

# 점소성 이론에 의한 변형률 속도 민감도에 대한 연구

호 광 수<sup>#</sup>

( 2004년 5월 7일 접수 )

## A Study on Strain Rate Sensitivity by Unified Viscoplasticity

Kwangsoo Ho

### Abstract

This paper addresses a viscoplastic constitutive model that allows a consistent way of modeling positive and negative rate sensitivities of flow stress concerned with dynamic strain aging. Based on the concept of continuum mechanics, a phenomenological constitutive model includes the use of a yield surface within the framework of unified viscoplasticity theory. To model negative rate sensitivity, rate-dependent back stress is introduced and flow stress in fully developed inelastic deformation regime is thus decomposed into the plastic contribution of rate independency and the viscous one of rate dependency.

**Key Words** : Viscoplasticity, Constitutive Equations, Rate Sensitivity, Relaxation, Dynamic Strain Aging, Inelastic Deformation

### 1. 서 론

재료의 구성방정식에 대한 연구는 기계 요소의 성능에 대한 예측성, 신뢰성 그리고 경제성에 근거한 설계 과정 및 이의 생산 공정에서 수행되는 종합적인 해석에 필요한 응력과 변위를 산출해 낼 수 있는 응력 해석법의 주축이 되는 중요성을 갖는다. 일반적으로, 재료는 제트 엔진, 로켓트, 발전 설비 등의 극한 하중을 받는 기계요소 및 압축, 인발, 단조 등과 같은 생산 공정에서 다양한 비탄성 변형거동의 특성들을 나타낸다. 이러한 비탄성 거동은 고온뿐만 아니라 상온에서도 하중의 속도에 의존적인 특성을 보이므로 좀더 정확하고 신뢰성 있는 응력해석을 수행하기 위해서는 속도에 의존적인 재료의 성질들을 설명할 수 있는 점소성 이론의 사용이 필수적이다.

전통적인 소성 이론에서는 항복면(yield surface)

의 개념을 사용하여 재료의 하중 속도에 독립적인 비탄성 변형을 설명한다. 그러나 크리프와 같은 속도에 의존적인 성질을 표현하기 위하여 전체 변형률은 탄성, 소성 그리고 크리프 변형률의 결합된 형태로 가정되고, 소성과 크리프 거동을 각기 재료의 독립적인 특성으로 인식함으로써 소성, 크리프 및 피로 현상들의 상호작용을 효과적으로 설명하지 못하게 된다. 따라서 재료의 다양한 거동들을 비탄성 변형률의 틀에서 통합적으로 표현함으로써 속도 의존적인 특성들을 좀더 정확하게 모델링 하려는 노력이 수행되는데, 이것이 소위 통합된 점소성 이론 (unified viscoplasticity theory)이다.<sup>(1)</sup>

금속재료의 응력-변형률 곡선은 특정한 온도 영역에서 톱니 형태의 모양을 보이는데, 이러한 변형 특성은 Portevin-Le Chatelier (PLC) 효과로 알려져 있다. 이 현상은 용질 원자의 확산과 전위 운

# 교신저자: 계명대학교 기계자동차공학부

동의 상호작용에 기인한 동적 변형시효의 결과로서 나타나는 음성의 속도민감도, 즉 유동응력은 하중속도가 증가 함에 따라 감소하는 변형 거동과 밀접한 연관성을 갖는다.<sup>(2-4)</sup>

본 연구의 목적은 항복변을 사용하는 통합된 접소성 이론의 체계에서 양성의 속도민감도 (유동응력은 하중속도가 증가 함에 따라 증가), 중성의 속도민감도 (유동응력은 하중 속도에 독립적) 및 음성의 속도민감도를 일관성 있게 설명할 수 있는 구성방정식을 제안하는데 있다. 이 목적을 위하여 역응력 (back stress)은 속도에 의존적인 형태로 제안되며, 그 결과로서 완전히 진전된 비탄성 변형 거동 영역에서의 유동응력은 속도에 독립적인 소성적 영향과 속도에 의존적인 점성적 영향의 합으로 표현된다.

