

회전 핀의 종동 하중에 따른 박판 스프링의 대변형에 대한 연구

정 일 섭*

(2004년 4월 9일 접수, 2004년 7월 19일 심사완료)

A Study on the Large Deflection of Flat Spring Subjected to Follower Load by a Rotating Pin

Chung, Ilsup

Key Words : Follower Load(종동 하중), Flat Spring(박판 스프링), Large Deflection(대변형), Numerical Analysis(수치 해석)

Abstract

The mechanical spring is one of widely used machine elements. Among various kinds, flat-type spring loaded by a rotating pin was studied. A flat spring was simplified to a cantilever beam, and numerical analysis was attempted. Since the loading pin rotates about a separate axis from the fixed spring or vice versa, the location, direction, and magnitude of the contact force including normal contact and friction loads vary accordingly. Meanwhile, the spring is deformed substantially as the relative motion progresses. Therefore, this problem needs to be formulated taking the follower loading characteristics and geometrical non-linearity into account. Derived nonlinear differential equation was solved to yield the spring deflection, contact force and the torque to rotate the pin, and the result was compared with a finite element solution. Also, the influences of principal design parameters were studied. The proposed methodology is expected to be useful for the design of pin-loaded flat spring and the prevention of mechanical failures in the form of yielding or fatigue failure of spring or severe wear of the components.

1. 서론

스프링은 변위에 상응하는 에너지를 저장하는 기계 요소로서 다양한 분야에 적용되고 있으며, 나선형(helical) 스프링, 와선형(spiral) 스프링, 비틀림 막대, 디스크(disk) 스프링, 박판(flat) 스프링, 일정 하중(constant force) 스프링 등 다양한 종류가 있다.^(1,2)

근래 많이 사용되는 LCD 모니터 가운데 일부는 경사(tilt), 회전(pivot), 방향 전환(swivel) 등 모니터의 각도 변화가 가능하도록 제작되며, 이러한 각도 변화 시 사용자가 적절한 반력을 느끼도록 인간 공학적으로 설계되어 있다. 이러한 반력은 각

자유도에 대하여 여러 가지 스프링을 장착하여 얻어질 수 있는데, 일부 제품에서는 모니터에 고정된 소형의 박판(flat) 스프링이 스탠드에 고정된 핀과 상대 회전 운동을 하며 부분적 접촉을 하여 회전(pivot) 반력이 발생되도록 설계되어 있다. 이 때, 접촉 하중의 크기나 사용 재질에 따라 스프링이 피로 파손 되거나 핀이 심하게 마멸되는 문제점이 발생할 수 있으며, 이를 방지하고 인간 공학적 설계 요건을 만족시키기 위하여는 스프링의 변형과 응력, 핀과 스프링의 접촉하중 및 이로 인한 회전 토크 등을 구해야 할 것이다.

구조물의 변형과 함께 하중의 크기 또는 방향이 변화하는 종동 하중 문제는 다양한 경우에서 찾아볼 수 있으며, 이에 관한 다수의 연구 결과가 발표된 바 있다.⁽³⁻⁶⁾ 많은 경우, 구조의 정적 혹은 동적 안정성에 대한 연구가 진행되고 있으며, Zuo와 Hjelmstad는 자유단에 접선력과 압축하중이 작용하는 외팔보(Beck's problem)에 대하여 대변형의 영

* 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : ilchung@yu.ac.kr

TEL : (053)810-3525 FAX : (053)813-3703

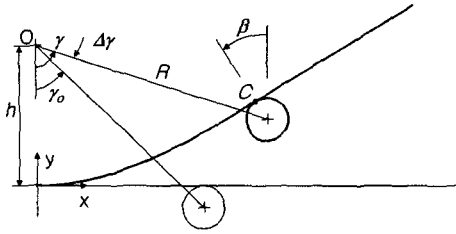


Fig. 1 Schematic diagram of a flat spring loaded by a rotating pin before and after deformation

향을 고려한 기하적 엄밀(geometrically exact) 지배 방정식을 유도하고 분기(bifurcation) 해가 존재하기 위한 조건을 구하였다.⁽⁷⁾ Petrolito 와 Legge 는 정적(static) 종동 하중을 지지하는 프레임 구조물에 대한 몇 가지 경우의 해를 제시하였다.⁽⁸⁾ Ryu 등은 외팔보에 부착된 선형 스프링의 위치에 따른 동적 안정성에 관하여 연구하였으며,⁽⁹⁾ Yoon 등은 끝단에 부착된 집중 질량과 회전 스프링이 기둥의 안정성에 미치는 영향을 연구한 바 있다.⁽¹⁰⁾

