

## 매개변수 개념의 교수-학습에 관한 연구

김 남 희\*

본 논문은 학교수학에서 다루어지고 있는 매개변수 개념의 교수-학습에 관한 논의이다. 우리나라 수학교과서에서 매개변수 개념은 중학교 수준의 학습내용과 관련된 대수적 표현에서 자주 다루어지고 있음에도 불구하고 그 개념에 대한 용어 정의는 고등학교 선택교육과정 교과서에서 비로소 도입되고 있기 때문에 매개변수 개념 이해를 위한 수학교사의 교수학적 노력이 요망된다. 본 논문에서는 학교현장에서 매개변수 개념의 지도를 위한 교수학적 시사점을 이끌어 내기 위해 매개변수의 개념 정의를 분석하고 우리나라 수학과 교육과정상에서 매개변수가 도입되는 맥락을 외국의 사례와 비교해서 검토한다. 또한 선행연구를 통해 대수학습의 관점에서 매개변수 개념 이해의 중요성을 확인하고 매개변수 개념이 학교수학에서 의미 있게 다루어져야 할 학습맥락에 대해 논의해 본다. 마지막으로 본 논문의 연구내용을 종합하여 매개변수 개념의 교수-학습을 위한 시사점을 요약하여 제시한다.

### 1. 머리말

대수중심의 학교수학 학습에서 학생들이 변수로 사용된 문자의 의미와 사용방식을 이해하는 것은 대수식이 나타내고 있는 수학적 아이디어를 올바르게 파악하고 나아가 변화를 함의하는 수학적 아이디어를 변수를 사용하여 바르게 표현하기 위한 중요한 토대이다. 학교수학의 기초개념인 변수 개념의 올바른 교수-학습은 우리나라 수학교육과정의 첫 번째 목표 즉, '수학적인 기초 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계 이해'의 측면 뿐 만 아니라 일찍이 미국 수학교사협회(NCTM, 1989, 2000)에서 강조해 온 '의사소통', '추론', '문제해결', '수학적 연결성'의 기준(Standards)을 효과적으로 실

행하는 측면에서도 중요한 의미를 지닌다.

많은 선행연구에서 밝혔듯이, 학교수학의 교수-학습상황에서 변수는 다양한 의미를 가지면서 여러 가지 양상으로 나타나고 있다. 공식, 방정식, 항등식, 함수식 등의 여러 가지 대수식이 학교수학의 지도내용에서 다루어지고 있지만 서로 다른 양상으로 사용된 문자기호가 '변수'라는 하나의 용어로 통칭됨으로써 학생들은 각 대수식에서 변수로 사용된 문자가 담당하고 있는 역할과 그 의미에 대해 반성해 볼 수 있는 기회를 충분히 갖고 있지 못한 실정이라고 할 수 있다. 특히 주어진 식에 대입 또는 식의 계산만으로 답을 구하는 문제를 주로 다루는 수학수업일수록 대수적인 절차만이 강조됨으로써 학생들은 변수의 형식적인 처리 즉, 변수 기호에 적절한 수학적 아이디어를 연결시키지

\* 전주대학교, nhkim@jj.ac.kr

못하고 의미없는 기호조작만으로 문제를 해결하기 쉽다. 이러한 수학학습에 대한 우려로 선행 연구결과는 학생들이 상위학습으로 진행됨에 따라 대수학습에서 겪는 주된 어려움이 변수 의미에 대한 이해 자체에서부터 발생되고 있음을 지적하기도 한다(Leitzel, 1989; Collis, 1974; Wagner, 1981; Clement, 1982; Rosnick, 1981; Usiskin, 1988).

위와 같은 문제의식 속에 그 동안 수학교육 연구에서는 일반적인 의미로서의 변수 개념의 교수-학습에 관한 연구가 지속적으로 행해져 왔다. 이제는 변수 개념을 보다 세분화하여 다양한 변수 개념이 학교수학의 내용전개에 어떤 맥락에서, 어느 정도로 다루어지고 있는지를 분석하고 그에 대한 교수-학습은 어떻게 이루어지는 것이 바람직한 것인가에 대해 심층적인 접근을 해 보아야 할 시점이다.

본 논문에서는 우선 우리나라 수학교육과정에서 용어로 사용되고 있는 매개변수 개념을 논의의 대상으로 하여 그 교수-학습의 문제에 대해 생각해 보고자 하였다. 매개변수 개념은 그 교육적 연구 및 기초 자료가 미비하다. 뿐만 아니라 그 개념이 우리나라 교육과정상의 <용어와 기호>란에 명시적으로 언급되어 있는 용어임에도 불구하고 그 의미에 대한 논의는 비교적 암묵적으로 다루어져 왔다. 매개변수 개념의 외연을 어떻게 파악하는가에 따라 매개변수 개념은 우리나라 학교수학의 내용 전개에서 상당히 포괄적으로 사용되고 있다고 보여질 수도 있고  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$ 와 같은 형식의 표현에만 제한적 사용되는 개념으로 국한될 수도 있다.

따라서 매개변수 개념이 학교수학에서 어떻

게 규정되는가에 따라 대수적 표현에 대한 설명과 이해는 상당히 달라질 수 있는 것이다.

이러한 맥락에서 본 논문에서는 먼저 여러 문헌을 통해 매개변수 개념이 어떻게 설명되고 규정되어 있는지를 살펴본다. 첫 번째 단계에서는 우리나라에서 매개변수로 칭하는 영어 parameter가 외국의 수학교육에서는 어떤 의미로 규정되어 적용되고 지도되고 있는지를 분석한다<sup>1)</sup>.

그리고 선행연구에서 제시되는 parameter 개념의 이해에 관한 교수학적 논의들을 정리해 볼 것이다. 논문의 두 번째 단계에서는 우리나라 수학과 교육과정상에서 명시적으로 드러나 있는 매개변수 개념이 어떤 맥락에서 도입되고 있는지, 우리나라에서 설명되는 매개변수 개념의 정의(뜻)는 무엇인지, 외국의 사례와 비교해서 검토해 볼 것이다. 논문의 마지막 단계에서는 대수학습의 관점에서 매개변수 개념의 이해의 문제를 논하고 매개변수 개념에 대한 학생들의 이해도를 분석한다. 이를 바탕으로 대수적 표현을 통한 수학적 의사소통을 위해 매개변수 개념 지도에 관한 교수학적 시사점을 이끌어 내 보고자 한다.

## II. parameter 개념

수학적 개념인 매개변수의 원어는 parameter이다. 우리나라에서 매개(媒介)라는 용어표현의 국어적 의미는 ‘중간 역할을 한다’의 의미로 받아들여진다. 학교수학의 교과서에는 매개변수가 주로  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$ 에서의 문자  $t$ 와 같이  $x, y$ 를 표현하는데 공통으로 사용되는 사

1) 매개변수 개념과 parameter 개념은 명시적으로 다루는 그 외연의 범위에 있어서 사뭇 다른 듯하여 본 논문에서는 용어 parameter를 우리나라 고등학교 교과서에서 통용되는 의미의 매개변수와 구분한다는 의미로 원어 그대로 사용할 것이다

용법으로 다루어지고 있다(박한식, 1982, p.60 2)<sup>2)</sup>. 매개변수는 우리나라 수학교육과정의 <용어>로서 명시적으로 다루어지고 있는데 매개변수 개념이 지도되는 맥락의 특징을 분석하고 교수-학습상의 시사점을 이끌어내기 위해서는 외국에서 parameter 개념이 학교수학의 내용에 어떤 의미로 사용되고 있는지, 외국의 수학교육 연구에서는 parameter의 개념이 어떻게 규정되고 있는지를 살펴볼 필요가 있다.

### 1. Vinner의 분석

Vinner(2001)는 학교수학에서 주로 다루어지는 parameter의 사용법을 다음의 두 가지로 구분하고 있다.

① 일반식에서 문자의 값이 방정식족, 함수족 (families of equations, families of functions)에 포함된 원소를 결정하는 사용법

(예)  $ax + b = 0$ ,  $y = ax + b$  에서의 문자  $a, b$   
: 변수  $a, b$  에 수를 대입함에 따라 특정한 방정식(또는 함수)들이 만들어진다.

② 곡선이나 곡면을 제 3의 변수를 이용해 표현하는 문자의 사용법

(예)  $x = t + 1$ ,  $y = t^2$  에서의 문자  $t$   
: 변수  $t$ 의 값은 곡선이나 곡면 위에 있는 특정한 점들을 결정한다.  
변수  $t$ 를 소거하면  $x, y$  사이의 관계식을 하나 만들 수 있다.

아래에서 다루겠지만, 우리나라에서 매개변수에 대한 지도는 Vinner가 위에서 설명하는 ②의 사용맥락에서 주로 이루어지고 있는 것에 비해 외국에서는 parameter 개념이 방정식이나 함수의 족(family)을 나타내는 표현의 사용법까

지 적용되고 있음을 알 수 있다. Vinner는 중등 수학교육에 관한 여러 가지 실험연구를 통해 학생들이 중등수학에서 다루는 대수적 표현 속에서 parameter로 사용된 문자를 구분하여 이해하는 데 상당한 어려움을 겪고 있음을 지적하고 있다. parameter 개념은 문제 상황의 맥락에 따라, 대수식이 어떻게 적용되고 있는지에 따라 그 개념을 파악하는 양상이 달라지기 때문에 학교수학의 교수-학습에서 이에 대한 교수학적 노력이 필요하다는 것이다(vinner, 2001, pp.178-180).

### 2. Freudenthal의 분석

Freudenthal은 parameter를 세 가지 의미로 해석하고 있는데 그의 해석에 의하면 parameter는 함수 관계를 기술하는 여러 가지 패턴 속에서 다양한 외연으로 나타난다는 것이다.

Freudenthal은 parameter 개념을 아래와 같이 세 가지 의미로 구분하여 설명한다.

① parameter는 필요할 때 깨워서 고려할 수 있는 잠자는 이차적인 독립변수이다.  $x$ 의 함수를  $x^2 - 3x + a$  등과 같이 나타내는 경우에 이를 기호로  $f(x) = x^2 - 3x + a$  또는  $x \rightarrow x^2 - 3x + a$  와 같이 나타내는데 여기서 Freudenthal은 이 함수를 parameter  $a$ 에 좌우되는 함수식이라고 하고 parameter의 역할을 부각시켜  $f_a(x) = x^2 - 3x + a$  와 같이 표현한다. 이 때 변수  $a$ 는  $f_a(x) = x^2 - 3x + a$  에서 필요할 때마다 함수를 결정하기 위해 적절한 값으로 대입하여 처리될 수 있다.

② parameter는 그 기원에 따르면 종속변수지만 그 외형은 독립변수로서 동형의 구조를 결정하

2) 매개변수를 조변수(助變數)라고 부르기도 한다

는 역할을 하는 변수이다. 이를테면, 원의 함수로서의 원의 반지름이나 포물선  $y^2=4px$  의 모양을 결정하는 변수  $p$ 등이 그러한 것이다.

③ 곡선이나 곡면 등의 parameter 표현을 생각해 볼 수 있다. 이를테면,  $xy$  평면에서 단위원  $x^2+y^2=1$ 은 정점으로부터의 호의 길이  $t$ 에 의해  $x=\cos t, y=\sin t$ 로 매개변수 표현이 된다(우정호, 1998, p.356에서 재인용).

Freudenthal이 세 가지 의미로 해석하고 있는 parameter의 의미 중에 ①, ②의 의미는 Vinner가 설명하고 있는 ①의 개념을 보다 세분화하여 구분하고 있는 것으로 보인다. parameter에 대한 Freudenthal과 Vinner의 제시내용을 요약해보면 parameter의 외연이 단일하지 않으며 크게 두 가지 즉, 동형의 함수나 방정식을 일반적으로 나타내기 위한 변수 사용법(변수에 수를 대입함에 따라 동형의 함수나 방정식들이 만들어진다), 곡선이나 곡면을 제 3의 변수를 이용해 나타내는 사용법(제 3의 변수를 소거하면 단일한 관계식이 만들어진다)으로 대분된다.

