건을 모두 만족하지만, 식 (11) 및 (12)에서 볼 수 있는 바와 같이 공학적인 적용을 위해 그 사용이 제한받고 있는 벽에서 수직인 벡터들이 포함되는 단점을 갖고 있다. 이 문제를 해결하기 위해 Manceau와 Hanjalic⁽⁹⁾이 타원 미분방정식을 푸는 경우에 적용할 수 있는 방

Table 2 Model constants

C_θ	$C_{1\theta}$	$C_{2\theta}$	$C_{3\theta}$	C_L	C_η
0.153	3.0	0.35	0.0	0.4	80.0

법을 본 연구에서도 도입하였다. 즉, 타원 미분방정식의 해로부터 다음과 같이 유동장내에서 벽면에 수직인 방향을 나타내는 단위벡터를 구할 수가 있게 된다.

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \psi}{\|\nabla \psi\|} \quad (15)$$

본 연구에서 사용되어진 난류 모형계수들은 위와 같다.

3. 결과 및 고찰

난류열유속을 정확하게 예측해내기 위해서는 무엇보다도 정확한 난류 레이놀즈응력 분포의 계산이 선결되어야 한다. 즉, 정확성이 결여되는 속도 관련 변수들이 난류열유속 모형 개발에 사용되었을 경우 열유속 모형 자체의 정확성이 신뢰할 수 없어지게 된다. 과거의 난류열유속 모형들은 특정 난류모형에 의한 속도관련 예측값들을 바탕으로 하여 난류열유속 모형화를 시도하였기 때문에, 이러한 열유속 모형은 그 특정 난류모형이 다소의 부정확한 값을 예측하는 경우 어느 정도의 오차를 항상 내포할 수 밖에 없다. 따라서 본 연구에서 제안된 난류열유속 모형은 모두 DNS자료^(7,11)가 있는 평행 평판유동장에서 시험되었다.

속도관련 변수들(U_i , $\overline{u_i u_j}$ 및 ε)은 DNS자료⁽¹¹⁾들을 사용하였기 때문에 단지 평균온도 θ 및 난류열유속 $\overline{u_i \theta}$ 에 관련된 수송방정식들만 본 연구에서 해석되었다. 그러므로 해석결과들이 난류 열전달과 관계되는 DNS자료들과의 차이가 생긴다면 그것은 순전히 난류열유속 모형의 결함에서 오는 것이라고 판단할 수 있게 된다. 또한, 계산에 사용된 유동특성들은 모두 평판 넓이의 반 $D/2$ 와 벽마찰속도 $U_{\tau w}$ 로 무차원화 되었고, 레이놀즈수 Re_τ 는 $DU_{\tau w}/(2\nu)$ 로 정의된다.

본 열유속 모형의 타당성을 검증하기 위하여 채택된 난류 열전달 유동장의 경계조건으로는 벽

면으로부터 일정 열유속이 주어지는 경우(constant wall heat flux; $q_w = const.$)와 평판의 양쪽 벽면의 온도차가 일정하게 주어지는 경우(constant wall temperature difference; $\Delta T_w = const.$)가 각각 고려되었다. 한편, 난류열유속에 대한 벽면 경계조건은 $\overline{u_i \theta} = 0$ 으로 주어진다.

한편, 본 연구에서 제안한 2차 모멘트 난류열유속 모형의 성능을 비교하기 위하여 Durbin⁽⁸⁾이 제안한 열유속 모형을 채택하여 계산하였으며, 이 경우에도 속도관련 특성값들은 DNS자료를 활용하였다. 물론 Durbin⁽⁸⁾이 제안한 모형은 최초로 Durbin 자신이 개발한 레이놀즈응력 모형을 바탕으로 하여 그 열유속 모형을 제안한 것이므로 본 연구에서와 같이 DNS자료를 활용하는 경우 최초로 Durbin이 제안한 열유속 모형보다 더 큰 오차를 나타낼 수도 있다. 그러나 이러한 비교는 정확한 속도관련 변수들이 주어졌을 때 과연 과거에 제안된 난류열유속 모형들이 얼마나 타당성 있게 거동하는지를 살펴볼 수 있으며, 또한 그 모형의 문제점이 무엇인지를 진단할 수 있는 직접적인 계기가 될 수 있다고 생각한다.