본 연구에서는 소형 피벗 스프링의 한쪽 팔(arm)을 하나의 고정된 외팔보로 단순화하여 모델링하고, 보로부터 격리된 축을 중심으로 회전하는 핀이 스프링에 접촉하여 하중을 가함에 따라 발생하는 보의 거동을 구하기 위한 지배 방정식을 유도하였다. 이 때 보와 핀의 접촉 점과 접촉 하중은 핀의 회전에 따라 계속 변화하므로 일종의 종동 하중(follower load) 문제가 된다. 이동 하중 문제의 특성상, 얻어진 비선형 미분 방정식에는 그 해가 구해져야 알 수 있는 미지수가 포함되며, 이를 해결하기 위한 수치 해석적 방법을 제시하였다. 그 결과를 유한요소 해석 결과와 비교하여 수치 해석 방법의 유효성을 확인하였으며, 이를 이용하여 마찰 계수, 핀의 회전 반경, 스프링의 두께 등의 영향을 알아 보았다.

2. 모델과 수식화

피벗용 박판 스프링의 단순화된 모델은 Fig. 1 과 같다. 스프링을 단순 외팔보로 모델링 하였으며, 핀은 O 점을 중심으로 회전하여 보에 접촉하고 초기 접촉상태로부터 Δy 만큼 회전하며 스프링에 하중을 가하게 된다. 이때 스프링의 변형에 대한 지배 방정식을 유도하기 위하여 임의의 점 A 로부터 보와 핀의 접촉 점 C 사이에서 그린 자유 물체도는 Fig. 2 와 같다. 점 A 의 내력(internal load)은 수직 하중, 수평 하중, 굽힘 모멘트로 나타낼 수 있으며, 점 C 에는 표면에 수직한 접촉 하중 N 과

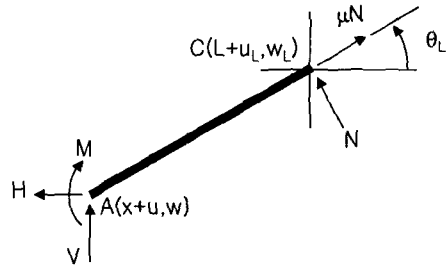


Fig. 2 F.B.D of a segment of spring between point A and contact point C

그에 따른 마찰력 μN 이 작용한다. 이 때 마찰력은 스프링의 축 방향 하중으로 간주하였다. 이들의 작용점, 크기 및 방향은 핀의 회전이 진행됨에 따라 계속 변화하여 종동 하중의 특성을 가진다. 스프링의 변형을 감안한 점 A 와 C 의 좌표는 Fig. 2 에 표시한 것과 같으며, 정적 평형을 위하여 식 (1)이 만족되어야 한다.

$$V + N \cos \theta_L + \mu N \sin \theta_L = 0 \quad (1a)$$

$$-H - N \sin \theta_L + \mu N \cos \theta_L = 0 \quad (1b)$$

$$-M + (L + u_L - x - u)(\cos \theta_L + \mu \sin \theta_L)N + (w_L - w)(\sin \theta_L - \mu \cos \theta_L)N = 0 \quad (1c)$$

여기서 L 은 고정단에서 현재의 접촉 점까지의 스프링의 길이로서, 핀의 회전이 진행됨에 따라 그 크기는 계속 변화한다. u 와 w 는 가로 및 세로 방향으로의 변위, θ 는 보의 기울기를 각각 의미한다. 아래 첨자 L 은 접촉 점에서의 각 변수의 값을 뜻한다. 식(1-c)에 $M = EI(d\theta/dx)$ 의 관계를 대입하고 x 에 대하여 미분 한 뒤, 스프링의 길이가 변하지 않는다는 inextensibility 의 가정, 즉

$$1 + \frac{du}{dx} = \cos \theta \quad (2a)$$

$$\frac{dw}{dx} = \sin \theta \quad (2b)$$

를 대입하여 정리하면 아래의 식 (3)을 얻게 된다. 식 (2)의 inextensibility 조건은 변형 전 dx 만큼 떨어진 두 점 사이의 거리는 변형 후에도 변하지 않으며, 스프링의 굽힘 변형에 따라 두 점의 수평 및 수직 방향 변위에는 각각 du 와 dw 만큼 차이가 있음을 의미한다.