### 3. 수학교육연구에서의 parameter

중등수학에서 parameter 개념의 이해에 대한 외국의 수학교육연구사례를 살펴보면,  $x=f(t), y=g(t)$ 에서의 문자  $t$ 와 같은 매개변수 표현보다는  $ax+b=0, y=ax+b$ 에서의 문자  $a, b$ 와 같이 방정식족, 함수족을 일반적으로 나타내는 parameter 개념의 이해 문제에 보다 더 많은 접근을 시도하고 있음이 관찰된다. 이는 일반화가 형식화되는 대수학습에서 간결, 포괄, 압축된 형식을 표현하는 대수적 언어인 문자기호의 이해문제를 비중있게 다루고 있음을 시사한다. Paul Goldenberg, Philip Lewis, James O'Keefe (1992)는 '함수의 역동적 표상과 과정 이해의

발달'이라는 논문에서 대수적 표현의 이해를 위한 parameter 개념의 중요성을 강조하면서 일반화된 표현의 함수에서 학생들이 parameter 개념 파악의 어려움을 겪을 수 있음을 교사가 인식해야 함을 주장한다.

학생들은 함수를 표현하는 규칙에 나오는 변수의 의미와 특수성을 잘 이해하지 못할 수 있다. 다음 예를 보자. 학생들은  $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 와 같이 정의된 함수에서  $x$ 가 변수라는 것을 잘 안다. 그러나  $x$ 와 parameter  $a, b, c, d$  사이의 차이를 잘 이해하지 못한다. 그래프 실험을 위해  $x$ 는 고정시키고  $a, b, c, d$ 를 변화시켜 보라고 요구할 때 이러한 혼란이 더 심해진다. 학생들이 다항함수의 계수와 그 그래프 사이의 관계를 관찰하도록하는 일련의 실험에서는 우선적으로 고려되어야 할 변수는  $x$ 라기 보다는 오히려  $a, b, c, d$ 이다. 학생들은 어떤 함수(혹은 어떤 변수)에 주목을 해야 하는가? 변수가  $x$ 인 다양한 함수  $f_{a,b,c,d}$ 인가? 변수  $a, b, c, d$ 를 이러한 함수의 공간에 사상하는 함수인가? 학생들에게는 대수적 표현에서 기호 자체를 해독하는 문제에서 많은 어려움이 발생하는 것이다(Paul Goldenberg, Philip Lewis, James O'Keefe, 1992, pp.240-241).

위의 내용에 대한 이해를 위해 Vinner가 제시하고 있는 parameter에 대한 보다 형식적이고도 수학적 표현을 살펴보는 것이 도움이 될 수 있다.

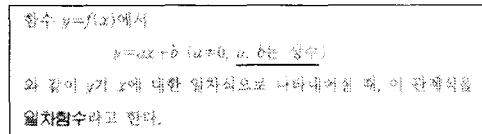
parameter를 가진 하나의 방정식이나 함수는 이차적관계(second-order relation)의 함수로서 parameter는 이차적 관계를 나타내는 함수의 독립변수이며 이에 대응되는 값은 특정한 방정식 또는 함수가 된다(Vinner, 2001, p.180).

parameter 개념의 이해와 관련하여 Küchemann(1981)은 대수식에서 사용된 문자를 변수

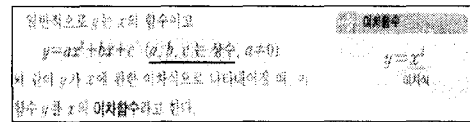
로서 효과적으로 경험하는 데에는 이차적 관계<sup>3)</sup>를 파악하는 과정이 의미 있는 활동임을 주장하고 있다(Küchemann, 1981, pp.111-112).

parameter에 수를 대입하면 특정한 경우들이 만들어지는데  $ax+b=0$  에서의 문자  $a, b$ 나  $x=t+1, y=t^2$  에서의 문자  $t$ 를 예로 한 [그림 II-1]의 내용을 보면 parameter는 이차적 관계를 나타내는 함수의 독립변수이고 그것이 변함에 따라 대응되는 각 방정식이나 각 함수들이 결정된다. 또한 특정한 parameter에 대응되는 각 방정식이나 함수가 결정되고 나면, 다른 문자들은 미지수나 변수로 파악되는데 반해 parameter는 이제 상수로 표시된다. 이러한 이유 때문에 그 동안 우리나라 수학교과서에서는 방정식 족, 또는 함수족을 나타내는 식  $ax+b=0, y=ax+b$  에서의 문자  $a, b$ 를 [그림 II-2, 3]에서 제시된 바와 같이 ‘상수’로 칭하여 왔다고 보여진다. 사실  $a, b$ 를 상수로 부르는 용어상의 문제는 변수 지도관점에서 볼 때, 대수식의 구성과 표현과정보다는 대입한 결과에 초점을 맞추는 경향이 있어서 학생들이 변수에 의한 변화성을 보고 일반화라는 수학의 강력한 힘을 체험하는데 어려움을 줄 수도 있음이 논의되어 온 바 있다(김남희, 1997, p.145). 이와 관련하여 우리나라 수학교과서의 지도내용에서

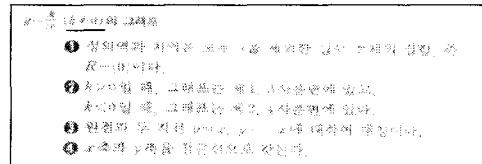
위와 같은 용어 사용 방식이 일관되게 적용되고 있지 않은 점도 분석의 대상이 된다. 예를 들면 [그림 II-4, 5]에 제시된 수학교과서의 내용은 [그림 II-2, 3]과 같은 맥락의 대수적 표현임에도 불구하고 그동안 칭해왔던 ‘상수’라는 표현이 사라지고 문자변수에 대한 설명을 암묵적으로 처리하고 있는 것이다.



[그림 II-2] 수학 8-가 교과서의 ‘일차함수’ (박두일 외, 2001, p.114)



[그림 II-3] 수학 9-가 교과서의 ‘이차함수’ (강행고 외, 2002, p.107)

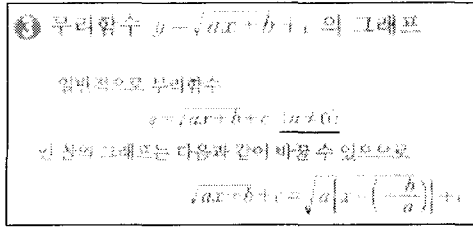


[그림 II-4] 수학 10-나 교과서의 ‘분수함수’ (신현성 외, 2001, p.145)

$\langle \rightarrow : \text{이차적 관계} \rangle$ $a = -1 \rightarrow -x + b = 0$ $a = 2 \rightarrow 2x + b = 0$ $a = 3 \rightarrow 3x + b = 0$ $\vdots$ $\vdots$ $\vdots$ $\langle \text{일차적 관계} \rangle$	$\langle \rightarrow : \text{이차적 관계} \rangle$ $b = 1 \rightarrow ax + 1 = 0$ $b = 4 \rightarrow ax + 4 = 0$ $b = 8 \rightarrow ax + 8 = 0$ $\vdots$ $\vdots$ $\vdots$ $\langle \text{일차적 관계} \rangle$	$\langle \rightarrow : \text{이차적 관계} \rangle$ $t = 0 \rightarrow (x, y) = (1, 0)$ $t = 7 \rightarrow (x, y) = (8, 49)$ $t = -3 \rightarrow (x, y) = (-2, 9)$ $\vdots$ $\vdots$ $\vdots$ $\langle \text{일차적 관계} \rangle$
---	--	--

[그림 II-1] 매개변수에 의한 이차적 관계

3) 주어진 관계들(일차적 관계) 사이에 새롭게 부여되는 관계



[그림 II-5] 수학 10-나 교과서의 '무리함수' (신현성 외, 2001, p.150)

위의 논의를 확장하여 변화성과 이차적 관계의 이해를 강조하는 문제상황에서 parameter 개념을 강조하여 다루는 Vinner, Freudenthal의 설명과 연결지어 보자. 우리나라 학교수학은 적어도 변수의 용어 사용 측면에서 볼 때, 대수 학습의 지도관점이 변화를 함의하고 다양한 변화성을 통합하는 언어적 표현으로서의 대수적 해석보다는 수를 대입한 결과로서의 지식에 초점을 맞추고 있다는 해석을 해 볼 수 있다. 또한 같은 맥락의 문자기호를 [그림 II-2, 3]과 [그림 II-4, 5]에서와 같이 서로 다르게 처리하고 있는 방식을 볼 때, 방정식이나 함수를 통합적으로 표현한 족(family)에 대한 의미 이해와 이차적 관계의 파악에 주목시키고자 하는 의도가 때로는 명시적으로 가려지고 때로는 암묵적으로 처리되는 혼합된 양상을 보이고 있다는 해석도 가능하다. parameter 개념의 외연에 속하면서 변수사용의 중요한 방식으로 이해될 필요가 있는 대수적 표현의 의미가 우리나라 학교수학에서는 약화되어 처리되어 있지는 않은가하는 생각을 해 보게 된다.

parameter 개념을 다루는 중등수학에 대한 논의를 살펴보면, 대수적 표현에서 parameter의 역할을 미지수나 변수의 역할과 구분하여 이해

하는 것이 필요하며 이는 이차적 관계의 함수에 대한 이해문제에 중요한 기초임을 강조한다. 이와 관련하여 Vinner는 방정식  $m(x-5) = m+2x$ 를 예로 하여 전칭한정사와 존재한정사를 포함한 구조 속에서 parameter 개념을 순서화된 대입의 과정과 관련지어 역동적으로 설명하기도 한다(Vinner, 2001, p.181)<sup>4)</sup>.

중등학교 학생들이 매개변수의 역할과 미지수와 변수의 역할 사이의 구분을 이해하는 것은 잠재적이면서 역동적으로 순서화되어 있는 대입의 과정을 파악하는 능력과 관련이 있다. parameter 개념을 우리나라 수학교과서에서는 [그림 II-4, 5]에서와 같이 명시적으로 드러내지 않고 문제 상황 속에서 학생들이 그 개념의 의미와 역할을 직관적으로 이해할 수 있기를 기대하는 것은 한정사에 의해 사고하기 어렵고 한정사의 순서구조를 명시적으로 다루기 쉽지 않은 중등학교 학생들의 인지수준을 고려한 교수학적 배려로 해석할 수도 있다. 그러나 [그림 II-2, 3]에서와 같이 명시적으로 '상수'로 불리워 취급되는 것은 수학의 언어로서 대수가 가지는 힘을 경험하고, 변화를 관찰하면서 변화성을 표현하고 이를 해석하는 것이 중요한 학교대수의 의미있는 학습을 위해 보다 신중한 검토와 논의가 필요한 것이 사실이다.

Anna Sierpinska(1992)는 '함수개념의 이해'라는 논문에서 변수의 순서를 구별하는 것은 중요한 일로 그것을 인지하는데 많은 시간이 걸리기 때문에 parameter 개념지도에 대한 신중한 노력을 기울여야 함을 강조한다. 특히 Anna Sierpinska는 시간에 따른 거리의 함수인  $s=at$ 에서 물리적 개념(시간, 속력, 위치와 같은)을

4) '모든 m의 값(대입)에 대하여, 상수 m과 미지수 x를 가진 방정식  $m(x-5) = m+2x$ 의 관계를 갖는 한 방정식 E가 존재한다' 여기서 주목할 것은 m이 먼저 한정된 후에, m이 방정식 E 안에서 상수로 다루어진다는 것이다.

표현하는 변수  $s, t$  와 수 변수  $a$  사이의 구별은 함수를 의미있게 이해하고 파악하기 위한 필요조건이라고 하면서 수와 양은 혼동되어서는 안된다는 언급과 함께 parameter를 ‘수 변수’라는 용어로 특별히 구분하여 칭하기도 한다 (Anna Sierpiska, 1992, pp.41-45).

