

진동측정을 위한 스트레인 게이지 설치위치 최적화 : 최적화 방법 및 평가

Optimal Placement of Strain Gauge for Vibration Measurement : Formulation and Assessment

최병근[†] · 최창림* · 양보석**

Byeong Keun Choi, Chang Rim Choe and Bo Suk Yang

(2004년 5월 3일 접수 : 2004년 7월 12일 심사완료)

Key Words : Strain Gauge(스트레인 게이지), Signal-to-noise Ratio(신호대 잡음비), Modal Response(모드 응답), Mispositioning(위치오차), Probability of Gauge Failure(게이지 파손 가능성)

ABSTRACT

This paper focuses on the formulation and validation of an automatic strategy to select the optimal location and direction of strain gauges for the measurement of the modal response. These locations and directions are important to render the strain measurements as robust as possible when a random mispositioning of the gauges and gauge failures are expected. The approach relies on the evaluation of the signal-to-noise ratios of the gauge measurements from strain data of finite element. The multi-step optimization strategy including genetic algorithm is used to find the strain gauge locations-directions that maximize the smallest modal strain signal-to-noise ratio in the absence of gauge failure or its expected value when gauge failure is possible. A flat plate is used to prove the applicability of the proposed methodology and to demonstrate the effects of the essential parameters of the problem such as the mispositioning level, the probability of gauge failure, and the number of gauges.

1. 서론

블레이드(blade)의 진동상태를 정확하게 측정하기 위해 사용되는 스트레인 게이지는 다른 구조물 진동의 경우와 마찬가지로 블레이드상의 최대 스트레인 방향을 따라 스트레인이 피크를 이루는 위치에 설치하여야 한다. 그러나 스트레인 게이지를 설치 시 발

생할 수 있는 설치위치나 방향에서의 약간의 위치 오차(mispositioning)와 블레이드의 모드 스트레인(modal strain) 분포가 매우 날카로운 피크를 가지는 구조적 특성뿐만 아니라 회전, 유체의 흐름과 같은 블레이드내의 혹독한 운전조건과 같은 문제들로 인해서 스트레인 게이지에서 스트레인 수치가 최대치보다 훨씬 작게 측정될 수도 있다.

그러나 일반적으로 스트레인 게이지로 측정하고자 하는 것은 모드 스트레인의 진폭이다. 즉, 대부분의 블레이드는 매우 낮은 감쇠를 가지므로 공진상태에서 측정된 스트레인이 본질적으로 모드 스트레인에 비례한다. 따라서 측정된 스트레인이 비례상수임을 의미한다. 이 비례상수는 블레이드의 임의의 위치에서 스트레인의 단일 측정으로 충분히 얻을 수 있지만, 모

[†] 책임저자 : 정희원, 경상대학교 기계항공공학부
E-mail : bgchoi@gsnu.ac.kr

Tel : (055) 640-3059, Fax : (055) 640-3188

* 경상대학교 대학원 정밀기계공학과

** 정희원, 부경대학교 기계공학과

드 스트레인 진폭의 정확성은 스트레인의 위치오차와 측정 노이즈의 영향을 받는다. 그러므로 진폭의 정확성은 측정위치에서 스트레인 게이지의 신호대 잡음비 (signal-to-noise ratio, *SNR*)에 비례 한다고 예상할 수 있다. 이 비는 여러 가지 조건의 위치오차와 측정 노이즈를 가지는 수많은 유사한 테스트를 통하여 정의 되어진다. 따라서 스트레인 게이지의 최적의 설치 위치와 방향은 확률적으로 주어지는 위치오차와 측정 소음에 대하여 *SNR*이 최대가 되는 지점이다.

스트레인 게이지 설치위치의 선택 시에 영향을 미치는 또 다른 중요한 요인은 스트레인 게이지의 잠재적 파손(potential failure)이다. 즉, 큰 원심력, 유체의 흐름과 매우 높은 온도가 복합적으로 가해지는 혹독한 운전조건 때문에 운전 중 스트레인 게이지가 설치 위치에서 이탈하는 경우가 발생한다. 따라서 스트레인 게이지의 잠재적 파손을 고려하여 스트레인 게이지 설치위치의 최적화를 수행하여야 한다.

그러나 주어진 이러한 문제의 실질적 중요성에도 불구하고 단지 몇몇 연구만이 블레이드상의 스트레인 게이지의 설치위치에 관한 문제를 다루고 있다.^(1~3) Yang과 Griffin⁽¹⁾은 특히 매우 근접해 있어 구별하기가 힘든 모드를 대상으로 스트레인 게이지의 설치위치 방법을 제안하였다. 이와는 달리 Sensmeier와 Nichol^(2, 3)은 모드 동정을 포함한 다양한 데이터처리 관점에서 스트레인 게이지의 설치위치를 다루었다. 따라서 본 논문에서는 스트레인 게이지의 설치위치에 영향을 미치는 실질적 사항을 다음과 같이 고려하고 이를 통하여 스트레인의 측정에 랜덤한 영향을 미치는 위치오차와 게이지 파손을 통계적으로 연구한 이전의 결과를 보완하려고 한다.

(i) 일반적으로 m 개의 서로 다른 모드의 모드 스트레인 진폭을 얻기 위해서 p 개의 스트레인 게이지를 사용한다. 이때 $p < m$ 이다.

(ii) 스트레인 게이지의 운전 중 잠재적 파손을 고려한다.

