

## 탈선 후 화물열차의 겹판스프링 동적특성 연구

## A Study of Dynamic Characteristic of the Leaf Spring for Freight Wagon After the Derailment

이응신<sup>1</sup> · 이장무<sup>2</sup>

Eung-Shin Lee · Jang Moo Lee

## Abstract

Particularly derailing freight wagon, which are loaded with dangerous chemicals, has large damages on humans and environment. In this paper the dynamic characteristic of the laminated leaf spring under extreme situation, for example derailment, is examined. The leaf spring has a static hysteresis. Not only the friction value, but also the spring rate are influenced by this hysteresis characteristic. Because of the static hysteresis of the leaf spring the spring rate must be used in normal operation depending upon the loading and the kind of the excitation with the up to 10-fold value of the static spring rate. Some characteristics of the leaf spring can be treated like well-known viscous damping, but for special situation (preload and/or excitation) particular calculation are necessary.

**Keywords** : Leaf Spring(겹판스프링), Freight Wagon(화물열차), Characteristic Curve(특성곡선), Plastic(플라스틱), Vibration(진동), Dry Friction(건조마찰력), Static Hysteresis(정적 히스테리시스), COULOMB's Friction(쿨롱마찰력), Derailment(탈선), ADAMS/Rail, MEDYNA, Simulation(시뮬레이션)

## 1. 서론

유독성 물질을 수송하는 화물열차가 탈선하면 인적피해는 물론 환경에 막대한 영향을 준다. 화물열차가 탈선한 직후 기관사가 적절하게 대응을 하면 피해를 줄일 수 있으나, 탈선을 전후로 한 화물열차의 동적특성을 잘 분석하여야 초기대응을 효과적으로 할 수 있다. 본 연구는 화물열차가 탈선을 한 후 레일 사이의 침묵에 의해 극단적인 가진을 받았을 때 겹판스프링의 동적특성을 다루고자 한다.

철도화물차량이나 대형자동차, 화물자동차에 사용하는 겹판스프링에 대한 연구는 오래전부터 있어왔다. 최근에는 김광석[1]과 최선준[2]은 컴퓨터로 시뮬레이션을 하기 위한 알고리즘 개발과 FEM을 이용한 겹판스프링의 설계를 시도하였다. 그러나 이런 연구결과는 진동의 폭이 작을 때나 가진력이 미약할 때 좋은 일치를 보여주고 있으나 탈선을 한 후 극단적인 가진일 때 측정결과와 비교를 하지 못했다. 또한 컴퓨터를 이용한 겹판스프링의 설계는 강성을

정확하게 계산하여 최적설계를 해도 판사이의 마찰력은 센터볼트를 얼마나 강하게 조이느냐에 따라 달라지고 어느 정도의 사용기간이 경과했을 때 부정확해진다.

겹판스프링은 오랜 사용 역사 때문에 정적특성곡선(이력곡선)은 많은 실험으로부터 주어졌으며 KRANZ[3]는 컴퓨터를 이용하여 이력곡선을 구성할 수 있는 알고리즘도 개발하였다. 그러나 동적특성곡선으로부터 시뮬레이션에 필요한 스프링의 강성이나 판사이의 마찰력은 별로 주어지지 않았다.

지금까지는 동적스프링상수로 정적스프링상수값의 3배 정도를 대입하여 사용하기도 했으나[4] 최근 실험결과에 따르면 거의 10배 이상의 값으로 주어지기도 한다[5,6].

열차의 동적특성연구를 위해 시뮬레이션 프로그램을 사용하는 일이 잦으나 대부분 승객용 수송차량에 국한되어 있고, 화물열차를 모델링할 때는 겹판스프링의 정확한 동적특성곡선이 주어지지 않아 곤란을 겪고 있다. 본 연구는 철도 차량의 시뮬레이션 프로그램인 ADAMS/Rail에 탈선모듈을 삽입하는 과정에서 겹판스프링의 동적특성곡선을 모델링하는 과정에서 수행되었다. 본 연구는 화물열차가 탈선을 한 후 극단적인 가진을 받았을 때(가진폭  $\pm 18\text{mm}$  이상, 가진

1 정희원, 서울대학교 기계항공공학부, 박사후 과정

2 서울대학교 기계항공공학부, 교수



Fig. 1. Experiment of the derailment

주파수 40Hz 이상) 겹판스프링의 동적특성과 기존의 연구와의 연관성, 동적특성곡선과 정적특성곡선과의 연계성, 탈선 후 화물열차의 특성에 미치는 영향을 조사하고자 한다.

