

구장산술의 수학교육학적 가치에 대한 연구

단국대학교 수학교육과 한길준
gilhan@dankook.ac.kr

단국대학교 교육대학원 서주연
lovely-kong@hanmail.net

본 연구는 동양 최고(最古)의 수학서로 꼽히는 구장산술(九章算術)에 주목하여 수학교육학적 측면에서 가치와 의의를 분석하였다. 구장산술은 실생활 문제를 통하여 수학에 접근하고 있으며 개념과 유형별로 알고리즘화하는 구조적 특성을 가진다. 이러한 분석을 바탕으로 오늘날 수학교육에 부합하는 가치를 고찰하였다. 또한, 구장산술이 가지는 역사적, 수학적 업적을 분석하여 수학학습에 미치는 긍정적인 영향과 정의적 영역에서의 의의를 찾고, 마지막으로 오늘날의 해법과는 다른 풀이를 보여주는 계산법에 주목하여, 현장에서의 활용 방안과 그 가치를 제시하였다.

주제어 : 구장산술, 수학교육학적 가치, 실생활 문제, 알고리즘화, 정의적 영역, 계산법

0. 서언

정보화 시대가 열리면서 우리 교육의 주된 강조점으로 창의력이 꼽히고 있다. 더욱 새롭고 획기적이면서도 능률과 생산성을 두루 갖추고 있는, 동시에 논리적으로 명쾌한 것을 원하는 시대 조류에 '수학'의 학문적 중요성은 나날이 증대되고 있다. 하지만, 학생들의 견해는 이와는 대조적이다. 교과과목 중 가장 힘들고 어려운 과목으로 수학을 꼽는 학생들이 태반이며, 수학을 기피하는 현상은 학년의 진급과 더불어 심화되고 있다. 나아가 이러한 인식은 순수자연과학에 대한 견해에 영향을 주며 이공계와 순수학문에 대한 기피현상에도 주요한 요인으로 작용하여 우리 사회의 자연과학 기반을 위협할 만한 수준에까지 이르고 있다. 수학에 대한 거부감과 기피현상은 여러 요인의 복합적인 작용에 의한 산물이지만, '수학사'의 활용은 이와 같은 현상을 극복할 수 있는 좋은 해결책이 될 수 있다. 수학의 발생과 흐름을 되짚어 학문적 필요성과 가치를 인식하게 하고, 이러한 과정으로 말미암아 수학에 대한 흥미 유발과 성취 동기를 아우를 수 있을 것이다. 특히, 동양의 수학과 우리나라의 고전 수학을 통해 그 역사적 의의를 되새기고, 활용하는 방안은 학습의 효율뿐만 아니라, 수학에 대한 자신감도 고취시킬 수 있을 것이다.

이러한 필요에 따라 본 논문은 특히 우리나라를 포함한 동양의 고전수학에 지대한 영향을 미친 중국의 고서 구장산술(九章算術)에 주목하여 연구를 진행하였다. 구장산술이 가지는 오늘날의 수학교육학적 의미와 가치를 분석하는 데 중점을 두고 연구하였으며, 더불어 오늘날 수학교육에 적용이 가능한 영역에 대하여 그 활용 방안을 제안하고자 한다.

1. 실생활 문제를 통한 수학적 접근

구장산술은 관리에게 필요한 수학 지식을 집대성하여 정리한 책으로, 관리들이 실무적인 일을 처리하는 데서 부딪히는 여러 문제들을 다룸과 동시에 산법(算法) 자체의 내용도 풍부하게 담겨있어, ‘중국의 유클리드 원론’의 역할을 하고 있다고 볼 수 있다. 각 영역과 종류별로 문제를 묶어 9개의 장으로 구성하고 있으며, 문제-답-계산법의 3단계로 제시하고 있다. 다음은 구장산술의 제3장 쇠분(衰分)의 문제 2번이다.

2. 소·말·양이 다른 사람의 묘목을 먹어치웠다. 묘목의 주인은 소·말·양의 주인에게 조 5말을 변상하도록 요구했다. 양 주인은 “내 양은 말의 반밖에 먹지 않는다.”고 하고, 말 주인은 “내 말은 소의 반밖에 먹지 않는다.”고 한다. 지금 그 차이에 따라 변상한다면 각 가축의 주인들은 각각 얼마씩 조를 내어야 하는가? (今有牛, 馬, 羊食人苗. 苗圭責之粟五斗. 羊圭曰, 我羊食半馬. 馬圭曰, 我馬食半牛. 今欲衰償之, 問各出幾何)

[답] 소 주인 조 2말 $8\frac{4}{7}$ 되, 말 주인 조 1말 $4\frac{2}{7}$ 되, 양 주인 조 $7\frac{1}{7}$ 되. (答曰, 牛圭出二斗八升, 七分升之四. 馬圭出一斗四升, 七分升之二. 羊圭出七升, 七分升之一.)