본 논문에서는 (i)사항을 해결하기위해(즉, $p < m$), max-min-max법칙을 제안하였다. 즉, 각 모드의 모드 스트레인 진폭은 그 모드에 대해서 p 개의 스트레인 게이지중에서 최대 *SNR*이 얻어지는 게이지로부터 평가 될 것이다. 따라서 최소한으로 비교적 정확하게 평가된 모드 스트레인 진폭은 각 모드에서 얻어진 최대 *SNR*중에서 최소값을 나타내는 모드와 관

련이 있을 것이다. 그러므로 본 논문에서 제안하는 스트레인 게이지 설치위치법은 사용된 p 개의 스트레인 게이지를 비교하여 각 모드에서 얻어진 최대 *SNR*중에서 최소값을 가지는 *SNR*이 최대가 되는 위치를 찾는 것이다. 또한, 스트레인 게이지의 잠재적 파손을 고려하는 경우, 다수의 게이지가 랜덤하게 파손되는 여러 가지의 유사한 테스트를 통하여 얻을 수 있는 예상되는 평균값으로 max-min-max법을 수정함으로서 스트레인 게이지의 설치위치를 구할 수 있다. 본 논문에서는 ANSYS를 이용한 유한 요소 응력 데이터를 사용하였고, 전역최적화 알고리즘인 유전 알고리즘(GA)과 MATLAB(v5.0)에서 제공하는 함수 constr를 조합하여 최적화를 수행하였다. GA는 유한요소의 격자점 중에서 최적의 스트레인 게이지 설치위치를 찾고, 함수 constr는 GA가 찾은 격자점을 출발점으로 하여 유한요소 격자 내부의 보간 데이터를 이용하여 최적의 스트레인 게이지 설치위치를 찾는다.

본 논문에서는 제안된 방법의 유용성을 확인하고, 파라메타의 영향을 검증하기 위해 우선 평판의 경우를 고려하였고, 블레이드의 경우와 게이지 파손의 영향에 관하여는 추후에 자세히 논의할 예정이다.

2. Max-Min-Max법

2.1 게이지 파손을 고려하지 않는 경우

스트레인 게이지의 잠재적 파손을 고려하지 않을 경우에, 스트레인 게이지 설치위치의 선택은 모드 스트레인 분포와 측정노이즈(measurement noise)와 게이지의 위치오차에 의해 결정되어진다. 노이즈와 위치오차는 스트레인의 측정자체에는 영향을 주지는 않지만, 측정된 스트레인 값의 다양성을 초래하는 공통된 영향을 가진다. 즉, 만약 동일한 장치를 사용하여 같은 블레이드에 대하여 동일한 가진 조건하에서 측정과정을 여러 번 되풀이 한다면, 측정에 반영되는 서로 다른 노이즈 값과 실제 설치위치에서의 스트레인 게이지의 약간의 위치변동의 영향으로 매번 다른 스트레인 값을 얻게 될 것이다. 따라서 다양성을 가지는 데이터의 값들은 일반적으로 다음과 같이 정의되는 신호대 잡음비(signal-to-noise ratio, *SNR*)를 통해 가장 간편하게 얻을 수 있다.

$$SNR(\epsilon) = \frac{\mu_\epsilon}{\sigma_\epsilon} \quad (1)$$

식 (1)에서 μ_ϵ 은 스트레인의 평균값 즉, 앞에서 정의된 것처럼 여러 번의 측정을 통해서 얻어질 수 있는 측정치의 평균을 나타낸다. 또한, σ_ϵ 은 측정 노이즈 $\sigma_\epsilon^{(n)}$ 과 위치오차 $\sigma_\epsilon^{(m)}$ 의 영향에 대응하는 표준편차를 나타낸다. 전자는 선택된 게이지의 유형, 데이터 취득 시스템, 그리고 실험 조건에 의존하고, 후자는 스트레인 게이지의 설치하드웨어와 설치자의 기술에 의존한다. 따라서 측정 노이즈와 위치오차 영향은 다음과 같이 독립적으로 가정할 수 있다.

$$\sigma_\epsilon^2 = \sigma_\epsilon^{(n)2} + \sigma_\epsilon^{(m)2} \quad (2)$$

표준편차가 측정된 스트레인이나 최대 스트레인 값의 일정한 %로 표현되는 측정 노이즈의 영향과는 달리 위치오차의 영향은 측정의 대상이 되는 위치 주위의 스트레인의 분포에 의존한다. 따라서 식 (1)의 정의로부터, SNR 은 측정되는 스트레인 값의 신뢰도를 나타내는 것으로, 이 값이 클수록 스트레인 레벨에서의 측정오차가 적다는 것을 나타낸다. 이를 근거로 본 논문에서 제안된 스트레인 게이지 설치위치 최적화의 목적함수는 SNR 을 최대화하는데 초점을 두고 있다. 또한 최적화 방법은 측정된 값을 사용하여 모드 스트레인 분포를 어떻게 평가할 것인지에 달려있다. 일반적으로 지금까지는 특정모드에 대한 유한 요소의 스케일링 인자(scaling factor)를 특정모드에 대해서 모든 p 개의 게이지 중에서 가장 큰 SNR 을 나타내는 게이지로부터 평가하였다. 즉, $SNR(i, j, \underline{X})$ 를 게이지가 \underline{X} 좌표에 위치하고 i 번째 위치(각도 포함)에서 j 번째 모드 응답에서 측정된 SNR 이라고 하면, 그 모드에서 강제 응답의 최상의 평가는 $SNR(i, j, \underline{X})$ 의 가장 큰 값을 주는 게이지 i 로부터 얻을 수 있을 것이다. 따라서 j 번째 모드에서 응답의 SNR 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$SNR(j, \underline{X}) = \max_i SNR(i, j, \underline{X}) \quad (3)$$

스트레인 게이지 설치위치로 주어진 집합 \underline{X} 의 적

합성은 $SNR(j, \underline{X})$ 값으로 나타낼 수 있고, 또한 전체 모드를 고려할 때 그중 가장 작은 SNR 에 의해 보다 간편하게 표시할 수 있다. 즉,

$$SNR(\underline{X}) = \min_j SNR(j, \underline{X}) \quad (4)$$

따라서 본 논문에서는 $SNR(\underline{X})$ 을 최대화 할 수 있는 스트레인 게이지의 설치위치 \underline{X} 를 선택하는 max-min-max 최적화 목적함수를 아래와 같이 제안한다.