본 연구의 목적은 실제 측정값을 바탕으로 하여 겹판스프링을 모델링한 다음 정적특성곡선과 동적특성곡선과의 연계성, 동적스프링상수, 마찰력 등을 구하여 실제 겹판스프링의 특성곡선을 이해하는데 있다.

## 2. 이론적인 배경과 모델링

겹판스프링은 얇은 강판을 일정한 폭으로 잘라 길이를 다르게 하여 겹친 다음 가운데 부분을 죄여 판 사이에 마찰력을 높인 스프링이다. 판 사이에는 쿨롱마찰력(COULOMB's friction)이라는 건조마찰력이 작용하여 감쇠효과를 가져온다. 쿨롱마찰력은 흔히 윤활제가 없는 금속 사이에서 나타나며 외부에서 가한 힘과 변위 사이의 특성곡선은 정적 히스테리시스 성질을 가진 이력곡선이나 근본적으로 물질의 소성으로 인해 나타나는 현상이다.

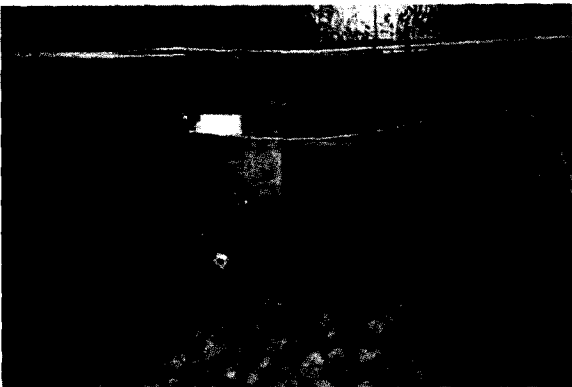


Fig. 2. Derailed bogie and the leaf spring

IWAN[7]은 60년대에 쿨롱 마찰력의 정적 히스테리시스 이력곡선과 물질의 소성(plastic)이 유사함을 증명하였다. 본 연구는 물질의 소성모델을 이용하여 쿨롱 마찰력을 나타낸 다음, 겹판스프링의 경우를 고려하여 소성모델을 수정하고 측정치와 비교하여 탈선 후 극단적인 가진을 받았을 때 이 모델이 유효한가를 조사한다.

Fig. 3과 같은 PRANDTL 요소를 이용하여 소성 모델을 구성할 수 있다(왼쪽). 오른쪽은 하나의 요소로 만들어진 모델의 특성곡선이며(c : 전채탄성계수, N:요소의 수,  $f_i^*$  : 해당 요소의 미끄럼 마찰력), Fig. 4는 여러 개의 요소로 이루어진 탄-소성 모델의 특성곡선이다. 요소의 수를 늘려갈수록 특성곡선은 매끈하게 변하며 무한개로 접근할 때 특성곡선은 다음과 같은 식으로 주어진다[8].

$$f = \int_0^{\alpha} f^* \phi(f^*) df^* + c x \int_{\alpha}^{\infty} \phi(f^*) df^*, (\dot{x} > 0)$$

(왼쪽에서 b까지 부하를 줄 때) (1)

$$f = \int_0^{\alpha(A-x)/2} (-f^*) \phi(f^*) df^* + \int_{\alpha(A-x)/2}^{cA} (cx - (cA - f^*)) \phi(f^*) df^* + c x \int_{cA}^{\infty} \phi(f^*) df^*, (\dot{x} < 0, -A \leq x \leq A)$$

(b에서 d로 부하를 줄일 때) (2)