[풀이] 소를 4, 말을 2, 양을 1로 놓고, 그 각각을 열차¹⁾로 삼는다. 그 다음 이들을 모두 더하여 쟁수로 하고, 주어야 할 조 5말을 각각의 열차에 곱한 다음 피쟁수로 한다. 쟁수로 피쟁수를 나누면 각각이 변상해야 할 조의 양을 구할 수 있다.

위에서 보다시피 구장산술은 수학서이긴 하지만, 수학적 발견이나 그 연구과정을 담아내지 않고 문제와 풀이 형식으로 이루어져 있어, 얼핏보면 진정한 수학적 탐구에 큰 의미가 없어 보이기까지 한다. 하지만, 구장산술이 오늘날 우리의 수학교육에 시사하는 바는 지대하다. 무엇보다, 실생활 문제를 통한 수학의 접근이 바로 그것이다.

전통적인 수학학습 방법은 형식과 개념을 먼저 제시한다. 그리고 난 후, 수치를 대

1) 열차(列次): 여러 가지 수들이 일정한 차이를 갖고 배열되어 있을 때, 이 수들을 열차라고 한다.

입하고 활용 방안을 찾고 있다. 제7차 교육과정도 이와 크게 다르지 않으며 특히 실생활 문제는 심화과정으로 다루고 있다. 실생활 문제에 관한 이러한 활용은 이전의 교육과정에서도 쉽게 찾아 볼 수 있다. 각 단원의 내용을 학습하고 충분한 연습을 통해 그 활용을 익힌 후에 실생활 문제를 다루는 이와 같은 구성은 실생활 문제를 통한 수학적 지식의 활용이 곧 수학 학습을 통해 우리가 도달해야 할 목표인 듯한 인상을 심어준다. 뿐만 아니라, 일반적으로 실생활 문제의 난이도는 개념의 도입이나 활용 단계 문제의 난이도보다 높아서 실생활 문제는 어려운 문제라는 인식을 심어준다. 이는 점차 수학의 실용성을 떨어뜨렸으며, 나아가 수학학습의 근본적인 문제점으로까지 제기되고 있는 현 상황에서 구장산술은 혁신적인 모습을 보여준다. 현실에서부터 문제를 인식하고 수학화하여 그 해결방안을 찾는 방법으로 구성되어 있는 것이다.

제7차 교육과정이 개정되면서 중학교 수학과 교육과정의 주된 개정 방향으로 설정한 8가지 항목²⁾은 그 중요성이 매우 강조될 뿐만 아니라, 세계 수학교육의 전반적인 흐름에도 부합하는 것으로 7차 이전의 교과과정에서도 강조되었던 내용이다. 그 중 몇 가지는 구장산술이 가지는 가치와도 일치하고 있다.

수학을 지도하는 중요한 목적 중 하나는 수학의 기본적인 개념·원리·법칙의 학습을 통하여 논리적이고 합리적인 사고를 기르고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 실생활 문제해결이나 다른 과목의 학습에 활용할 수 있게 하기 위한 것이다.³⁾ 이를 위해 학교 수학은 무엇보다도 수학의 기본적인 지식과 기능을 중시해야 하는데 구장산술이 이를 보여주고 있다. 구장산술은 각 장의 앞 번호로 소개된 쉬운 문제와 뒤의 번호로 갈수록 어려운 문제를 제시하고 있는데 기본적인 지식과 기능을 습득한 후 더욱 복잡하고 어려운 문제로 나아가는 구성을 취하고 있다. 또한, 무엇보다 실제적인 계산을 필요로 하는 문제들로 이루어져 있기 때문에 사칙연산을 비롯하여 제곱근을 구하거나, 통분을 하는 등의 기본적인 지식과 기능을 강조하고 있다.

수학교육의 중요한 목표인 수학적 사고력과 문제해결력의 강조는 수학교육에서 계속적으로 추구하여, 급변하고 다양화하는 미래사회에 적응할 수 있는 힘을 길러주고 있다.⁴⁾ 1980년대 이후 세계의 수학교육은 문제해결력의 신장에 역점을 두어 왔고, 우

2) 제7차 중학교 수학과 교육과정 개정의 방향

- ① 개인의 능력수준과 진로를 고려한 수학교육
- ② 수학의 기본지식을 중시하는 수학교육
- ③ 수학적 사고력, 문제해결력을 신장하는 수학교육
- ④ 학습자의 활동을 중시하는 수학교육
- ⑤ 수학학습에 흥미와 자신감을 가지게 하는 수학교육
- ⑥ 수학의 실용성을 강조하는 수학교육
- ⑦ 구체적 조작물을 학습도구로 활용하는 수학교육
- ⑧ 다양한 교수-학습방법과 평가방법을 활용하는 수학교육