$$\text{Maximize } \min_j \{ \max_i [SNR(i, j, \underline{X})] \} w.r.t \underline{X} \quad (5)$$

2.1.2 복수해

위에서 언급한 max-min-max 최적화 문제는 종종 게이지의 수가 증가함에 따라 복수의 해가 존재하고 그 개수도 점점 많아지는 경향이 있다. 이러한 복수해는 사용 게이지의 수와 고려하는 모드의 수가 같을 때 보다 더 명확하게 나타난다. 이 경우, 최적이라고 예상되어지는 해는 서로 다른 모드에서 SNR 이 피크인 위치에 설치되어진 각 게이지들이다. 목적함수는 블레이드 상에서 피크 모드 SNR 이 가장 작은 값 즉, $SNR(\underline{X})$ 이다. 그 값을 S , 대응하는 게이지의 위치와 방향을 \underline{X}_s 라고 하고, 주어진 S 가 얻어진 모드를 d 로 나타내면, 동일한 최대 min-max SNR S 를 가지는 여러 해가 존재한다. 이러한 서로 다른 해는 다음과 같이 만들 수 있다. 먼저, 첫 번째 게이지의 설치위치 및 방향으로서 \underline{X}_s 을 선택한다. 그리고 S 값보다 큰 모드 1(만약 $d \neq 1$ 이라면, 모드 2)의 SNR 을 제공하는 두 번째 게이지의 설치위치 및 방향을 선택한다. 유사한 방법으로, S 값보다 큰 모드 2(만일 $d \neq 2$ 라면 모드 3)의 SNR 을 얻을 수 있는 세 번째 게이지의 설치위치 및 방향을 선택한다. 따라서 이러한 방법으로 구해진 모드 SNR 의 최소값은 게이지의 정확한 설치위치 및 방향과 상관없이 가장 최상의 값, S 가 될 것이다

복수해는 목적함수를 전체 게이지의 SNR 을 모두 포함하는 가중 평균된(weighed average) 목적함수로 바꿈으로 해결 될 수 있다. 그러나 가중 평균된 목적

함수는 몇몇 모드에 의해 편중될 수가 있기 때문에 이 목적함수로부터 얻어진 모드 SNR의 최소값이 종종 max-min-max 목적함수로부터 얻은 것보다 훨씬 더 작을 수가 있다.

따라서 max-min-max 원칙 내에서 복수해의 문제점을 해결하기 위해서, 본 논문에서는 순차적 최적화(sequential optimization)법을 제안한다. 우선 가장 큰 최소 모드 SNR 값이 찾아지면, 대응하는 설치위치 및 방향을 게이지 1로 고정한다. 다음 max-min-max 최적화 과정을 전체 p 개 게이지(고정된 게이지 1을 포함하여)중 두 번째로 가장 작은 modal SNR 값을 최대화하기 위해 반복한다. 만일, 이 두 번째 시도에서, 두 번째로 가장 작은 모드 SNR 값도 또한 게이지 1에 의해 얻어진다면, 세 번째로 가장 작은 modal SNR 값을 대상으로 max-min-max 최적화 과정을 반복하여 게이지 2의 설치위치 및 방향을 결정한다. 모든 p 개 게이지의 설치위치 및 방향이 선택될 때까지 이런 방식으로 과정을 되풀이 한다.

2.2 잠재적 게이지 파손을 고려하는 경우

게이지의 파손은 랜덤하게 발생하며 측정 손실을 야기하고 파손된 게이지에서는 0의 SNR 값을 얻게 된다. 일반적으로, 게이지 SNR 값의 갑작스런 변화는 식 (3)과 (4)로 나타내는 전체 SNR에도 영향을 미친다. 따라서 식 (5)를 목적함수로 하는 최적화 문제는 더 이상 유용하지가 않고 목적함수를 $SNR(\underline{X})$ 의 기대치 즉, 랜덤하게 파손되거나 정상으로 있는 게이지를 가지고 여러 번의 동일한 시험을 통하여 얻어진 평균 SNR을 최대화하는 것으로 교체를 하여야 한다. 게이지의 파손 가능성을 P_f 로 나타내고, 서로 다른 게이지의 상태(failed/intact)는 통계적으로 독립적인 랜덤한 변수라고 가정하면 목적함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E\left[\min_j \left\{ \max_i [SNR(i, j, \underline{X})] \right\}\right] = (1 - P_f)^p SNRmM^{(p)} + P_f(1 - P_f)^{p-1} \left[\sum_{i=1}^p SNRmM_i^{(p-1)} \right] + P_f^2(1 - P_f)^{p-2} \left[\sum_{\substack{k,j=1 \\ k \neq j}}^p SNRmM_{ki}^{(p-2)} \right] + \dots \quad (6)$$

여기서 $E[\cdot]$ 는 기대되는 값을 나타내는 연산자이다. $SNRmM^{(p)}$ 은 식 (5)에서 계산된 것과 같이 정상인 스트레인 게이지의 최소 모드 SNR의 값을 나타낸다. $SNRmM_i^{(p-1)}$ 은 또한 최소 모드 SNR 값이지만 l 번째 게이지가 파손된 경우 남아있는 $p-1$ 개의 스트레인 게이지에 대한 것이다. 동일하게, $SNRmM_{kl}^{(p-2)}$ 은 k 번째와 l 번째의 게이지가 파손된 경우 남아있는 $p-2$ 개의 스트레인 게이지에 대한 최소 모드 SNR 값이다.

식 (6)에서의 SNR 기대치는 식 (4)와는 달리 모든 게이지의 SNR에 대한 함수이다. 따라서 게이지의 파손이 있는 경우는 파손이 없는 경우와는 달리 복수해의 가능성을 고려할 필요가 없어진다. 식 (6)은 모든 게이지에 대해 P_f 가 동일하다고 가정하였지만, 게이지의 수나 그 위치에 의존하는 것처럼 게이지에 따라 P_f 를 다르게 적용할 경우에도 쉽게 확장할 수 있다.