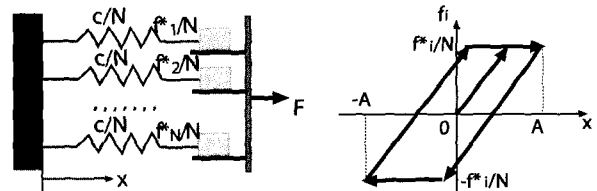


Fig. 3. Model of COULOMB's friction / hysteresis curve by a friction element

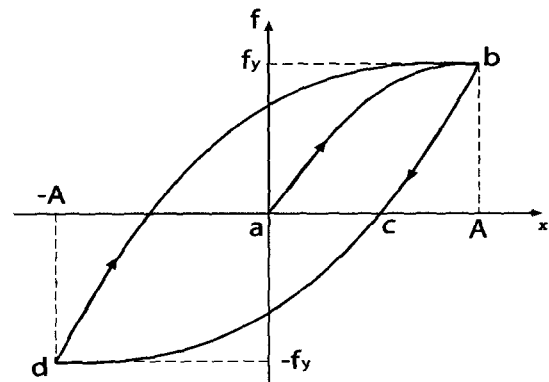


Fig. 4. Hysteresis curve by infinite elements

식 (1)의 첫째항은 소성 미끄럼이 일어나기 전 임의의 변위  $x$ 에 도달했을 때 탄성과 분포곡선을 고려한 항이며, 둘째항은 소성이 진행되는 과정에서 탄성을 제외한 소성성분을 고려한 항이다. 식 (2)는 이력곡선에서 탄성한계를 넘어서 최대 변위인  $A$ 에 도달하여 완전한 소성 미끄럼이 일어나거나, 최대변위에 도달하기 전에 역방향으로 움직일 때 소성이 진행되지 않는 성분까지 고려하여 만든 식이다.

분포곡선  $\phi(f^*)$ 는 대상물에 따라 적당한 값을 제공하는 임의의 함수가 가능하나 본 연구에서는 가우스 정상분포곡선을 채택하였다. 접촉면에서 소성이 진행되더라도 일부는 탄성을 유지하고 있으면서 특성곡선에 영향을 주므로 특정 최대값 주위로 몰려있는 정상분포를 가정한다. 이런 가정은 분포곡선의 폭을 결정하는 표준편차를 조정하면서 실제 실험치와 비교하면 좋은 일치를 얻을 수 있으므로 타당함을 알 수 있다.

분포함수 :

$$\phi(f^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{f^* - f_r}{2\sigma^2}\right),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(f^*) df^* = 1, \quad (3)$$

마찰력 :

$$f_r = \int_0^{\infty} f^* \phi(f^*) df^* \quad (4)$$

식 (3)에서  $f_r$ 은 겹판스프링의 특성곡선에서 중간평균곡선과 부하를 가할 때나 줄일 때 얻어지는 특성곡선간의 차이에 해당하며  $f^*$ 은 적분변수에 해당한다. 표준편차  $\sigma$ 는 나중에 실험곡선으로부터 결정할 수 있으며 시뮬레이션에서 조정이 가능한 파라미터 역할을 한다.

### 3. 측정 장비와 방법

겹판스프링의 특성곡선을 구하기 위해 Fig. 5와 같은 장



Fig. 5. Actuator and the leaf spring

치를 설치하였다. 액추에이터로 겹판스프링의 가운데 부분에 하중을 가했다. 먼저 정적특성곡선을 구하기 위해 0kN에서 135kN까지 60초 동안 하중을 가하고(2kN/s) 다시 0kN까지 60초 동안 하중을 줄여나갔다.

동적특성을 연구하기 위해서 화물차량의 적재하중을 고려하여 예하중(preload)과 가진하중(excitation), 가진 주파수를 다양하게 바꾸면서 실험을 수행하였다.

새제품과 사용 중인 겹판스프링 20여개를 실험설계 때 고려했던 위의 경우를 각각의 스프링에 대하여 적용하여 실험을 수행하여 측정값을 얻었다. 겹판스프링은 독일철도 화물차량의 대차 DB661.1(Tds 928)모형에 사용하는 용수철로 8개의 판이 겹쳐있고 상판은 길이 1200mm, 폭 120mm, 두께 16mm로 아래로 내려가면서 점차로 길이를 짧게 만들었다 (DIN 4620 규격).

## 4. 실험결과

### 4.1 정적특성곡선

겹판스프링의 정적특성곡선은 다음의 Fig. 6과 같다. 부하를 가할 때와 줄일 때 만들어지는 곡선 사이의 면적은 스프링의 판 사이에 존재하는 쿨롱마찰력 때문에 생기는 에너지 손실량이다. 적당한 문턱하중 이상을 가해야 변위가 변하므로 실험곡선은 정확하게 원점에서 시작하지 않는다. 정적특성곡선을 고체역학에서 이론적으로 계산하면

$$w(L) = \frac{PL^3}{6EI_y} = 74.5 (mm) \quad (P = 100 kN).$$

겹판스프링의 가운데 부분의 최대 처짐이며 특성곡선 위와 아래 곡선 사이의 중간값에 해당하고 실제 측정값과 대략 10% 오차범위 안에서 일치한다. 그러나 계산으로 구한

