

체적제어에 의한 적층 복합재 구멍의 형상 최적화

한석영[†] · 마영준^{*}

(2004년 4월 3일 접수, 2004년 6월 30일 심사완료)

Shape Optimization of Cutouts in a Laminated Composite Plate Using Volume Control

Seog-Young Han and Young-Joon Ma

Key Words : Composite Plates(복합재 평판), Growth-Strain Method(성장 변형률법), Shape Optimization(형상 최적화), Volume Control(체적 제어)

Abstract

Shape optimization was performed to obtain a precise shape of cutouts including the internal shape of cutouts in a laminated composite plate by three dimensional modeling using solid element. Volume control of the growth-strain method was implemented and the distributed parameter chosen as Tsai-Hill fracture index for shape optimization. It makes Tsai-Hill failure index at each element uniform in laminated composites under the predetermined volume a designer requires. Shapes optimized by Tsai-Hill failure index were compared with those of the initial shapes for the various load conditions and cutouts. The following conclusions were obtained in this study; (1) It was found that growth-strain method was applied efficiently to shape optimization of three dimensional cutouts in a laminate composite, (2) The optimal shapes of the various load conditions and cutouts were obtained, (3) The maximum Tsai-Hill failure indices of the optimal shapes were remarkably reduced comparing with those of the initial shapes.

1. 서론

최근에 성장-변형률법⁽¹⁾이라는 수학적 프로그래밍 기법을 사용하지 않는 형상 최적화 기법이 개발되었다. 이 기법은 경계 매개변수화와 설계 민감도 해석 없이 최대 강도 또는 최대 강성⁽²⁾을 갖는 형상을 설계할 수 있는 특징이 있다. 이 기법은 von Mises 응력이나 탄성변형에너지 등의 분포 매개변수를 구조물 내에 균일하게 분포되도록 체적을 변화시킴으로써 형상을 최적화 한다.

복합재 내부에 있는 구멍에 대한 형상 최적화에 관한 연구는 수학적 프로그래밍 기법,⁽³⁾ 진화적 구조 최적화 기법,⁽⁴⁾ 최근에 성장-변형률법⁽⁵⁾을 이용한 많은 논문들이 발표된 바 있다. 그러나 이 연구들은 모두 2 차원으로 가정한 복합재의 구멍

형상만을 최적화 했을 뿐, 내부의 형상을 포함한 3 차원 형상을 최적화 시키지는 못하였다.

본 논문에서는 성장-변형률법을 적용하여 복합재 내부의 3 차원 구멍 형상에 대한 최적화를 수행하여 복합재 구조물의 설계 시 설계자에게 보다 정확한 형상을 제시하고자 하였다. 사용되는 분포 매개변수로는 Tsai-Hill 파손지수를 이용하였고, 설계자가 요구하는 체적으로 제어하면서 최대 Tsai-Hill 파손지수가 최소가 되는 즉, 최대 강도를 갖는 형상을 얻는 것을 목적으로 하였다.

2. 성장-변형률법

이 기법은 매개변수를 균일하게 분포시키는 과정에서 발생하는 체적변형으로 형상을 최적화 시킨다. 이 최적화 과정은 참고문헌^(1,2)에 자세히 설명되어 있으므로 여기서는 본 연구에 사용된 수식들만을 소개한다.

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : syhan@hanyang.ac.kr

TEL : (02) 2290-0456

^{*} 한양대학교 대학원 자동차공학과

체적을 목표 값으로 제어하기 위해 체적을 제어할 수 있는 식 (1)을 이용하였으며, 식 (2)와 같이 평균 Tsai-Hill 파손지수는 기본 값으로 사용된다. 체적 제어는 PID 제어 개념을 응용한 식 (1)과 (2)에 의해 효율적으로 제어될 수 있다.

$$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \frac{\sigma^{(n-1)} - \bar{\sigma}^{(n-1)}}{\bar{\sigma}^{(n-1)}} \delta_{ij} h - \left\{ K_p \frac{V^{(n-1)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_I \sum_{k=1}^{n-1} \frac{V^{(k)} - V_{obj}}{V_{obj}} + K_D \frac{V^{(n-1)} - V^{(n-2)}}{V_{obj}} \right\} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}^{(n-1)} = \sum_{\varepsilon} \frac{\sigma_{\varepsilon} \nu_{\varepsilon}}{V^{(n)}} \quad (2)$$