문제를 해결하는 과정에서 학생들이 보이는 곤란들은 적절한 변수를 구체화하지 못하거나 변수의 역할과 의미를 적절히 해석하지 못하는 것에서 기인하는 것으로 볼 수 있으므로 parameter의 개념과 관련하여서는 변화를 관찰하면서 학생들은 변하는 것이 무엇인지, 또는 그 과정에서 대상 자체를 변하게 하는 것이 무엇인지를 구체화하는 경험을 많이 할 필요가 있다(같은 책, p.33). 사실 우리나라 학교수학의 지도 내용에서도 학생들이  $y=ax$ 에서 변수 기호  $a$ 를 구별하여 의미있게 해석하고 주어진 식에 함의되어 있는 이차적 관계를 파악해보는 경험이 제공되기 보다는 적절한 값을 대입하여  $a$ 값을 계산해내는 학습이 주를 이루면서 이해를 위한 과정보다는 해답을 얻기 위한 결과로서의 수학학습이 주를 이루었음을 부인하기 어렵다. 이에 대해 Paul Goldenberg, Philip Lewis, James O’Keefe(1992)는  $y=3x$  와 같은 함수에서 학생들이 정의역에 집중하여 변수를 인식하는 것은 별로 어려워하지 않지만 여러 차원의 parameter가 다루어진 상황에서 함수자체를 함수값으로 가지는 함수(function-valued function)라는 아이디어를 거의 이해하지 못하고 있음을 지적하기도 한다.

### III. 매개변수 개념

2장에서는 매개변수로 번역되는 수학적 용어인 parameter가 어떤 의미로 사용되고 있는지,

외국의 수학교육 연구에서 parameter의 개념은 그 교수-학습에 관련하여 어떤 논의들을 진행해 오고 있는 지를 살펴보았다. 이러한 작업은 다른 나라의 parameter 지도 방식을 모방하여 우리나라 수학교육과정에 그대로 적용해야 함을 주장하기 위해서가 아니다. 오히려 우리나라 학교수학의 교육과정에서 공식적인 용어로 교과서에 사용하고 있는 매개변수 개념을 보다 의미있게 지도하기 위한 시사점을 얻기 위함이다. 다시 말하면, 동일한 수학적 개념을 그 외연을 달리하여 지도하는 관점, 방법, 이유에 대한 풍부한 배경적 지식을 가지고 있으면 우리나라 학교수학에서의 지도방식에 관한 논의를 보다 진지하고도 수월하게 해 나갈 수 있다고 생각되기 때문이다.

매개변수(parameter) 개념을 다루는 외연체시의 범위에 있어서 외국과 우리나라는 상당히 다른 차이점을 보이고 있음은 분명한 것으로 파악된다. 따라서 본 절에서는 우리나라에서 통용되고 있는 매개변수의 의미를 객관적인 자료를 통해 보다 자세히 분석해 보고자 한다. 우리나라 수학과 교육과정상에서 명시적으로 드러나 있는 매개변수 개념이 어떤 맥락에서도 도입되고 있는지, 우리나라에서 설명되는 매개변수 개념의 정의(뜻)는 무엇인지, 외국의 사례와 비교해서 검토하면서 학교수학의 매개변수 개념 지도에 관한 교수학적 시사점을 이끌어 내고자 한다.

#### 1. 제 7차 교육과정의 <용어>로 제시

우리나라 수학과 교육과정을 살펴보면, 변수 개념은 [7-가] 단계에서 함수 개념과 함께 명시적으로 다루어지기 시작한다.([그림 III-1]참조)

매개변수 개념은 우리나라 제 7차 수학과 교육과정에서 [그림 III-2]에 제시된 바와 같이 미

분법의 지도내용과 함께 외연적 정의로 제시되고 있음이 확인된다.

**㉒ 함수의 활용**

① 함수를 실생활 문제에 활용할 수 있다.

<용어와 기호> 정비례, 반비례, 함수, 정의역, 공역, 함수값, 치역, 변수, 좌표, 순서쌍, x좌표, y좌표, 원점, 좌표축, x축, y축, 좌표평면, 제 1, 2, 3, 4 사분면, 함수의 그래프,  $y=f(x)$

[그림 III-1] 제7차 교육과정[7-가]단계

**매개변수로 나타내어진 함수의 미분법을 알아보자.**

**■ 미분 가능한 함수**

물론 위에서 본 곡선 위의 점 P의 좌표  $(x, y)$ 가  $\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases}$  와 같이 변수 t의 함수로 나타내어질 때, 변수 t를 x, y의 **매개변수**라고 한다.