Fig. 1-3은 열전달 경계조건이 $q_w = const.$ 인 경우에 레이놀즈수의 변화에 따른 무차원 평균온도 θ^+ , 흐름방향 열유속 $\overline{u\theta}^+$ 및 벽면에 수직인 방향의 열유속 $\overline{v\theta}^+$ 분포를 나타낸다. 과거고 레이놀즈수 구역에서 사용하던 난류열유속 모형의 형태를 취한 Durbin⁽⁸⁾ 모형은 평균온도 분포가 유동장의 중심부에서 DNS 자료보다 크게 예측된 것을 볼 수 있고, 이는 DNS자료보다 다소 낮게 예측된 $\overline{v\theta}^+$ 분포에 기인한다고 할 수 있다. 즉, 완전 발달된 평판 유동장에서 평균온도는 단지 $\overline{v\theta}^+$ 값만의 영향을 받기 때문이다. 본 모형의 주된 특징은 과거의 모형들 보다 흐름방향의 열유속 $\overline{u\theta}^+$ 분포가 비교적 정확하게 예측된다는 것이다. Fig. 2는 Durbin의 모형에 비해 상당히 정확한 예측을 본 모형이 보여주고 있다.

Fig. 4는 흐름방향의 열유속 $\overline{u\theta}$ 수송방정식에 대한 수치(budget) 분포들을 보여준다. $\epsilon_{u\theta}$ 의 경우 벽면근방에서 DNS자료와 약간의 차이가 있지만 전반적인 예측 분포값들이 DNS 자료와 매우 흡사함을 알 수 있다.

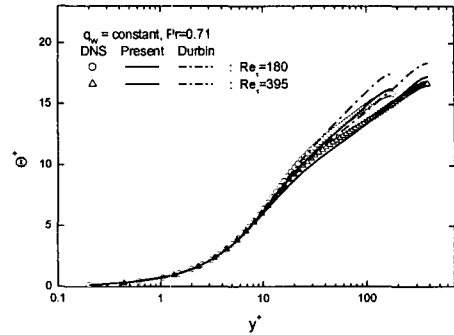


Fig. 1 Mean temperature distribution(symbols : DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

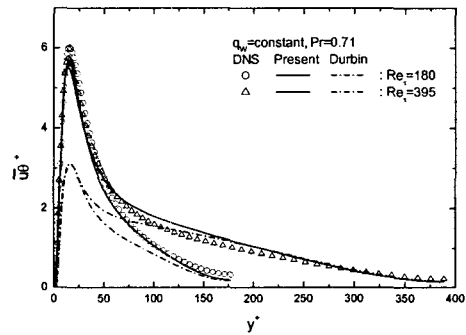


Fig. 2 The streamwise turbulent heat flux(symbols : DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

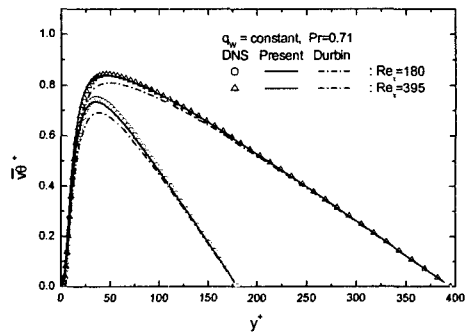


Fig. 3 The wall-normal turbulent heat flux(symbols :DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

$\Pi_{u\theta}$ 의 경우에는 DNS 자료에 비해 다소 크게 예측된 분포들을 보여준다. 벽에 수직인 방향의 $\overline{v\theta}$ 방정식에 대한 수치분포의 경우 $\epsilon_{v\theta}$ 는 다소 크게 $\Pi_{v\theta}$ 는 DNS자료보다 작게 예측되어 전반적으로 손실(loss)의 합 $\Pi_{v\theta} + \epsilon_{v\theta}$ 은 DNS자료에 근접할 것임을 Fig. 5는 보여준다. 또한, Fig. 4-5의 수치분포는 식 (7) 및 (8)에 의해 벽면에서 만족되어야만 하는 벽 극한거동이 비교적 타당성있게 예측된 것을 보여주고 있다.