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \cos(\theta - \theta_L + \alpha) \frac{N}{EI \cos \alpha} = 0 \quad (3)$$

여기서 α 는 마찰각으로서 $\tan^{-1} \mu$ 이고, μ 는 접촉면의 마찰 계수이며, EI 는 스프링의 굽힘 강성이다. 식 (3)에 무차원 변수 $\xi = x/L$ 을 도입하고, 파라미터 λ 를

$$\lambda = \frac{NL^2}{El \cos \alpha}$$

로 정의하면, 아래의 식 (3')을 구할 수 있으며, 이 식은 Zuo 와 Hjelmstad⁽⁷⁾가 압축 이동 하중이 가해지는 보에 대하여 유도한 기하학적 엄밀식과 유사한 형태를 가진다.

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + \lambda \cos(\theta - \theta_L + \alpha) = 0 \quad (3')$$

위의 보의 변형에 대한 지배 방정식이 만족하여야 하는 경계 조건은 다음과 같다.

$$\theta = 0 \quad \text{at} \quad \xi = 0 \quad (4a)$$

$$\theta = \theta_L = \beta \quad \text{at} \quad \xi = 1 \quad (4b)$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} = 0 \quad \text{at} \quad \xi = 1 \quad (4c)$$

경계 조건 (4a)는 외팔보의 고정단에서 보의 기울기가 0 이라는 조건이고, 조건 (4b)는 접촉 점 C 에서 스프링과 핀의 표면이 서로 접합을 의미하며, 각 β 와의 관계는 Fig. 1로부터 쉽게 알 수 있다. 경계 조건 (4c)는 자유 단과 접촉 점의 사이에는 아무런 외력이 없으므로 접촉 점에서의 굽힘 모멘트가 0 임을 뜻한다.

한편, 식 (2)의 가정을 이용하면, 변형된 스프링의 접촉 점 C 의 좌표는 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$x_C = L + \int_0^L du = L + L \int_0^1 (\cos \theta - 1) d\xi = L \int_0^1 \cos \theta d\xi \quad (5)$$

$$y_C = \int_0^L dw = L \int_0^1 \sin \theta d\xi$$

또한, Fig. 1의 핀의 회전 운동에 대한 기하적 고려로부터 점 C 의 좌표는 아래와 같이 표현할 수 있으며, 식 (5)와 (6)의 각 좌표값은 서로 일치하여야 한다.

$$x_C = R \sin \gamma - r \sin \beta \quad (6)$$

$$y_C = h - R \cos \gamma + r \cos \beta$$

여기서 r 은 핀의 반지름을 나타낸다.

접촉 점의 좌표 $C(x_C, y_C)$, 수직 접촉 하중 및 마찰력의 합력인 \vec{F} 가 구해지면 이를 이용하여 핀을 회전시키기 위해 필요한 토크를 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$T = \|\vec{OC} \times \vec{F}\| = \frac{N}{\cos \alpha} \{x_C \cos(\beta - \alpha) + (y_C - h) \sin(\beta - \alpha)\} \quad (7)$$

3. 수치 해석

2 차 비선형 미분방정식인 식 (3')을 아래와 같이 연립 1 차 미분 방정식으로 변환한 뒤, MATHEMATICA3.0 의 NDSolve 를 이용한 수치 해석을 수행하였다.

$$z = \frac{d\theta}{d\xi} \quad (3'')$$

$$\frac{dz}{d\xi} = -\lambda \cos(\theta - \theta_L + \alpha)$$

그런데, 이 문제에서는 접촉 하중 N 과 구간 OC 의 스프링의 길이 L 을 알지 못하므로 λ 가 미지수이며, 경계 조건(4b)의 각 β 또한 해가 구해져야 알 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 경계 조건 (4c)와 아울러 특정한 $\beta(=\theta_L)$ 의 값을 먼저 정하여 준 뒤, 경계 조건(4a)를 만족하는 λ 를 찾아내는 방법을 사용하였다. 비현실적으로 큰 값으로부터 접촉 초기 상태에 해당하는 0 까지를 λ 의 범위로 하여 각 λ 의 값에 대하여 식 (3'')을 풀고, 그 결과 $\xi=0$ 에서의 θ 가 충분히 0 에 가까워 경계 조건(4-a)가 만족되는지를 확인하였다. 풀이 결과 $|\theta| \leq 10^{-10}$ 의 기준이 만족되지 않으면 이분법(bisection method)을 사용하여 새로운 λ 를 정하고 동일한 풀이 과정을 반복하였다.