예를 들어  $x=2t, y=t^2$  이면  $t=1$  일 때  $x=2, y=1$  이고,  $t=2$  일 때  $x=4, y=4$  이고,  $t=3$  일 때  $x=6, y=9$  이고,  $t=4$  일 때  $x=8, y=16$  이고,  $t=5$  일 때  $x=10, y=25$  이고,  $t=6$  일 때  $x=12, y=36$  이고,  $t=7$  일 때  $x=14, y=49$  이고,  $t=8$  일 때  $x=16, y=64$  이고,  $t=9$  일 때  $x=18, y=81$  이고,  $t=10$  일 때  $x=20, y=100$  이고,  $t=11$  일 때  $x=22, y=121$  이고,  $t=12$  일 때  $x=24, y=144$  이고,  $t=13$  일 때  $x=26, y=169$  이고,  $t=14$  일 때  $x=28, y=196$  이고,  $t=15$  일 때  $x=30, y=225$  이고,  $t=16$  일 때  $x=32, y=256$  이고,  $t=17$  일 때  $x=34, y=289$  이고,  $t=18$  일 때  $x=36, y=324$  이고,  $t=19$  일 때  $x=38, y=361$  이고,  $t=20$  일 때  $x=40, y=400$  이고,  $t=21$  일 때  $x=42, y=441$  이고,  $t=22$  일 때  $x=44, y=484$  이고,  $t=23$  일 때  $x=46, y=529$  이고,  $t=24$  일 때  $x=48, y=576$  이고,  $t=25$  일 때  $x=50, y=625$  이고,  $t=26$  일 때  $x=52, y=676$  이고,  $t=27$  일 때  $x=54, y=729$  이고,  $t=28$  일 때  $x=56, y=784$  이고,  $t=29$  일 때  $x=58, y=841$  이고,  $t=30$  일 때  $x=60, y=900$  이고,  $t=31$  일 때  $x=62, y=961$  이고,  $t=32$  일 때  $x=64, y=1024$  이고,  $t=33$  일 때  $x=66, y=1089$  이고,  $t=34$  일 때  $x=68, y=1156$  이고,  $t=35$  일 때  $x=70, y=1225$  이고,  $t=36$  일 때  $x=72, y=1296$  이고,  $t=37$  일 때  $x=74, y=1369$  이고,  $t=38$  일 때  $x=76, y=1444$  이고,  $t=39$  일 때  $x=78, y=1521$  이고,  $t=40$  일 때  $x=80, y=1600$  이고,  $t=41$  일 때  $x=82, y=1681$  이고,  $t=42$  일 때  $x=84, y=1764$  이고,  $t=43$  일 때  $x=86, y=1849$  이고,  $t=44$  일 때  $x=88, y=1936$  이고,  $t=45$  일 때  $x=90, y=2025$  이고,  $t=46$  일 때  $x=92, y=2116$  이고,  $t=47$  일 때  $x=94, y=2209$  이고,  $t=48$  일 때  $x=96, y=2304$  이고,  $t=49$  일 때  $x=98, y=2401$  이고,  $t=50$  일 때  $x=100, y=2500$  이고,  $t=51$  일 때  $x=102, y=2601$  이고,  $t=52$  일 때  $x=104, y=2704$  이고,  $t=53$  일 때  $x=106, y=2809$  이고,  $t=54$  일 때  $x=108, y=2916$  이고,  $t=55$  일 때  $x=110, y=3025$  이고,  $t=56$  일 때  $x=112, y=3136$  이고,  $t=57$  일 때  $x=114, y=3249$  이고,  $t=58$  일 때  $x=116, y=3364$  이고,  $t=59$  일 때  $x=118, y=3481$  이고,  $t=60$  일 때  $x=120, y=3600$  이고,  $t=61$  일 때  $x=122, y=3721$  이고,  $t=62$  일 때  $x=124, y=3844$  이고,  $t=63$  일 때  $x=126, y=3969$  이고,  $t=64$  일 때  $x=128, y=4096$  이고,  $t=65$  일 때  $x=130, y=4225$  이고,  $t=66$  일 때  $x=132, y=4356$  이고,  $t=67$  일 때  $x=134, y=4489$  이고,  $t=68$  일 때  $x=136, y=4624$  이고,  $t=69$  일 때  $x=138, y=4761$  이고,  $t=70$  일 때  $x=140, y=4900$  이고,  $t=71$  일 때  $x=142, y=5041$  이고,  $t=72$  일 때  $x=144, y=5184$  이고,  $t=73$  일 때  $x=146, y=5329$  이고,  $t=74$  일 때  $x=148, y=5476$  이고,  $t=75$  일 때  $x=150, y=5625$  이고,  $t=76$  일 때  $x=152, y=5776$  이고,  $t=77$  일 때  $x=154, y=5929$  이고,  $t=78$  일 때  $x=156, y=6084$  이고,  $t=79$  일 때  $x=158, y=6241$  이고,  $t=80$  일 때  $x=160, y=6400$  이고,  $t=81$  일 때  $x=162, y=6561$  이고,  $t=82$  일 때  $x=164, y=6724$  이고,  $t=83$  일 때  $x=166, y=6889$  이고,  $t=84$  일 때  $x=168, y=7056$  이고,  $t=85$  일 때  $x=170, y=7225$  이고,  $t=86$  일 때  $x=172, y=7396$  이고,  $t=87$  일 때  $x=174, y=7569$  이고,  $t=88$  일 때  $x=176, y=7744$  이고,  $t=89$  일 때  $x=178, y=7921$  이고,  $t=90$  일 때  $x=180, y=8100$  이고,  $t=91$  일 때  $x=182, y=8281$  이고,  $t=92$  일 때  $x=184, y=8464$  이고,  $t=93$  일 때  $x=186, y=8649$  이고,  $t=94$  일 때  $x=188, y=8836$  이고,  $t=95$  일 때  $x=190, y=9025$  이고,  $t=96$  일 때  $x=192, y=9216$  이고,  $t=97$  일 때  $x=194, y=9409$  이고,  $t=98$  일 때  $x=196, y=9604$  이고,  $t=99$  일 때  $x=198, y=9801$  이고,  $t=100$  일 때  $x=200, y=10000$  이고,  $t=101$  일 때  $x=202, y=10201$  이고,  $t=102$  일 때  $x=204, y=10404$  이고,  $t=103$  일 때  $x=206, y=10609$  이고,  $t=104$  일 때  $x=208, y=10816$  이고,  $t=105$  일 때  $x=210, y=11025$  이고,  $t=106$  일 때  $x=212, y=11236$  이고,  $t=107$  일 때  $x=214, y=11449$  이고,  $t=108$  일 때  $x=216, y=11664$  이고,  $t=109$  일 때  $x=218, y=11881$  이고,  $t=110$  일 때  $x=220, y=12100$  이고,  $t=111$  일 때  $x=222, y=12321$  이고,  $t=112$  일 때  $x=224, y=12544$  이고,  $t=113$  일 때  $x=226, y=12769$  이고,  $t=114$  일 때  $x=228, y=12996$  이고,  $t=115$  일 때  $x=230, y=13225$  이고,  $t=116$  일 때  $x=232, y=13456$  이고,  $t=117$  일 때  $x=234, y=13689$  이고,  $t=118$  일 때  $x=236, y=13924$  이고,  $t=119$  일 때  $x=238, y=14161$  이고,  $t=120$  일 때  $x=240, y=14400$  이고,  $t=121$  일 때  $x=242, y=14641$  이고,  $t=122$  일 때  $x=244, y=14884$  이고,  $t=123$  일 때  $x=246, y=15129$  이고,  $t=124$  일 때  $x=248, y=15376$  이고,  $t=125$  일 때  $x=250, y=15625$  이고,  $t=126$  일 때  $x=252, y=15876$  이고,  $t=127$  일 때  $x=254, y=16129$  이고,  $t=128$  일 때  $x=256, y=16384$  이고,  $t=129$  일 때  $x=258, y=16641$  이고,  $t=130$  일 때  $x=260, y=16900$  이고,  $t=131$  일 때  $x=262, y=17161$  이고,  $t=132$  일 때  $x=264, y=17424$  이고,  $t=133$  일 때  $x=266, y=17689$  이고,  $t=134$  일 때  $x=268, y=17956$  이고,  $t=135$  일 때  $x=270, y=18225$  이고,  $t=136$  일 때  $x=272, y=18496$  이고,  $t=137$  일 때  $x=274, y=18769$  이고,  $t=138$  일 때  $x=276, y=19044$  이고,  $t=139$  일 때  $x=278, y=19321$  이고,  $t=140$  일 때  $x=280, y=19600$  이고,  $t=141$  일 때  $x=282, y=19881$  이고,  $t=142$  일 때  $x=284, y=20164$  이고,  $t=143$  일 때  $x=286, y=20449$  이고,  $t=144$  일 때  $x=288, y=20736$  이고,  $t=145$  일 때  $x=290, y=21025$  이고,  $t=146$  일 때  $x=292, y=21316$  이고,  $t=147$  일 때  $x=294, y=21609$  이고,  $t=148$  일 때  $x=296, y=21904$  이고,  $t=149$  일 때  $x=298, y=22201$  이고,  $t=150$  일 때  $x=300, y=22500$  이고,  $t=151$  일 때  $x=302, y=22801$  이고,  $t=152$  일 때  $x=304, y=23104$  이고,  $t=153$  일 때  $x=306, y=23409$  이고,  $t=154$  일 때  $x=308, y=23716$  이고,  $t=155$  일 때  $x=310, y=24025$  이고,  $t=156$  일 때  $x=312, y=24336$  이고,  $t=157$  일 때  $x=314, y=24649$  이고,  $t=158$  일 때  $x=316, y=24964$  이고,  $t=159$  일 때  $x=318, y=25281$  이고,  $t=160$  일 때  $x=320, y=25600$  이고,  $t=161$  일 때  $x=322, y=25921$  이고,  $t=162$  일 때  $x=324, y=26244$  이고,  $t=163$  일 때  $x=326, y=26569$  이고,  $t=164$  일 때  $x=328, y=26896$  이고,  $t=165$  일 때  $x=330, y=27225$  이고,  $t=166$  일 때  $x=332, y=27556$  이고,  $t=167$  일 때  $x=334, y=27889$  이고,  $t=168$  일 때  $x=336, y=28224$  이고,  $t=169$  일 때  $x=338, y=28561$  이고,  $t=170$  일 때  $x=340, y=28900$  이고,  $t=171$  일 때  $x=342, y=29241$  이고,  $t=172$  일 때  $x=344, y=29584$  이고,  $t=173$  일 때  $x=346, y=29929$  이고,  $t=174$  일 때  $x=348, y=30276$  이고,  $t=175$  일 때  $x=350, y=30625$  이고,  $t=176$  일 때  $x=352, y=30976$  이고,  $t=177$  일 때  $x=354, y=31329$  이고,  $t=178$  일 때  $x=356, y=31684$  이고,  $t=179$  일 때  $x=358, y=32041$  이고,  $t=180$  일 때  $x=360, y=32400$  이고,  $t=181$  일 때  $x=362, y=32761$  이고,  $t=182$  일 때  $x=364, y=33124$  이고,  $t=183$  일 때  $x=366, y=33489$  이고,  $t=184$  일 때  $x=368, y=33856$  이고,  $t=185$  일 때  $x=370, y=34225$  이고,  $t=186$  일 때  $x=372, y=34596$  이고,  $t=187$  일 때  $x=374, y=34969$  이고,  $t=188$  일 때  $x=376, y=35344$  이고,  $t=189$  일 때  $x=378, y=35721$  이고,  $t=190$  일 때  $x=380, y=36100$  이고,  $t=191$  일 때  $x=382, y=36481$  이고,  $t=192$  일 때  $x=384, y=36864$  이고,  $t=193$  일 때  $x=386, y=37249$  이고,  $t=194$  일 때  $x=388, y=37636$  이고,  $t=195$  일 때  $x=390, y=38025$  이고,  $t=196$  일 때  $x=392, y=38416$  이고,  $t=197$  일 때  $x=394, y=38809$  이고,  $t=198$  일 때  $x=396, y=39204$  이고,  $t=199$  일 때  $x=398, y=39601$  이고,  $t=200$  일 때  $x=400, y=40000$  이고,  $t=201$  일 때  $x=402, y=40401$  이고,  $t=202$  일 때  $x=404, y=40804$  이고,  $t=203$  일 때  $x=406, y=41209$  이고,  $t=204$  일 때  $x=408, y=41616$  이고,  $t=205$  일 때  $x=410, y=42025$  이고,  $t=206$  일 때  $x=412, y=42436$  이고,  $t=207$  일 때  $x=414, y=42849$  이고,  $t=208$  일 때  $x=416, y=43264$  이고,  $t=209$  일 때  $x=418, y=43681$  이고,  $t=210$  일 때  $x=420, y=44100$  이고,  $t=211$  일 때  $x=422, y=44521$  이고,  $t=212$  일 때  $x=424, y=44944$  이고,  $t=213$  일 때  $x=426, y=45369$  이고,  $t=214$  일 때  $x=428, y=45796$  이고,  $t=215$  일 때  $x=430, y=46225$  이고,  $t=216$  일 때  $x=432, y=46656$  이고,  $t=217$  일 때  $x=434, y=47089$  이고,  $t=218$  일 때  $x=436, y=47524$  이고,  $t=219$  일 때  $x=438, y=47961$  이고,  $t=220$  일 때  $x=440, y=48400$  이고,  $t=221$  일 때  $x=442, y=48841$  이고,  $t=222$  일 때  $x=444, y=49284$  이고,  $t=223$  일 때  $x=446, y=49729$  이고,  $t=224$  일 때  $x=448, y=50176$  이고,  $t=225$  일 때  $x=450, y=50625$  이고,  $t=226$  일 때  $x=452, y=51076$  이고,  $t=227$  일 때  $x=454, y=51529$  이고,  $t=228$  일 때  $x=456, y=51984$  이고,  $t=229$  일 때  $x=458, y=52441$  이고,  $t=230$  일 때  $x=460, y=52900$  이고,  $t=231$  일 때  $x=462, y=53361$  이고,  $t=232$  일 때  $x=464, y=53824$  이고,  $t=233$  일 때  $x=466, y=54289$  이고,  $t=234$  일 때  $x=468, y=54756$  이고,  $t=235$  일 때  $x=470, y=55225$  이고,  $t=236$  일 때  $x=472, y=55696$  이고,  $t=237$  일 때  $x=474, y=56169$  이고,  $t=238$  일 때  $x=476, y=56644$  이고,  $t=239$  일 때  $x=478, y=57121$  이고,  $t=240$  일 때  $x=480, y=57600$  이고,  $t=241$  일 때  $x=482, y=58081$  이고,  $t=242$  일 때  $x=484, y=58564$  이고,  $t=243$  일 때  $x=486, y=59049$  이고,  $t=244$  일 때  $x=488, y=59536$  이고,  $t=245$  일 때  $x=490, y=60025$  이고,  $t=246$  일 때  $x=492, y=60516$  이고,  $t=247$  일 때  $x=494, y=61009$  이고,  $t=248$  일 때  $x=496, y=61504$  이고,  $t=249$  일 때  $x=498, y=62001$  이고,  $t=250$  일 때  $x=500, y=62500$  이고,  $t=251$  일 때  $x=502, y=63001$  이고,  $t=252$  일 때  $x=504, y=63504$  이고,  $t=253$  일 때  $x=506, y=64009$  이고,  $t=254$  일 때  $x=508, y=64516$  이고,  $t=255$  일 때  $x=510, y=65025$  이고,  $t=256$  일 때  $x=512, y=65536$  이고,  $t=257$  일 때  $x=514, y=66049$  이고,  $t=258$  일 때  $x=516, y=66564$  이고,  $t=259$  일 때  $x=518, y=67081$  이고,  $t=260$  일 때  $x=520, y=67600$  이고,  $t=261$  일 때  $x=522, y=68121$  이고,  $t=262$  일 때  $x=524, y=68644$  이고,  $t=263$  일 때  $x=526, y=69169$  이고,  $t=264$  일 때  $x=528, y=69696$  이고,  $t=265$  일 때  $x=530, y=70225$  이고,  $t=266$  일 때  $x=532, y=70756$  이고,  $t=267$  일 때  $x=534, y=71289$  이고,  $t=268$  일 때  $x=536, y=71824$  이고,  $t=269$  일 때  $x=538, y=72361$  이고,  $t=270$  일 때  $x=540, y=72900$  이고,  $t=271$  일 때  $x=542, y=73441$  이고,  $t=272$  일 때  $x=544, y=73984$  이고,  $t=273$  일 때  $x=546, y=74529$  이고,  $t=274$  일 때  $x=548, y=75076$  이고,  $t=275$  일 때  $x=550, y=75625$  이고,  $t=276$  일 때  $x=552, y=76176$  이고,  $t=277$  일 때  $x=554, y=76729$  이고,  $t=278$  일 때  $x=556, y=77284$  이고,  $t=279$  일 때  $x=558, y=77841$  이고,  $t=280$  일 때  $x=560, y=78400$  이고,  $t=281$  일 때  $x=562, y=78961$  이고,  $t=282$  일 때  $x=564, y=79524$  이고,  $t=283$  일 때  $x=566, y=80089$  이고,  $t=284$  일 때  $x=568, y=80656$  이고,  $t=285$  일 때  $x=570, y=81225$  이고,  $t=286$  일 때  $x=572, y=81796$  이고,  $t=287$  일 때  $x=574, y=82369$  이고,  $t=288$  일 때  $x=576, y=82944$  이고,  $t=289$  일 때  $x=578, y=83521$  이고,  $t=290$  일 때  $x=580, y=84100$  이고,  $t=291$  일 때  $x=582, y=84681$  이고,  $t=292$  일 때  $x=584, y=85264$  이고,  $t=293$  일 때  $x=586, y=85849$  이고,  $t=294$  일 때  $x=588, y=86436$  이고,  $t=295$  일 때  $x=590, y=87025$  이고,  $t=296$  일 때  $x=592, y=87616$  이고,  $t=297$  일 때  $x=594, y=88209$  이고,  $t=298$  일 때  $x=596, y=88804$  이고,  $t=299$  일 때  $x=598, y=89401$  이고,  $t=300$  일 때  $x=600, y=90000$  이고,  $t=301$  일 때  $x=602, y=90601$  이고,  $t=302$  일 때  $x=604, y=91204$  이고,  $t=303$  일 때  $x=606, y=91809$  이고,  $t=304$  일 때  $x=608, y=92416$  이고,  $t=305$  일 때  $x=610, y=93025$  이고,  $t=306$  일 때  $x=612, y=93636$  이고,  $t=307$  일 때  $x=614, y=94249$  이고,  $t=308$  일 때  $x=616, y=94864$  이고,  $t=309$  일 때  $x=618, y=95481$  이고,  $t=310$  일 때  $x=620, y=96100$  이고,  $t=311$  일 때  $x=622, y=96721$  이고,  $t=312$  일 때  $x=624, y=97344$  이고,  $t=313$  일 때  $x=626, y=97969$  이고,  $t=314$  일 때  $x=628, y=98596$  이고,  $t=315$  일 때  $x=630, y=99225$  이고,  $t=316$  일 때  $x=632, y=99856$  이고,  $t=317$  일 때  $x=634, y=100489$  이고,  $t=318$  일 때  $x=636, y=101124$  이고,  $t=319$  일 때  $x=638, y=101761$  이고,  $t=320$  일 때  $x=640, y=102400$  이고,  $t=321$  일 때  $x=642, y=103041$  이고,  $t=322$  일 때  $x=644, y=103684$  이고,  $t=323$  일 때  $x=646, y=104329$  이고,  $t=324$  일 때  $x=648, y=104976$  이고,  $t=325$  일 때  $x=650, y=105625$  이고,  $t=326$  일 때  $x=652, y=106276$  이고,  $t=327$  일 때  $x=654, y=106929$  이고,  $t=328$  일 때  $x=656, y=107584$  이고,  $t=329$  일 때  $x=658, y=108241$  이고,  $t=330$  일 때  $x=660, y=108900$  이고,  $t=331$  일 때  $x=662, y=109561$  이고,  $t=332$  일 때  $x=664, y=110224$  이고,  $t=333$  일 때  $x=666, y=110889$  이고,  $t=334$  일 때  $x=668, y=111556$  이고,  $t=335$  일 때  $x=670, y=112225$  이고,  $t=336$  일 때  $x=672, y=112896$  이고,  $t=337$  일 때  $x=674, y=113569$  이고,  $t=338$  일 때  $x=676, y=114244$  이고,  $t=339$  일 때  $x=678, y=114921$  이고,  $t=340$  일 때  $x=680, y=115600$  이고,  $t=341$  일 때  $x=682, y=116281$  이고,  $t=342$  일 때  $x=684, y=116964$  이고,  $t=343$  일 때  $x=686, y=117649$  이고,  $t=344$  일 때  $x=688, y=118336$  이고,  $t=345$  일 때  $x=690, y=119025$  이고,  $t=346$  일 때  $x=692, y=119716$  이고,  $t=347$  일 때  $x=694, y=120409$  이고,  $t=348$  일 때  $x=696, y=121104$  이고,  $t=349$  일 때  $x=698, y=121801$  이고,  $t=350$  일 때  $x=700, y=122500$  이고,  $t=351$  일 때  $x=702, y=123201$  이고,  $t=352$  일 때  $x=704, y=123904$  이고,  $t=353$  일 때  $x=706, y=124609$  이고,  $t=354$  일 때  $x=708, y=125316$  이고,  $t=355$  일 때  $x=710, y=126025$  이고,  $t=356$  일 때  $x=712, y=126736$  이고,  $t=357$  일 때  $x=714, y=127449$  이고,  $t=358$  일 때  $x=716, y=128164$  이고,  $t=359$  일 때  $x=718, y=128881$  이고,  $t=360$  일 때  $x=720, y=129600$  이고,  $t=361$  일 때  $x=722, y=130321$  이고,  $t=362$  일 때  $x=724, y=131044$  이고,  $t=363$  일 때  $x=726, y=131769$  이고,  $t=364$  일 때  $x=728, y=132496$  이고,  $t=365$  일 때  $x=730, y=133225$  이고,  $t=366$  일 때  $x=732, y=133956$  이고,  $t=367$  일 때  $x=734, y=134689$  이고,  $t=368$  일 때  $x=736, y=135424$  이고,  $t=369$  일 때  $x=738, y=136$