Fig. 6-8은 양쪽 벽면에서의 온도차가 일정하게 주어지는 경계조건($\Delta T_w = const.$)에 대한 해석 결과를 벽에서 일정 열유속을 갖는 경우와 비교한 것이다. $\Delta T_w = const.$ 경우에 대한 DNS 자료는 발표된 논문⁽⁷⁾으로부터 간접적으로 얻어졌기 때문에 다소간의 오차를 내포하고 있음을 밝혀둔다. 평균온도의 경우 유동장의 중심부에서 DNS자료보다 큰 온도분포를 예측해줌으로서 일정 열유속을 갖는 경우에 비해 다소의 예측오차를 보여준다. 그러나 난류열유속 분포의 경우에는 Durbin의 경우에 비해 상당히 향상된 결과를 보여주며, 특히 DNS에 의한 흐름방향의 열유속 $\overline{u\theta} +$ 분포는 유동장의 웨이크(wake)영역에서 일정 열유속의 경우보다 다소 큰 분포를 보여주는 데, 본 모형은 이러한 특성을 잘 예측하고 있다.

한편, 식 (13)의 해는 Fig. 9에서와 같이 벽면에서 경계조건에 의해 0의 값을 갖고 유동장내부로 갈수록 점차 증가하여 1에 근접하는 경향을 나타낸다. 식 (7)의 두 번째 항은 유동장의 고 레이놀즈수 구역에서만 타당한 준-균질(quasi-homogeneous) 모형이므로 유동장의 벽면에 가까운 부분에서는 그 모형의 타당성이 떨어지게 된다. 이 준-균질 모형에 의한 예측의 타당성이 유동장의 어느 부분까지 유효한지는 정확하게 설명할 수 없으나, 유동장의 중심부를 벗어나서는 식 (13)에 의한 해에 의해 준-균질 모형이 분명 영향을 받는다는 것은 주지의 사실이다. 그러나 확실한 것은 본 연구에서 제안한 식 (13)에 의한 타원방정식이 정확한 벽면값을 갖는 벽면모형과 유동장의 중심부에서 타당한 준-균질 모형을 연결해 주는 매개체(식 (7) 및 (8)과 같이)로서 훌륭한 역할을 수행할 수 있다는 것이다.

본 연구에서 도입한 타원 미분 방정식에 의한

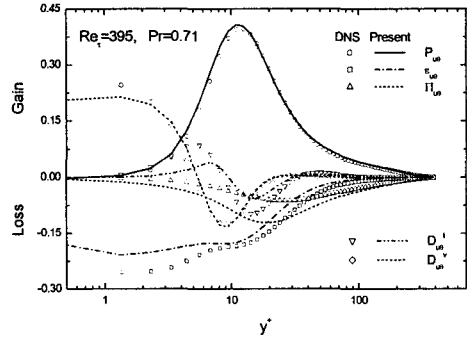


Fig. 4 Budget of the streamwise turbulent heat flux (symbols : DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

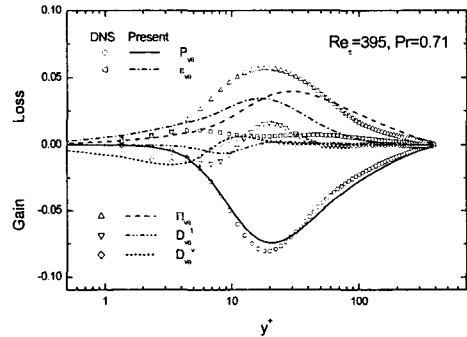


Fig. 5 Budget of the wall-normal turbulent heat flux (symbols : DNS from Kawamura et al. [Ref.7])

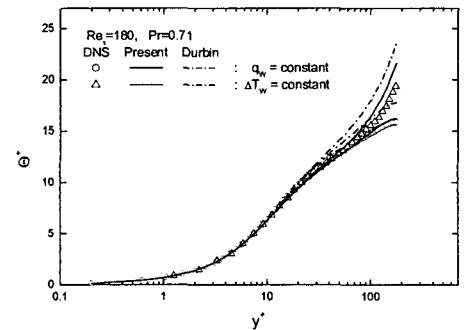


Fig. 6 Mean temperature distribution (symbols : DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

난류열유속 모형은 벽면 근방과 유동장의 고 레이놀즈수 구역에서의 난류 열전달 특성을 비교적 잘 예측해내고 있다고 할 수 있다. 즉, 현재까지의 결과들은 유동장의 속도와 관계된 변수들을 모두 DNS자료⁽¹¹⁾를 대입하여 얻은 결과이기 때문에 실제 난류 열전달을 포함하는 유동장에서 본 열유속 모형의 정확성이 보장되기 위해서는 무엇보다도 레이놀즈응력을 포함한 속도관련 특성값들이 정확히 계산되어야 한다는 것이 요구된다.