경계 조건 (4)를 모두 만족하는 λ 가 정해지고 나면, 이 λ 값에 해당하는 θ 로부터 식 (5)의 수치 적분을 수행하였다. 이렇게 되면, 식 (4)와 식 (5)가 동일한 좌표를 나타낸다는 조건으로부터 L 과 핀의 회전각 γ 에 대한 연립방정식을 구성하게 된다. 이를 풀어서 구해진 L 을 λ 의 정의에 대입하면 접촉 하중 N 을 알 수 있으며, 이어서 식 (7)을 이용하여 핀을 회전시키기 위한 토크를 구할 수 있다.

4. 결과 및 토의

4.1 기본 모델의 해석

기본 모델로서 두께 t 가 1(mm)이고, 폭 w 가 4(mm), 길이가 50(mm)인 스프링에 대한 해석을 수행하였다. 이때, 핀의 반지름 r 은 2.5(mm), 회전 반경 R 은 30 (mm), 회전축과 스프링 사이의 간격 h 는 20(mm)로 하였다. 이 경우, 접촉 초기의 핀의 위상각 γ_0 는 41.4°에 해당한다. 또한, 재료의 탄성 계수 E 는 207(GPa), 마찰 계수 μ 는 0.3 으로 하였고, 각 β 의 범위 0°~90°에 대한 해석 결과는 아

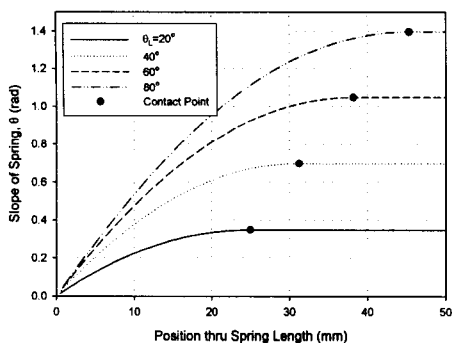


Fig. 3 Slope of the spring loaded by a rotating pin for specified $\beta(=\theta_L)$

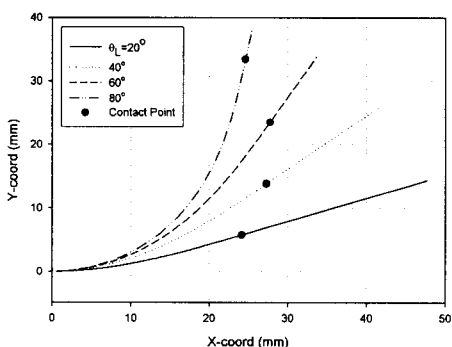


Fig. 4 Deflection curves of the spring loaded by a rotating pin

래와 같다.

Fig. 3 은 식 (3'')에서 구한 스프링 기울기 θ 의 변화를 보인다. 핀이 회전하여 θ_L 즉 β 가 증가함에 따라 보의 기울기가 전체적으로 커짐을 알 수 있다. 그림에 표시한 접촉 점은 $\xi=1$ 에 해당되는 점이다. 본 수치 해석은 고정 단으로부터 접촉 점까지만 해석 범위에 포함되며, 그 바깥에는 아무런 외력이 없으므로 단지 θ_L 과 동일한 값으로 도시한 것이다. 핀의 회전에 따라 고정 단으로부터 접촉 점까지의 스프링의 길이도 증가하고 있음을 볼 수 있다.

Fig. 4 는 θ 를 스프링의 길이에 대하여 적분하여 구한 스프링의 처짐 곡선을 보인다. 핀의 회전이 지속되어 θ_L 이 80° 에 이르면 스프링 자유단의 최대 처짐의 크기는 $37.9(\text{mm})$ 가 되어 스프링의 길이와 유사한 차원으로서 대변형 해석이 필수적임을 보여준다. Fig. 4 에 표시한 접촉 점의 위치는 회전축의 좌표인 $O(0,20)$ 에 대하여 원형 경로를 따라 이동하고 있는 것처럼 보인다. 만약, 핀의 접촉 점이 정확히 원형 궤적을 그린다면 핀의 회전 각을 나타내는 각 $\Delta\gamma(=\gamma-\gamma_0)$ 가 β 와 정확히 일치하여 $\gamma-\beta$ 는 γ_0 로 일정한 값을 유지하여야 한