다루어지는 곡선의 매개변수 표현을 예로 하여 제시되고 있다. 매개변수 개념이 그 외연을 통해 외연적 정의방법으로 제시되고 있다고 할 수 있다. 조영미(2001)가 설명하고 있듯이, 개념에 속하는 예( $x=f(t), y=g(t)$ )에서  $t$ 를 사용한 정의 방법 즉, 개념의 외연적 정의 방법은 학생들의 인지적 수준에 비추어 볼 때, 심리적인 적합성을 지닐 수 있기 때문에 학교수학에서 적극적으로 사용되는 방법이라고 할 수 있다.

2장에서 분석한 바 있듯이, 매개변수의 원어인 parameter 개념의 외연은 적어도 교과서 분석상으로 보면 우리나라 학교수학에서 다루는 매개변수 개념의 외연과 일치하지 않는다. 그렇다면 우리나라의 수학교육에서 매개변수의 외연은 학교수학에서 다루고 있는 것처럼  $x=f(t), y=g(t)$ 에서의 문자  $t$  사용법에 국한되어 있는 것인가 그렇지 않은가에 대한 설명이 필요해진다. 이를 위해서는 고등학교 수학교과서에 제시된 매개변수 개념의 외연적 정의에서 나아가 수학용어사전에서 제시된 매개변수의 의미를 살펴볼 필요가 있다.

## 2. 매개변수의 정의 분석

아래에서는 우리나라에서 통용되는 수학용어사전에서 매개변수 개념의 뜻이 어떻게 제시되어 있는가를 살펴보고 그 정의를 분석한다.

### <정의1 : 콘사이스 수학사전>

$x=f(t), y=g(t)$ 가 다 같이  $t$ 의 같은 변역에 있어서의 함수라면  $t$ 의 어떤 값에 대해서 정해지는  $x$ 의 값에, 같은  $t$ 의 값에 대해서 정해진  $y$ 의 값을 대응시킴으로써  $x$ 로부터  $y$ 로의 대응이 정해진다. 즉,  $y$ 는  $x$ 의 함수로 생각할 수 있다. 실제로는,  $x=f(t), y=g(t)$ 에서

$t$ 를 소거한 식을 만들면 된다. 즉,  $t$ 를 매개로 하여  $x, y$ 의 함수관계를 정한다는 뜻으로  $t$ 를 매개변수라고 한다. 이 외의 각 분야에서도 여러 가지 뜻으로 매개변수라는 용어가 쓰이고 있다(박을룡 외 4인, 1984, p.210)

위의 정의도 고등학교 수학교과서에서와 마찬가지로 매개변수 외연의 예( $x=f(t), y=g(t)$ )에서  $t$ 를 통해 개념을 제시하고 있다. 그러나 매개변수 개념을 위에 제시한 한 가지 예에 고착시키지 않고 '이 외의 각 분야에서도 여러 가지 뜻으로 매개변수라는 용어가 쓰이고 있다'라는 표현으로 매개변수에 해당되는 외연의 범위가  $x=f(t), y=g(t)$ 에서  $t$ 와 같은 예를 포함하여 보다 다양한 예를 포괄할 수 있음을 암시하고 있다. 그렇다면 매개변수가  $x=f(t), y=g(t)$ 에서  $t$ 와 같은 예가 아닌 다른 상황에서 사용된 예로는 어떤 경우가 있는가?에 대해 보다 더 자세히 알아볼 필요가 있다. 아래에 제시된 정의는 이에 대한 해답의 실마리를 제공해 줄 수 있다.

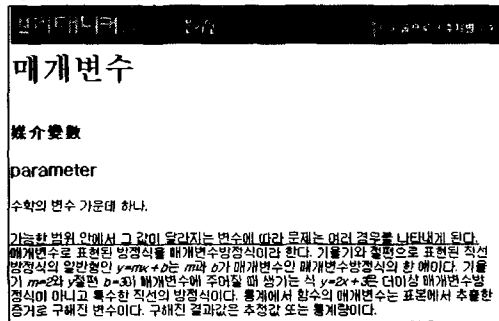
### <정의 2 : 수학대사전>

$t$ 를 독립변수로 하는 함수  $f, g$ 가 주어졌을 때,  $x=f(t), y=g(t)$ 라는 관계에 의해서  $y$ 가  $x$ 의 함수로 간주되었다고 한다. 이 때 '변수  $t$ 를 조변수(助變數) 또는 매개변수(媒介變數, parameter)로 해서  $y$ 는  $x$ 의 함수이다'라고 한다. 또 주어진 집합  $C$ 에 대해  $C$ 를 치역으로 하고 변수  $t$ 를 독립변수로 하는 함수를 만드는 것을  $C$ 의  $t$ 에 의한 매개변수표시(para-metric representation)라고 하기도 한다(박을룡 외 6인, 1995, p.876).

위 정의에서는  $x=f(t), y=g(t)$ 에서  $t$ 이외에 '주어진 집합  $C$ 에 대해  $C$ 를 치역으로 하고 변수  $t$ 를 독립변수로 하는 함수를 만드는 것'이라는 표현으로 매개변수의 보다 포괄적인

사용법을 암시하고 있다. Vinner나 Freudenthal이 parameter가 사용된 예로 설명하는 식  $y = ax + b$ ,  $f_a(x) = x^2 - 3x + a$  등의 관계가 '주어진 집합  $C$ (함수족)에 대해  $C$ 를 치역으로 하고 변수  $x$ (여기서는 변수  $a, b$  등)를 독립변수로 하는 함수(이차적 관계)'의 예가 될 수 있다고 보여진다. 아래의 사전적 정의는 매개변수의 내포를 제시하면서 그 개념을 보다 명확히 규정한 것으로 보인다.

<정의 3 : 브리태니커 온라인 사전>



[그림 III-5] <http://preview.britannica.co.kr>에서 검색

위의 정의는 우리나라 고등학교 수학교과서와 수학용어사전에서  $x=f(t), y=g(t)$ 에서  $t$ 를 이용해 외연적 정의를 한 것과 달리 먼저 매개변수의 속성 즉, 내포를 통해 규정하고 있다. '수학의 변수 가운데 하나로서 여러 경우의 상황을 나타내기 위해 그 값이 달라지는 변수'라는 설명을 먼저 제시하고 그 외연으로  $y = mx + b$ 는  $m$ 과  $b$ 가 매개변수인 매개변수 방정식의 한 예임을 제시하고 있다. '여러 경우'라는 표현이 수학적으로 명확하게 전달하는 내용은 불분명하지만  $y = mx + b$ 를 예로 들면서 Vinner나 Freudenthal이 설명하였던 방정식 족, 함수족을 나타내기 위한 parameter의 사용법을 암시하고 있다고 할 수 있다. <정의 2>, <정의 3>에서 설명된 내용에 비추어 보면, <정의 1>

에서 ' $x=f(t), y=g(t)$ 에서  $t$ 와 같은 예 이 외에도 각 분야에서 여러 가지 뜻으로 매개변수라는 용어가 쓰이고 있다'라는 내용은 <정의 2>의 '또 주어진 집합  $C$ 에 대해  $C$ 를 치역으로 하고 변수  $t$ 를 독립변수로 하는 함수를 만드는 것을  $C$ 의  $t$ 에 의한 매개변수표시라고 하기도 한다'로 보충되고 <정의 3>의 ' $y = mx + b$ 에서의  $m$ 과  $b$ 와 같은 문자사용법'의 예로 보충되어 이해될 수 있다.

종합해 보면, 우리나라 학교수학의 교과서에서는 매개변수를  $x=f(t), y=g(t)$ 에서 변수  $t$ 와 같은 문자사용에 국한하여 외연적으로 정의되어 제시되고 있지만 수학용어의 사전적 정의를 살펴보면 매개변수가  $x=f(t), y=g(t)$ 에서 변수  $t$ 와 같은 문자사용에만 국한되는 것이 아니라 동형의 방정식이나 함수를 일반적으로 나타내는 데 사용되는 변수, 가능한 범위 안에서 그 값이 달라지는 변수에 따라 여러 경우의 문제상황을 함의할 수 있는 변수로 이해될 수 있음을 알 수 있다.

이러한 맥락에서 보았을 때, 2장의 parameter 개념 분석에서 드러난 외연이 우리나라 수학교과에서 통용되는 매개변수의 외연과 다르다는 결론을 내리기는 그 객관적인 근거가 부족할 듯 보인다. 다만 parameter 개념으로 처리하는 문자사용법이 우리나라 학교수학에서는 '상수'라는 용어로 또는 용어 설명없이 암묵적으로 처리하는 부분이 있다는 분석은 가능하다. 이는 학교수학에서 매개변수의 개념의 외연이  $x=f(t), y=g(t)$ 에서 변수  $t$ 에 국한되어 다루어지고 있다 하더라도  $y = ax + b$ 와 같은 대수적 표현에서 사용된 문자기호  $a, b$ 를 그 변화성과 대수적 언어의 특징이 살아날 수 있도록 지도하는 방안에 대한 논의가 필요함을 시사하는 것이다. 이는 이제부터 모든 학년의 수학교

과서에서  $ax+b=0$ ,  $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$  와 같은 방정식족이나 함수족을 나타내는 일반화된 대수적 표현에서 기호  $a, b, c, d$  를 모두 매개변수라는 용어로 칭하여 불러야 한다는 주장을 하는 것은 아니다.

학교수학을 배우는 학생들에게 용어를 통해 개념을 규정하는 방법이 교수학적으로 의미있는 것인가? 아니면 형식적인 전문 수학용어를 사용하지 않고 다양한 교수학적인 방법으로 개념이미지를 형성할 수 있도록 보조하는 것이 보다 효과적일 것인가? 분명한 것은 가르치는 수학교사와 수학교육연구자의 입장에서 위 두 가지의 양자택일의 관점에 서기 보다는 둘 사이의 사려깊은 조화와 조정의 작업에 대한 연구의 필요성을 불러일으킨다는 것이다. 이는 대수적 표현이 초, 중, 고 수학 전반에 걸쳐 등장하고 있기 때문에 교과와 내용지식에 입문하는 데 상당히 많은 시간을 필요로 하는 학습자의 인지수준, 학습환경, 그리고 대수학습의 진행과정을 고려해야 함을 함의한다.