3. SNR 평가와 스트레인 보간법

위치오차 영향을 평가하기 위해서는 게이지의 설치위치 근방에서의 스트레인 분포를 알아야 한다. 이 분포는 단지 전체 기준 프레임내의 절점에서만 모드 스트레인을 구할 수 있는 유한요소해석으로부터 직접적으로 얻을 수가 없다. 따라서 절점에서의 모드 SNR의 평가(최초 최적화 단계에 대해서 필요한 데이터)는 다음과 같은 3개의 단계로 이루어진다.

먼저 평판에 접하는 면내에서의 국부 좌표를 기준으로 절점에서 평판에 대한 법선의 방향을 결정한 다음에 그 절점의 근방에서 평판의 수학적 모델링상의 법선 힌지의 성분을 계산한다. 이 단계에서는 하나의 좌표 즉, z 는 다른 두개의 좌표 즉 $z = z(x, y)$ 로 표현될 수 있고 법선벡터는 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$n = \frac{(\partial z / \partial x, \partial z / \partial y, -1)}{\sqrt{(\partial z / \partial x)^2 + (\partial z / \partial y)^2 + 1}} \quad (7)$$

또한 주위절점에서의 법선을 평탄(smoothness)하게 유지하기 위하여 Lagrange 보간법이 Fig. 1(b)에

서 나타난 것처럼 8개의 주위 절점을 이용하여 수행되었다. 즉, 함수 $z=z(x, y)$ 는 다음의 다항식에 의해 근사적으로 구해진다.

$$z = z(x, y) = z_0 + a_1(x-x_0) + a_2(y-y_0) + a_3(x-x_0)(y-y_0) + a_4(x-x_0)^2 + a_5(y-y_0)^2 + a_6(x-x_0)^2(y-y_0) + a_7(x-x_0)(y-y_0)^2 + a_8(x-x_0)^2(y-y_0)^2 \quad (8)$$

여기서 (x_0, y_0, z_0) 는 고려된 절점의 좌표이고 계수 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$, 그리고 a_8 은 식 (8)에서 고려된 8개의 주위 절점의 영향을 나타낸다. 따라서 법선벡터의 성분은 식 (8)로부터 다음과 같이 구해진다.

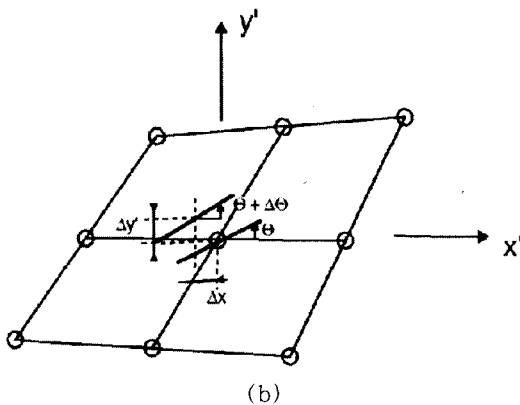
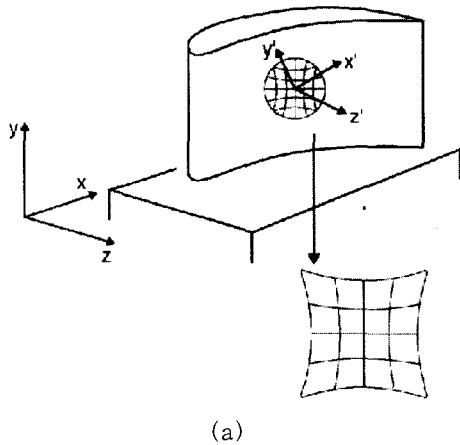


Fig. 1 Blade finite element modeling, surrounding nodes and mispositioning definition

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{(x_0, y_0, z_0)} = a_1, \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{(x_0, y_0, z_0)} = a_2 \quad (9)$$

위의 과정은 이웃하는 절점의 수가 8개 이하인 경계 부분의 절점에 대해서는 적용할 수 없다. 이는 주위 절점만큼 미지의 계수를 가지도록 다항식의 차수를 줄임으로서 해결할 수 있지만 이러한 접근법은 전체 SNR 계산에 영향을 미치는 법선 방향에서의 부정확함을 초래할 수 있다. 따라서 경계 절점에서는 직접적으로 SNR을 계산하는 것이 아니라 다음에 나타내는 것처럼 주위 절점으로부터 이 값을 보간하도록 하였다.

식 (8)과 같은 근사 다항식은 두개 또는 그 이상의 절점의 좌표 x, y 쌍은 서로 매우 근접하지만 z 의 값이 그렇지 않을 때 특이성(singularity)을 나타낼 수 있다. 이런 문제를 해결하기 위해, 모든 함수 $z=z(x, y)$, $y=y(x, z)$ 와 $x=x(y, z)$ 에 대해 다항식 근사를 한 후, 계수 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 와 a_8 에 대응하는 8×8 시스템 선형방정식의 최소 조건수를 가지는 함수를 법선 벡터의 성분 평가를 위해 사용하였다.