식 (1)에서 ε_y^b 는 체적변형, σ 는 분포매개변수 (예를 들면, Tsai-Hill 파손지수), $\bar{\sigma}$ 는 분포매개변수의 기준값(예를 들면, 평균 Tsai-Hill 파손지수), δ_y 는 크로네커 델타(Kronecker delta), 그리고 h 는 성장변형의 크기를 조절하는 1 보다 훨씬 작은 임의의 상수인 성장률이다. 또, (n) 은 n 번째 반복횟수, K_p, K_I, K_D 는 비례상수, ν_{ε} 는 각 요소의 체적, σ_{ε} 는 각 요소의 대표 Tsai-Hill 파손지수, V_{obj} 는 목표하는 총 체적, $V^{(n)}$ 은 n 번째 반복횟수에서의 총 체적을 의미한다.

식 (1)에서 K_p 를 가진 두 번째 항은 PID 제어에서 비례동작에 대응하고 목표체적과의 편차에 따라 체적변형을 발생시킨다. K_I 를 가진 항은 적분동작에 대응하고 잔류편차를 줄인다. 또 K_D 를 포함한 항은 미분동작에 대응하며 외란에 대한 응답을 가속화시킨다. 각 항에서 각 상수가 증가할 때 그것의 상대적인 영향력은 커진다.

K_p, K_I, K_D 값은 실제적으로 이용할 때는 0.0 에서 2.0 사이의 값을 취하며, 이는 경험적으로 얻어진 값이다.⁽⁶⁾ 본 연구에서 선정된 분포매개변수인 Tsai-Hill 파손지수는 다음 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \geq 1 \quad (3)$$

여기서, σ_1 과 σ_2 는 각각 섬유방향과 횡방향의 응력을, τ_{12} 는 전단응력을 나타낸다. 또 X, Y, S 는 단일 복합판의 인장, 압축 및 전단에 대응하는 항복강도를 의미한다.

Table 1 Composite material properties

E_1	206.85 GPa	
E_2	20.685 GPa	
E_3	20.685 GPa	
G_{12}	10.34 GPa	
G_{23}	4.14 GPa	
G_{13}	10.34 GPa	
μ_{12}	0.3	
μ_{23}	0.25	
μ_{13}	0.25	
Ply thickness	0.16 mm	
Strength	Tensile	Compressive
Longitudinal	1586 MPa	2482 MPa
Transverse	62.7 MPa	241 MPa
Shear	82.7 MPa	

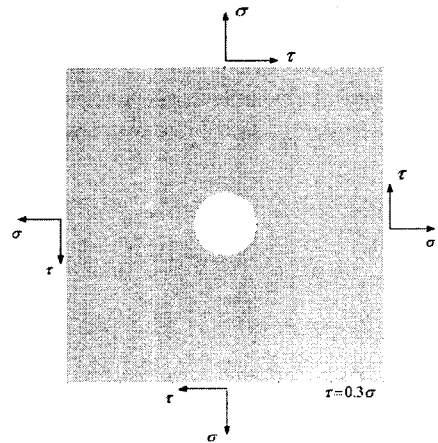


Fig. 1 [$\pm 45/0/90$], Plate loaded in biaxial and shear stress

3. 형상 최적화 적용 예

성장-변형률법이 3차원 구멍에 대한 형상 최적화에 효율적으로 사용할 수 있는지 확인하기 위하여, 보론-에폭시를 사용한 [$\pm 45/0/90$]로 적층된 복합재 판에 적용하였다. 그에 대한 재료의 물성치⁽⁷⁾는 Table 1과 같다. 본 적층판의 모델링은 솔리드 요소를 이용하여 하나의 블록(block)을 작성하