따라서 실제 레이놀즈응력 모형에 의해 계산된 속도 특성값들을 바탕으로 하여 본 연구에서 제안된 난류열유속 모형에 의해 예측된 결과들이 어느 정도 타당성이 있는지를 알아볼 필요가 있다. 여기에서는 실제 난류모형과 연계되었을 때 본 난류열유속 모형이 적용 가능한지의 여부를 판단해 보고, 이 결과로부터 난류열유속을 정확히 예측하기 위해서는 계산되어지는 속도관련 특성값들이 얼마나 중요한지를 알아보려 한다.

이를 위해 본 연구에서는 현재까지 제안된 난류모형 중에서 그 정확성이 상당히 높다고 여겨지는 Manceau & Hanjalic⁽¹⁰⁾의 2차 모멘트 난류모형에 의해 평행 평판유동에 대한 속도 특성값들을 계산한 후, 이 결과를 바탕으로 하여 본 연구에서 제안한 난류열유속 모형에 의해 계산된 결과들을 도시해 보았다.

Fig. 10은 Manceau & Hanjalic⁽¹⁰⁾ 모형에 의한 레이놀즈응력 분포들을 도시한 것인데 전반적으로 난류모형에 의한 예측값들이 DNS자료⁽¹¹⁾를 잘 모사하고 있는 것을 볼 수 있다. 다만 $\overline{u_1 u_1}$ 분포의 경우 피크치에서 $y^+ \leq 130$ 까지 본 모형에 의한 예측값들이 DNS자료보다 다소 큰 값을 나타내고 있으며, $\overline{u_3 u_3}$ 는 난류모형에 의해 예측된 최고치가 DNS자료보다 약간 낮은 분포를 보여주고 있다. 이에 반해 주유동속도 분포는 Fig. 11에서 보여주는 바와 같이 전반적으로 DNS자료⁽¹¹⁾에 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

Fig. 12-14는 난류모형에 의해 예측된 속도 특성값들을 근간으로 하여 본 연구에서 제안한 난류열유속 모형에 의해 예측된 무차원 평균온도 θ^+ 및 난류열유속 $\overline{u\theta}^+$ 와 $\overline{v\theta}^+$ 분포들을 나타낸 것이다. 계산된 유동장은 속도관련 특성값들을 DNS자료를 활용한 경우와 같이 $Re_\tau = 180$ 및

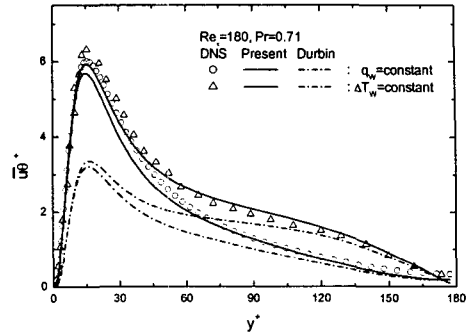


Fig. 7 The streamwise turbulent heat flux(symbols : DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

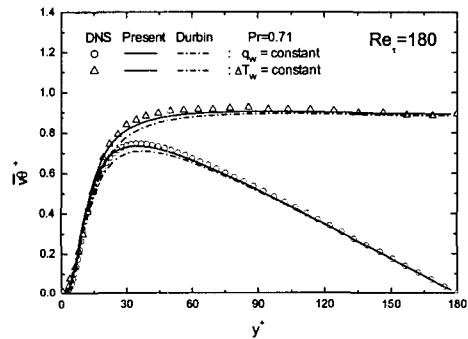


Fig. 8 The wall-normal turbulent heat flux(symbols : DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