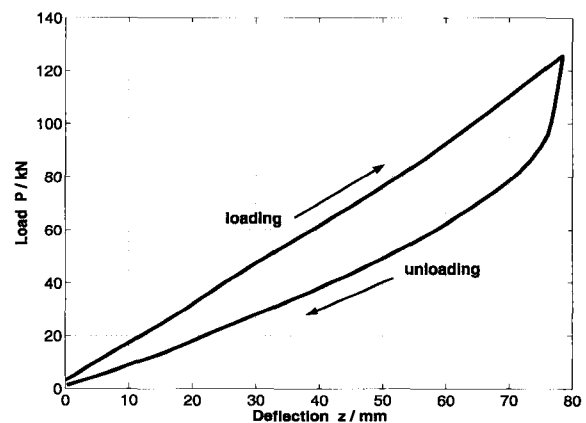


Fig. 6. Static hysteresis curve of leaf spring

값에 곱판스프링의 실제 크기를 대입할 때 판의 두께나 폭의 미세한 변화가 계산값에 영향을 심하게 주기 때문에 실험값과 정확하게 일치하지 않는다.

### 4.2 동적특성곡선

아래의 Fig. 7은 특정 예하중일 때 가진하중을 바꾸면서 수행한 결과다. 예하중 25kN은 비어있는 화물열차가 2개의 대차를 가지고 있으며 모두 8개의 곱판스프링이 장착된 경우 하나의 스프링에 걸리는 하중에 상응하는 무게다.

예하중에 상하 대칭으로 가진하중을 높여갈 때 응답진폭은 처음 진동의 중심에서 벗어나 변하고 있음을 볼 수 있다. 이것은 쿨롱마찰력이 작용할 때 정적 히스테리시스 때문에 생기는 현상으로 지금까지 미소 가진을 가정하고 진동중심을 일정하게 잡았던 모델과 상이한 결과를 볼 수 있다. Fig. 7은 미소 가진 때의 진동중심이 탈선과 같은 극심한 가진을 받았을 때 좌우로 이동하고 있는 특징을 보여준다.

## 5. 실험결과의 해석과 모델과의 비교

곱판스프링의 특성을 쿨롱마찰력으로 이해한다면 정적특

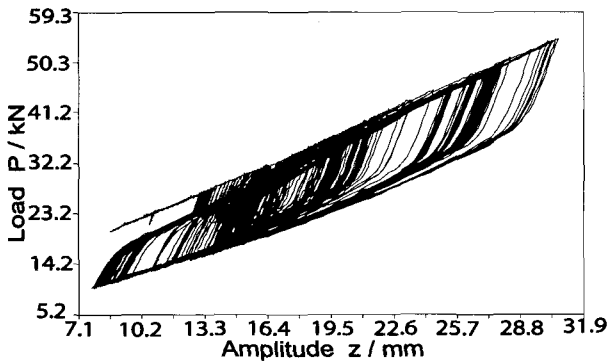


Fig. 7. Dynamic hysteresis of leaf spring

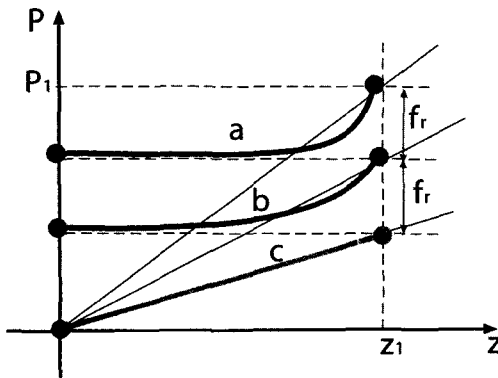


Fig. 8. Modeling: unload (a: Coulomb's friction, b: modification, c: static characteristic curve)

성곡선은 동적특성곡선의 특별한 경우로 취급할 수 있다. 쿨롱마찰력에서 하중을 반복적으로 가한 다음 원래 상태로 돌아왔을 때 만들어지는 히스테리시스 곡선 사이의 손실에너지는 가진주파수에 관계없음이 지금까지 알려져 있다. MEURER[5]는 본 연구에서 수행했던 실험치를 분석한 다른 논문에서도 이런 사실을 확인하였다.