## 2. 이론

제안되는 구성방정식은 항복조건을 사용하지 않고 과응력 (overstress)에 기초하여 제안되었던 이전의 구성방정식<sup>(5-6)</sup>과는 상이하계, 전통적 소성 이론의 일반화로 알려진 Perzyna<sup>(7)</sup>와 Chaboche<sup>(8-9)</sup> 모델의 개념에 근거하여 von Mises의 항복조건을 사용한다. 따라서 좀더 개선된 형태로서의 구성방정식은 초기 순수 탄성 한계를 잘 설명할 수 있게 되며, 완전히 진전된 비탄성 거동 영역에서의 접소성 포텐셜이 정의 됨으로써 일반화된 수직성의 법칙 (normality law)을 만족하게 된다.

구성방정식은 하중 (loading) 또는 해중 (unloading) 조건을 사용하지 않으며, 등온 및 미소 변형의 조건 하에서 전체 변형률 속도는 탄성과 비탄성 변형률 속도의 합과 같다는 가정을 사용한다. 탄성 변형률은 후크 법칙 (Hooke's law)에 의해 정의되고, 비탄성 변형률은 응력과 상태변수 (state variable)들의 함수로 정의된다.

이론은 재료의 미세구조에 대한 특성들과 변형에 따른 이들의 변화를 상태변수들 및 이들의 성장식들로 표현하며, 일정 변형률속도에 대하여 수학적으로 무한 시간에서의 해에 해당하는 점근해 (asymptotic solution)를 갖는다. 이러한 해들은 비탄성 변형이 완전히 진전되었을 때의 재료 거동에 실질적으로 적용될 수 있으므로, 시험적으로 새로이 측정된 비탄성 거동을 설명할 수 있는 구성방정식의 개발에 매우 유익하게 이용된다.

재료의 등방성 및 비탄성 변형의 비압축성이

가정되며, 구성방정식은 체적 및 편차 유동법칙과 상태변수들의 성장식들로 구성된다.

### 2.1 유동법칙

전체 편차 변형률속도는 탄성 성분과 비탄성 성분의 합으로 가정된다:

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^{el} + \dot{e}_{ij}^{in} \quad (1)$$

여기서,  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3)\delta_{ij}\varepsilon_{kk}$ 은 전체 변형률  $\varepsilon_{ij}$ 의 편차 변형률이다.

편차 탄성 변형률속도는

$$\dot{e}_{ij}^{el} = \frac{1+\nu}{E} \dot{s}_{ij} \quad (2)$$

으로 정의된다. 여기서,  $E$ 와  $\nu$ 는 각각 탄성계수와 프와송 비이고,  $s_{ij}$ 은 진응력  $\sigma_{ij}$ 의 편차응력을 나타낸다.

편차 비탄성 변형률속도는

$$\dot{e}_{ij}^{in} = \frac{3}{2} B \left\langle \frac{J(\sigma_{ij} - H_{ij}) - R}{D} \right\rangle^m \frac{(s_{ij} - g_{ij})}{J(\sigma_{ij} - G_{ij})} \quad (3)$$

으로 정의된다. 여기서,  $B$ ,  $D$ 와  $m$ 은 재료 상수이다.  $H_{ij}$ 와  $R$ 은 각각 이동경화 (kinematic hardening) 변수와 등방경화 (isotropic hardening) 변수이고, Macauley의 괄호는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= x & \text{if } x > 0 \\ \langle x \rangle &= 0 & \text{if } x \leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

이동경화와 등방경화의 조합이 적용된 항복조건은 다음과 같이 표현된다.

$$f = J(\sigma_{ij} - H_{ij}) - R \leq 0 \quad (5)$$

제 2 차 불변량의 정의를 사용하여, (3)식과 (5)식의  $J(\sigma_{ij} - H_{ij})$ 와  $J(\sigma_{ij} - G_{ij})$ 은

$$J(\sigma_{ij} - H_{ij}) = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij} - h_{ij})(s_{ij} - h_{ij})} \quad (6a)$$

$$J(\sigma_{ij} - G_{ij}) = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij} - g_{ij})(s_{ij} - g_{ij})} \quad (6b)$$

으로 정의되며,  $h_{ij}$ 와  $g_{ij}$ 는 각각 상태변수인  $H_{ij}$ 와  $G_{ij}$ 의 편차 성분이다.

체적에 대한 유동법칙은

$$\dot{\varepsilon}_{kk} = \frac{1-2\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \quad (7)$$

으로 정의된다. 미분 형태의 구성방정식은 수학적으로 무한 시간에서의 극한값에 해당하는 점근해

를 갖는다. 식 (3)에서  $J(\sigma_{ij} - H_{ij}) - R$ 의 접근 한계는 과응력 불변량인  $J(\sigma_{ij} - G_{ij})$ 이 되므로, 접근 상태에서의 비탄성 변형률속도는 응력과 역응력의 차로 정의되는 과응력  $(\sigma_{ij} - G_{ij})$ 의 함수만으로 표현된다. 접근해에 대한 자세한 논의는 2.3 절에서 다루어질 것이다.