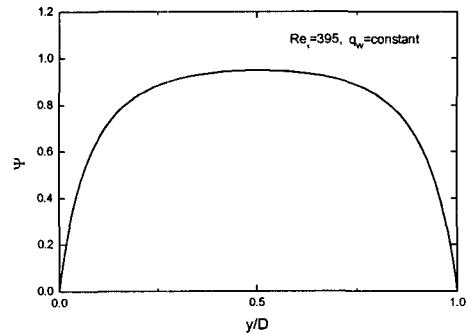


Fig. 9 Distribution of ψ in a channel flow

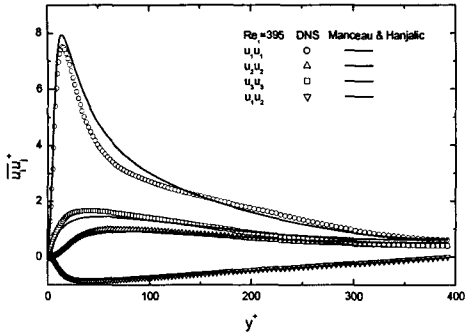


Fig. 10 Reynolds stress profiles by Manceau & Hanjalic model. Symbols: DNS[Ref. 11], Lines: model predictions

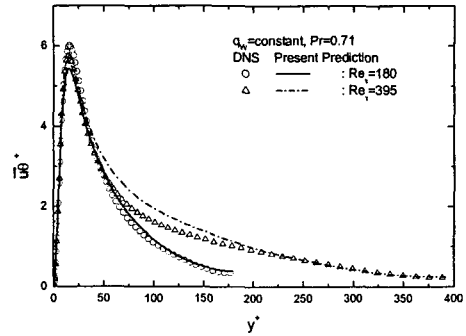


Fig. 13 The streamwise turbulent heat flux (symbols: DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

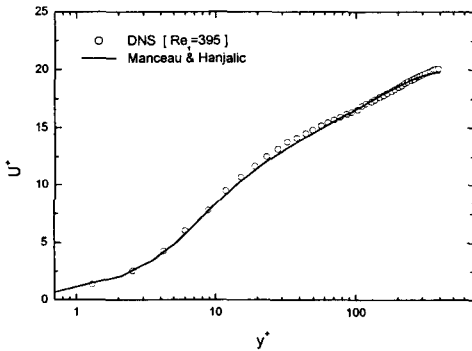


Fig. 11 Streamwise mean velocity profiles by Manceau & Hanjalic model. Symbols: DNS [Ref.11], Lines: model predictions

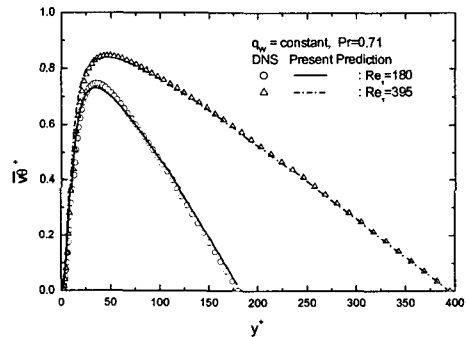


Fig. 14 The wall-normal turbulent heat flux(symbols: DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

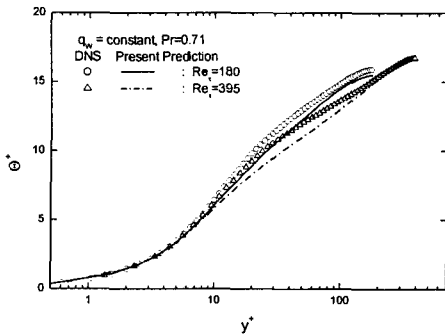


Fig. 12 Mean temperature distributions (symbols: DNS from Kawamura et al.[Ref.7])

395인 평행 평판유동장이고, 난류열전달에 대한 경계조건으로는 벽면으로부터 일정 열유속 ($q_w = \text{const.}$)이 주어지는 경우이다. 벽에 수직 한 방향의 난류열유속 분포들은 DNS자료⁽⁷⁾와의 비교에서 그 차이가 크게 나 보이지는 않지만, 평균온도 분포의 경우 $10 \leq y^+ \leq 130$ 범위에서 DNS자료에 비해 다소 낮은 분포를 보여주는 것을 알 수 있다. 이러한 차이는 분명 난류모형에 의한 예측값들이 DNS자료⁽¹¹⁾와의 미소한 불일치에서 오는 것이라고 할 수 있으며, 난류 열유동장에 대한 속도 특성값들의 정확한 예측이 상당히 중요하다는 것을 말해 준다. 따라서 실제 난류열전달을 포함하는 유동장에서 본 열유속 모형의 정확성이 보장되기 위해서는 무엇보다도 레이

놀즈응력을 포함한 속도관련 특성값들이 정확히 계산되어야 한다는 것이 다시 한번 더 강조된다.