3) 수학의 기본지식을 중시하는 수학교육

4) 수학적 사고력, 문제해결력을 신장하는 수학교육

리나라도 4차 교육과정부터 꾸준히 문제해결을 강조하여 지도하도록 하여왔으나, 팔복할 만한 성과를 얻지 못하고 있는 실정이다. 이제 더욱 적극적으로 구체적인 수준에서 문제해결력을 신장시키려는 시도가 있어야 한다. 이러한 관점에서 구장산술은 수식과 수치만을 주고 단순히 계산과정을 훈련시키는 수준을 뛰어넘어 문제 자체를 제시하고 있다. 학습자는 상황에 입각한 서술된 문제를 수학화하는 과정을 거치고, 알고 있는 수학적 지식을 활용하여 문제해결을 시도한다. 같은 내용과 계통의 수학적 지식을 활용하는 문제들을 소재와 상황을 변화시켜 유형별로 제시하고 있기 때문에 문제해결력 신장에 큰 의의가 있다.

전통적인 설명식 학습 지도는 간단한 수학적 사실을 이해하고 활용하는 측면에 있어서 효과적일 수도 있지만, 수학적 개념·원리·법칙을 학생 스스로 탐구, 발견하고 창조하는 능력을 기르는 데는 적절하지 않다. 수학적 지식을 구성해 가는 능력을 기르기 위해서는 학생들 스스로가 관찰·조작·분석·종합하는 활동을 통하여 수학적 원리나 법칙을 예측하고 추론할 수 있어야 하는데⁵⁾ 구장산술에서는 원리나 법칙을 탐구하는 과정을 생략하고 있어 일견 한계를 드러내기도 한다. 하지만, 무엇보다 원칙과 방법의 제시가 아닌 학습자 스스로 문제를 해결해야 하는 ‘문제제시’식의 구성을 통해 학습자의 활동을 무엇보다 중시하고 있다.

앞에서도 강조된 항목으로 수학적 지식의 습득과 기능의 숙달을 통하여 실생활 문제를 해결하거나 다른 교과와의 학습에 적극적으로 활용할 수 있게 하기 위해 현 수학교육은 실용성을 강조하고 있다.⁶⁾ 따라서 수학 내용은 가급적 실생활의 소재나 인접 교과와 관련되는 것에서부터 도입되어야 하고, 이런 측면에서 수학교육의 필요성이나 의의가 인식되어야 함이 강조되는 시점에서 구장산술은 그 자체가 바로 대안이다. 구장산술에서 제시하고 있는 모든 문제가 그렇거니와, 실생활에 입각하여 문제들에 제시된 여러 단위의 환산⁷⁾ 등 구장산술은 수학의 실용성을 강조하는 수학교육에 전적으로 부합된다. 고대 수학의 발생에서부터 그 기원을 찾을 수 있는 ‘필요성·실용성·적용성’은 구장산술에서 동양 수학의 최고조를 보여주고 있으며, 이는 ‘수학적 의사소통’과도 일맥상통하는 면이 있어 그 가치가 무한하다. 이와 같이 수학의 실용성을 강조하고, 문제를 통해 수학화하는 힘을 배양하며, 문제해결력을 높이고 수학적 의사소통

5) 학습자의 활동을 중시하는 수학교육

6) 수학의 실용성을 강조하는 수학교육

7) 구장산술에서 사용된 각종 척도

① 길이 : 1치(寸)=10분(分), 1자(尺)=10치, 1장(丈)=10자, 1필(匹)=4장

② 부피 : 1말(斗)=10되(升), 1섬(斛)=10말

③ 무게 : 1냥(兩)=24수(銖), 1근(斤)=16냥, 1근(鈞)=30근, 1석(石)=4근

④ 거리 : 1리(里)=300보(步)

⑤ 넓이 : 1무(畝)=240보(步), 1경(頃)=100무, 1리(里)=375무

⑥ 시간 : 1년=365일 $\frac{1}{4}$, 1장(章)=19년, 1부(部)=4장, 1수(遂)=20부, 1수(首)=3수(遂), 1극(極)=7수(首)

을 촉진시키는 구장산술의 특성은 수학교육의 궁극적인 목표가 되는 '수학적 힘'을 기르는데 유용하게 쓰일 수 있다.