### 2.2 상태변수의 성장식

상태변수  $g_{ij}$ 와  $h_{ij}$ 의 차에 대한 성장식은 비선형 이동경화의 형태로 정의되어, 변형을 강화와 동적 회복의 효과를 다음과 같이 표현한다:

$$(\dot{g}_{ij} - \dot{h}_{ij}) = \psi \left[ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^m - \frac{(g_{ij} - h_{ij})}{R} \dot{\phi} \right] \quad (8)$$

여기서,  $\psi$ 는 초기 순수 탄성 영역으로부터 완전히 진전된 비탄성 유동영역으로의 천이 거동을 모델링하기 위하여 도입된 재료상수이다. 유효 변형률속도는

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^m \dot{\epsilon}_{ij}^m} = B \left( \frac{J(\sigma_{ij} - H_{ij}) - R}{D} \right)^m \quad (9)$$

으로 정의된다.

상태변수인 이동응력 (kinematic stress)  $H_{ij}$ 은 단순 하중 조건에서 변형을 경화의 거동을 모델링하기 위하여 도입되며, 그 성장식은 다음과 같이 선형 이동경화의 형태로 정의된다.

$$\dot{h}_{ij} = \frac{2}{3} E_i \dot{\epsilon}_{ij}^m \quad (10)$$

여기서,  $E_i$ 는 비탄성 변형률에 기초한 비탄성 계수 (inelastic modulus)로서 전체 변형률에 기초한 비탄성 계수인  $\hat{E}$ ,와  $\hat{E}_i = E_i / (1 + E_i / E)$ 의 관계를 갖는다.

응력의 단위를 갖는 변수  $R$ 은 과응력 불변량을 사용하여 속도에 의존적인 형태로 정의된다:

$$R = r_c + \sqrt{\frac{3}{2} r_{ij} r_{ij}} \quad (11a)$$

$$r_{ij} = [A + \beta J(\sigma_{ij} - G_{ij})] \frac{(s_{ij} - g_{ij})}{J(\sigma_{ij} - G_{ij})} \quad (11b)$$

여기서, 재료상수  $r_c$ 와  $A + \beta J(\sigma_{ij} - G_{ij})$ 은 양수로 정의되며,  $\beta < 1$ 으로 제한되는  $\beta$ 는 본 연구에서 재료상수로 정의된다. 그러나  $\beta$ 가 비탄성 변형률 및 변형률속도의 함수로 정의되면 변형률 및 변형률속도의 일정 범위에서만 발생하는 일반적인

동적 변형시효 현상을 모델링할 수 있게 된다.  $\beta \geq 1$ 의 경우에는, 항복 조건식에 의해 비탄성 변형이 발생하지 않으므로 구성방정식은 단지 순수 탄성 변형만을 모델링하게 된다. 상태변수  $A$ 는 반복 강화 또는 연화를 설명하기 위하여 도입되며, 궁극적으로 탄성 영역의 크기를 정의하게 된다. 이의 성장식은

$$\dot{A} = A_r (A_r - A) \dot{\phi} ; A(t=0) = A_0 \quad (12)$$

이다. 여기서,  $A_r$ 와  $A_r$ 는 재료상수이다.  $A_r$ 은 상태변수인  $A$ 의 성장 속도를 나타내며,  $A_r$ 는 안정화된 반복 변형거동에 상응하는 접근치를 나타낸다.

식 (8)은 비탄성 변형이 완전히 진전되었을 때의 변형을 강화와 동적 회복 항의 평형을 의미하므로, 이 경우에  $g_{ij} - h_{ij}$ 은 속도에 의존적인 변수  $R$ 에 비례하게 된다. 따라서 편차 역응력은 속도에 의존적인 형태로 표현되는데, 이것이 바로 양성, 중성 및 음성의 속도민감도를 일관성 있게 설명할 수 있도록 하는 구성방정식의 주요한 특성이다.