4. 결 론

본 연구에서는 타원 미분방정식에 의한 새로운 벽면 근방 난류열유속 모형을 제안하였고, 이를 DNS자료가 있는 평행 평판유동에 적용하여 그 결과들로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 해석결과들이 갖는 타당성으로부터 본 연구에서 도입한 스칼라 타원방정식은 난류열유속 모형에 대한 벽 경계조건과 고 레이놀즈수 조건을 적절하게 연결해주는 매개체로서의 역할을 충분히 수행하는 것으로 판단된다.

(2) 타원형 개념을 사용한 본 모형의 경우 벽면에서 정확한 난류열유속 분포를 나타내기 때문에 흐름방향 열유속 $\overline{u\theta}$ 분포의 예측에서 기존의 다른 모형보다 상당히 우수한 결과를 보여주는 것으로 판단된다.

(3) 본 모형에 의해 예측된 평균온도 및 난류열유속 분포들은 상당한 타당성을 보여주지만, $\overline{u\theta}$ 및 $\overline{v\theta}$ 에 대한 수치(budget)분포들은 난류확산, 온도-압력구배 및 소멸항에 대한 모형화의 정확성이 더욱 요구되어진다는 것을 말해준다.

(4) 본 열유속 모형에 의한 해석결과들이 열전달을 포함하는 실제 복잡한 유동장에서도 타당성을 유지하기 위해서는 유동공간에서 레이놀즈응력을 비롯한 속도관련 특성값들을 보다 정확하게 예측해줄 수 있는 레이놀즈응력 모형과의 연계가 필요하다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 지역대학우수과학자 지원연구사업(과제번호: R05-2003-000-12391-0)의 연구비로 수행된 연구의 일부임.

참고문헌

- (1) Lai, Y.G. and So, R.M.C., 1990, "Near-Wall Modeling of Turbulent Heat Fluxes," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 1429~1440.
- (2) Shin, J.K., Choi, Y.D. and Lee, G.H., 1993,

"A Low-Reynolds Number Second Moment Closure for Turbulent Heat Fluxes," *Transactions of the KSME*, Vol. 17, pp. 3196~3207.

- (3) Shikazo, N. and Kasagi, N., 1996, "Second-Moment Closure for Turbulent Scalar Transport at Various Prandtl Numbers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 2977~2987.
- (4) Craft, T.J., Ince, N.J. and Launder, B.E., 1996, "Recent Developments in Second-Moment Closure for Buoyancy-Affected Flows," *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, Vol. 23, pp. 99~114.
- (5) Kim, J. and Moin, P., 1987, "Transport of Passive Scalars in a Turbulent Channel Flow," *Proceedings of the 6th Symposium on Turbulent Shear Flows*, 5-2.
- (6) Kasagi, N., Tomita, Y. and Kuroda, A., 1992, "Direct Numerical Simulation of the Passive Scalar Field in a Turbulent Channel Flow," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 114, pp. 598~606.
- (7) Kawamura, H., Abe, H. and Shingai, K., 2000, "DNS of Turbulence and Heat Transport in a Channel Flow with Different Reynolds and Prandtl Numbers and Boundary Conditions," *Turbulence, Heat and Mass Transfer 3*, Edited by Nagano, Y., Hanjalic, K., Tsuji, T., pp. 15~32.
- (8) Durbin, P.A., 1993, "A Reynolds Stress Model for Near-Wall Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 465~498.
- (9) Manceau, R. and Hanjalic, K., 2002, "Elliptic Blending Model: A New Near-Wall Reynolds-Stress Turbulence Closure," *Phys. Fluids*, Vol. 14, pp. 744~754.
- (10) Manceau, R. and Hanjalic, K., 2000, "A New Form of the Elliptic Relaxation Equation to Account for Wall Effects in RANS Modeling," *Phys. Fluids*, Vol. 12, pp. 2345~2351.
- (11) Moser, R.D., Kim, J. and Mansour, N.N., 1999, "Direct Numerical Simulation of Turbulent Channel Flow up to $Re_{\tau} = 590$," *Phys. Fluids*, Vol. 11, pp. 943~945.