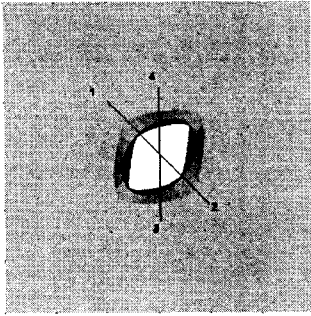
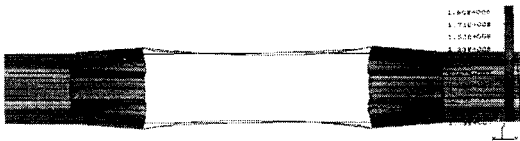
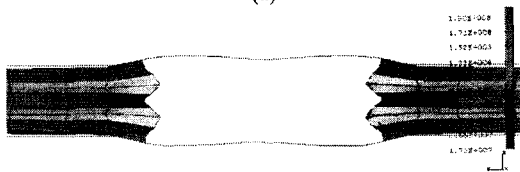


Fig. 2 Optimized shape of $[\pm 45/0/90]_s$ plate loaded in biaxial and shear stress ($V_{obj} = V^{(0)}$)



(a)



(b)

Fig. 3 Optimized shape of cross-section in cut out ; (a) 1-2 section (b) 3-4 section

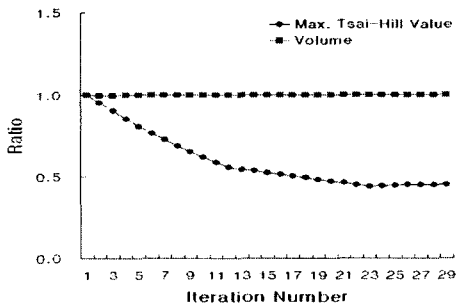
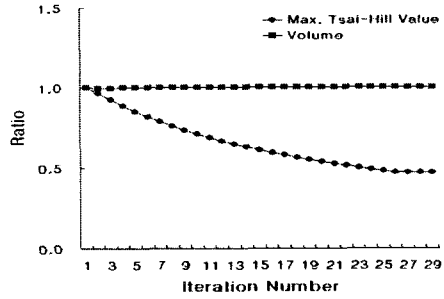


Fig. 4 History of iteration of Plate loaded $[\pm 45/0/90]_s$ in biaxial and shear stresses ($V_{obj} = V^{(0)}$)

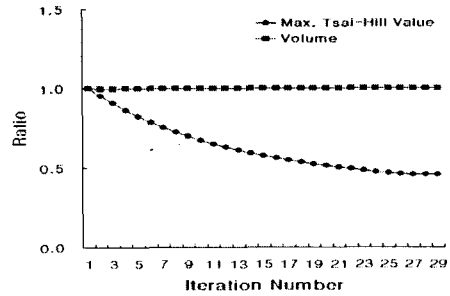
고 그 가운데 구멍(cutout)을 낸 후, 8 개의 판을 Partition 을 통해 생성시켜 각 층(ply)마다 적층 각도에 맞는 물성치를 계산하여 입력하였다.

3.1 이축응력 및 전단응력을 받는 한 개의 구멍

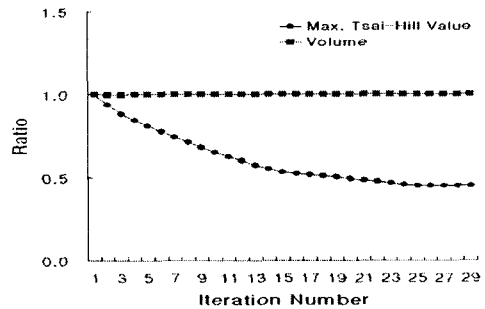
Fig. 1과 같은 한 개의 구멍을 가진 복합재 평판의 초기 형상에 대해 $\sigma:\sigma:\tau = 1:1:0.3$ 의 비로



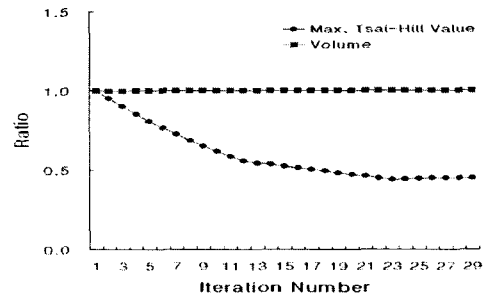
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 5 History of iteration of each ply in the $[\pm 45/0/90]_s$ Plate ; (a) Ply 1 (b) Ply 2 (c) Ply 3 (d) Ply 4

하중 조건을 적용하여 체적 제어에 의한 최적화를 수행하였다.이 때 $K_p=0.5, K_I=0.1, K_D=0$ 이고 성장률은 $h=0.01$ 으로 설정하였다.

