

직선형 측지선에 기초한 원형보전형 메쉬 파라미터화

(Geodesics-based Shape-preserving Mesh Parameterization)

이 혜 영[†]
(Haeyoung Lee)

요약 구분선형 파라미터화의 특성 중 파라미터 평면상에서 중복되는 삼각형이 발생하지 않도록 하는 일대일 맵핑이 특히 강조된다. 일대일 맵핑은 아핀변환식의 비음수 계수 값으로 보장된다. Floater는 3차원 메쉬를 geodesic polar-mapping으로 평면화한 후 무게중심 좌표를 이용, 비음수 계수 값을 산출하였다. 그러나 평면화 된 삼각형은 이미 3차원상의 원형이 왜곡된 상태로 이 계수를 사용한 파라미터화는 원형왜곡을 심화시킨다. 본 논문에서는 기존의 Floater 방법을 개선한, 새로운 구분 선형 파라미터화 방법을 제안하고자 한다. 메쉬상의 직선형 측지선 길이를 이용하여 무게중심 좌표를 간단히 산출할 수 있는 새로운 방법으로 계산의 과부하 없이 비음수 계수 값을 3차원 메쉬상에서 직접 계산한다. 위의 비음수 계수로 구성된 선형시스템을 사용하여 삼각형의 중복이 없이 일대일 맵핑이 보장되는 구분선형 파라미터화를 제공한다. 본 방법은 기존 Floater방법의 평면화 단계를 제거함으로써, 이로 인한 원형왜곡을 감소시키고 파라미터화 전체 과정도 단순화 하였다.

키워드 : 파라미터화, 메쉬, 측지선, 무게중심 좌표, 텍스처맵핑

Abstract Among the desirable properties of a piecewise linear parameterization, guaranteeing a one-to-one mapping (i.e., no triangle flips in the parameter plane) is often sought. A one-to-one mapping is accomplished by non-negative coefficients in the affine transformation. In the Floater's method, the coefficients were computed after the 3D mesh was flattened by geodesic polar-mapping. But using this geodesic polar map introduces unnecessary local distortion. In this paper, a simple variant of the original shape-preserving mapping technique by Floater is introduced. A new simple method for calculating barycentric coordinates by using straightest geodesics is proposed. With this method, the non-negative coefficients are computed directly on the mesh, reducing the shape distortion introduced by the previously-used polar mapping. The parameterization is then found by solving a sparse linear system, and it provides a simple and visually-smooth piecewise linear mapping, without foldovers.

Key words : parameterization, mesh, geodesics, barycentric coordinates, texture mapping

1. 서론

최근 5년 동안, 파라미터 평면상에서 중복된 삼각형이 없는 일대일 맵핑을 보장하는 3차원메쉬의 구분선형 파라미터화(piecewise linear parameterization)에 대한 활발한 연구가 수행되고 있다. 구분선형 파라미터화는 모핑(morphing)[1,2], 리메싱(remeshing)[3,4], 기하이미지[5] 등, 기하 모델링 및 컴퓨터 그래픽스의 다양한 문제

점에 대한 명확하고 신뢰성 있는 해결방법을 제시한다.

그러나 현재까지 발표된 적절한 구분선형 파라미터화 방법은 소수이다. 에너지 분산에 기초한 전통적인 파라미터화는 단순한 선형시스템을 이용하여 빠른 시간 안에 시각적으로 상당히 설득력 있는 결과를 보여주지만, 일반적인 메쉬의 경우 맵핑된 삼각형의 크기가 너무 크거나 작아져 주변의 다른 삼각형과의 중복을 피할 수 있다는 보장이 없다[3,6-9]. 이러한 삼각형의 중복을 방지하기위해 삼각형의 면적이나 길이 등의 왜곡정도를 측정하여 기준값이 될 때까지 맵핑을 계속 반복하는 비선형 방법[10,11]이 제안되었다. 이러한 비선형 방법들은 특정 어플리케이션의 경우에는 신뢰할 수 있는 방법이

* 이 논문은 2004년도 홍익대학교 교내연구비에 의하여 지원되었음

† 정 회 원 : 홍익대학교 컴퓨터공학과 교수
leeh@cs.hongik.ac.kr

논문접수 : 2004년 1월 29일

심사완료 : 2004년 4월 6일

지만 단순한 선형방법보다 처리시간이 훨씬 많이 소요되는 단점이 있다.