수학을 가르쳐야 하는 이유로 실용성, 정신도야성, 심미성, 문화적 가치 등을 꼽을 수 있다. 또한, 수학이라는 학문의 기본적인 특성에서도 실용성은 주된 성질로 평가된다. 아무리 강조해도 지나침이 없는 실용성에 대해 현재 수학교육에서는 실생활 문제를 통해 수학에 접근할 것을 권장하고 있다. 구장산술의 전형적인 문제들은 수백 수 천 년 전부터 그 필요에 의해 우리의 선조가 수학을 학습하고 실생활을 윤택하게 하는데 직접 활용되었던 것으로, 앞에서 제시한 예들은 적절한 분석과정을 거쳐 분수의 계산, 도형, 방정식, 비례 등의 영역에서 각 학습 단계에 맞는 실생활 문제로 활용될 수 있으며, 이러한 측면은 학습자로 하여금 흥미유발에도 기여하는 바가 크다.

2. 개념과 유형의 알고리즘화

수학에서 쓰는 기초계산으로 사칙연산을 들 수 있다. 어떤 수학이든, 어떤 계산이든 사칙연산 없이는 거의 불가능하며 또한 사칙연산을 벗어나기는 힘들다. 하지만, 같은 연산이 사용되더라도 문제는 유형과 종류, 그 해결방법에 따라 수만 가지의 수학의 모습으로 우리에게 다가온다. 그렇기 때문에 어떤 연산을 수행할 수 있는 능력을 갖추고 있다고 해서 그 연산을 활용한 모든 문제를 해결할 수 있다고 할 수는 없다.

수학적 지식에 대한 더욱 본질적인 탐구와 발견 이전에 '만인을 위한 수학'의 측면에서 보았을 때 갖추어야 할 수학적 능력은 학습의 효율성 또한 중요하다는 점을 시사하고 있다. 모든 지식을 발생 상태에서부터 발견해 가는 과정을 답습할 수 없듯이, 과거의 연구실적을 바탕으로 형성된 수학을 효과적으로 제시하고 보다 효율적으로 학습할 수 있도록 여러 방안이 강구되고 있다. 제반 수학 교수·학습 방법에 관한 이론들 역시 이러한 고민에서 출발하고 있는 것이다.

효과적인 수학적 지식의 전달과 학습자의 개념형성에 대한 유의미 학습을 돕는 가장 보편적인 방법으로 영역별 알고리즘화 작업을 꼽을 수 있다. 수학은 계산학이라고 할 정도로 알고리즘은 수학의 골간이며, 현대 수학은 개념적 사고를 강조하지만 알고리즘화의 경향은 수학의 길이다.⁸⁾ 알고리즘의 기계적 적용이 수학학습에서 만연해질 때, 수학교육은 주된 목적과 결과에 역효과를 초래할 수도 있다. 그럼에도 불구하고 어떤 영역을 알고리즘화하는 것은 매우 쉽게 그 영역을 초월하는 길이 되고, 그러한 알고리즘을 바탕으로 단 한계 진보한 수학으로 나아가는 데 반드시 필요한 작업이다.

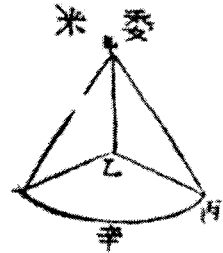
구장산술은 무엇보다 계산문제를 강조한다. 현실에서 필요한 수학에 충실한 측면이

8) 우정호. 수학 학습-지도 원리와 방법, p. 400.

강조된 것으로 이해될 수 있으나, 그것에 감추어진 숨은 가치를 찾고자 한다. 구장산술은 문제의 유형과 내용에 따라 각 장을 구성하여 비슷한 유형의 문제를 단계적으로 제시하고 있다. 그러한 가운데 그 장에서 학습하고자 하는 기본 내용을 담고 있는 기초적인 문제는 여러 번 반복해서 다루고 있다. 또한, 비교적 현실적이고 복잡한 수치를 부과하고 정확한 계산을 요구하고 있는 바, 명확한 계산과 문제 유형별 알고리즘화 작업을 학습자에게 강조하고 있는 것이다. 다음 예를 보자.

제5장. 상공(商功)

25. 지금 쌀을 담의 교차하는 모서리 부분에 기대어 쌓았다. 밑면 사분원의 둘레는 8척, 높이는 5척이다. 쌀 무더기의 부피는 얼마이고, 쌀은 몇 섬이나 되나? (今有委粟依垣内各, 下周八尺, 高五尺. 問積及爲米幾何.)



[답] 부피 $35\frac{5}{9}$ 척, 쌀은 $21\frac{691}{729}$ 섬 (答曰, 積三十五尺, 九分尺之五. 爲米二十一斛, 七百二十九分斛之六百九十一.)