지금까지의 연구결과는 히스테리시스 특성곡선을 지수함수로 근사시킨 POPP[8]나 작은 진폭의 가진을 준 경우[9]가 대부분이고 정적특성곡선과 동적특성곡선을 통합적으로 분석한 논문은 거의 없다. 곱판스프링을 쿨롱마찰력으로 이해하려면 단순한 모델로는 설명하기 어려운 부분이 들어있으며 단순한 쿨롱마찰력 모델을 수정해야만 한다. 이런 근거는 일정한 하중아래서 접촉면 사이의 마찰력을 다루는 쿨롱마찰력에 비해 곱판스프링은 하중이 계속 변하는 경우라는 사실로부터 들 수 있다.

단순한 쿨롱마찰력에 하중이 변하는 정도를 수정항으로 선택하여 진폭의 거듭제곱에 비례하는 단항식을 첨가하였고, 거듭제곱은 실험치와 비교하는 파라미터로 선택하였다. (Fig. 8에서 곡선 b; 진폭을 z라고 하면 수정항은 z<sup>n</sup>으로 n~1/8에서 1/12 사이의 값이다)

Fig. 8의 각 곡선은 아래와 같은 식으로 표현할 수 있다. (F<sub>1</sub> : 쿨롱마찰력, F<sub>2</sub> : 수정항, F<sub>3</sub> : 최소정적감쇠곡선, P : 전체하중, f<sub>r</sub> : 판간 마찰력)

$$P = F_1 + F_2 + F_3, \quad (\text{전체하중}) \quad (5)$$

$$F_1 = f_1 + f_2 + f_3, \quad (\text{쿨롱마찰력}) \quad (6)$$

$$d_1 \equiv -c(z_1 - z) + 2f_r, \quad d_2 \equiv \text{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{4} \frac{d_1}{\sigma}\right),$$

$$d_3 \equiv \text{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{cz_1 + f_r}{\sigma}\right), \quad (7)$$

$$f_1 = \frac{\sigma}{2\pi} \exp\left(-\frac{d_1^2}{8\sigma^2}\right) - \exp\left(-\frac{f_r^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$+ \frac{f_r}{2} \text{erf}\left(\frac{d_1}{2\sqrt{2}\sigma^2}\right) - \text{erf}\left(\frac{f_r}{\sqrt{2}\sigma^2}\right)$$

$$f_2 = -\frac{c}{2}(z - z_1) - f_r \sqrt{\pi}(d_3 - d_2)$$

$$+ \sqrt{2}\sigma \exp\left(-\frac{(-cz_1 + f_r)^2}{2\sigma^2}\right) - \exp\left(-\frac{d_1^2}{8\sigma^2}\right)$$

$$f_3 = c(z - z_1) \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{-cz_1 + f_r}{\sqrt{2}\sigma^2}\right), \quad (8)$$

$$F_2 = f_r \frac{z^{1/8}}{z_1^{1/8}}, \quad (\text{수정항}) \quad (9)$$

$$F_3 = k_1 z^2 + k_2 z + k_3. \quad (\text{정적감쇠곡선}) \quad (10)$$

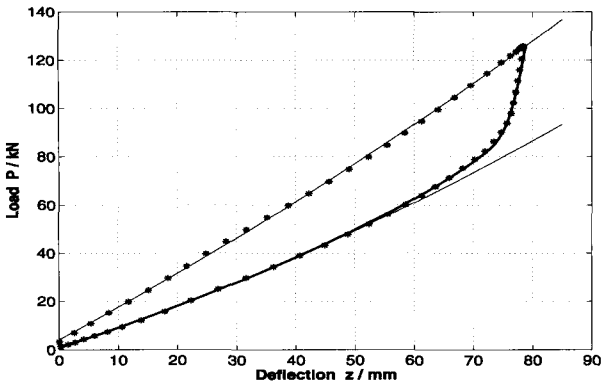


Fig. 9. Static (\*: measurement, -: simulation)