선형시스템을 이용하여 일대일 맵핑을 보장하는 파라미터화 또한 이미 소개된 바 있다. 그래프이론 분야에서 Tutte는 임의로 삼각분할된 메쉬에 대한 구분선형 파라미터화 방법을 제안했다[12]. 아이디어는 간단하다: 삼각형의 각 변(edge)을 선형 스프링으로 생각하는 것이다. 3차원 메쉬의 경계를 파라미터 평면상의 컨벡스 도형의 경계로 고정되도록 맵핑한 후, 메쉬를 연결된 스프링으로 간주하여 메쉬 내부 점들의 정지위치(rest position)을 찾아내는 것이다. 이 방법은 이론적으로는 간단하지만 실제 파라미터화한 결과를 사용하여 텍스처 맵핑을 하면 많은 부분에서 텍스처의 왜곡현상이 생긴다(그림 1). 이는, 3차원 메쉬상의 삼각형이 파라미터 평면에서는 전혀 다른 형태의 삼각형으로 대응되기 때문이다. 1997년 Floater는 원형보전형 파라미터화(shape-preserving parameterization)[13]라는 위와 비슷한 방법을 제안하였다. 스프링의 탄력성(stiffness)을 국부적인 모양(local geometry)에 의해 결정되도록 하여 규칙적인 형태의 정규메쉬에서 왜곡현상이 많이 감소하도록 하였다. 또한, 2003년에 Floater는 점의 위치가 변해도 부드럽게 파라미터화(smooth dependency on the vertices)할 수 있는 mean value coordinates[14]라는 새로운 구분선형 파라미터화 방법도 발표하였다.

본 논문에서는 첫 번째 발표된 Floater[13]방법을 개선한 새로운 원형보전형 파라미터화 방법을 소개하고자 한다. 이 방법은 단순화된 과정으로 왜곡현상을 더욱 감

소시키고 메쉬상의 삼각형의 크기가 작을 경우는 Floater의 새로운 방법[14]보다도 왜곡현상이 감소되어 그림 9와 같은 텍스처맵핑이 가능토록 하는 파라미터화이다(단, 본 방법은 점간의 연속성은 보장되지 않는다). 그러므로 이 새로운 방법이 일대일 맵핑이 필요한 많은 어플리케이션의 보완된 해결책으로 사용될 수 있기를 기대한다.

2. 원형보전 파라미터화

지금까지 가장 많이 사용되고 있는 일대일 맵핑은 Floater에 의해서 정의된 원형보전형 파라미터화[13]이다. 본 논문에서 제안된 방법은 Floater의 방법을 확장 보완하였으므로 먼저 이 방법을 살펴보고자 한다.

2.1 Floater 알고리즘 개요

다른 선형방법과 같이 원형보전형 파라미터화의 일반적인 set-up은 다음과 같다. 메쉬의 내부에 속한 각 점 v_i 에 대하여 이점과 바로 연결된 이웃 점 $(v_j)_{j \in N(i)}$ 에 대응하는 파라미터 평면상 좌표점인 $u_i = (u_i, v_i)$ 와 $u_j = (u_j, v_j)$ 간의 선형관계를 다음과 같이 식으로 구성한다:

$$\sum_{j \in N(i)} a_{ij}(u_j - u_i) = 0 \quad (1)$$

메쉬의 경계에 속한 점은 파라미터 평면상에서 고정된 위치를 갖는다(보통 메쉬의 경계에 속한 점은 인접한 점간의 거리를 3차원 대 2차원간의 길이의 비율에 맞도록 조정된 후 파라미터 평면상의 정사각형, 원, 또는 다른 컨벡스 형태의 2차원 도형의 경계로 맵핑된다). 그 다음 위의 식은 $Au=b$ 의 선형시스템으로 변형되어 스파스매트릭스 A 의 성질을 이용한 Preconditioned Bi-Conjugate Gradient 방법에 의해 파라미터화 한다. 메쉬의 경계가 파라미터 평면상의 컨벡스의 경계로 고정되어있는 한 위의 파라미터화의 결과는 일대일 맵핑이 보장된다. 이 알고리즘의 핵심은 원형보전을 가능하게 하는 비음수(non-negative) 계수인 a_{ij} 값을 찾는 방법이다. Tutte[12]가 제안했던 방법에서는 고정된 상수로 계수를 사용하여 파라미터화 된 삼각형 내부의 각도와 각 변의 길이가 많이 왜곡되었다. 다음절에서는 a_{ij} 값이 어떻게 메쉬의 국부적인 모양(local geometry)을 반영하도록 고안됐는지 자세히 살펴본다.