### 2.3 구성방정식의 특성

구성방정식은 일련의 비선형적으로 결합된 미분방정식들로 이루어진다. 일정한 변형률속도 하에서의 접근해는 미분방정식들을 적분 형태로 변환하여, 수학적으로 무한의 시간에 대한 극한을 취함으로써 얻어진다.<sup>(10)</sup> 이러한 접근해는 재료의 변형이 유동응력의 영역에 도달하였을 때 실질적으로 적용되어질 수 있고 구성방정식의 기본적인 특징들을 잘 나타내므로, 재료의 다양한 비탄성 거동들을 모델링할 수 있는 구성방정식의 개발에 매우 유용한 수단을 제공한다.

접근 한계에 도달하였을 때 다음의 관계식들이 성립한다:

$$\{\dot{s}_{ij}\} = \{\dot{g}_{ij}\} = \{\dot{h}_{ij}\}, \quad \{\dot{A}\} = 0 \quad (13)$$

여기서,  $\{\}$ 은 각각의 접근치를 나타낸다. 위의 식으로부터 편차 응력, 역응력 및 이동응력은 완전히 진전된 비탄성 유동 영역에서 같은 속도로 성장하며, 상태변수  $A$ 는 포화되어 안정화됨을 알 수 있다.

식 (8)에  $\{\dot{g}_{ij}\} = \{\dot{h}_{ij}\}$ 의 관계를 적용함으로써 다음과 같은 상태변수들의 차에 대한 접근해를 얻는다:

$$\{g_{ij} - h_{ij}\} = R \frac{\{s_{ij} - g_{ij}\}}{\{J(\sigma_{ij} - G_{ij})\}} \quad (14a)$$

$$\{s_{ij} - h_{ij}\} = \{R + J(\sigma_{ij} - G_{ij})\} \frac{\{s_{ij} - g_{ij}\}}{\{J(\sigma_{ij} - G_{ij})\}} \quad (14b)$$

식 (14b)를 식 (6a)에 대입하여 정리하면

$$\{J(\sigma_{ij} - H_{ij})\} = \{R + J(\sigma_{ij} - G_{ij})\} \quad (15)$$

의 관계식을 얻는다. 식 (3)과 (15)를 사용하여 비탄성 변형률속도에 대한 다음의 점근해를 얻는다:

$$\{\dot{\epsilon}_{ij}^m\} = \frac{3}{2} B \left\langle \frac{\{J(\sigma_{ij} - G_{ij})\}}{D} \right\rangle^m \frac{\{s_{ij} - g_{ij}\}}{\{J(\sigma_{ij} - G_{ij})\}} \quad (16)$$

식 (14a), (14b) 및 식 (16)으로부터 점근 상태에서의 비탄성 변형률속도는 과응력만의 함수가 됨을 알 수 있다. 따라서  $\{s_{ij} - h_{ij}\}$ 와  $\{g_{ij} - h_{ij}\}$ 은 비탄성 변형률속도와 같은 방향성을 갖게 되며, 다음과 같이 정의되는 점소성 포텐셜을 갖는다:

$$\Omega = \frac{BD}{m+1} \left\langle \frac{\{J(\sigma_{ij} - G_{ij})\}}{D} \right\rangle^{m+1} \quad (17)$$

이러한 점근 상태에서 정의된 점소성 포텐셜에 의해 일반화된 수직성의 법칙이  $\{\dot{\epsilon}_{ij}^m\} = \partial\Omega/\partial\sigma_{ij}$  의 관계식에 의해 성립하게 된다.

### 3. 수치해석

제안된 점소성 이론의 특징들을 이해하는데 있어서 가장 효율적인 방법은 일축 하중 하에서 구성방정식의 정성적인 성질들을 살펴보는 것이다. 이 경우에 응력과 모든 상태변수 텐서들의 성분들은  $\sigma_{11} = \sigma$ ,  $G_{11} = G$ ,  $H_{11} = H$  을 제외하고 모두 존재하지 않는다. 또한 일축 하중의 조건을 사용하여 식 (6a, 6b)로부터  $J(\sigma_{ij} - H_{ij}) = |\sigma - H|$  와  $J(\sigma_{ij} - G_{ij}) = |\sigma - G|$  의 관계를 각각 얻는다. 표기의 간결함을 위하여  $\epsilon_{11} = \epsilon$  을 사용하면, 전체 구성방정식은 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{in} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + B \left\langle \frac{|\sigma - H| - R}{D} \right\rangle^m \frac{(\sigma - G)}{|\sigma - G|} \quad (18)$$

$$\dot{G} = \psi \left[ \dot{\epsilon}^{in} - \frac{(G - H)}{R} \dot{\epsilon}^{in} \right] + \dot{H} \quad (19)$$