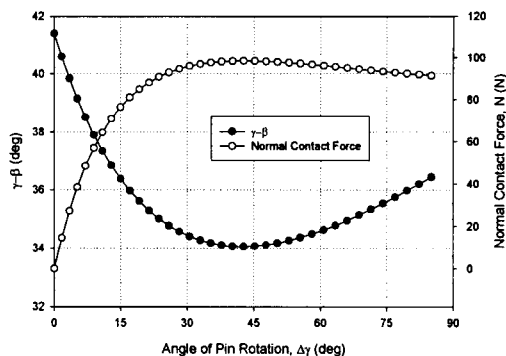


Fig. 5 Change of the contact point location on the pin and the normal contact force

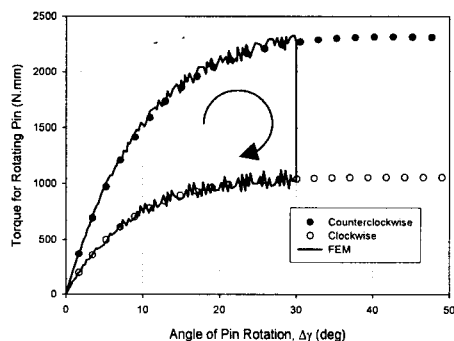


Fig. 6 Torque required to rotate the pin in counterclockwise direction and to maintain the location of the pin in reversed rotation

다. 그러나, 실제로는 핀의 접촉 점 또한 핀의 표면 위에서 계속 변화하고 있으며, 이는 Fig. 5 에 보인 것과 같다. 접촉 초기에는 γ_0 가 41.4° 이고 β 는 0° 이며, 그 차이는 점차 감소하여 핀의 회전 각 $\Delta\gamma$ 가 42.7° 일 때 최소가 된 이후 다시 증가하고 있다.

접촉 점에서의 수직 접촉 하중도 핀의 회전에 따라 변화한다. Fig. 5에 보인 것과 같이 핀의 회전 각 $\Delta\gamma$ 가 42.7° 일 때 최대값 $98.5(\text{N})$ 이 되며, 그 이후로는 핀의 회전이 계속되어도 더 이상 증가하지 않았다. 여기서 구한 접촉 하중의 크기 및 접촉 점의 위치는 스프링 또는 핀의 마멸 정도를 예측하는데 이용될 수 있을 것이다.

본 연구의 관심 대상인 모니터용 피벗 스프링의 중요한 설계 요건 가운데 하나는 핀과 스프링의 상대 회전 운동을 유발하기 위하여 필요한 토크의 크기이다. 이는 식 (7)을 이용하여 계산할 수 있으며, 그 결과는 Fig. 6 에 보인 것과 같다. Fig. 1 의 핀을 시계 반대 방향으로 회전시킬 경우, 토크는 수직 접촉 하중이 최대값을 가지는 위치에서 최대

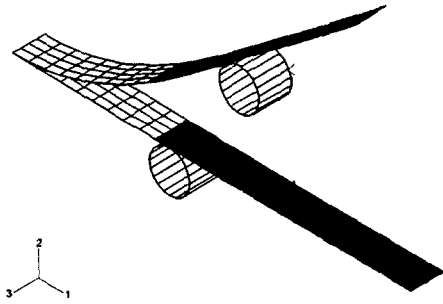


Fig. 7 Finite element model of spring and pin in un-deformed and deformed configurations

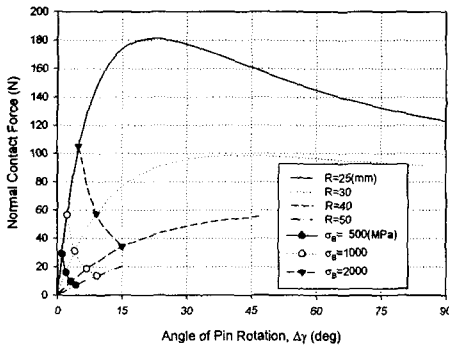


Fig. 8 Parametric study for normal contact force under the variation of the radius of pin rotation