2.2 비음수 계수 산출방법

Floater는 다음의 두 단계를 메쉬 내부에 속한 모든 점 v_i 에 적용하여 비음수 계수를 산출하도록 제안하였다: [1]먼저, v_i 와 한 개의 변으로 연결된 모든 이웃 점(1-ring)을 평면화(Flatten)한다.

[2]평면화된 1-ring에서, v_i 의 무게중심 좌표를 이웃 점의 위치를 이용하여 컨벡스 조합(convex combination)으로 나타낸다.

2.2.1 일 단계 이웃 평면화



그림 1 두 모델 Nefertiti와 Hat1에 대한 파라미터화 결과 비교: 좌에서 우로

Tutte[12], 기존 Floater[13], 새로운 Floater[14], 본 논문의 축지선에 기초한 방법에 의해 파라미터화를 적용하여 텍스처맵핑한 결과. Nefertiti모델의 경우 Tutte의 방법이 가장 큰 왜곡현상이 나타나지만 Hat1의 경우 새로운 Floater 방법이 모자의 위 부분에서 면적 왜곡현상이 가장 크게 나타난다.

첫 번째 단계는 Welch와 Witkin[15]에 의해 처음으로 소개된 local geodesic polar map을 사용한다. 이를 통해, 점 v_i 와 이웃점과의 변 길이가 보존되고, 연속된 두개의 변 간의 각도도 공통된 비율로 보존(3차원 메쉬상의 점 v_i 주위 각도의 합이 2π 가 아닐 수 있다는 점을 감안하여)되어 2차원 파라미터 평면상의 isomorphic 1-ring으로 대응된다. 이 맵핑은 메쉬상의 모든 점에 대해서 점진적으로 쉽게 수행될 수 있다. 먼저 점 v_i 와 연결된 첫 번째 변을 선택하여 길이를 보존하도록 맵핑한 후 점 v_i 를 중심으로 모든 이웃점을 길이와 각도 조건을 보존하도록 맵핑한다. 이러한 국부맵핑(local mapping)은 각도 비율과 어느 정도의 국부길이(local length)를 보존하므로 conformal mapping이라 할 수 있다. 이렇게 일 단계 이웃 평면화를 한 후 다음절에서 설명한 바와 같이 컨벡스 조합을 만들어 비음수 계수를 산출한다.

2.2.2 컨벡스 조합

두 번째 단계는 다음과 같다. 평면화된 1-ring에서 중심점 v_i 와 이웃점 v_j 간의 변 $v_i v_j$ 을 연장하여 1-ring의 반대편 경계와 만나도록 한다(그림 2). 변 $v_i v_j$ 는 확장되어 $v_j v_i'$ 가 되어 마주보는 변 $v_k v_i$ 을 지난다. 점 v_i 은 이웃한 세점(v_j, v_k, v_i)으로 이루어진 n 개의 삼각형 내부에 속하게 되므로, Floater는 이 n 개의 삼각형 내에서 v_i 의 무게중심 좌표(barycentric coordinates)를 구한 후 평균값을 내어 식 (1) 형태의 컨벡스 조합을 만들도록 제안하였다.

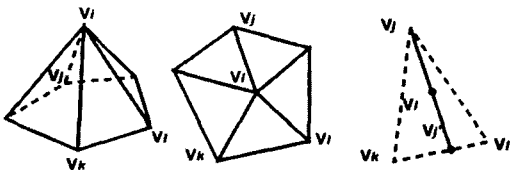


그림 2 Floater의 원형보전 파라미터화: geodesic polar map을 사용하여 평면화한 후 V_j 와 마주보고 있는 변 $V_k V_l$ 로 이루어진 삼각형에서 V_i 의 무게중심 좌표를 계산한다.

2.3 문제점

이웃점과의 관계를 이용하여 한 점의 위치를 나타내는 무게중심 좌표를 찾는 방법은 이미 많은 논문에서 [13,1,16] 원형보전형 파라미터화의 한 방법으로, 또는 왜곡현상을 줄이는 대안[8]으로 발표된 바 있다. 위의 절에서 설명된 단계를 적용하면 비음수 계수를 산출할 수 있고 regular mesh에서는 3차원과 2차원 삼각형간의 왜곡현상이 거의 나타나지 않을 정도로 왜곡을 줄일 수 있다. 그러나, geodesic polar map을 수행할 때 길이와 각도를 모두 보존하려면 국부적인 왜곡현상이 생

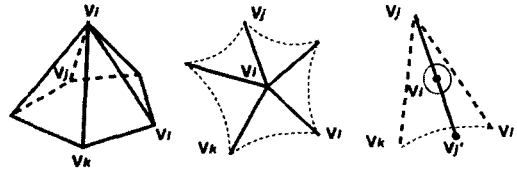


그림 3 V_i 의 Gaussian curvature가 2π 보다 작은 경우, 길이와 각도를 모두 보존하려면 V_k 와 V_l 간의 안쪽 곡선위로 V_j' 가 맵핑되어야 한다.