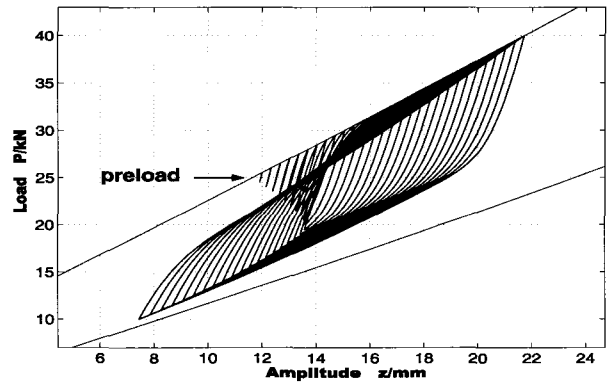


Fig. 11. Dynamic hysteresis curve of leaf spring through simulation

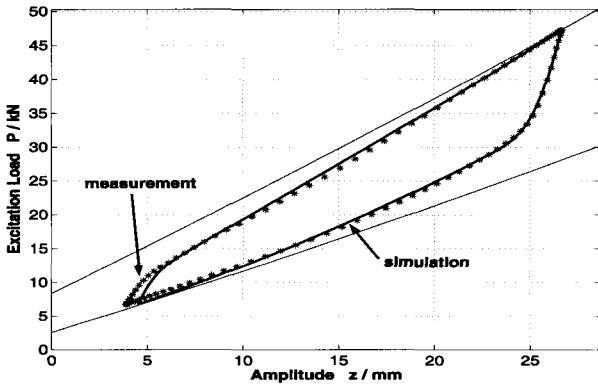


Fig. 10. Dynamic (\*: measurement, -: simulation)

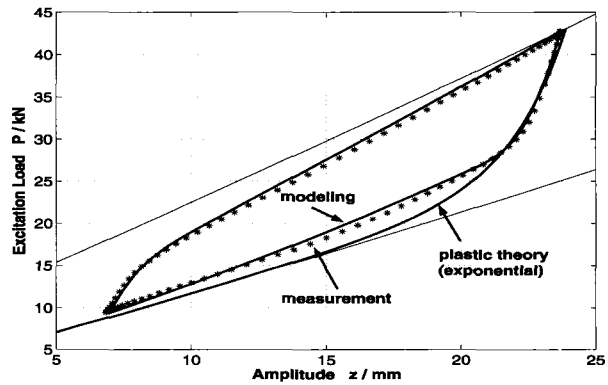


Fig. 12. Compare with the model in this paper and exponential approximation

식 (5)의 첫째항은 식 (6)이며 쿨롱마찰력에 의해 나타나는 힘이다. 이 항에다가 가우스분포를 대입하여 계산하면 식 (8)을 얻을 수 있다. 수정항은 식 (9)로 거듭제곱으로 나타낼 수 있으나 겹판스프링에 작용하는 수직항력의 크기가 줄어드는 양을 고려해서 지수함수의 크기를 정한다. 식 (10)의 이차곡선은 정적특성곡선으로부터 계수를 결정한다. ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ : 실험에서 정함)

이렇게 하여 정적특성곡선의 실험값과 모델링한 결과를 비교하면 Fig. 9와 같다. 모델링을 한 결과와 실험치가 거의 일치한다. 겹판스프링의 특성곡선은 가진을 하는 주파수에 관계없으므로 정적특성곡선에 적용을 한 알고리즘에 변화를 주지 않고 동적특성곡선에다 적용하여 실험치를 만족시켜야 한다. Fig. 10은 탈선을 한 후 극단적인 가진을 했을 때와 비슷한 상황인 예하중 25kN에 20kN의 힘을 주었을 때 동적특성곡선의 일부분이다. 실험치와 모델링을 한 결과가 거의 일치한다.

본 연구에서 모델링한 결과를 임의의 예하중과 가진하중으로 시뮬레이션하면 Fig. 11과 같다.

알고리즘에 예하중을 25kN으로 주고 0.5kN씩 증가를 시켰다. 이 특성곡선들은 실험결과와 일치하며 가진하중의 크기에 따라 진동중심이 예하중 중심에 있지 않고 이동하는 현상을 잘 설명해준다.

기존의 연구결과에 따르면 겹판스프링의 미소가진에 대한 동적특성곡선은 진동중심이 움직이지 않고 하중을 가할 때와 줄일 때 지수함수로 근사하는 공식을 이용하였다. 본 연구결과와 비교하면 Fig. 12와 같다. 가진폭이 클수록 지금까지의 연구결과와 수정항을 가미한 본 연구의 결과가 차이가 난다. 따라서 탈선과 같은 극단적인 가진을 줄 때 본 연구결과에 따른 해석이 더 적절함을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서 마찰력의 변화는 겹판스프링에 가하는 가진하중에 따른 수직력의 크기를 변화시키는 수정항을 대입함으로써 해결할 수 있다. 본 연구의 결과로 화물열차가 탈선한 후 극단적인 가진을 받았을 때 겹판스프링의 특성을 다

음과 같이 설명할 수 있다.