값인 2317(N.mm)였으며, 이후 약간 감소하였다. 그림에 하얀 색의 원기호로 표시한 것은 핀의 회전 방향을 역전하여 시계 방향으로 돌리는 경우의 토크를 나타낸다. 이의 계산 방법은 앞 3 절과 동일하나, 다만 스프링과 핀의 상대 운동이 방향을 바꿈으로써 Fig. 2의 마찰력의 방향이 반대가 되므로 마찰 계수의 부호를 음으로 바꾸어 주면 된다. 계산된 토크는 시계 반대 방향 회전의 경우에 비하여 상당히 작은 값을 보인다. 그 이유는 마찰력에 의한 토크가 수직 접촉 하중에 의한 토크와 반대 방향이기 때문이다. 그러나, 역회전시에도 정적인 평형을 이루기 위하여 필요한 토크는 여전히 양의 값이며, 이는 스프링의 탄성력이 핀을 초기 위치로 복원시키려 함을 뜻한다.

위의 수치 해석 결과를 검증하기 위하여 동일한 모델에 대하여 ABAQUS 6.3 을 이용한 유한요소 해석을 수행하였다. Fig. 7 에 보인 바와 같이 스프링을 4 절점 평판 요소로 모델링 하고, 핀은 해석적 강성 면(analytically rigid surface)으로 모델링 하여 기하적 비선형 접촉 해석을 수행하였다. Fig. 6 의 화살표로 표시한 것과 같이 핀을 30°까지 회전시킨 뒤 방향을 바꾸어 초기 위치까지 역회전하여 구한 필요 토크를 굵은 실선으로 표시하였으며,

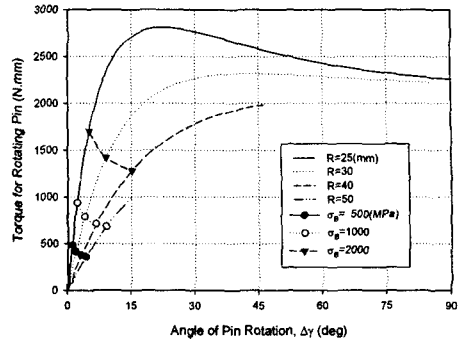


Fig. 9 Parametric study for torque under the variation of the radius of pin rotation

Table 1 Variables when the bending stress at the fixed end of base model reaches 1000(MPa)

$\Delta\gamma$ (deg)	T (N.mm)	N (N)	L (mm)
4.4	841.8	33.3	21.3

수치 해석의 결과와 매우 잘 일치하였다.

4.2 설계 변수의 영향

스프링의 설계를 위하여 고려하여야 할 변수, 즉 마찰 계수 μ , 핀의 회전 반경 R , 스프링의 두께 t 등의 영향을 알아보기 위한 해석을 수행하였다. 앞 4.1 절의 기본 모델을 기준으로 설계 변수를 변화시켜 구해진 결과는 다음과 같다.

먼저, Fig. 8 과 Fig. 9 는 핀의 회전 반경을 변화시키에 따른 수직 접촉 하중 및 회전 토크의 변화를 보인다. 회전 반경이 작아짐에 따라 수직 하중과 토크는 급속히 증가하며 그 최대값 또한 커짐을 알 수 있다. 수직 접촉 하중과 토크는 유사한 경향으로 변화하나, 그 변화율은 수직 접촉 하중이 더 현저한 것으로 보인다. 토크가 수직 접촉 하중에 비례하여 커지지 않는 것은 힘의 방향과 함께 모멘트 팔의 길이가 변화하기 때문이다.

본 연구의 모든 해석은 기하적 비선형성을 고려하되 재료의 거동은 선형 탄성을 가정하고 있다. 그러나, 핀의 회전이 지속됨에 따라 스프링의 내력(internal load)은 크게 증가하며, 따라서 초기에 스프링의 고정단에서 소성 변형을 일으킬 수 있다. 응력은 Fig. 2 에 보인 3가지 내력, 즉 굽힘 모멘트, 전단력 및 축 하중에 따라 결정되는데, Fig. 8 에 보인 바와 같이 수직 접촉 하중은 200(N)을 넘지 않으므로 스프링의 축 방향 하중과 전단 하중에 의한 응력은 미미한 반면, 굽힘 모멘트에 의한 응력은 상당히 크다. 식 (1c)와 굽힘식을 이용하여 고

정단의 굽힘 응력 σ_B 를 구하였으며, 이 중 응력의 크기가 500, 1000, 2000 (MPa)에 달하는 점들을 Fig. 8과 Fig. 9에 기호로 표시하였다.