$$\dot{H} = E_t \dot{\epsilon}^{in} \quad (20)$$

$$\dot{A} = A_r (A_r - A) \dot{\epsilon}^{in} \quad (21)$$

유동응력에 대한 재료상수  $\beta$ 의 영향을 살펴보기 위하여 일축 하중 하에서 상태변수들 사이의 차에 대한 점근 한계는 식 (14a, 14b)로부터

$$\{G\} = \{H\} + \{r_c + A + \beta|\sigma - G|\} \frac{\{\sigma - G\}}{\{|\sigma - G|\}} \quad (22a)$$

$$\{\sigma\} = \{H\} + \{r_c + A + (1 + \beta)|\sigma - G|\} \frac{\{\sigma - G\}}{\{|\sigma - G|\}} \quad (22b)$$

이 된다.  $\{\dot{\sigma}\} = \{\dot{H}\}$ 와 식 (18), (20)을 사용하면 과응력 불변량  $\{|\sigma - G|\}$ 은  $\sqrt{|\dot{\epsilon}|}$ 에 비례하게 된다. 따라서 점근 상태에서의 과응력은 변형률속도가 증가함에 따라 증가하게 되는 것을 알 수 있다.

식 (22a)로부터 역응력은 재료상수  $\beta$ 가 곱해진 과응력 불변량에 기인하여 속도에 의존적인 특성을 갖게 된다. 그러나  $\beta = 0$ 인 경우에 역응력은 속도에 독립적이 되는데, 이 경우에는 이전에 경험된 변형률속도가 증가함에 따라 이완된 응력의 크기가 감소하게 되는 응력이완의 실제적인 거동(11-12)을 설명하지 못하게 된다.

Table 1 Material constants

	Hypothetical material	9Cr-1Mo 400°C	316FR 25°C
$B [s^{-1}]$	$3 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-1}$	$1 \times 10^{-2}$
$D [MPa]$	100	350	190
$m$	15	12	10
$E [MPa]$	$200 \times 10^3$	$190 \times 10^3$	$196 \times 10^3$
$E_t [MPa]$	$1 \times 10^3$	$2.3 \times 10^3$	$3 \times 10^3$
$\beta$	-0.5	-1.0	-0.6
$r_c$	1	1	1
$A_r$	0	0	0
$A_0$	250	525	212
$\psi$	$1 \times 10^5$	$4 \times 10^5$	$1 \times 10^5$

점근 상태에서의 유동응력은 식 (22b)에서 보는 바와 같이 속도에 독립적인  $\{H + r_c + A\}$ 와 속도에 의존적인  $\{(1 + \beta)|\sigma - G|\}$ 의 합으로 구성된다.  $-1 < \beta < 1$ 의 경우, 유동응력에 대한 속도에 의존적인  $\{(1 + \beta)|\sigma - G|\}$  항의 기여는 변형률속도가 증가함에 따라 증가함으로 유동응력은 양성의 속도 민감도를 나타내게 된다. 유동응력에 대한 속도

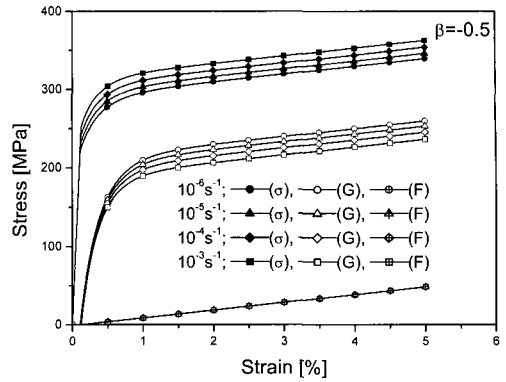
의존적인 항의 기여가 사라짐으로써, 중성의 속도 민감도가 모델링될 수 있는 것은  $\beta = -1$  이 사용되었을 경우이다. 한편,  $\beta < -1$  의 조건 하에서는 속도 의존적인 항의 크기가 변형률속도가 증가함에 따라 감소하므로 음성의 속도민감도가 설명될 수 있게 된다. 그러므로 제안된 구성방정식은 재료상수  $\beta$  의 조건에 따라 유동응력의 모든 속도민감도를 명확하게 모델링할 수 있게 된다.