#### IV. 매개변수(parameter)의 교수-학습에 관한 논의

2, 3장에서는 parameter와 매개변수라는 두 가지 표현으로 그 개념을 우리나라 학교수학에서 다루는 사용방식과 구분하여 분석하여 보았다. 그 과정에서 parameter의 외연과 매개변수의 외연이 같은가 다른가에 대한 명확한 판단을 내리기에는 객관적인 근거가 부족하지만 적어도 우리나라에서 통용되는 수학사전상의 정의에 비추어보면 parameter 개념으로 처리하는 문자사용법이 매개변수 개념의 사례로 다루어질 수 있다는 것이다. 다만 우리나라 학교수학

에서는 매개변수의 외연을  $x=f(t), y=g(t)$ 에서의 문자  $t$ 의 사용법에 제한하여 다루면서 parameter 개념으로 명시적으로 처리하는 문자 사용법의 일부를 '상수'라는 용어로 약화시켜 처리하거나 개념 설명없이 암묵적으로 처리하고 있다는 것이다.

본 장에서는 우리나라의 학교수학에서 통용되는 매개변수의 외연범위를 잠정적으로 확대하여 parameter 개념으로 포괄되는 문자사용법의 이해가 학교수학의 성공적인 대수학습을 위해 중요한 기초가 됨을 강조하고자 한다.

##### 1. 대수학습의 관점에서 본 매개변수 개념 지도

우리나라 교육과정상에서 특이하게 관찰되는 것은, 매개변수라는 용어가 명시적으로 다루어지는 시기나 그 이전 단계의 시기에서 매개변수 개념과 관련지어 다루어져야 할 중요한 변수 개념인 독립변수와 종속변수라는 개념이 교육과정의 <용어와 기호>란에서 명시적으로 다루어지지 않음으로써 매개변수의 개념의 내포와 외연이 상당히 모호하게 처리되고 있다는 것이다. '미분과 적분'보다 하위단계에서 학습되는 10단계 수학교과서의 함수단원에서도 독립변수와 종속변수라는 용어가 명시적으로는 사용되지 않는다.

물론 교과서에서 용어를 사용하지 않고서도 문자변수를 독립과 종속의 의미로서 암묵적으로 다룰 수는 있지만 독립변수, 종속변수에 대한 명확한 개념의 구분 없이 교과서에서 다루는 매개변수라는 용어를 다른 변수와 그 역할을 구분지어 이해하기란 쉬운 일은 아닐 것이다<sup>6)</sup>. Usiskin(1988)은 독립변수, 종속변수, 매개변수의 세 가지 변수 개념은 <표 IV-1>과 같이 대수의 학습이 '양 사이의 관계의 학습'으로

진행될 때 분명히 구분되어 다루어져야 할 중요한 기초 개념이라고 강조한다. 우리나라 수학과 교육과정에서 매개변수 개념은 명시적으로 사용되지만 독립 변수, 종속 변수의 개념은 암묵적으로 다루어지고 있고, 또한 매개변수가 '양 사이의 관계의 학습'에서 의미있게 학습되기 보다는 미분법의 학습을 위한 보조개념으로 한 번 일회적으로 등장했다가 사라지는 개념으로 지도되고 있으므로 Usiskin의 주장하는 대수 학습의 진행관점에 따른 변수 개념의 이해 문제가 학교수학의 지도과정에서는 의미있게 전개되고 있다고 보기 어려운 것이다.

다시 말하면, 교육과정상의 <용어와 기호>에서 제시된 매개변수 개념이 미분법을 지도하기 위해 필요한 개념으로 도입되는 양상을 띠고 있기 때문에, 양 사이의 관계의 학습이라는 대수 학습의 중요한 측면이 간과되어 처리될 수 있다는 것이다. 매개변수라는 용어가 교육과정의 <용어와 기호>란에 명시적으로 언급되면서도 함수의 미분법을 지도하기 위한 보조개념으로서 등장할 뿐 대수의 기초개념으로서 그 용어가 취급되고 있지는 않은 것이다. 이는 교육과정

상의 <용어와 기호>란에서 제시된 개념들이 학교수학의 기초개념으로서의 의미를 지니는가? 아니면 도입되는 수학내용의 전개를 위한 보조개념으로서의 의미를 지니는가? 에 대한 또 다른 연구문제를 불러일으킨다. 이러한 문제가 불분명한 상황이기 때문에 향후 새로운 교육과정 개발에서는 학교수학의 학습을 위한 <기초개념>과 <보조개념>의 구분이 필요하고 각 개념의 정의, 외연의 제시범위를 어느 정도로 규정할 것인가에 대한 논의가 필요하다는 제안도 가능해진다.

## 2. 학생들의 이해도 조사에서 본 매개변수 개념 지도

중등수학을 마치고 대학에 입학한 신입생들의 매개변수 개념 이해상태를 조사<sup>7)</sup>한 결과에 의하면 매개변수의 개념에 대한 설명, 매개변수로 사용된 변수 기호의 파악에 있어서 만족할만한 결과를 보이고 있지 않다. 매개변수 개념의 뜻이나 정의를 고등학교 때 배웠는가에 대한 질문에서 조차도 조사대상 이과계열 학생

<표 IV-1> 대수 개념과 문자사용의 다양한 의미

대수개념		문자사용의 의미
	문제해결 과정의 학습	자리지기로서의 미지수
다	다양한 맥락의 학습	일반화하는 도구로서의 다가이름, 부정소
	양 사이의 관계의 학습	독립변수, 종속변수, 매개변수
	구조의 학습	입의의 대상, 입의의 기호(형식적 조작의 대상)

6) 학교수학의 교과서 개발이나 수학과 교수-학습에 필요한 수학용어를 다루는 교육부 편수자료에는 독립변수, 종속변수, 매개변수가 모두 취급되고 있다(김홍기 외, 2002)

7) 연구자가 재직하고 있는 대학에서 수학을 기초교양과목으로 배우는 공학계열 학생들과 수학교육을 전공으로 선택한 사범대 수학교육과 학생들 총 61명을 대상으로 그들의 매개변수 개념 이해상태를 조사해 보았다. 조사대상학생들의 수학교과에 대한 성취수준정도는 평균적으로 '중' 또는 '중상' 수준에 해당된다고 판단되는 학생들이다. 교차지원이 가능한 현 대학입시의 상황에 따라 조사대상학생들 중에는 문과계열, 실업계열의 학생들도 몇몇 포함되어 있지만 대부분이 '수 II'를 배운 이과계열 학생들이라고 할 수 있다.

들의 약 36% 만이 '배웠다'고 응답하고 약 59%는 '모르겠다'고 응답하고 있다.<표 IV-2> 참조) 학생들의 학습태도, 학습한 내용에 대한 기억 정도의 문제도 고려해야겠지만 교육과정에서 공식적으로 다루는 수학적 용어의 정의나 뜻에 대한 설명이 학교수학의 수업에서 보다 충실히 이루어질 필요가 있음을 시사하고 있다.

매개변수의 정의(뜻)를 아는대로 써 보라는 문제에 대하여는 대부분의 학생들이 무응답 또는 '모르겠다'고 하거나 매개변수가 사용된 식에서 경험하였던 직관적인 느낌을 나름대로 표현하는 성향을 보인다.

다음은 이과계열 출신이면서 사범대학 수학교육과를 지망한 대학 1학년생들의 응답의 예이다.

매개변수에 대하여 배운 것 같기는 한데, "공통의 두 변수  $x, y$ 에 관한 두 개의 식을 한 문자(예,  $t$ )로 정리된 것"이라는 생각이 납니다

어떠한 값을 대입함에 따라 식의 값이 달라질 수 있는 변수

독립변수와 종속변수를 제외한 그 식에 필요한 변수를, 임의로 매개하기 위해 도입한 변수

우리나라 학교수학에서 매개변수의 외연을  $x=f(t), y=g(t)$ 에서  $t$ 와 같은 문자사용에 제한하여 다루었음에도 불구하고 몇몇 학생들은

2장에서 분석한 parameter 개념의 외연을 함의하는 설명을 제시하는 경우도 눈에 띈다.

어떤 정해지지 않는 값들을 미지수로 정해서 일반적인 형태로 놓는 것

$y=ax+b$ 에서의 문자  $a, b$ 의 사용법을 의식하고

임의의 상수 값

이라고 기록한 학생의 답안도 있다.

수학적 문제상황 속에 제시된 문자들을 매개변수의 개념 사례로 파악하는 양상을 조사한 결과에 의하면 매개변수에 대한 뜻을 정확히 말로 설명하지 못한 학생들 중에서도  $y=ax+b$ 에서의 문자  $a, b$ 를 매개변수 개념의 사례로 보는 경우가 관찰되는데, '매개변수'의 국어적 표현에서 전달되는 의미 즉, '중간역할을 하는', '매개로 사용된' 의 의미가 반드시  $x=f(t), y=g(t)$ 에서 문자  $t$ 와 같은 사용법의 의미에 제한되어 이해되고 있는 것은 아님을 알 수 있다. 김성준, 박선용(2002)은 '매개'라는 표현에서 매개변수방정식  $x=f(t), y=g(t)$ 에서 문자  $t$ 와 같은 사례만이 자연스럽게 떠오르기 쉬운 경향이 있다고 설명하고 있지만<sup>8)</sup>, 이는 그 동안 학교수학에서 매개변수라는 개념을 사용한 맥락이  $x=f(t), y=g(t)$ 에서 문자  $t$ 의 경우 뿐이었기 때문인 것으로 보이며 '매개'라는 국어적 표현의 의미에서 자연스럽게 연결

<표 IV-2> '고등학교 때 매개변수 개념의 정의(또는 뜻)를 배운 적이 있는가'라는 질문에 대한 응답 분포

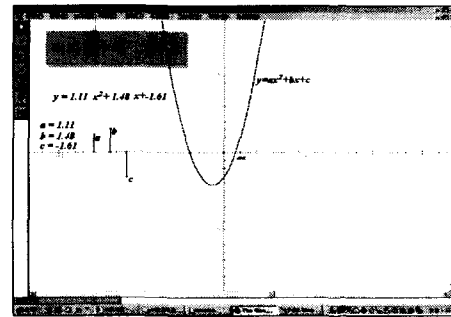
구분 \ 계열	공학전공지망 1학년생(25명)			수학교육전공 지망 1학년생(36명)		
	배웠다	안배웠다	모르겠다	배웠다	안배웠다	모르겠다
이과계열	4	0	9	12	3	15
문과계열	1	1	2	1	0	4
실업계열	0	6	2	0	0	1

되는 유일한 예라고 보기에는 그 객관적인 근거가 부족한 것이다.

전체적인 응답분포를 볼 때, 매개변수 개념의 사례를 선택하는 학생들의 판단 기준의 일관성은 없어 보인다. 그러나 우리나라 학교수학에서 제시한 매개변수의 외연( $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$ )에서 문자  $t$ 와 같은 사용법을 넘어서서 방정식 족, 함수 족을 나타내기 위한 문자사용법까지 확장하여 이해하는 학생들이 있음을 관찰할 수 있었다. parameter 개념을 우리나라에서 매개변수로 번역하면서 교과서상에서 그 외연을 한정하여 다루는 작업이 관습적인 이해수준에서는 무리가 없을 듯하나 ‘국어적인 표현’에서 본질적으로 전달되는 내용을 볼 때 그 외연의 한정이 그다지 의미가 없어 보인다는 해석이 가능하다.

우리나라 학교수학 교육과정에 등장하는 매개변수 개념이 공식적인 <용어>로 다루어지는 학교수학의 기초개념이라면, parameter의 외연 범위에 속하는 사례가 제시될 때 수학수업장면에서 매개변수로서의 문자 사용의 의미와 역할을 보다 의미있게 지도할 필요가 있다고 생각된다. 변화를 함의하면서 간결하게 압축, 일반화되어 있는 수학적 표현을 다루면서 학생들은 문자사용방식에 대해 반성해 볼 수 있는 학습의 기회가 주어져야 한다. 비록 학년과 수준에 따라서 수학교과서에 매개변수라는 용어가 명시적으로 언급되지는 않는다 하더라도 매개변수의 사례로 사용된 변수 기호의 의미와 그 변화성에 대한 설명이 수학교사에 의해 생명력있게 다루어져야 할 필요가 있다고 생각된다. 예를 들어, 아래와 같이 GSP에서  $a, b, c$ 의 변화에 따른 이차함수의 모양을 관찰하는 학습은

변수 개념 학습과 관련하여 수학교사의 주요한 관심사 중의 하나가 되어야 할 것이다. [그림 IV-1]를 활용한 학습은 딘즈의 수학적 다양성의 원리 구현이나 공학적 도구의 활용측면에서 여러 가지 수학교육적인 의의를 찾을 수 있지만 매개변수의 변화성, 그에 따른 이차적 관계, 일반화된 식의 표현, 의미를 조작과 경험을 통해 체험할 수 있게 하는 학습의 장으로 연결시킬 수 있는 장점이 있는 것이다.