SNR의 평가를 위한 두 번째 단계는 고려된 절점 주위에서 모드 스트레인의 보간 방법을 정하는 것이다. 첫 번째 단계에서 법선벡터가 정해지면, 두개의 접선벡터 t_1 과 t_2 는 Fig. 1의 (a)에서와 같이 좌표 (x', y', z') 상에서 법선벡터 n 에 수직이 되고 좌표 (x, y, z) 상에서의 스트레인 성분 $\underline{\epsilon}$ 는 좌표변환 행렬 T 에 의해서 식 (10)과 같이 표현된다.

$$\underline{\epsilon}' = T \underline{\epsilon} T^T \quad (10)$$

따라서 평면내부의 스트레인 성분은 식 (11)과 같이 각 좌표의 스트레인 성분으로 나타낼 수 있다.

$$\underline{\bar{\epsilon}} = (\epsilon_{x'x'} \quad \epsilon_{y'y'} \quad \gamma_{x'y'})^T \quad (11)$$

식 (11)은 스트레인 게이지의 위치오차를 고려할 경우, 법선 벡터의 평가와 같은 과정으로 평면내부의 스트레인 벡터 $\underline{\bar{\epsilon}}$ 는 다음 다항식의 형태로 보간되어진다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} = & \bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon}_x(X - X_0) + \bar{\epsilon}_y(Y - Y_0) + \bar{\epsilon}_{xy} \\ & (X - X_0)(Y - Y_0) + \bar{\epsilon}_{xx}(X - X_0)^2 + \bar{\epsilon}_{yy} \\ & (Y - Y_0)^2 + \bar{\epsilon}_{xxy}(X - X_0)^2(Y - Y_0) + \bar{\epsilon}_{xyy} \\ & (X - X_0)(Y - Y_0)^2 + \bar{\epsilon}_{xxyy}(X - X_0)^2(Y - Y_0)^2 \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서, 좌표 (X, Y) 는 식 (8)에서의 (x, y) 와 같이 표면의 근사에 이용된 전체 좌표이거나 혹은 평면 내 국부 좌표계 (x', y') 이다. 대부분의 경우 후자의 변수 설정이 적절하지만 특히, 큰 곡면을 가지는 블레이드에 대해서는 전체 좌표계를 사용하는 것이 타당하다고 생각된다. 따라서 다음에 제시하는 공식은 두 경우가 모두 고려된 일반적인 것이다.

SNR의 계산에서 마지막 단계는 위치오차와 게이지의 크기를 고려한 모드 스트레인의 평균과 표준편차를 평가 하는 것이다. Fig. 1의 (b)와 Fig. 2는 스트레인 게이지의 위치오차 변수를 나타낸다. 여기서 $\Delta x'$ 와 $\Delta y'$ 는 설치위치의 오차를, Θ 는 설치각도의 오차를 나타낸다. 따라서 측정된 스트레인은 다음과 같이 나타낼 수 있다. (Fig. 2를 참조)

$$\begin{aligned} \epsilon_m(\Delta x', \Delta y', \Theta) \\ = \frac{1}{4ab} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \beta^T \bar{\epsilon}(\hat{x}', \hat{y}', \Theta) dudv \end{aligned} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} \beta^T = & (\cos^2 \Theta \quad \sin^2 \Theta \quad \sin \Theta \cos \Theta), \\ \hat{x}' = & \Delta x' + u \cos \Theta - v \sin \Theta, \\ \hat{y}' = & \Delta y' + u \sin \Theta + v \cos \Theta. \end{aligned}$$

식 (13)의 적분은 식 (12)의 보간법으로 구할 수

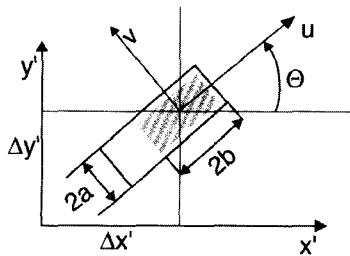


Fig. 2 Strain gauge and mispositioning parameter

있다. 그리고 결과식의 예상되는 값과 그 값의 제공은 계수 $\bar{\epsilon}_0, \bar{\epsilon}_x, \bar{\epsilon}_y, \dots, \bar{\epsilon}_{xxyy}$ 의 1차 선형(평균에 대한)과 2차(분산에 대한) 결합의 형태로서 식 (14)와 같이 측정된 스트레인의 평균과 분산을 얻기 위해 설치위치 및 각도 오차인 $\Delta x', \Delta y'$ 와 Θ 의 랜덤한 변화에 대하여 계산되어진다.

$$\begin{aligned} \mu_{\epsilon} = & E[\epsilon_m] \\ \sigma^{(m)2} = & E[\epsilon_m^2(\Delta x', \Delta y', \Theta)] \\ & - \{E[\epsilon_m(\Delta x', \Delta y', \Theta)]\}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

4. 최적화 알고리즘

본 논문에서 제안한 스트레인 게이지 설치위치 최적화법은 최고의 SNR을 얻을 수 있는 설치위치 및 방향의 선택에 근거를 두고 있다. 이 방법은 두 단계로 이루어진다. 첫 번째로, 유한요소에서 주어지는 이산화 된 절점을 이용하여 최적의 스트레인 게이지 설치 위치를 찾는다. 만일 더 정밀한 설치위치가 요구된다면 최적의 설치위치 주위의 절점을 이용한 보간법을 이용할 수가 있다.

최적화에 소요되는 시간을 줄이기 위해서, 양방향 축소 법(two-pass reduction strategy)을 사용하여 우선 사용 데이터의 크기를 줄이는 시도를 하였다. 즉, 서로 다른 두개의 위치와 방향의 SNR을 비교하여, 만일 두 번째 위치와 방향의 SNR이 첫 번째 것에 비해 값이 모두 적으면, 게이지의 파손 가능성이 같다면 두 번째 위치와 방향은 최적해의 일부가 될 수가 없으므로 두 번째 위치와 방향은 데이터 집합으로부터 제거되어질 수 있다. 매우 간단한 방법이지만, 데이터 축소 과정은 아주 효과적임을 알 수 있다. 본 논문에서는 최적화 알고리즘으로 전역 최적해 탐

Table 1 Simple genetic algorithm 의 변수 값

| | |
|--|-------|
| Population size (n_{pop}) | 65 |
| Chromosome length (N) | 21-23 |
| Crossover probability (P_c) | 1.00 |
| Mutation probability (P_m) | 0.05 |
| Max. number of generations (g_{max}) | 5000 |

색에 이점을 가지고 있고 최적화 성능이 기존에 발표된 논문^(4~7)을 통하여 확인된 GA를 사용하였으며 최적화에 사용한 파라미터를 Table 1에 나타내었다.