### 3.1 단순 인장 거동

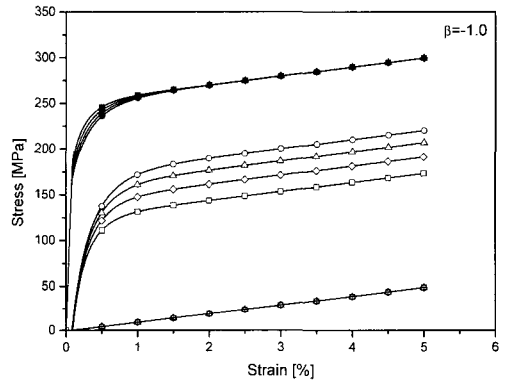
본 연구에서 새로이 제안된 구성방정식의 정성적인 모델링 능력을 살펴보기 위하여, 속도에 의존적인 특성을 보이는 변형 거동에 대한 수치해석은 Table 1 에 주어진, 임의로 선택된 재료상수들을 사용하여 수행된다.

Fig. 1(a)~(c)는  $10^{-6} s^{-1}$  부터  $10^{-3} s^{-1}$  까지 의 일정 변형률속도 하에서 재료상수  $\beta$  의 응력, 역응력 및 이동응력에 대한 영향을 보여준다. 재료상수  $\beta$  에 대한 수학적 분류 조건에 기초하여, Fig. 1(a)에서의 유동응력은  $\beta = -0.5$  를 사용하여 양성의 속도민감도를 나타낸다. 그리고 Figs. 1(b)와 1(c)에서의 유동응력은 각각  $\beta = -1.0$  와  $\beta = -1.5$  를 사용하여 중성과 음성의 속도민감도를 보여준다. 또한, 음수의 재료상수  $\beta$  에 기인하여 역응력은 항상 음성의 속도민감도를 나타내게 되는데, 이것은 식 (22a)로부터 이미 예측된 바이다. 속도 의존성을 갖는 역응력과는 대조적으로 Fig. 1(a)~(c)에서의 이동응력은 속도에 독립적인 특성을 보여준다. 그리고 약 1%의 변형률부터 시작되는 완전히 진전된 유동응력 영역에서 응력, 역응력 및 이동응력은 같은 속도로 성장함이 잘 나타나있다.

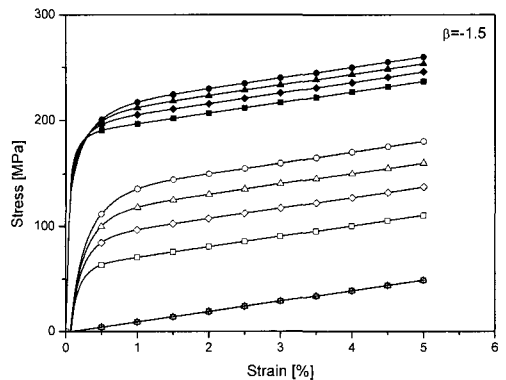
반복 하중에 의한 경화 또는 연화가 발생하지 않는 중립적 반복 거동의 가정 하에서 상태변수  $A$  가 변형동안 일정하도록 유지될 때, 상태변수  $A$  의 변화에 따른 초기 탄성 한계의 변화가 Fig. 2 에 나타나있다. 역응력과 이동응력은 순수 탄성 변형동안 성장하지 않으므로, 식(11a, b) 및 식 (18)로부터 탄성 한계는 상태변수  $A$  에 비례하게 됨을 알 수 있다. Fig. 2 에서 나타난 바와 같이,  $A$  가 증가할 때 탄성 한계는 증가하게 되고, 따라서 유동응력도 증가하게 된다. 그러나  $10^{-5} s^{-1}$  와  $10^{-3} s^{-1}$  에 대한 유동응력의 차이는  $A$  의 변화에 관계없이 항상 일정하게 유지된다.



(a) Positive rate sensitivity with  $\beta = -0.5$



(b) Positive rate sensitivity with  $\beta = -1.0$



(c) Positive rate sensitivity with  $\beta = -1.5$

Fig. 1 The stress together with the back stress and the kinematic stress at constant strain rates are plotted