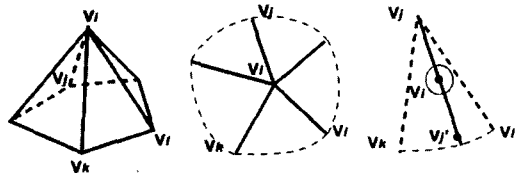


그림 4 V_i 의 Gaussian curvature가 2π 보다 큰 경우, 길이와 각도를 모두 보존하려면 V_k 와 V_l 간의 바깥쪽 곡선위로 V_j' 가 맵핑되어야 한다.

긴다. 1-ring 중심점 v_i 의 Gaussian curvature가 2π 라면 평면화된 후 확장된 변 $v_i v_j$ 과 반대편 경계 $v_k v_l$ 과 만나는 점 v_j' 가 그림 2의 직선으로 된 변 $v_k v_l$ 위에 있겠지만 2π 보다 작다면 삼각형의 안쪽의(그림 3) 곡선으로 된 경계 위로, 2π 보다 크다면 삼각형 바깥쪽의(그림 4) 곡선으로 된 경계위로 맵핑되어야 한다.

Floater[13]의 컨벡스 조합은 선형화된 exponential map에서 결정되므로 무게중심좌표는 이미 왜곡된 평면에서 산출됨을 알 수 있다. 다음 장에서 1-ring 평면화 단계를 제거하여 단순화된 방법으로 왜곡현상을 더욱 감소시킬 수 있는 새로운 원형보전형 파라미터화 방법을 소개한다.

3. 직선형 측지선을 이용한 원형보전형 파라미터화 알고리즘 제안

기존 Floater의 원형보전형 파라미터화는[13] 두 단계를 거쳐 컨벡스 조합을 만든다. 그 첫째 단계인 일단계 이웃 평면화 과정에서 원형 왜곡현상이 발생할 수 있다. 그러므로, 평면화 과정을 제거하여 파라미터화 과정도 단순화하고 원형 왜곡의 소지를 줄일 수 있는 새로운 파라미터화 방법을 제안 하고자한다.

3.1 국부 직선형 측지선

삼각매쉬의 “직선형 측지선(straightest geodesics)”의 개념은 Polthier와 Schmies[17]에 의해 소개되어 이산 곡면(discrete surface)에서 파면(wavefronts)의 진화과정 산출 및 시각화에 적용되었다[18,19]. 2.2절에서 설명된 Floater의 방법, 즉 중심점을 통과하도록 변의 길이

를 연장하는 방법은 메쉬에서 직선형 측지선을 추정하는 방법과 일치한다. polar map은 각도를 일정비율로 조절하므로 연장된 선 즉, 그림 2의 변 $v_j v_j'$ 위의 점 v_i 에서 양쪽의 각도는 같다. 이와 대응되는 메쉬상의 선 즉, 그림 5의 $V_j V_j'$ 가 바로 구분선형 직선형 측지선 (straightest geodesic piecewise-linear curve)이다. 그림 2의 $v_j v_j'$ 와의 차이는, 이 직선형 측지선과 반대방향 곡면의 변 $V_k V_k'$ 과 만나는 점의 위치가 다르다는 것이다. 이 만나는 점 V_j' 은 polar map을 수행한 후의 평면화 된, 왜곡현상이 잠재한 점 v_j' 이 아니라, 실제 3차원곡면에 위치한 점이므로 왜곡발생의 소지가 줄어든다.

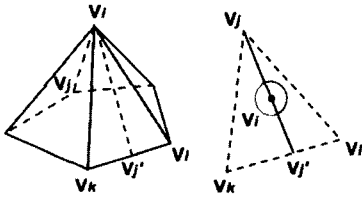


그림 5 직선형 측지선을 이용한 파라미터화: $V_j V_j'$ 를 연장하여 직선형 측지선 $V_j V_j'$ 을 구한다. V_j' 의 3차원 상의 실제 위치가 계산에 사용되므로 Floater [13]의 평면화 단계에서 발생하는 왜곡이 감소된다.