[위속(委粟 : 조를 쌓는 것) 계산법] 밑면 둘레를 제공하여 높이를 곱한 다음 36으로 나눈다. 담에 기대어 쌓는 경우에는 18로 나눈다(이분원뿔인 경우). 담의 교차면에 쌓는 경우에는 9로 나눈다(사분원뿔인 경우).

조 1섬은 부피가 2척 7촌. 쌀 1섬의 부피는 1척 $6\frac{1}{5}$ 촌, 담·마·맥 1섬은 모두 2척 $4\frac{3}{10}$ 촌

구장산술은 형식에 치우쳐 보이기도 한다. 한 가지 문제상황을 분석하는 시각에 따라 달리 해석하고 다른 풀이방법을 탐구할 것을 권장하고 있지 않다. 간혹, 다른 풀이방법을 제시하고 있는 경우도 있지만,⁹⁾ 이것은 그리 흔하지 않다. 반면에 이러한 구장산술의 특성은 학습해야 하는 내용에 대하여 누구나 접근하고 시도하여 성공할 수 있도록,¹⁰⁾ 효과적인 알고리즘을 효율적으로 제시해주고 있는 것이다. 그 예는 앞에서 예문으로 추출한 문제들 가운데 각 장의 대표적인 계산을 필요로 하는 문제와 더불어 제시한 [~의 계산법]에 잘 나타나 있다.

수학과 함께 한 역사가 길어질수록, 후대의 학습자들은 학습량이 늘어만 간다. 효과적인 학습을 이끌어내는데 오늘날 우리의 현실 속에서도 그러한 '필요'는 결코 동떨어져 있지 않다. 학습자의 자발적이고 적극적인 탐구과정을 포함하는 수학의 영역별 알

9) 예를 들어 제7장 영부족. 문제 4번.

10) 구장산술을 풀이한 유휘(劉徽)의 서문(序文)에서

……「바라건대 간략하면서도 두루 응용할 수 있고, 두로 소통되면서도 남용되지 않았으므로 이를 보는 자는 생각하여 얻을 것이 많을 것이다. ……」

고리증화. 수학교육에서 필요악으로 존재하고 있는 알고리즘화를 구장산술은 용감하게 강조하고 있다.

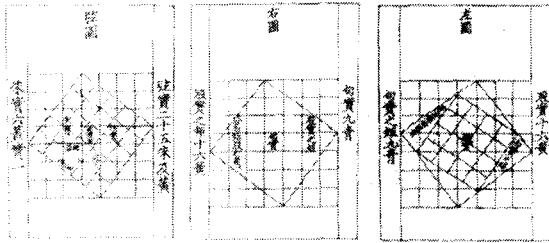
3. 정의적 영역에서의 의의

초등학교 입학 이후 지속적으로 학습하게 되는 수학이라는 과목에서 나오는 수많은 정리와 법칙들 가운데 오래도록 기억되는 몇 가지에는 분명한 특징이 있다. 기본적으로 그 정리의 명료성과 활용빈도를 들 수 있다. 하지만 이외에도 정리 자체의 제목이나 정리의 제목에서 나타나는 특이성 역시 학습자의 파지를 돕는 데 영향을 준다. 중학교 과정에는 직각삼각형의 세 변의 길이에 관한 ‘피타고라스의 정리’가 있다. 이 정리는 기하를 공부하는 데 아주 기본적인 정리로 매우 중요하게 다루고 있으며, 이후의 교과과정에서 상당히 많이 활용되고 있다. 하지만 ‘피타고라스의 정리’에는 앞에서 언급한 요인들 중 후자도 적용된다. ‘피타고라스의 정리’는 수학교과외의 국민기본공통과정에서 나오는 최초의 인명을 딴 정리이다. 이에 학생들은 최초로 수학자의 이름을 딴 정리를 학습하며, 위대한 수학자의 업적과 인생에도 호감을 가지게 된다. 이는 분명 수학학습에 긍정적인 영향을 미친다. 그러나 학습자의 심리적인 영향은 거기서 끝나지 않는다. ‘피타고라스’라는 수학자에 대한 존경과 호감 이면에는 상대적인 박탈감이 자리하게 된다.