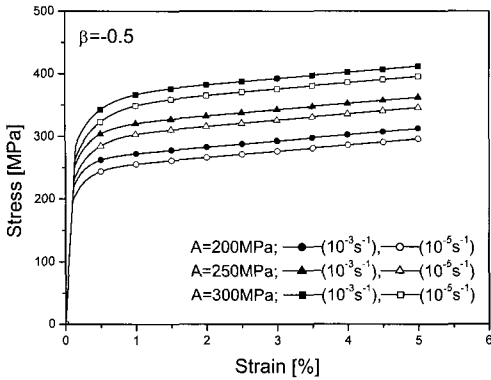
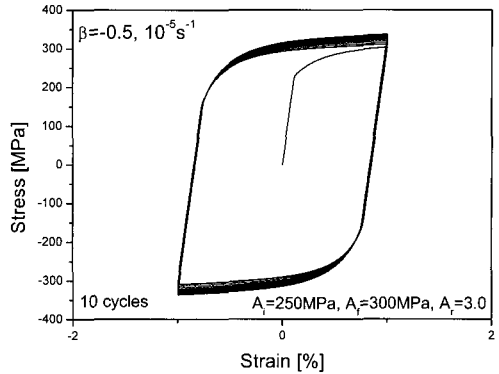


Fig. 2 Effect of the variable  $A$  on the elastic limit at the strain rates of  $10^{-3} s^{-1}$  and  $10^{-5} s^{-1}$



(a) Cyclic hardening behavior

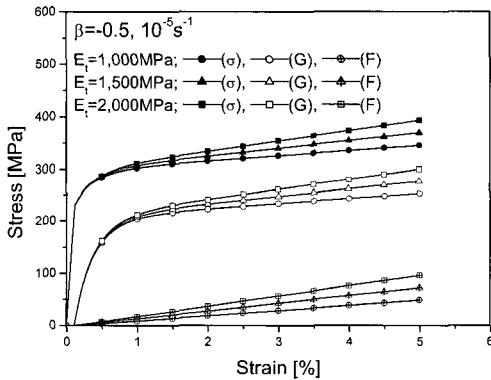
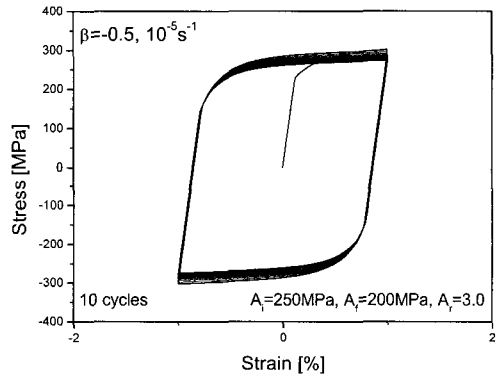


Fig. 3 Effect of the inelastic modulus  $E_i$



(b) Cyclic softening behavior

Fig. 4 Hysteresis loops for  $\Delta\epsilon = \pm 1\%$  at  $10^{-5} s^{-1}$

응력-변형률 곡선의 기울기, 즉 변형률 강화는 비탄성 계수에 의해 설명된다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 비탄성 계수  $E_i$ 의 증가에 따라 이동응력의 기울기는 증가한다. 그리고 식(22a, b)에 의해 예측할 수 있는 것처럼, 역응력과 응력은 이동 응력과 같은 기울기로 변화하게 된다.

### 3.2 반복 및 응력이완 거동

재료는 일반적으로 반복 하중 하에서 경화되거나 또는 연화되며, 일정 사이클의 반복 후에는 안정화되는 특성을 갖는다. 또한 유동응력 영역에서 변형률을 일정하게 유지하게 되면 응력이 점진적으로 감소하는 이완 거동이 발생하는데, 이러한 이완된 응력의 크기는 이전에 경험된 하중 속도가 증가함에 따라 감소하게 되는 속도에 의존적인 특성을 보여준다.

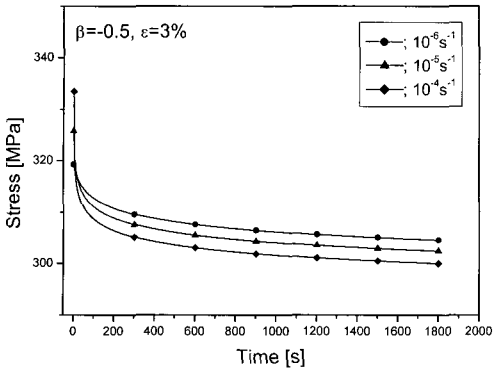
Fig. 4(a)와 Fig. 4(b)는  $10^{-5} s^{-1}$ 의 일정 변형률속도

하에서  $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ 의 변형률 진폭에 대한 반복 경화 및 연화를 각각 보여준다. 상태변수  $A$ 의 초기 값이  $250 MPa$ 일 때, Fig. 4(a)는 안정화된  $300 MPa$ 의 점근치로 반복 경화를, Fig. 4(b)는 안정화된  $200 MPa$ 의 점근치로 반복 연화를 각각 10 사이클에 대하여 보여준다.