V_i 의 무게중심 좌표를 산출하려면 $V_k V_k'$ 와 $V_j V_j'$ 를 연장한 다른 직선형 측지선도 구해야 한다. 이 측지선 계산을 위한 처리시간을 단축하기 위해, 평면상 삼각형의 무게중심 좌표와 일치하고 계산도 간단한 새로운 산출 방법을 소개한다.

3.2 길이비율에 의한 무게중심좌표 산출 방법

3차원상의 면적이나 측지선을 모두 계산하지 않고 한 개의 측지선과 이와 만나는 변의 길이를 갖고 무게중심 좌표를 다음과 같이 산출할 수 있다. 그림 5의 $\Delta V_j V_i V_l$ 에서, V_i 와 이웃점 V_j 를 연장한 직선형 측지선 $V_j V_j'$ 의 길이는 $|V_j V_i| + |V_i V_j'|$ 이고, 이와 만나는 반대편 경계변의 길이는 $|V_k V_l|$ 일 때, 무게중심 좌표는 다음과 같이 계산할 수 있다:

$$\begin{aligned} w_j &= |V_i V_j'| / (|V_j V_i| + |V_i V_j'|) \\ w_k &= (1 - w_j) |V_j V_i| / |V_k V_l| \\ w_l &= (1 - w_j) |V_k V_j'| / |V_k V_l| \end{aligned} \tag{2}$$

w_j 는 직선형 측지선 $V_j V_j'$ 의 길이를 사용하고, 나머지 계수 w_k 와 w_l 은 w_j 와 반대편 경계변의 길이를 사용한다. w_k 와 w_l 은 같은 방법으로 계산되므로, w_k 에 대해서만 살펴보자.

w_k 계산은 그림 6에서 알 수 있듯이 $\Delta V_j V_i V_l$ 이 전체 삼각형 $\Delta V_j V_k V_l$ 에서 차지하는 면적비율을 의미한다. 그러나 $\Delta V_j V_i V_l$ 의 면적비율을 직접 계산하기보다, 이 삼

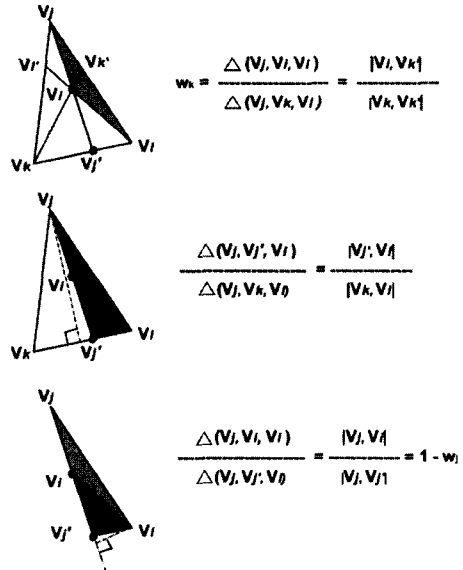


그림 6 w_k 계산방법: 직선형 측지선 $V_k V_k'$ 이나 삼각형 $V_j V_i V_l$ 의 면적을 계산하지 않고 높이가 같은 두 개의 삼각형의 면적비율은 밑변의 길이비율과 같다는 성질을 이용한다.

각형은 이미 구한 측지선 $V_j V_j'$ 과 반대편 경계변의 일부로 이루어진 $\Delta V_j V_j' V_l$ 내에 포함되므로 $\Delta V_j V_j' V_l$ 이 전체 삼각형 $\Delta V_j V_k V_l$ 에서 차지하는 면적비율과 $\Delta V_j V_j' V_l$ 내에 포함되는 $\Delta V_j V_i V_l$ 의 면적비율을 이용하여 간접적으로 계산할 수 있다. 또, 두 삼각형의 높이가 같을 경우 삼각형의 면적비율은 밑변의 길이비율과 같으므로, 위의 두 간접비율은 해당삼각형의 밑변의 길이비율을 사용할 수 있고, 또한 $\Delta V_j V_j' V_l$ 과 $\Delta V_j V_i V_l$ 의 밑변의 길이비율은 이미 계산된 w_j 를 이용할 수 있으므로 아래와 같은 관계가 성립되어 위의 계산식(2)가 산출된다.

$$\begin{aligned} w_k &= \Delta \frac{\Delta(V_j V_i V_l) \text{면적}}{(\Delta V_j V_k V_l) \text{면적}} \\ &= \frac{(\Delta V_j V_j' V_l) \text{면적}}{(\Delta V_j V_k V_l) \text{면적}} * \frac{(\Delta V_j V_i V_l) \text{면적}}{(\Delta V_j V_j' V_l) \text{면적}} \\ &= \frac{(\Delta V_j V_i V_l) \text{길이}}{(\Delta V_j V_k V_l) \text{길이}} * (1 - w_j) \end{aligned}$$