[그림 IV-1] 변수  $a, b, c$ 의 변화에 따른 이차함수의 모양 탐색

### 3. 대수적 표현과의 의사소통을 위한 매개변수 지도

2장에서 살펴보았듯이, 우리나라 학교수학에서 일찍부터 다루는 일반화된 대수적 표현에서 사용된 문자기호(예를 들면,  $y=ax+b$ 에서의 문자  $a, b$ )는 parameter 개념의 사용법 중의 하나이다. 학생들로 하여금  $y=ax+b$ 에서의 문자  $a, b$ 의 변화성을 어떻게 경험시킬 것인가? 단지 문자기호를 매개변수라고 부르는 것 만이 교수-학습의 어려움을 해결하는 유일한 방법인가? 이 방법은 매개변수(parameter)개념에 대한

8) 이와 관련하여  $y=ax+b$ 에서의 문자  $a, b$ 는 parameter의 사용법의 예로서 ‘매개변수’라고 부르지 말고 ‘조변수(助變數)’라고 부르는 것이 더 적합해 보인다는 주장을 하기도 한다(김성준, 박선용, 2002, p.498)

교사의 이해와 실제적인 지도방법의 변화가 있지 않고서는 설득력이 없다고 보여진다. 본 논문에서 주장하고자 하는 것은 대수적 표현에서 사용된 문자기호를 특별한 변수용어로 칭할 것인가의 문제가 아니다. 주장하고자 하는 것은 보다 근원적인 입장에서 다양한 의미와 역할로 사용되는 복합개념인 변수가 세분된 용어로 구분되어 분류되는 것이 수학교사의 입장에서 먼저 이해가 되어야 하고, 현장의 수학교사가 학교수학의 내용을 다루는 수업의 과정에서 변수의 의미와 역할, 그 변화성을 생명력있게 다루어 나가야 한다는 것이다. 우리나라 학교수학에서 다루어지는 매개변수의 외연을 parameter의 외연과 비교하여 분석한 이유도 이를 통해서 우리나라 학교수학의 대수학습에서 소홀히 처리되고 있는 측면을 살펴보고자 한 것이다. 학교수학에서 일차함수의 일반식  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ )를 다룰 때 'a, b'에 대한 설명을 어떻게 처리하는가는 변수 개념 이해에 영향을 줄

수 있음이 선행연구에서 이미 지적된 바 있다<sup>9)</sup>. 이는 우리나라 교육과정 연구에서도 2장에서 Vinner가 설명하는 매개변수로서의 문자사용법 ①을 어떻게 다루어나갈 것인가에 대한 교수학적 논의가 필요함을 시사한다. 사실 Vinner가 설명하는 매개변수 사용법 ①의 (예)에서 사용된 문자 a, b를 어떤 명칭으로 부르는 것이 합당한가에 대한 논의가 필요한 것은 분명하다. 실제로 아래의 <표 IV-3>에서 제시된 바와 같이 하나의 대수식에 사용된 동일한 문자도 서로 다른 명칭으로 불릴 수 있다는 사실이 이를 말해준다. <표 IV-3>에 제시된 용어의 의미를 주목해 보면 나름대로 문자에 대한 용어선택에 합당한 이유를 들 수는 있다. 그러나 용어의 표현이 개념을 이해하는데 미치는 영향을 고려해 볼 때, 우리나라 교과서에서 주로 칭하는 '상수'라는 용어는 지양하는 것이 바람직할 것으로 생각된다. 대수식  $ax + b = 0$ ,  $y = ax + b$ 에서의 문자 a, b를 부정소 혹은 매

<표 IV-3> 대수식에서 사용된 동일한 문자에 대한 서로 다른 명칭

대수식의 예	문자	사용된 문자에 대한 용어	참고문헌	용어 의미
$ax + b = 0$ $y = ax + b$	a, b	상수	고성은 외(2001)	결국 하나의 값으로 고정된다는 의미. (대부분의 수학교과서에서 상수로 부름)
		부정소 (indeterminate)	Freudenthal(1984)	일반화의 표현에서 아직 그 값이 결정되어 있지 않다는 의미
		매개변수 (parameter)	Vinner(2001) Usiskin(1988)	a, b의 값에 따라 (즉, a, b 매개로 하여) x의 값이나 x, y 사이의 관계가 결정된다는 의미

9) 일차함수의 일반식  $y = ax + b$ 에서 아직 정해져 있지 않은 상수를 나타내는 문자로 사용된 a, b를 변수로 인식하는 학생 수는 매우 적으며(김남희, 1992, pp.80-81) 교사들 역시 변수의 핵심성질을 '고정되어 있지 않은, 변화가능한, 여러 개의 값을 취할 수 있는, 대표하는'의 의미로 파악하고 있으면서도 위 식의 경우에 사용된 문자 a, b를 변수로 인식하지 못하는 경우가 많음을 보이고 있다(김남희, 1997, p.104, p.111). 이와 관련하여 학교수학에서는  $y = ax + b$ 에서 a, b를 상수라고 하는 것은 a, b가 x, y 보다 먼저 수치화 된다는 상대적인 의미로 사용된 것이지 우리가 일반적으로 말하는 진정한 의미의 상수는 아니라는 것이 강조되어야 한다(Rosnick, 1982, p.26; 김남희, 1997 p.55에서 재인용)

개변수로 각각 부르는 것은 그 값이 아직 결정되어 있지 않은 것을 일반적으로 표현했다는 특성과 방정식족, 함수족을 표현하면서 특정한 방정식이나 함수를 결정하기 위해  $x, y$  보다 먼저 수치화된다는 특성을 부각시킬 수 있는 장점이 있다.

$ax+b=0$ ,  $y=ax+b$ 에서 사용된 문자  $a, b$ 를 ‘부정소’로 부르는 것은 아직 정해져 있지 않은 상수를 대신하는 일반화된 표현이라는 관점에 따른 것이며,  $ax+b=0$ ,  $y=ax+b$ 에서 사용된 문자  $a, b$ 를 ‘매개변수’로 부르는 것은 여러 경우의 방정식이나 함수를 통합적으로 다루면서 그것이 미리 수치화되어 다른 변수의 값이나 변수들 사이의 관계를 결정짓는 즉, 양 사이의 관계를 다룬 대수적 표현이라는 관점에 따른 것이다. 다시 말하면 동일한 대수적 표현이 서로 다른 두 가지 이름으로 불리는 것은 대수를 다루는 현재의 관점이 무엇이나에 따라 즉, 일반화의 학습과 양 사이의 관계의 학습이라는 두 가지 관점의 차이에서 비롯된다는 것이다. 따라서  $ax+b=0$ ,  $y=ax+b$ 와 같은 대수식에서 사용된 문자  $a, b$ 를 ‘매개변수’로 부르는 것은 대수의 학습이 양 사이의 관계를 다루는 수준에서 이루어질 때 매우 합당한 표현이 된다.(<표 IV-1>참조) 그러나 학년에 따라 학생들이 용어에서 느끼는 어려움을 고려하여 ‘부정소’ 혹은 ‘매개변수’라는 용어를 사용하지 않고 ‘아직 결정되어 있지 않은 수’, ‘특정한 함수(또는 방정식) 관계를 결정하는 수’, ‘형태가 같은 여러 함수(또는 방정식)을 일반적으로 나타내는 문자’ 등의 의미로 쉽게 풀어서 설명할 수도 있다.

요약 하건대, 대수식에 사용된 문자변수를 어떤 용어로 칭하는가의 문제는 대수를 다루는 관점과 더불어 대수식의 적용과정에서 문자

가 하는 역할에 대한 이해와 밀접한 관련이 있다는 것이다. 따라서 우리나라 학교수학의 교과서에서 매개변수라는 용어를 이제까지 사용한 방식에서 나아가 그 외연을 넓혀 명시적으로 사용하고자 한다면 그 개념 용어가 교과서 전반에 걸쳐 절대적으로 사용되기 보다는 수학 내용이 제시된 학년과 수준을 고려하여 현재 다루는 대수학습의 관점이 무엇인가에 따라 유연성있게 처리되어야 한다는 것이다.

Rosnick(1982)은 학생들이 실제로  $y=ax+b$ 에서 문자  $a, b$ 를 변하는 문자임에도 불구하고 상수로 파악하고 있고 위와 같은 대수적 표현이 갖는 강력한 언어적 힘과 역동적인 변화의 상황을 이해하기 어려워하는 경향을 지적한 바 있다. 학교수학의 대수학습의 진행 과정이 ‘양 사이의 관계를 다루는 학습’에 초점이 맞추어져 있는 상황이라면 학교수학교육과정에서 다루는 용어 매개변수를 학년에 따른 적절한 내용수준에서 명시적으로 적절하게 사용하는 것에 대해 수학교사와 교육과정 관련 연구자, 수학교육연구에서 논의를 해 보는 것도 교수학적으로 의미있는 일일 것이다.

Freudenthal(1983)이 지적하고 있듯이, 전통적으로 학교수학에서는 학생들이 형식적인 대수언어를 잘 다룰 수 있도록 훈련시키는 것에만 치중해왔으며 의미 있는 문제를 해결하기 위해서 대수의 언어가 어떻게 사용될 수 있는지를 이해시키는 것에는 소홀했던 것이 사실이다. Freudenthal은 교사가 수업 중에  $a, b, x, y$  등의 문자를 사용할 때 문자의 복합적인 의미나 다양한 사용법에 대한 설명 없이 그것들을 거의 자동적인 방식으로 다루고 있음을 비판한다<sup>10)</sup>. 2, 3장에서 분석한 바 있듯이 우리나라 학교수학에서 매개변수로 다루는 외연이 원어 parameter 개념 속에 드러난 외연 보다 명시적으로



는 다소 한정되어 처리되고 있음을 관찰할 때, 위의 Freudenthal의 지적과 관련하여 우리나라 교육과정에서 다루는 <용어>의 지도방법에 관한 보다 심층적인 논의가 활발하게 이루어질 필요가 있는 것이다.

매개변수가 우리나라 교육과정에서 명시적으로 통용되고 있는 기본용어임을 고려할 때, 이차적 관계를 주도하면서 양 사이의 관계를 결정짓는 문자가 parameter의 외연에 속하는 중요한 사용방식임을 고려하여 이에 대한 교수학적 지도의 노력을 해야 할 것이다. 이러한 노력은 그러한 문자를 명시적으로 '매개변수'라고 칭하고 동일한 식 안의 다른 변수들과 구분지어 다루는 적극적인 방법으로 실행될 수도 있고, 개념을 규정하는 용어를 사용하지 않는다면 문자사용법에 대한 적절한 설명과 예시를 통해 미리 수치화되어 다른 변수의 값이나 변수들 사이의 관계를 결정짓는 문자로서의 변수의 역할을 부각시키는 교수 방법상의 시도로도 실행될 수 있다. 그 동안 학교수학에서 주로 다루어왔던 변수에 값을 대입시키는 과정(일반 → 특수)을 보다 약화시키고 구체적인 여러 상황을 변수로 구성해가는 과정(특수 → 일반)을 경험시키는 학습도 가능한 한 많이 제시하는 것이 도움이 될 수 있다. 대수적 사고가 보다 상위의 수준으로 발달할 수 있는 시점은 바로 일반화가 형식화되는 수준이므로 동형의 구체적인 상황을 변수로 구성해 가는 과정 즉, 특수 → 일반의 과정을 경험하고 이를 대수식으로 적절히 표현하는 학습 속에서 매개변수의 사용법과 그 역할에 대한 이해가 심화될 수 있는 것이다.