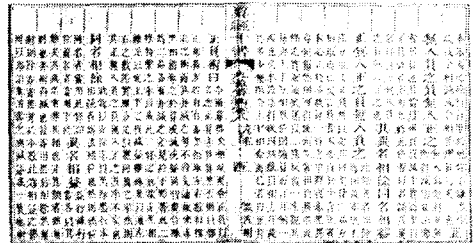
‘수학’이라는 학문의 필요성은 논쟁의 주제가 되지 못할 정도로, 세계 어느 곳에서도 수학에 대한 교육은 필수적으로 이루어지고 있다. 역사를 돌이켜보아도 그 당위성에 대해서는 누구도 반론을 제기하지 않는다. 이처럼 우리 생활에 이미 없어서는 안 될 학문으로 자리잡은 수학을 학습하는 데 있어서 현재 우리의 수학교육은 우리 수학사에 대한 자긍심을 심어주는 데는 매우 인색하다. 형성된 기성 수학의 상당한 부분이 서양에서 주로 발전이 이루어졌으며, 현재 수학의 학문적 업적 역시 서양의 것이 양적으로 풍부하다. 또한, 학교수학도 서양에서 체계화되고 정리된 형식을 대부분 그대로 수용하여 활용하고 있다. 이러한 현실은 학습자로 하여금 ‘수학은 외래 학문이다.’라는 잘못된 인식을 심어줄 위험이 있다. 실제로 학습의 필요성이 중시되고 그 중요도가 높아질수록 수학교과에 대한 학습자의 인식은 필수 외국어 교과(영어)에 대한 인식과 흡사해진다. 나아가 전통적으로 인문학을 강조한 민족 고유의 학문적 특성은 마치 쓸모 없는 소모적 관념철학으로 비추어지기까지도 한다. 이렇듯 우리나라의 학생들은 수학의 중요성을 인식하고 매우 중요하게 받아들여 학습을 하고는 있지만, ‘수학’이라는 학문 자체에 대한 거리감을 본질적으로 가지게 된다. 이는 무의식 속에 수학에 대한 막연한 어려움이나 피해의식으로 자리하게 되며 자신감 상실의 한 요인이 된다.

구장산술은 아주 오래 전에도 수학이 우리 곁에 있었음을 알려주는 좋은 자료가 된다. 비록 구장산술은 중국에서 들여온 수학서이지만, 이를 중심으로 한국의 수학사가 자리하고 있고 또 이를 더욱 발전시킨 우리의 수학사를 되돌아볼 때 구장산술은 분명 우리 수학사의 일부이다. 구장산술이 보여주는 놀라운 계산과 그러한 과정을 통달하였던 우리 선조들의 업적은 오늘날의 우리가 ‘수학은 외래학문이다.’라는 인식을 ‘수학은 우리의 학문이기도 하다.’로 변환시키는 데 부족함이 없다.

구장산술에서 나타난 수학의 업적은 서양의 동시대의 것과 비교했을 때 굉장한 우위를 점하고 있으며, 고대 동양 수학의 뿌리로부터 서양의 수학사가 파생되었다는 중요한 사실은 오늘 수학을 학습하는 학생들에게 굉장한 자부심을 심어줄 수 있다. 앞에서 대표적 예로 거론하였던 ‘피타고라스의 정리’는 무려 500여 년이나 앞서 우리에게 이미 형식화¹¹⁾되어 활용되고 있었다. 이는 구장산술이 하나의 장을 할당하여 그 활용을 다루고 있는 제9장 구고(句股)를 통해 알 수 있다. 하지만 ‘피타고라스의 정리’는 알아도, ‘구고의 정리’는 알지 못하는 것이 오늘날 우리 수학교육의 일면이다. 이뿐만이 아니다. 서양에서는 직관적으로 받아들일 수 있는 대수적 구조를 유지한 모델을 찾지 못해 음수의 도입이 늦어졌으나 구장산술에서는 이미 ‘0’을 개념화하고 있으며, 음수의 실제적인 계산활용 과정을 찾아볼 수 있다.



<주비산경-구고원방도>



<구장산술-정부술(음수가감계산법)>

음수의 개념과 더불어 음수의 부호 규칙까지도 정확히 알고 사용하고 있었고, 또한 현재까지도 그 연구와 활용이 활발한 원주율을 동양에서는 서양의 발견에 약 500년 정도 앞서 비교적 정확하게 계산해내고 있음이 구장산술 이전의 고서에서 발견되고 있다. 그럼에도 원주율의 활용적 편의를 위해 구장산술에서는 이를 ‘3’으로 약식화하여 계산하고 있는데, 실생활에 필요한 수학을 널리 보급하고 활용하였던 선조들의 지혜를 엿볼 수 있는 대목이다. 이외에도 복잡한 비례나 비율에 관한 계산, 미지수를 사용한 일반적인 수학의 계산 등 오늘날 학교수학에서 다루는 영역 또한 다루고 있음을 알 수 있다. 이렇듯 구장산술과 이를 비롯한 전반적인 동양의 수학사에 대한 고찰은 동양 수학의 놀라운 발달과 실용적인 측면을 명료하게 보여주고 있다. 이와 같은 사

11) 구장산술보다 500여년 앞선 주비산경(周髀算經)에 ‘구고현의 정리’가 있다. 구고술이라 한다.