계수 w_j, w_k, w_l 의 합은 1이고 모두 0에서 1사이의 값이므로 파라미터화 결과 삼각형의 중복이 발생하지 않는 일대일 맵핑이 보장된다. 또한, 위의 식 (2)의 모든 길이는 메쉬상에서 직접 계산된 것이므로 Floater [13]의 geodesic polar-map 적용시 발생할 수 있는 원형왜곡의 소지를 줄여준다.

3.3 비음수 계수 계산 방법

요약하자면, 식 (1)의 계산을 위한 스파스매트릭스 A 의 i 번째의 열에 해당하는 계수는 다음과 같이 산출한다:

매쉬 내부에 속한 점 V_i 의 n 개의 일 단계 모든 이웃점 V_j 에 대하여

- $V_j V_i$ 를 확장한 직선형 측지선을 구하고 이와 만나는, 일 단계 이웃 범위에 속한 점 V_j 를 찾는다. V_j 은 변 $V_k V_l$ 위에 있다.
- 일 단계 이웃 점 V_j, V_k, V_l 을 위한 계수 w_j, w_k, w_l 를 식 (2)를 이용하여 계산한다.
- 산출된 계수 값을 합한 후 n 으로 나눈다(평균값 산출)

위의 방법으로 산출된 계수는 바로 2.1절에서 설명된 계수 α_i 이므로, 매쉬의 모든 내부점에 대하여 위의 알고리즘을 적용하여 계수를 계산하고 스파스매트릭스를 만들고 난 후 2.1절에 설명된 방법으로 파라미터화 하면 그림 1과 그림 5의 결과를 얻을 수 있다.

[18,19]에 설명된 방법으로 직선형 측지선과 반대방향의 변과 만나는 점을 계산하는 것이 Floater의 반대방향의 변과 만나는 점을 계산하는 것 보다 계산단계가 조금 많을 수 있지만, 무게중심좌표를 Floater의 방법에서와 같이 삼각형의 면적을 계산하여 산출하지 않고 길이 비율에 의해 산출하기 때문에 전체적인 연산의 수와 복잡성이 많이 줄어든다. 그러므로, 본 논문에서 제안된 방법은 기존 Floater[13]의 파라미터화를, 개념적으로 투영(projection)과정을 제거하였고 실제적으로 계산의 부하 없이 왜곡현상을 줄이도록 개선한 방법이다.

3.4 다른 알고리즘과의 비교

본 논문에서 제안된 새로운 방법은 Floater의 원형보전형 파라미터화의 두 단계를 한 단계로 결합한 방법이다: geodesic polar map 단계를 없애고 국부 측지선 길이 비율을 사용하여 계수를 직접 매쉬상에서 산출하였다. 비음수 성질이 보장되며 일 단계 이웃으로 이루어진 모든 전개곡면(developable 1-ring)에 대해 무게중심 좌표를 산출한다.

또한, Floater는 조화함수(harmonic function)를 위한 Mean Value Theorem을 이용하여 무게중심 좌표값을 산출하는 새로운 파라미터화를[14] 2003년에 발표하였다. 그림 7과 같이 내부점을 v_0 , 이웃점을 v_i 라 하면 다음 식 (3)으로 비음수계수 λ_i 를 구하도록 제안하였다:

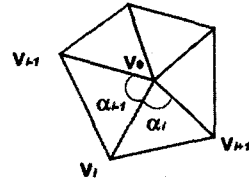


그림 7 Floater의 새로운 방법에서는 계수 값이 조화함수를 위한 mean value theorem을 이용 산출된다.

$$\lambda_i = w_i / (\sum_j w_j), w_i = (\tan(\alpha_{i-1}/2) + \tan(\alpha_i/2)) / \|v_i - v_0\| \quad (3)$$

지금까지 파라미터화의 왜곡정도는 주로 시각적인 결과로 비교해 왔다. 그러나 위의 세 방법은 시각적으로 거의 비슷한 결과를 도출한다(그림 1). 3차원상의 삼각형의 면적과 파라미터평면상의 삼각형의 면적의 차이를 감소시키도록 한 기존의 파라미터화[8,11]를 참조하여, Floater의 원형보전형 파라미터화, mean value theorem, 그리고 본 논문에서 제안된 직선형 측지선을 이용한 방법간의 왜곡정도를 모델내의 모든 삼각형의 면적 차이로 다음 식 (4)를 이용, 측정하였다.