## V. 맺음말

본 논문은 우리나라 수학교육과정에서 공식적인 <용어>로 다루어지고 있는 매개변수 개념의 교수학적 논의이다. 매개변수 개념은 그 사용범위를 어떻게 파악하는가에 따라 우리나라 학교수학의 내용 전개에서 상당히 포괄적으로 사용되고 있다고 파악할 수도 있고  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$ 와 같은 형식의 표현에만 사용되는 개념으로 제한하여 이해할 수도 있다. 매개변수 개념이 학교수학에서 어떻게 규정되는가에 따라 대수적 표현에 대한 교사의 설명과 학생들의 이해는 상당히 달라질 수 있기 때문에 본 논문에서는 먼저 여러 문헌을 통해 매개변수 개념이 어떻게 설명, 정의되고 있는지를 살펴 보았다. 그 과정에서 parameter 개념의 외연이 우리나라 학교수학에서 매개변수의 외연으로 다루는 범위 이상으로 보다 포괄적임을 확인하였다. parameter 개념과 매개변수의 개념이 차별화되는 것인가 아닌가에 대한 명확한 판단을 내리기에는 객관적인 근거가 부족하지만 적어도 우리나라에서 통용되는 수학사전상의 정의에 비추어보면 parameter 개념으로 처리하는 문자사용법이 매개변수 개념의 사례로 다루어질 수 있으며 다만 우리나라 학교수학에서는 매개변수의 외연을  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$ 에서의 문자  $t$ 의 사용법에 국한하고 있음을 알 수 있었다. 또한 parameter 개념으로 명시적으로 처리하는 문자사용법이 우리나라 학교수학에서는 '상수'라는 용어로 또는 용어 설명없이 암묵적으로 처리되면서 일반화된 표현으로써 동형의 관계 구조를 함의하고 있는 문자사용법에 주목시키

10) 변수 개념이 미지수, 부정소, 독립변수, 종속변수, 매개변수 등의 다른 이름으로 세분화하여 불리는 것은 변수 개념의 복합성과 그 이해의 어려움을 말해주는 것으로서 학생들은 대수의 학습이 다양한 형태의 변수 사용과 함께 보다 상위수준으로 향상되어 갈수록 변수로 사용된 문자가 대수식에서 어떤 역할을 수행하는지를 파악하는데 어려움을 겪게 된다.

고자 하는 의도가 (적어도) 교과서 지면상에서는 약화되어 처리되고 있음을 지적하였다.

본 논문에서는 우리나라 학교수학 교육과정에 등장하는 매개변수 개념이 공식적인 <용어>로 다루어지는 학교수학의 기초개념이라면, 그 외연에 속하는 사례가 학교수학의 내용에 자주 다루어지고 있으므로 수학수업장면에서 매개변수로서의 문자 사용의 의미와 역할을 보다 의미있게 지도할 필요가 있음을 주장하였다. 변화를 함의하면서 간결하게 압축, 일반화되어 있는 수학적 표현을 다룰 때, 비록 학년에 따른 학생의 인지수준을 고려하여 수학교과서에 매개변수라는 용어를 명시적으로 언급할 수는 없다 하더라도 매개변수의 사례로 사용된 변수 기호의 의미와 그 변화성에 대한 설명이 수학교과서에 의해 생명력있게 다루어져야 할 필요가 있음을 주장하였다. 대수식에 사용된 문자변수를 어떤 용어로 칭하는가의 문제는 대수를 다루는 관점과 더불어 대수식의 적용과정에서 문자가 하는 역할에 대한 이해와 밀접한 관련이 있으므로 학교수학의 교과서에서 매개변수라는 용어를 이제까지 사용한 방식에서 나아가 그 외연을 넓혀 명시적으로 사용하고자 한다면 그 개념 용어가 교과서 전반에 걸쳐 절대적으로 사용되기 보다는 현재 전개되고 있는 대수학의 관점이 무엇인가에 따라 유연성있게 처리되어야 함을 강조하였다.

본 논문의 내용을 종합하여 매개변수 개념의 교수-학습을 위한 논의를 요약하여 제시하면 다음과 같다.

첫째, 학교수학의 기초개념으로서의 변수 개념의 이해는 '수학적 의사소통' 능력과 관련하여 변수의 다양한 사용법과 의미 구분에 대한 이해가 전제된다. 따라서 교육과정상의 용어로 명시되는 매개변수 개념의 학습을 위해 실제

수업장면에서는 학생들에게 매개변수 개념이 사용된 수학적 표현에서 문자의 사용방식과 역할에 대해 반성해 볼 수 있는 학습기회가 충분히 주어져야 한다.

둘째, 학년이 올라가면서 학교수학의 학습수준이 상승되어 간다고 볼 때, 대수의 학습이 문제해결 과정의 학습 → 일반화의 학습 → 양사이 관계의 학습으로 진행되어 감에 따라 학생들이 매개변수 개념을 종속변수, 독립변수의 개념과 함께 그 의미와 역할을 구분하여 이해할 수 있도록 수학교사의 의식적이고도 신중한 지도노력이 요망된다.

셋째, 매개변수 개념의 정의(뜻)가 다루어지기 이전에 매개변수에 대한 개념이미지가 형성될 수 있도록 하는 교수학적 노력이 요망된다. 우리나라 수학교과서의 경우에는 매개변수 개념이 중학교 수준의 학습내용과 관련된 대수적 표현에서 자주 다루어지고 있음에도 불구하고 그 개념에 대한 용어 정의는 고등학교 선택교육과정 교과서에서 비로소 도입되고 있기 때문에 매개변수 개념지도의 어려움이 가중된다. 따라서 현장의 수학수업에서 교사들은 그 개념이 다루어진 대수식을 다룰 때 학생들에게 매개로서의 역할을 하는 문자에 대한 올바른 심상이 구성될 수 있도록 하는 학습상황을 고안하여 제시하여야 한다. 잠자는 이차적인 독립변수라고도 칭해지는 매개변수가 중학교 이후부터 다양한 맥락에서 주어지고 있으나 그 개념의 뜻과 함께 다루어지는 예는 지극히 제한된 '범위'에서 다루어지고 있음에도 주목할 필요가 있다.

넷째, 수학적 개념의 교수-학습의 문제를 다루는 본 논문의 내용과 관련하여 우리나라 수학 교육과정의 구성체계의 개선에 대한 한 가지 제안을 할 수 있다. 현재 교육과정의 <용어

와 기호>란에 제시되는 수학용어들 중 학교수학의 기초개념의 범주로 설정되는 용어가 무엇인지를 교육과정상에 명확하게 제시해주는 문제를 고려해 볼 필요가 있다. 매개변수 개념도 중등수학의 전반에 걸쳐 다양한 수학적 표현 속에서 등장하고 있지만 명시적으로는 미분법을 지도하기 위해 도입되는 개념 정도로만 등장하는 양상을 띠고 있기 때문에, 학교수학에서는 흔히 미분법을 지도하기 위한 보조개념 정도의 의미로 소홀히 다루어질 가능성이 많다. 따라서 향후 우리나라의 새로운 교육과정 개발에서는 학교수학의 <기초 개념>과 <보조 개념>의 구분을 보다 명확히 드러내는 작업이 반영된 교육과정 구성이 필요하다는 제안을 할 수 있다. 이와 더불어 학교수학의 기초개념으로 설정되는 수학적 개념들은 교과서 상에 개념의 외연을 어느 정도로 드러내어 다룰 것인지에 대한 적절한 범위설정의 문제도 새로운 연구문제가 될 것이다.

## 참고문헌

- 강행고 외 8인(2002). **중학교 수학 9-가 교사 용지도서**. (주)중앙교육진흥연구소.
- 고성은 외 5인(2001). **중학교 수학 8-가**. (주)블랙박스.
- 교육부(1997). **수학과 교육과정**. 교육부.
- 김남희(1992). **변수 개념과 대수식의 이해에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 석사학위논문.
- 김남희(1997). **변수 개념의 교수학적 분석 및 학습-지도 방향 탐색**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 김성준, 박선용(2002). 학교수학에서의 매개변수의 역할 고찰. **학교수학**, 4(3), 495-511.
- 김흥기 외 6인(2002). **수학 편수 자료 연구·개발에 관한 세미나 및 회의자료**. 2002학년도 교육부 편수자료 연구.
- 박두일 외(2001). **중학교 수학 8-가**. (주)교학사.
- 박을룡 외 4인 편저(1984). **콘사이스 수학사전**. 창원사.
- 박을룡 외 6인 편저(1995). **수학대사전 1**. 한국사전연구소.
- 박한식(1982). **고교수학대사전**. 대문출판사.
- 신현성, 최용준(2001). **고등학교 수학 10-나**. (주)천재교육.
- 우정호(1998). **학교수학의 교육적 기초**. 서울대학교 출판부.
- 임재훈 외 7인(2002). **고등학교 미분과 적분**. (주)두산.
- 조영미(2001). **학교수학에 제시된 정의에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- Anna Sierpiska(1992). On understanding the notion of function. In Ed Dubinsky & Guershon Harel (Eds.), *The Concept of Function, Aspect of Epistemology and pedagogy* (pp. 25-58). MAA REPORT25.
- Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Through processes underlying a common misconception. *Journal of Research in Mathematics Education*, 13(1), 16-30.
- Collis K. F. (1974). *Cognitive development and mathematics learning*. paper prepared for PME Workshop. Centre for Science Education, Chelsea Colledge, London, 28 June.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematics structures*. Reidel, Dordrecht.

- Freudenthal, H. (1984). The implicit philosophy of mathematics; History and education. *Proceedings of the international Congress of Mathematicians*, vol. 2, pp.1695-1709.  
[http://preview/britannica.co.kr/topic/asp?article\\_id=b07m1776a](http://preview/britannica.co.kr/topic/asp?article_id=b07m1776a)
- Küchemann, D. E. (1981). Algebra. In K. M. Hart, M. L. Brown, D. E. Küchemann (Eds.), *Children's understanding of mathematics:11-16* (pp.102-119). John Murray.
- Leitzel, J. R. (1989). Critical considerations for the future of algebra instruction or reaction to : "Algebra: what should we teach and how should we teach it?". In S. Wagner & C. Kieran, (Eds.), *Research issues in the Learning and Teaching of Algebra* (pp.27-32). Lawrence Erlbaum Associates, The National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM(1992). *수학교육과정과 평가의 새로운 방향*. (구광조 외 2인 역, 1992). 경문사.(영 어원작은 1989년 출판).
- NCTM(2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Paul Goldenberg, Philip Lewis, James O'Keefe(1992). Dynamic representation and the development of a process understanding of function, In ED Dubinsky, Guershon Harel (Eds), *The Concept of Function, Aspect of Epistemology and pedagogy* (pp.235-260). MAA REPORT25.
- Rosnick, P. C. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. *Mathematics Teacher*, 74, 418-420.
- Rosnick, P. C. (1982). *The use of letters in precalculus Algebra*. UMI, AAC 8219845, University of Massachusetts.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In *The Ideas of algebra K-12* (pp.8-19). NCTM 1988 yearbook.
- Vinner, H. B. (2001). Beyond unknowns and variables-parameters and dummy variables in high school algebra. In R. Sutherland et al. (Eds.), *Perspectives on School Algebra* (pp.177-189).
- Wagner, S. (1981). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal of Research in Mathematics Education*, 12. 107-118.

# A Study on the Teaching-Learning of Parameter Concept

Kim, Nam Hee (Jeonju University)

This study is on the teaching-learning of parameter concept in secondary school mathematics. In our school mathematics curriculum, parameter concept is explicitly presented at high school mathematics textbook. But student have difficulty in understanding parameter concept because this concept is implicitly used in the textbook from 7-grade mathematics. Moreover, it is true that mathematics teacher give a little attention to student's understanding of parameter concept.

In this study, we analyzed concept definition of parameter and the extension of parameter on the basis of preceding research, our mathematical curriculum, mathematical dictionaries. After that, we concluded that parameter is explicitly called in  $t$  where  $x=f(t), y=g(t)$  and parameter is implicitly treated in the learning of relation between

quantities in our mathematical curriculum.

We pointed to the importance of parameter concept in the successful learning of school algebra. Specially, when the level of algebra is in the learning of relation between quantities, parameter is the key concept for understanding and representing of families of equations or functions. In mathematics class, students have opportunity to reflect that what the role of each variable(parameter, dependent variable, independent variable etc.) is, and where the information which determines it comes from. It is for mathematical communications as well as learning school algebra. Therefore, mathematics teacher's didactical attention is more needed to student have a good concept image of parameter before they learn explicitly its concept definition.

\* **Key words** : parameter(매개변수), variable(변수), school algebra(학교대수), family of equations(방정식족), family of functions(함수족)

논문접수 : 2004. 6. 10

심사완료 : 2004. 7. 27