유한 요소 격자에 의해 제공되는 것보다 더 세밀한 설치위치를 찾기 위해서 본 논문에서는 먼저 GA를 이용하여 유한요소 격자 내에서 SNR이 최대가 되는

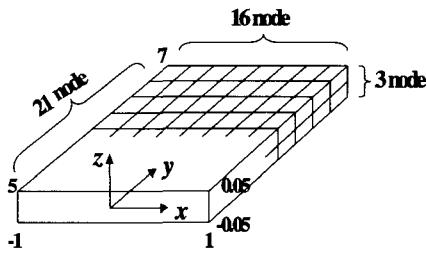
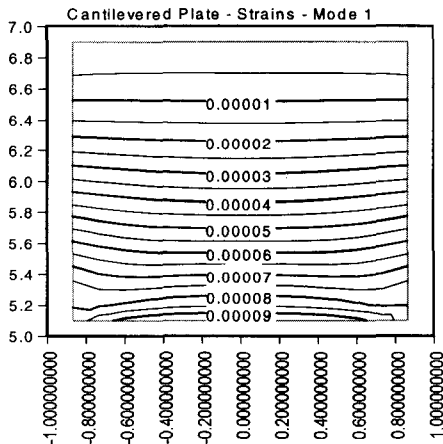
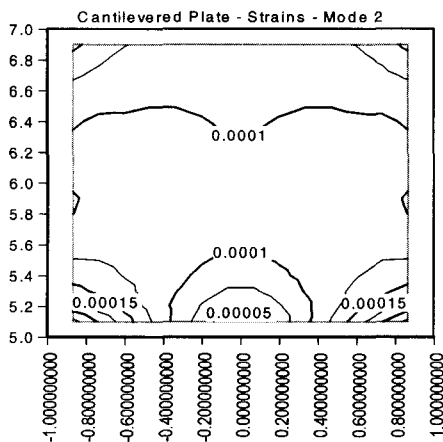


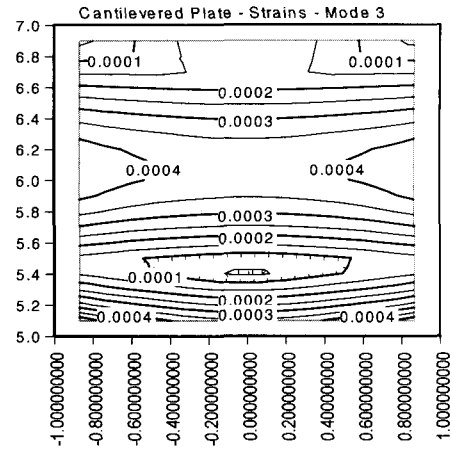
Fig. 3 The schematic model of a flat plate



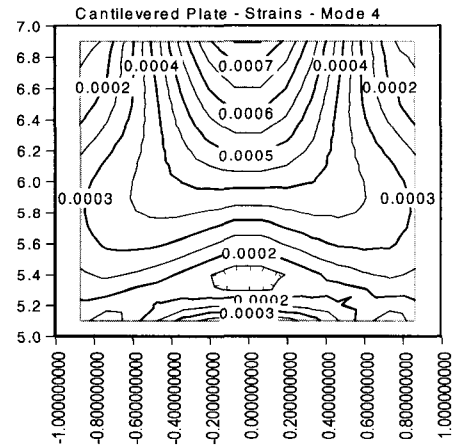
(a) Mode 1



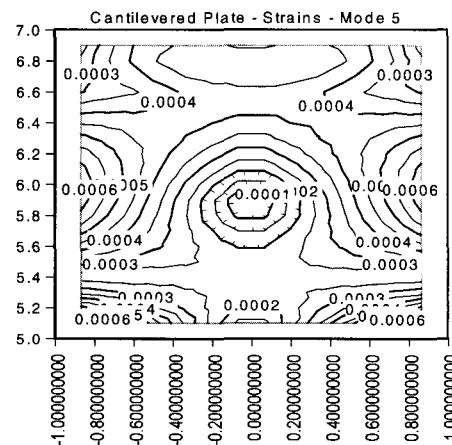
(b) Mode 2



(c) Mode 3



(d) Mode 4



(e) Mode 5

Fig. 4 Modal strain distribution for each mode by ANSYS

위치와 방향을 찾았다. 그리고 최적 위치의 주위 8개 절점의 내부를 식 (8)의 Lagrangian 보간 다항식을 이용하여 세밀하게 보간하여 영역내의 SNR을 다시 구하고 GA에서 구한 최적 위치와 방향을 초기 시작점으로 하여 MATLAB(v5.0)에서 제공하는 함수 constr을 이용하여 미세 최적화(fine optimization)를 수행하였다.

5. 수치예제

본 논문에서는 제안된 스트레인 게이지의 설치위치 최적화법의 유용성을 확인하기 위하여 Fig. 3과 같은 외팔보 평판을 고려하였다. 전형적인 외팔보로서 크기는 x 축으로 -1.0에서 1.0 in, y 축으로 5.0에서 7.0 in, 그리고 z 축으로 -0.05에서 0.05 in까지이다. x 는 폭을, y 는 길이를 z 는 두께를 나타낸다. 해석 모델은 y 방향으로 21개 절점, x 방향으로 16개 절점, z 방향으로 3개 절점의 직선격자를 가진다.

유한요소해석은 ANSYS를 사용하였고 총 600개의 8 절점 블록(node blocks), 1008개 절점 그리고 최초 5개의 진동 모드를 고려하였다. 스트레인 게이지 설치위치와 방향의 이산집합은 외팔보의 윗면의 266개 내부절점과 각 절점에서 36개의 다른 각도(5° 간격을 두고)로 구성하였다. 따라서 스트레인 게이지 설치위치와 각도로 고려된 경우의 수가 총 9576개이다.