한국 산업 규격의 스프링용 재료인 SPS 강재의 0.2% 항복 강도가 최소 1079(MPa)로 정해져 있음을 감안하여 실제 스프링에서 항복을 일으키지 않도록 설계하여야 한다.⁽¹¹⁾ 앞 4.1 절의 기본 모델의 고정단에서 굽힘 응력 σ_B 가 1079 (MPa)에 도달한 상태의 각 변수의 값은 Table 1에 보인 것과 같다.

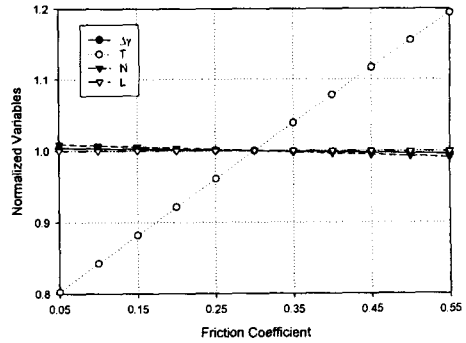
기본 모델로부터 각 설계 변수를 변화시키며 해석을 수행하여, 최대 굽힘 응력이 항복 강도에 도달하는 점을 찾은 뒤, 그 때의 변수 값을 Table 1에 보인 기본 모델의 항복 시의 변수 값으로 정규화 한 결과를 Fig. 10에 도시하였다.

Fig. 10(a)는 마찰 계수의 영향을 보인다. 마찰 계수의 증감에 따라 다른 변수는 거의 변화를 보이지 않는다. 다만 마찰 계수가 증가함에 따라 회전 토크는 거의 비례적으로 증가함을 알 수 있다. Fig. 10(b)는 핀의 회전 반경의 영향을 나타낸다. 회전 반경을 크게 할수록, 항복을 일으키는 순간의 고정단에서 접촉점까지의 스프링의 길이 및 핀의 회전 각도는 증가함을 알 수 있다. 반면에 수직 접촉 하중과 회전 토크는 감소하는데, 수직 하중의 감소에 비하여 회전 토크의 감소는 상대적으로 완만하다. 그러므로, 마모량을 줄이는 동시에 일정 수준의 최대 회전 토크를 유지하는 좋은 방안은 핀의 회전 반경을 증가시키는 것임을 알 수 있다. 또한, 스프링의 두께의 변화에 따른 굽힘 강성의 영향을 Fig. 10(c)에 도시하였다. 두께가 증가함에 따라 항복 이전까지 허용할 수 있는 핀의 회전각은 크게 감소한다. 반면에 그에 따라 수직 접촉 하중과 회전 토크는 증가하고 있다.

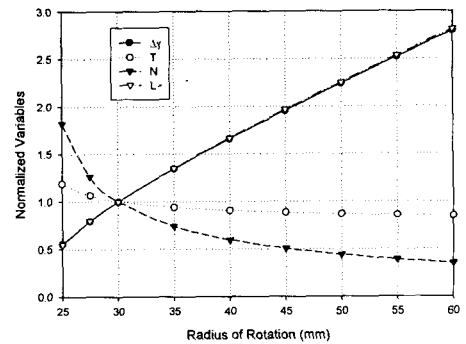
박판 스프링/ 회전 핀 시스템의 용도에 따라 최대 회전 토크, 핀의 필요 회전 각도 등 상이한 설계 요구 조건이 정해질 것이며, 이에 적절한 설계 변수의 결정에 있어서 위의 결과는 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 본 연구의 수치 해석을 통하여 수직 접촉 하중, 핀과 스프링의 미끄럼 마찰 거리, 접촉 점의 변화 등을 알 수 있으므로 핀 혹은 스프링에서 발생할 수 있는 마모의 예측에도 활용될 수 있을 것이다.

5. 결론

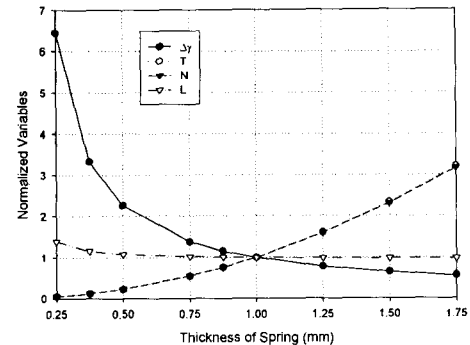
박판 스프링이 회전하는 핀과의 접촉으로 하중을 받는 문제에 대한 해석을 수행하였다. 스프링



(a) Influence of friction coefficient



(b) Influence of the radius of pin rotation



(c) Influence of the thickness of spring

Fig. 10 Variables when the maximum bending stress reaches yield strength, normalized by the base model variables under the yield condition

의 변형에 따라 하중의 방향과 크기가 지속적으로 변화하며, 따라서 이는 중동 하중 문제가 된다. 이때 스프링에는 상당한 크기의 처짐이 발생되므로, 기하적 비선형성을 고려한 지배 방정식의 유도가 필요하다.