실은 동양 고전 수학의 발달을 보여주는 척도일 뿐만 아니라, 연역적이고 엄밀한 개념의 도입에 따른 기하로부터의 서양 수학의 발달과는 또 다른 의미를 갖는다.

제7차 교육과정에서는 ‘수학학습에 흥미와 자신감을 가지게 하는 수학교육’을 몇몇 중요한 교육과정의 개정방향 중 하나로 설정하고 있다. 반대로, 전통적인 학교 수학의 중대한 결함으로 동기유발의 결여를 꼽는 것은 이미 그리 색다르지 않은 시각이다. 동기유발은 심리적인 자극 이상으로, 진정한 동기유발은 수학의 의미에 대한 통찰을 제공하기 때문에 중요할 수밖에 없다. 구장산술은 정의적(情意的)인 측면에서 학습자의 동기를 유발할 수 있는 많은 가치들을 가지고 있다. 또한, 오늘날 갈수록 심화되고 있는 수학에 대한 거부감과 막연한 부담감에 대한 해결책을 구장산술은 역사를 통해 보여주고 있는 것이다.

구장산술과 이를 대표로 하는 동양 고전 수학의 재조명으로 발달의 특성을 명확히 하여 동양 수학의 자부심을 고취시켜 학습자로 하여금 자신감을 갖게 할 수 있다. 더불어 우리 역사 속의 수학을 발견하여 수학의 학문적 깊이를 깨닫고 흥미를 유발시키는 데 큰 도움이 될 수 있다. 이러한 노력은 오늘 우리의 수학교육에 활력과 더불어 역사적으로도 큰 가치를 부여할 수 있는 계기가 될 것이다.

4. 구장산술에 나타난 계산법의 활용

구장산술은 많은 문제들과 함께, 유형별로 중요한 계산법을 제시하고 있다. 그 중에는 이후 계산의 기초가 되는 기본적인 계산법도 있고 현대의 연립방정식이나 고차방정식의 풀이에 대한 일반적인 계산법도 있다. 각 장에서 제시하고 있는 이러한 계산법 가운데, 오늘날의 방법과는 다소 차이가 있는 계산법이 있다. 덜 정형화되고 덜 체계화되어 좀더 많은 단계를 거치게 되는 계산법이 아니라, 우리가 일반적으로 사용하는 방식과는 다른 방법으로 다른 시각으로 접근하여 제시하고 있는 계산법에 주목하고자 한다. 오늘날의 교육과정과는 다른 풀이법을 제시하고 있는 계산영역으로는 최대공약수, 최소공배수, 제곱근에 대한 풀이와 연립방정식에 대한 계산법이 있다. 최근 이러한 계산방법에 대한 관심이 높아지고 여러 논문에서 이에 관한 연구가 이루어지고 있다.¹²⁾

구장산술에 나타난 옛날의 해법과 오늘날의 해법을 비교하고, 유사점과 차이점을 분석하여 아직 밝혀지지 않은 고대의 수학에 대해 더욱 적극적인 학문적 접근이 가능할 것이며, 뿐만 아니라 교실 수업에서 활용할 때 교육적 가치를 배가시킬 수 있다.

12) 최대공약수, 최소공배수-장혜원, “구장산술’을 활용한 수학 교육,” 한국수학사학회, 2002.
제곱근-신영달, 수학교과에 필요한 고전 수학의 역할, 대구대학교, 2002.
연립방정식-정광수, 구장산술을 활용한 영재교육에 관한 연구, 한양대학교, 2003.

“왜 이렇게 생각했을까?” “이 방법이 타당한 것일까?” “내가 아는 풀이법과 어떤 차이가 있을까?” 등의 의문을 통해 근거와 이유를 찾아가는 활동, 여러 풀이법을 비교하고 더 나은 것을 선택하는 활동 등은 옛 자료를 오늘날 학교 수학 수업에서 충분히 활용할 수 있는 기회를 제공하는 동시에, 수학적 사고력을 넓히는 데 큰 도움이 될 수 있다.

구장산술은 그것이 가진 고서(古書) 자체로서의 의미뿐만 아니라, 이를 활용한 현장에서의 교육활동에도 비전을 제시하고 있다. 주어진 문제에 수동적이고 수렴적으로 반응하는 수학적 자세가 아닌, 주어진 문제를 해결해 보고 과정에 대한 논의, 토론 등을 통한 문제제기, 앞으로의 수학교육이 지향해야 할 발산적이고 창의적인 수학적 태도의 함양을 위해 수학에 대한 표상을 제공하는 데 구장산술은 좋은 소재가 될 수 있다.