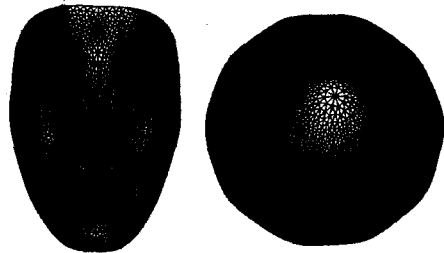


그림 8 그림 1에 사용된 매쉬: 본 논문에서 제안된 방법에 의해 면적 왜곡정도가 가장 낮은 부드러운 매쉬의 예

$$\text{면적 왜곡률} = \frac{(3\text{차원상의 삼각형면적} - 2\text{차원상의 삼각형면적})^2}{2\text{차원상의 삼각형면적}} \quad (4)$$

표 1에 제시된 바와 같이 직선형 측지선을 이용한 방법은 Floater의 기존 원형보전형 방법[13]보다 항상 왜

표 1 파라미터 방법간 면적 왜곡 비교

모델 명	모델 내 삼각형 수	직선형 측지선	기존 원형보전형[1]	Mean Value[2]
ear	8471	0.2779	0.2782	0.2200
hat1	10240	0.3078	0.3089	1.1294
nefertiti	8992	0.5313	0.5373	0.6448
top-fan	9926	1.4050	1.4058	1.3148
mountain	4802	0.5495	0.5512	0.4827
hat2	2560	0.7422	0.7485	1.3177

곡정도가 낮다. 또한, 그림 8의 예와 같이 모델 내의 삼각형의 크기가 작고 부드러운 경우에는 Floater의 새로운 Mean Value 방법[14]보다도 직선형 측지선에 의한 파라미터화의 왜곡률이 낮음을 알 수 있다. 계산 소요시간은 Floater의 두가지 파라미터화를 위한 실행파일을 얻을 수 없었고, 본 저자가 구현한 실행파일로 비교하는 것도 무의미 하므로 측정하지 않았다. 그러나, Floater의 Mean Value 방법[14]에서는 tangent값을 합산하여야 하고 직선형 측지선을 이용한 방법에서는 측지선거리를 합산해야 하므로 소요시간은 비슷할 것으로 예측된다.

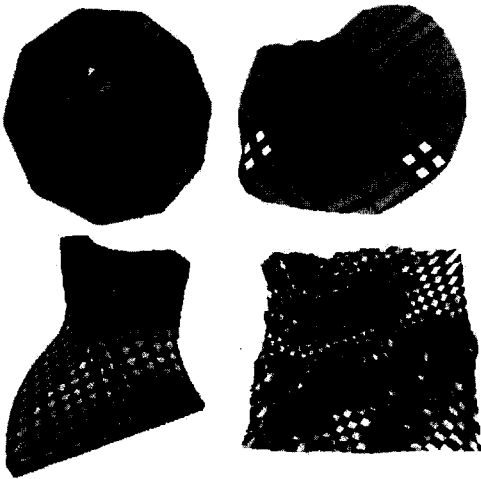


그림 9 논문에서 제안한 직선형 측지선에 기초한 파라미터화로 텍스처매핑을 적용한 예. 상좌: Hat2, 상우: Ear, 하좌: Top-Fan, 하우: Mountain

4. 결론

본 논문에서는 직선형 측지선을 이용한 새로운 일대일 대응 원형보전형 파라미터화 알고리즘을 소개하였다. 제안된 방법은 구분선형 파라미터화의 아편면환식에서 사용될 비음수 계수를 3차원 메쉬상에서 직접 산출하도록 기존의 Floater방법[13]을 개선, 파라미터화 과정을 단순화하고 계산과정의 과부하 없이 원형왜곡을 감소시킨다. 이는, 비음수 계수 값 계산에 사용된 무게중심 좌표를 내부 세삼각형의 면적이나 삼각형 내부의 점을 지나는 세변의 모든 길이를 측정하지 않고, 한 개의 직선형 측지선과 이와 만나는 변의 길이비율만을 사용하여 간단히 계산 할 수 있는 방법으로 가능하였다. 또한, 작은 삼각형으로 구성된 부드러운 메쉬일 경우 Floater의 새로운 Mean Value방법[14]은 면적 왜곡정도가 Floater의 기존 원형보전형 방법보다도 높으므로 본 논문에

서 제안된 직선형 측지선을 이용한 방법은 특히 작은 삼각형으로 구성된 메쉬일 경우, 원형보전을 위한 파라미터화에 적합한 것으로 사료된다.