첫째, 정적특성곡선은 동적특성곡선의 일종으로 가진 주파수에 관계없이 특성곡선은 곁판스프링의 물성으로 결정된다. 시속 80km 이상으로 달리던 화물열차가 탈선한 직후 레일침묵에 의해 짧은 구간에 대략 40Hz 이상의 가진을 받아도 10Hz 이하인 정상운행 때와 같은 특성곡선으로 화물열차의 탈선을 연구할 수 있다.

둘째, 동적특성곡선은 가진폭이 작을 때는 지금까지 연구 결과와 같은 지수함수로 변하는 모델을 사용해도 된다. 그러나 탈선과 같은 가진폭이 증가할 때는 본 연구에서 모델링한 것과 같이 하중이 변하는 것을 고려해서 정적특성곡선에 접근하는 특성으로 취급해야 한다.

셋째, 동적특성곡선에서 조화가진을 줄 때 곁판스프링의 강성은 예하중과 가진하중에 따라 변하며 평균 스프링 강성으로 점성마찰력에서 나타나는 동적이력곡선처럼 대각선 방향의 강성을 택할 수 있다. 이때 강성은 가진하중이 작을수록 크며 가진이 탈선과 같은 극한 상황으로 가면 점차로 정적 강성으로 접근해간다.

본 연구로 곁판스프링의 동적특성을 이해함으로써 계산 알고리즘을 사용하여 실험을 통하지 않고도 임의의 하중이나 가진에 대하여 정적 및 동적특성곡선을 구할 수 있다. 또 특성곡선 사이의 면적을 구해서 감쇠력으로 작용하는 쿨롱 마찰력의 크기까지 계산할 수 있다. 계산 알고리즘은 철도 차량의 시뮬레이션 프로그램에(예를 들어, ADAMS/Rail이나 MEDYNA) 적용 가능하며, 화물차량의 탈선 특성을 시뮬레이션할 때 곁판스프링의 상수값들을 결정할 수 있다.



1. 김광석/이정우/유완석, "차량동역학 해석을 위한 곁판스프링의 힘요소 모델링 기법 개발에 관한 연구", 한국자동차공학회논문집, 제7권 제1호, pp.181-191.
2. 최선준/최연창/최재찬/권혁홍, "현가장치용 곁판스프링의 설계 프로그램 개발", 한국자동차공학회논문집, 제3권 제1호, pp.20-31, 1995.
3. KRANZ, A., "Beitrag zur Beschreibung der Eigenschaften geschichteter Trapezund Parabelfedern", Ph.D thesis, Universitaet Hannover, 1983.
4. STICHEL, S., "Running behavior of railway freight wagons with link bogies - a parametric study", technical report 1999:12, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1999.
5. MEURER, A., "Messen von Blattfeder - Kennwerten und deren Implementierung in ein MKS-Modell eines Gueterwagendrehgestells in der Simulationssoftware MEDYNA", Studienarbeit, FG Schienenfahrzeuge, TU-Berlin, 2002.
6. SCHIRMER, A., "Messungen der Kraft - Weg - Kennlinien der vier Blattfedern eines Gueterwagens der Bauart tds 928", Bericht 7/01, FG Schienenfahrzeuge, TU-Berlin, 2001.
7. IWAN, W.D., "A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response", Journal of Applied Mechanics 12, pp.612-617, 1966.
8. POPP, W./SCHIEHLEN, K., "Fahrzeugdynamik : Eine Einfuehrung in die Dynamik des Systems Fahrzeug-Fahrweg", B.G. Teubner, Stuttgart, 1993.
9. 문일동/오재운, "판스프링의 이력특성이 대형트럭의 조종성능에 미치는 영향에 관한 연구", 한국자동차공학회논문집, 제9권 제5호, pp.157-164, 2001.
10. HECHT, M./SCHIRMER, A., "Versuche zur Diagnose von Entgleisungen", ZEV+DET Glas, Ann.125 2001 8 August, pp.279-289, 2001.