유도된 비선형 지배 방정식의 수치 해석을 수행하여 소형 박판 스프링의 변형과 접촉 점의 위치 및 접촉 하중, 이로 인한 핀의 회전 토크 등을 구하였다. 수치 해석의 결과는 동일한 모델에 대한 유한 요소 해석 결과와 비교하여 그 정확성을 확

인하였다.

스프링의 최대 굽힘 응력이 항복 강도에 도달하는 조건을 기준으로 하여 마찰 계수, 핀의 회전 반경, 스프링의 두께 등의 설계 변수의 변화에 따른 영향을 알아 보았다. 그 결과를 요약하면 다음과 같으며, 이는 회전 핀에 의한 중동 하중을 받는 스프링의 설계 변수 결정에 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

(1) 마찰 계수의 증감은 그에 비례하여 핀의 회전에 필요한 토크를 변화시킨다. 그러나, 수직 접촉 하중이나 핀의 회전 각도, 접촉 점까지의 스프링의 길이 등에 미치는 영향은 미미하다.

(2) 핀의 회전 반경의 증가는 항복 이전까지 핀과 접촉하는 스프링의 길이나 핀의 회전 각도를 증가시키는 반면, 수직 접촉 하중과 토크는 감소시킨다. 이때, 토크에 비하여 수직 하중의 감소가 현저하므로, 핀 또는 스프링의 마모를 줄이는 동시에 일정 수준의 토크를 유지하려면 핀의 회전 반경을 증가시키는 것이 적절한 방법이다.

(3) 스프링의 두께를 증가시키면 핀의 허용 회전각은 감소하며, 수직 접촉 하중과 토크는 증가한다. 접촉 점까지의 스프링의 길이의 변화는 미미하다.

후 기

이 논문은 2003년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 일부 지원되었음.

참고문헌

- (1) Parker, S.P., 1993, *McGraw-Hill Encyclopedia of Engineering, 2nd Ed.*, McGraw-Hill, Inc., New York, pp. 1124~1126.
- (2) Carlson, H., 1978, *Spring Designer's Handbook*, Marcel Dekker, Inc., New York, pp. 177~242.
- (3) Herrmann, G., 1967, "Stability of Equilibrium of Elastic Systems Subjected to Non-conservative Forces," *Applied Mechanics Review*, Vol. 20, pp. 103~108.
- (4) Sundararajan, C., 1975, "The Vibration and Stability of Elastic Systems Subjected to Follower Forces," *Shock and Vibration Digest*, Vol. 7, pp. 89~105.
- (5) Bolotin, V.V., 1999, "Dynamic Instabilities in Mechanics of Structures," *Applied Mechanics Review*, Vol. 52, pp. R1~R9.
- (6) Langthjem, M.A. and Sugiyama, Y., 2000, "Dynamic Stability of Columns Subjected to Follower Loads: A Survey," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 238, pp. 809~851.
- (7) Zuo, Q.H. and Hjelmstad, K.D., 1997, "Conditions for Bifurcation of a Cantilever Beam Subjected to Generalized Follower Loads: Geometrically Exact Approach," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 203, pp. 899~902.
- (8) Petrolito, J. and Legge, K.A., 1997, "Benchmarks for Frames Subject to Follower Loads," *Computers & Structures*, Vol. 63, pp. 379~384.
- (9) Ryu, B.J., Kwon, K.W. and Myung, T.S., 1994, "Spring Position and Stiffness Effect on the Dynamic Stability of Elastically Restrained Cantilevered Beams under a Follower Force," *Transactions of the KSME*, Vol. 18, No. 6 pp. 1496~1502.
- (10) Yoon, H.I., Lim, S.H. and Yu, J.S., 1997, "Stability of Beck's Column with a Rotary Spring Restraining Its Free End," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 21, No. 9 pp. 1385~1391.
- (11) KS D 3701, 2002, "Spring Steels," *Korean Industrial Standards*.