본 방법의 단점으로는 계수 값이 점의 위치에 따라 연속적으로 변하지 않는다는 것 뿐이다: [16]에 언급된 바와 같이 Floater의 기존 계수 값은 C^0 이므로 본 논문에서 제안된 방법도 C^0 이다. 애니메이션의 경우, 파라미터화가 연속적으로 이루어지지 않아 시각적 부작용이 생길 수 있지만, 본 연구의 동기이기도 한 정지된 곡면의 파라미터화에서는 본 논문의 제시된 그림 1 및 그림 9와 같이 전혀 영향을 주지 않는다.

참고 문헌

- [1] M. Floater and C. Gotsman, "How to Morph Tilings Injectively," J. Comp. Appl. Math., pp. 117-129 1999.
- [2] V. Surazhsky and C. Gotsman, "High quality compatible triangulations," Proceedings of the International Meshing Roundtable(Ithaca, NJ), 2002.
- [3] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery, and W. Stuetzle, "Multiresolution Analysis of Arbitrary Meshes," Proceedings of SIGGRAPH 95, pp. 173-182, 1995.
- [4] P. Alliez, M. Meyer, and M. Desbrun, "Interactive geometry remeshing," Proceedings of SIGGRAPH 2002, ACM Transactions on Graphics, Vol. 21, 3, pp. 347-354, 2002.
- [5] X. Gu, S. J. Gortler, and H. Hoppe, "Geometry images," Proceedings of SIGGRAPH 02, ACM Transactions on Graphics, pp. 355-361, 2002.
- [6] U. Pinkall and K. Polthier, "Computing discrete minimal surfaces," Experimental Mathematics, 2(1), pp. 15-36, 1993.
- [7] S. Haker, S. Angenent, A. Tannenbaum, R. Kikinis, G. Sapiro, and M. Halle, "Conformal Surface Parameterization for Texture Mapping," IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 6(2), pp. 181-189, 2000.
- [8] M. Desbrun, M. Meyer, and P. Alliez, "Intrinsic parameterizations of surface meshes," Eurographics 2002 Conference Proceedings, 2002.
- [9] B. Lévy, S. Petitjean, and J. Maillot, "Least Squares Conformal Maps for Automatic Texture Atlas Generation," ACM SIGGRAPH Proceedings, 2002.
- [10] A. Sheffer and E. de Struler, "Surface Parameterization For Meshing by Triangulation Flattening," Proceedings of the 9th International Meshing Roundtable, Sandia National Labs, pp. 161-172, 2000.
- [11] P. V. Sanders, J. Snyder, S. J. Gortler, and H. Hoppe, "Texture mapping progressive meshes,"

- Proceedings of SIGGRAPH 2001, pp. 409-416, 2001.
- [12] W. T. Tutte, "How to Draw A Graph," Proc. London Math. Soc., pp. 743-768, 1963.
- [13] M.S. Floater, "Parameterization and smooth approximation of surface triangulations," Computer Aided Geometric Design, 14(3), pp. 231-250, 1997.
- [14] M. Floater, "Mean Value Coordinates," CAGD (20), pp.19-27, 2003.
- [15] W. Welch and A. Witkin, "Free-form shape design using triangulated surfaces," Proceedings of SIGGRAPH 94, pp. 247-256, 1994.
- [16] M. Meyer, H. Lee A. Barr, and M. Desbrun, "Generalized barycentric coordinates to irregular n-gons," Journal of Graphics Tools, 7(1), pp. 13-22, 2002.
- [17] K. Polthier and M. Schmies, "Straightest geodesics on polyhedral surfaces," Mathematical Visualization, pp. 135-150, 1998.
- [18] K. Polthier and M. Schmies, "Geodesic flow on polyhedral surfaces," Proceedings of Eurographics-IEEE Symposium on Scientific Visualization '99, 1999.
- [19] H. Lee, L. Kim, M. Meyer, and M. Desbrun, "Meshes on Fire," Computer Animation and Simulation 2001 (Eurographics Workshop), pp. 75-84, 2001.



이 해 영

1986년 연세대학교 수학과 학사. 1992년 미국 San Jose State University 전산과 석사. 2003년 미국 University of Southern California 전산과 박사. 1992년 비손텍 3D director. 1993년~1999년 한국통신 연구센터 전임연구원. 현재 홍익

대학교 컴퓨터 공학과 전임강사