체적 목표 값을 초기 체적의 100%로 설정했을

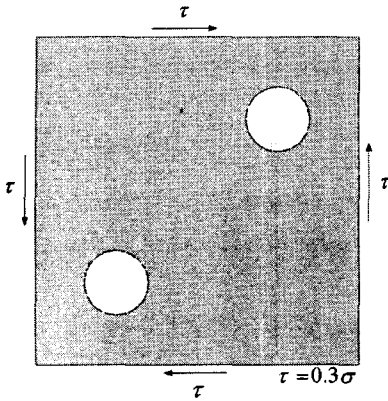


Fig. 6 $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in shear stress

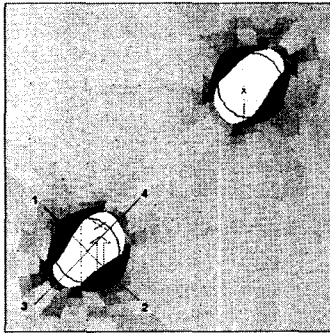


Fig. 7 Optimized shape of $[\pm 45/0/90]_s$ plate loaded in shear stress ($V_{obj} = V^{(0)}$)

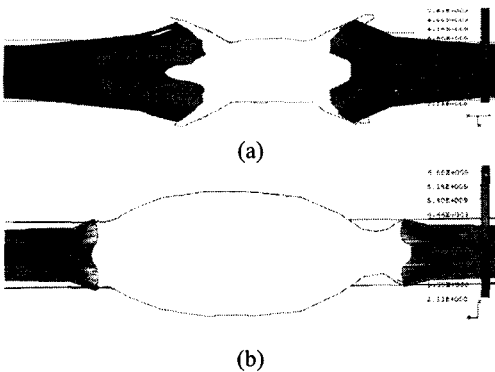


Fig. 8 Optimized shape of cross-section in cut out ; (a) 1-2 section (b) 3-4 section

때의 최적화 된 구멍의 3 차원 형상을 Fig. 2 에 나타내었으며, 구멍 주위의 평행사변형 모양의 음영 부분은 재료의 변형으로 인해 상승한 모습이다. 최적화 된 구멍 내부의 단면도는 Fig. 3 에 나타내었다.

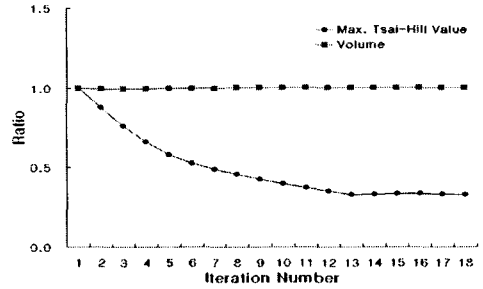


Fig. 9 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in shear stresses ($V_{obj} = V^{(0)}$)

Fig. 4는 체적 목표 값을 100%로 유지하는 경우 초기 체적 값에 대한 각 반복횟수에서의 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 각 반복횟수에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 나타낸다. 최적화 된 형상의 체적은 초기 체적값으로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 비해 56% 감소하였다.

각 층별 초기 체적 값에 대한 각 반복횟수에서의 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 각 반복횟수에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 5 에 나타내었다. Fig. 5(a)에서 Ply 1 과 8 에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 초기 값에 대한 변화량은 50%로 감소하였으며, Fig. 5(b)의 Ply 2 와 7 에서는 52%, Fig. 5(c)의 Ply 3과 6 에서는 53%, Fig. 5(d)의 Ply 4 와 5 에서는 56%의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 감소를 보였다.

3.2 순수 전단응력을 받는 두 개의 구멍

Fig. 6 과 같은 두 개의 구멍을 가진 복합재 평판에 순수 전단하중을 적용한 경우의 초기 형상에 대해 체적 제어를 통한 형상 최적화를 수행하였다. $K_p=0.5, K_l=0.1, K_D=0$ 으로 하였고, 성장률 $h=0.02$ 로 설정하였다. 체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 설정하였을 때의 최적화 된 3차원 형상을 Fig. 7 과 8 에 나타내었다. 이것 역시 구멍 주위의 음영부분은 재료의 상승으로 인한 음영부분이다.