5. 결론

앞으로의 수학교육은 수학적 기초 지식과 숙련된 연산능력을 바탕으로 현실과 실제 상황을 수학적으로 인식하고 수학적으로 이해하며, 수학화하여 문제를 해결하고 이를 다시 현실로 회귀시키는 능력을 요구하고 있다. 뿐만 아니라, 수학을 바라보는 태도, 즉 수학에 대한 정의적 측면 또한 중시하고 있다. 이러한 모든 능력을 포괄하는 ‘수학적 힘’의 배양과 증진이 오늘날 수학교육의 목표이다. 그리고 구장산술을 통해 알 수 있듯이 우리의 역사 속에서 존재하는 수학과 수학교육에 대한 목표가 역시 크게 다르지 않다.

시대적 변화의 흐름 속에 요구되는 수학에 대한 가치, 수학교육에 있어 강조하고 있는 매커니즘 등 체계적이고 과학적으로 정비해 온 오늘날의 수학교육에 대한 가치 표준이 3000년 전에 만들어지고 적어도 1000년 전에 전해져 ‘우리의 수학’ 속에 살아 있는 구장산술에 상당한 부분 부합하는 것은 매우 흥미로운 일이다. 실생활 문제를 통한 수학으로의 접근, 수학적 지식의 활용을 높이기 위한 알고리즘화, 역사를 통한 수학적 가치에 대한 긍정적인 태도, 오늘날의 기술과 비교하여 그 차이로부터 도출할 수 있는 잠재적인 수학교육학적 가치, 이 모든 면을 수 천년 우리의 역사 속에 함께 했던 수학적 구장산술은 포함하고 있는 것이다.

개정된 중학교 교과서 중 한 권에서 음수에 관한 개념이 처음 나오는 대단원의 도입에 구장산술에 대한 소개가 중국의 고서라는 말과 함께 음수의 활용이 보인다며 짤막하게 나온다. 오랜 시간 동안 그 가치를 제대로 인정받지 못한 채 묻혀있던 유산이지만, 구장산술은 분명 그 이상의 가치를 가지고 있으며 그렇기 때문에 최근 관심이 높아지고 있다.

구장산술은 비록 오래 전에 우리의 수학교육에 활용되었던 고서이지만, 오늘날의 수학교육에도 그에 상응하는 가치를 찾아볼 수 있는 수학사의 값진 보배이다. 앞으로 구장산술에 대한 더욱 심층적인 연구와 학교수학에 직접적인 활용이 꼭 필요하다.

참고 문헌

1. 교육부, 제7차 수학과 교육과정 해설서, 1999.
2. 김용운 · 김용국, 韓國數學史, 과학과 인간사, 1997.
3. 신영달, 수학교과에 필요한 고전 수학의 역할, 대구대학교 석사학위논문, 2002.
4. 안소정, 우리 겨레 수학이야기, 도서출판 산하, 1996.
5. 劉徽 역음/ 김혜경 · 윤주영 옮김, 九章算術, 서해문집, 1998.
6. 劉徽 역음/ 차종천 옮김, 九章算術 · 周髀算經, 범양사, 2000.
7. 윤완배, 수학발전에 있어서 동양수학의 역할, 인하대학교 석사학위논문, 1993.
8. 정광수, 구장산술을 활용한 영재교육에 관한 연구, 한양대학교 석사학위논문, 2003.
9. 장혜원, “구장산술을 활용한 수학 교육,” 한국수학사학회지 제15권 제2호(2002), 101-112.
10. 장혜원, “중국 및 조선시대 산학서에 나타난 원주율과 원의 넓이에 대한 고찰,” 한국수학사학회지 제16권 제1호(2003), 9-16.
11. 장혜원, “조선시대 산학서 ‘구일집’의 내용 분석 및 교육적 활용 방안 탐구,” 대한수학교육학회지 제13권 제4호(2003), 429-446.

A Study for the Values of the *Nine Chapters on the Mathematical Art* on Mathematics Educational Viewpoint

Dept. of Mathematics Education, Dankook University **Gil Jun Han**
Graduate School of Education, Dankook University **Ju Yeon Seo**

In this paper, we investigate several values of the *Nine Chapters on the Mathematical Art* on mathematics educational viewpoint. We study them with four points of view: mathematical approach through problems of real life, algorithmization of concept and type, significance of affective domain and application of arithmetic. The result shows that the *Nine Chapters on the Mathematical Art* have great meaning of today's Korean mathematics education and possibility of application.

Key words: *Nine Chapters on the Mathematical Art*, value of mathematics education, problems of real life, algorithmization, affective domain, arithmetic

2000 Mathematics Subject Classification: 01A25, 01A72, 01A99