최초 5개의 모드에 대한 모드 SNR이 각 위치와 방향에 대해 계산되었다. 위치오차의 표준편차(각이 아니고 단지 위치에서만)는 0.254 mm(0.01 in)부터 3.048 mm(0.12 in)까지 변화하였다. Fig. 4에 ANSYS에 의해 구해진 각 모드에 대한 모드 스트레인 분포를 나타낸다.

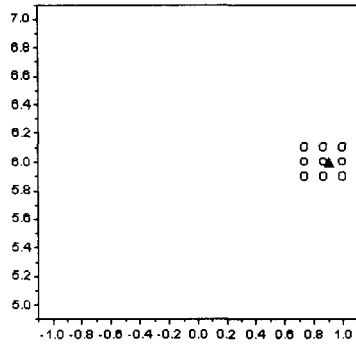
스트레인 게이지의 설치위치 최적화에 SNR 사용의 유용성을 확인하기 위하여 먼저 게이지 파손이 없다는 가정 하에 최소 모드 SNR의 최적화를 수행하였다. 설치위치와 각도로 고려된 경우의 수를 줄이기 위해서 앞에서 설명한 것처럼 먼저 양방향 축소 범을 사용하였다. 위치오차의 표준편차가 1.524 mm인 경우, 총 경우의 수가 9576개에서 2278개까지 줄어들었다. 유전 알고리즘이 일반적인 기술기 정보에 의존하는 최적화 방법에 비해 많은 이점을 가지고 있지만,

유전 알고리즘 역시 최적해 근처에서의 수렴 정도가 떨어지는 경우가 종종 발생한다고 알려져 있다. 따라서 우선 유전 알고리즘의 수렴 정도를 평가 해 보았다.

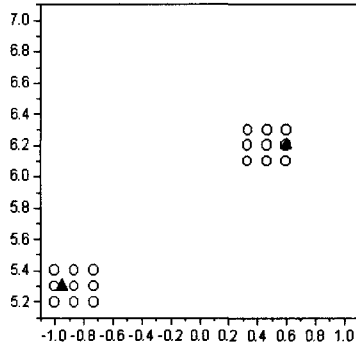
하나의 게이지에 대한 최적 값은 2278개의 설치위치와 방향의 경우의 수를 모두 비교해도 쉽게 얻을 수 있다. 또한 다섯 개의 게이지를 사용하는 경우도 최적해는 각각의 게이지가 각 모드의 모드 SNR 분포의 피크에 위치하는 경우이므로 또한 쉽게 결정되어진다. 유전 알고리즘은 두 경우 모두 예상되는 최적 해를 정확하게 찾아내었다.

사용된 스트레인 게이지의 개수에 따른 최적화 결과를 Fig. 5에 나타낸다. Fig. 5에서 원(O)은 ANSYS와 유전 알고리즘에서 이용된 격자점을 의미한다. 즉, 9개 격자점의 중심점이 유전 알고리즘에서 찾은 최적해이다. 마지막으로, 미세 최적화를 수행하였고 Fig. 5에서 삼각형(▲)으로 표시된 것이 MATLAB에 의해 수행된 최적화 결과이다. 모든 경우에 스트레인 게이지의 설치위치와 방향의 수렴은 매우 빠르게 이루어지고, 초기 시작점으로 주어진 유전 알고리즘에 의해 찾은 최적해의 근방에서 수렴하고 있음을 알 수 있다.

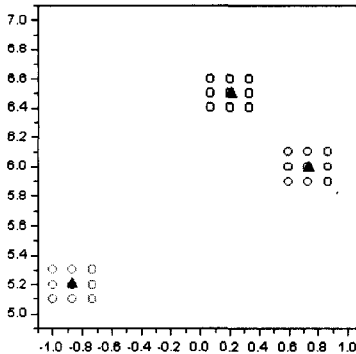
다음으로 잠재적 스트레인 게이지의 파손 영향을 스트레인 게이지가 3개이고 위치오차의 표준편차가 1.534 mm인 경우에 대해서 고려해 보았다. 직관적으로, 게이지 파손의 가능성이 전체 mode에 대하여 스트레인 게이지가 SNR을 차이가 없게 균등하게 측정할 것으로 예상되어진다. 잠재적 게이지 파손을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우, 3개의 스트레인 게이지에 대한 최적화 결과의 비교를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6의 결과에 의하면, GA에서 찾은 스트레인 게이지의 최적설치 위치(O)는 플레이트의 모드 특성이 y 축 대칭이므로 거의 변화가 없지만 설치 각도는 변화하였고, 미세 최적화를 통한 최종 설치 위치(▲) 및 각도는 약간 이동하였다. 따라서 다른 스트레인 게이지에 의해 측정된 모드들이 약간 겹쳐있는 경우 측정의 잠재적 손실은 모드 스트레인의 예측에 상당한 영향을 미치는 것으로 사료 된다. Fig. 6에서 스트레인 게이지의 설치위치에 변화가 없는 이유는 모든 스트레인 게이지의 잠재 파손 가능성을 동일하다고 가정하였기 때문인 것으로 사료된다.