체적의 목표값을 100%로 유지하는 경우 초기 체적 값에 대한 각 반복횟수에서의 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 각 반복횟수에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 9 에 나타내었다. 최적화 된 형상의 체적은 초기 체적값으로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 비해 63% 감소하였다.

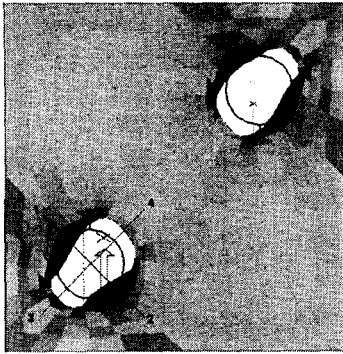


Fig. 10 Optimized shape of $[\pm 45/0/90]_s$ plate loaded in shear stresses ($V_{obj} = 0.9V^{(0)}$)

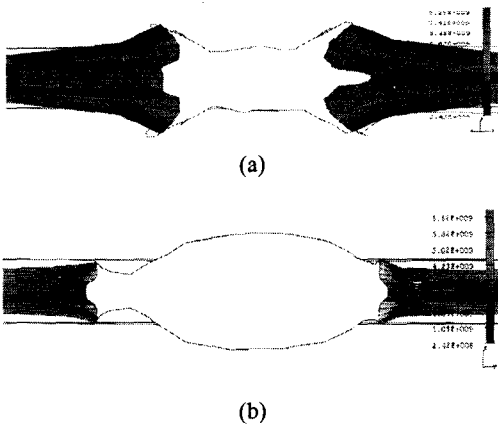


Fig. 11 Optimized shape of cross-section in cut out ; (a) 1-2 section (b) 3-4 section

각 층별 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화는 Fig. 9와 유사한 결과를 얻었다. Ply 1과 8에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 초기값에 대한 변화량은 64%로 감소하였으며, Ply 2와 7에서는 63%, Ply 3과 6에서는 63%, Ply 4와 5에서는 60%의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 감소를 보였다.

체적의 목표값을 초기 체적의 90%로 설정하였을 때의 최적화 된 3차원 형상을 Fig. 10과 11에 나타내었으며, $K_p=0.5, K_I=0.1, K_D=0$, 성장률 h 값은 0.02로 설정하여 형상 최적화를 수행하였다. 체적의 목표값을 90%로 유지하는 경우, 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 12에 나타내었다.

최적화 된 형상의 체적은 초기 체적값의 90%로

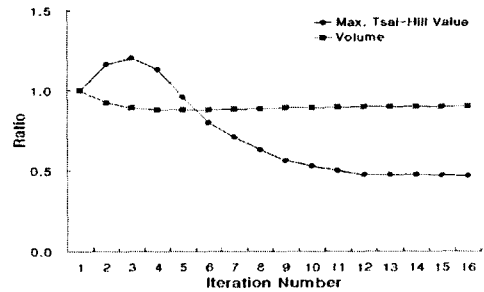


Fig. 12 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in shear stress ($V_{obj} = 0.9V^{(0)}$)

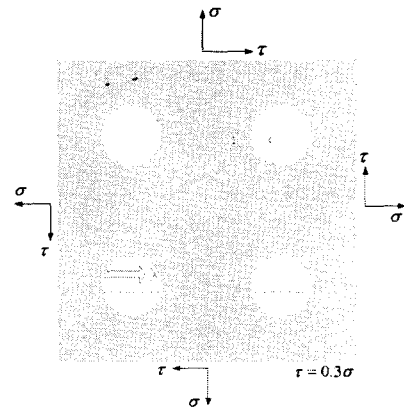


Fig. 13 $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in biaxial and shear stress

수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 비해 52% 감소하였다. 각 층별 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화는 Fig. 12와 매우 유사한 결과를 나타내었다. Ply 1과 8에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 초기값에 대한 변화량은 50%로 감소하였고, Ply 2와 7에서는 53%, Ply 3과 6에서도 53%, Ply 4와 5에서는 43%의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 감소를 보였다.

3.3 이축응력 및 전단응력을 받는 네 개의 구멍
Fig. 13과 같은 네 개의 구멍을 가진 복합재 평판의 초기 형상에 대해서 $\sigma:\sigma:\tau = 1:1:0.3$ 의 하중 비로 적용하여 체적 제어에 의한 형상 최적화를 수행하였다. 이 때 $K_p=0.5, K_I=0.1, K_D=0$ 으로 설정하였고 성장률은 $h=0.02$ 로 하였다.

체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 설정하였을 때의 최적화 된 3차원 형상을 Fig. 14와 Fig. 15에 나타내었다. 5-6 section의 단면은 Fig. 15(a)와

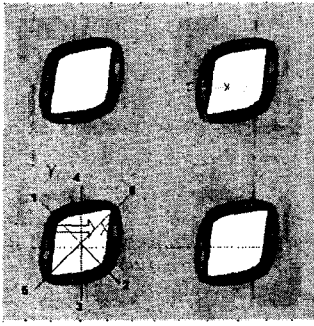


Fig. 14 Optimized shape of $[\pm 45/0/90]_s$ plate loaded in biaxial and shear stress ($V_{obj} = V^{(0)}$)

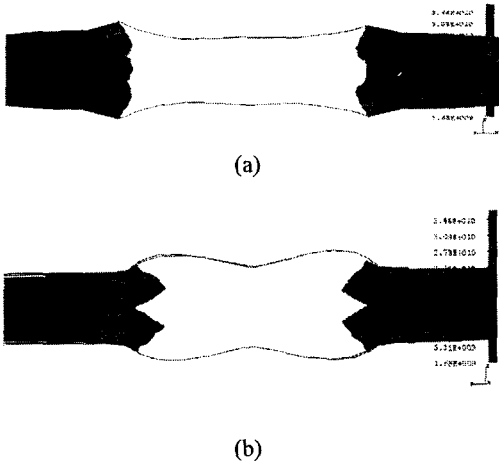


Fig. 15 Optimized shape of cross-section in cut out ; (a) 1-2 section (b) 3-4 section

유사하였다.

체적의 목표값을 초기 체적의 100%로 유지하는 경우, 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 16에 나타내었다. 최적화된 형상의 체적은 초기 체적값의 100%로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손지수에 비해 67% 감소하였다.

각 층별 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화는 Fig. 16과 유사하게 나타났다. Ply 1과 8에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 초기값에 대한 변화량은 76%로 감소하였으며, Ply 2와 7은 68%, Ply 3과 6은 62%, Ply 4와 5는 67%의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 감소를 보였다.

Fig. 17은 체적의 목표값을 초기 체적의 110%로 설정하였을 때의 최적화 된 3차원 형상을 나타낸

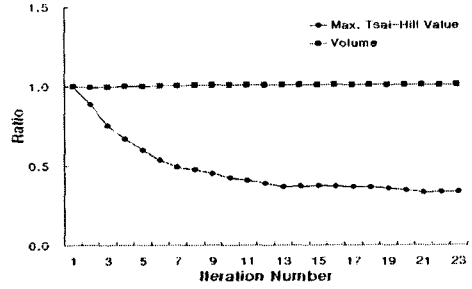


Fig. 16 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in biaxial and shear stress ($V_{obj} = V^{(0)}$)

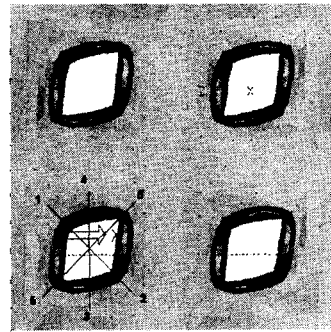


Fig. 17 Optimized shape of $[\pm 45/0/90]_s$ plate loaded in biaxial and shear stress ($V_{obj} = 1.1V^{(0)}$)