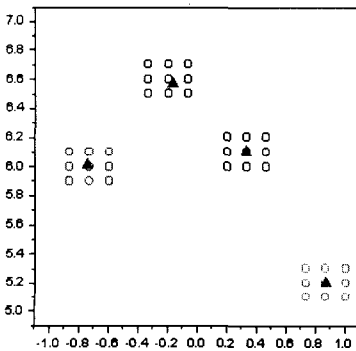
(a) One gauge



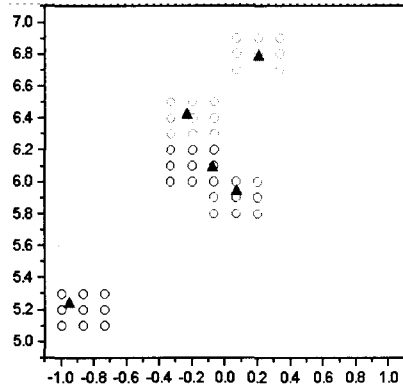
(b) Two gauges



(c) Three gauges

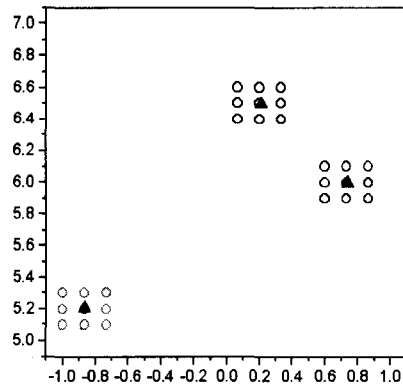


(d) Four gauges

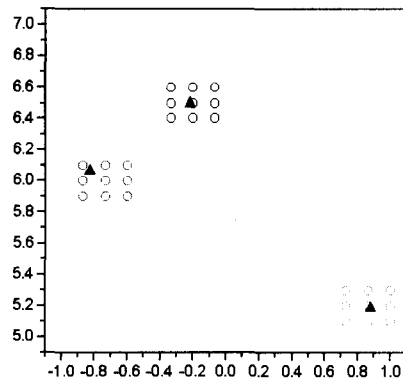


(e) Five gauges

Fig. 5 Optimum strain gauge location for number of strain gauges, standard deviation of mispositioning = 1.524 mm, $P_f = 0.0$



(a) $P_f = 0.0$



(b) $P_f = 0.2$

Fig. 6 Comparison of optimum result with and without gauge failure

6. 결론

본 논문에서는 여러 개의 모드에 대하여 최대 모드 응답을 측정하기 위한 스트레인 게이지의 최적 설치 위치와 방향을 선택하기 위한 최적화법을 제안하였다. 이 최적화법은 시스템 측정 소음과 스트레인 게이지를 최적위치에 설치 시 발생할 수 있는 위치오차에 대하여 측정된 스트레인 (SNR) 값이 최대의 강인성 (robustness) 을 가지는 스트레인 게이지의 설치위치 및 방향을 찾는 것이다. 이 방법은 아래의 단계를 통하여 수행되었다.

(1) 강인성을 평가하기 위해 측정된 스트레인의 SNR 을 사용하였다(식 (1) 참조).

(2) 게이지의 파손이 발생하는 경우와 하지 않는 경우를 구분하여 최적화를 수행하였다. 게이지 파손이 없는 경우 식 (5)와 같이 순차적 max-min-max 최적화법을 사용하였고, 게이지 파손이 발생하는 경우는 목적함수를 게이지 파손에 대한 기대치(평균)를 구하는 것으로 변경하였다.

(3) 스트레인 게이지의 최적의 설치위치 및 방향을 탐색하기 위해서 다단계 최적화법을 사용하였다. 다단계 최적화법의 첫 단계는 최적해가 될 수 없는 설치위치와 방향을 미리 제거하는 단순하지만 효과적인 데이터 양방향 축소법이다. 두 번째 단계는 유전 알고리즘을 이용한 실질적인 최적화 과정으로서 요소 격자점의 절점 상에서 스트레인 게이지의 최적의 설치위치 및 방향을 탐색한다. 마지막 단계는 Lagrangian 보간법을 이용하여 유한 요소 격자 내부에서 두 번째 단계에서 찾은 최적위치를 시작점으로 하여 스트레인 게이지의 최적 설치위치를 탐색하는 미세 최적화 단계이다.

본 논문에서는 스트레인 게이지 설치위치 및 방향의 선택을 위해 제안된 최적화법을 평판(외팔보)의 수직 예제에 적용하여 그 유효성을 확인하였다.

게이지의 잠재적 파손을 고려하는 경우 미세 최적화를 통한 최종 설치 위치 및 각도가 잠재적 파손을 고려하지 않는 최적 설치위치에서 약간 이동하였다. 따라서 다른 스트레인 게이지에 의해 측정된 모드들이 약간 겹쳐있는 있는 경우 측정의 잠재적 파손은 모드 스트레인의 예측에 상당한 영향을 미치는 것으로 사료 된다.

게이지 파손의 영향에 대한 세부적인 평가는 차후의 과제로 남겨 두기로 한다.

후기

이 논문은 2004년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었습니다.

참고 문헌

- (1) Yang, M. T. and Griffin, J. H., 1988, "Theory and Methodology of Optimally Measuring Vibratory strains in Closely Spaced Modes," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 120, No. 4, pp. 801~807.
- (2) Sensmeier, M. D. and Nichol, K. L., 1998, "Optimum Placement of Sensors for Vibration Measurements of Turbine Engine Blades," *Proceedings of the 39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Long Beach, AIAA Paper 98~1849, CA.
- (3) Sensmeier, M. D. and Nichol, K. L., 2000, "Improved Vibration Monitoring Through Optimization of Sensor Placements," *The International Gas Turbine & Aeroengine Congress and Exposition*, Munich, ASME Paper 2000-GT-612, Germany.
- (4) Mignolet, M. P. and Choi, B. K., 2002, "Robust Optimal Positioning of strain gauges on Blades," *Turbo Expo 2002*, Amsterdam, The Netherlands, Jun. 3-6, Paper 2002-GT-30454.
- (5) 최병근, 이현섭, 양보석, Mignolet, M. P., 2002, "Position Optimization of Strain Gauge on Blades," *한국소음진동공학회 추계학술대회논문집*.
- (6) Choi, B. K., Jung, Y. G., Yang, B. S. and Mignolet, M. P., 2003, "Optimal Placement of Strain Gauge for Vibration Measurement," *Proceeding of the 10th APVC*, Gold Coast, Australia, Nov. 12~14, pp. 55~62.
- (7) Petrov, E. P., Vitali, R. and Haftka, R., 2000, "Optimization of Mistuned Bladed Discs Using Gradient-based Response Surface Approximations," *Proc. 41st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and Exhibit*, Atlanta, GA, Apr., Paper AIAA-2000-1522.