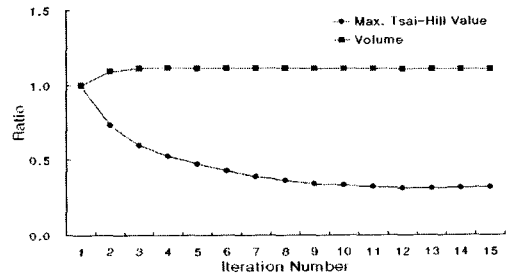


Fig. 18 History of iteration of $[\pm 45/0/90]_s$ Plate loaded in biaxial and shear stresses ($V_{obj} = 1.1V^{(0)}$)

것이다. $K_p = 0.5, K_I = 0.1, K_D = 0$ 으로 하였으며, 성장률 h 값을 0.02로 설정하여 형상 최적화를 수행하였다. 구멍 내부의 단면도는 Fig. 15와 유사하게 나타났다.

체적의 목표값을 110%로 유지하는 경우, 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화를 Fig. 18에 나타내었다. 최적화 된 형상의 체적은 초기 체적값의 110%로 수렴하였고, 최대 Tsai-Hill 파손 지수는 초기 형상의 최대 Tsai-Hill

파손지수에 비해 69% 감소하였다.

각 층별 초기 체적값에 대한 체적비와 초기 형상의 최대 Tsai-Hill 파손 지수에 대한 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 변화는 Fig. 18 과 유사하였다. Ply 1 과 8에서의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 초기값에 대한 변화량은 74%로 감소하였으며, Ply 2 와 7 은 65%, Ply 3 과 6 은 64%, Ply 4 와 5 는 69%의 최대 Tsai-Hill 파손 지수의 감소를 보였다.

4. 결론

본 연구에서 수행한 체적제어에 의한 3 차원 복합재 구멍에 대한 형상 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 성장-변형률법을 3 차원 복합재 구멍의 형상 최적화에 적용한 결과 효율적으로 적용됨을 확인하였다.
- (2) 3 차원 형상에 대하여 최적화를 수행함으로써 기존의 2 차원 구멍의 형상뿐만이 아니라 구멍 내부의 최적화 된 형상까지도 알 수 있었다.
- (3) 성장-변형률법의 체적 제어를 이용하여 각 예제들의 목표 체적을 90%,100%,110%로 하여 최적화를 수행하였을 때, 최대 Tsai-Hill 파손 지수를 최대 69% 까지 감소시키는 결과를 얻을 수 있었다.

참고문헌

- (1) Azegami, H., 1992, "Shape Optimization of Solid Structures Using the Growth-Strain Method," *SAE* 921063, pp. 1136~1145
- (2) Azegami, H., Ogihara, T. and Tagamik, A., 1991, "Analysis of Uniform-Strength Shape by the Growth-Strain Method," *JSME Int. J.*, Ser. 3, Vol. 34, No. 3, pp. 355~361.
- (3) Lin, H. J. and Lee, Y. J., 1992, "Strength of Composite Laminates with Continuous Fibers Around a Circular hole," *Composite Structures*, 21, pp. 155~162.
- (4) Xie, Y. M. and Steven, G. P., 1997, "Multiple Cutout Optimization in Composite Plates Using Evolutional Structural Optimization," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 5, No 5, pp. 609~624.
- (5) Han, S. Y. and Bae, S. S., 2003, "Shape Optimization in Laminated Composite Plates using Volume Control of Growth-Strain Method," *FEOFS* 2003-V32-003, FEOFS 2003, Sendai, Japan.
- (6) Han, S. Y., Lee, K. R. and Bai, H. W., 1997, "Development of Shape Optimal Design System using Stress Control," *Fall Conference, KSAE*, Vol. II, pp. 601~606.
- (7) Reddy, J. N., *Mechanics of Laminated Composite Plates, Theory and Analysis*, CRC press Inc., New York, pp. 107~108
- (8) Han, S.Y. and Bai, H.W., 1999, "Shape Optimization for General Two-Dimensional Structures," *Transaction of KSME A*, Vol. 23, No. 9, pp. 1622~1627.
- (9) Maeng, J. S., Han, S. Y., Lee, S. W. and Kim, J. P., 2002, "Application of Growth-Strain Method for Shape Optimization of Flow Systems," *Transaction of KSME B*, Vol. 26, No. 7, pp. 945~950.