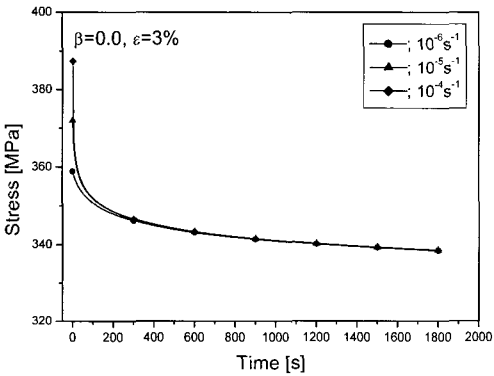
일반적으로, 응력이완의 속도는 이완 시험 이전에 경험된 변형률속도에 의존하게 된다.  $\dot{\epsilon} = 0$ 의 조건을 사용하여, 응력이완의 시험동안에 발생하는 응력의 속도는 식 (18)로부터 다음과 같이 표현된다:

$$\dot{\sigma} = -EB \left\langle \frac{|\sigma - H| - R}{D} \right\rangle^m \frac{(\sigma - G)}{|\sigma - G|} \quad (23)$$

위의 식에서 보는 바와 같이 응력의 변화는  $|\sigma - H| = R$ 의 조건이 만족되었을 때 정지한다.



(a) Relaxation behavior with  $\beta = -0.5$



(b) Relaxation behavior with  $\beta = 0.0$

Fig. 5 Stress versus time at  $\epsilon = 3\%$  with different prior strain rates

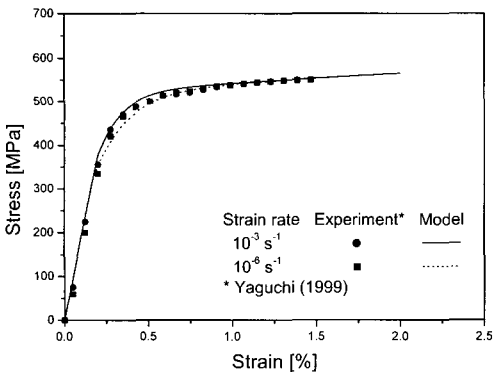


Fig. 6 Stress-strain curves for a modified 9Cr-1Mo steel at different strain rates

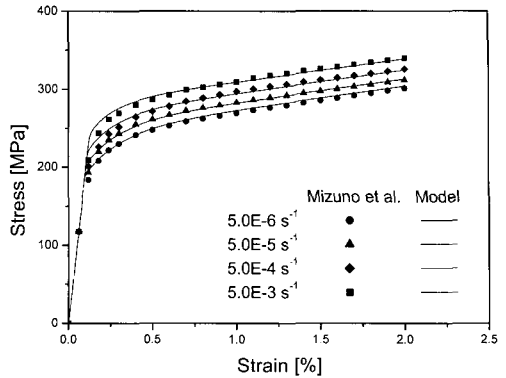


Fig. 7 Stress-strain curves for 316FR steel at different strain rates

응력이완 시험의 시작 전까지 서로 다른 변형률 속도에 대한 이동응력들은 같은 크기를 갖고, 응력이완 시험 동안 그들 변화의 차는 무시될 수 있을 정도로 작으므로, 시험 종료 시의 이완된 응력은 단지 상태변수  $R$ 에 의존하게 된다.

식 (11a, b)로부터, 상태변수  $R$ 의 속도 의존성은  $\beta = 0$ 에 대하여 사라지게 된다. 따라서 이때의 이완된 응력은 Fig. 5(b)에서 보는 바와 같이 경험된 변형률속도에 상관없이 최종적으로 같은 크기를 갖게 된다. 그러나 음수의  $\beta$  값이 사용될 때, 상태변수  $R$ 은 음성의 속도민감도를 나타내므로 Fig. 4(a)에서와 같이 서로 다른 변형률속도에 대한 최종적인 응력이완은 서로 다른 크기를 갖게 된다. 그러므로 시험적으로 측정된 실질적인 응력이완 거동을 모델링하기 위하여 재료상수  $\beta$ 는 음의 값을 가져야만 한다.

### 3.3 적용성

9Cr-1Mo 강에 대한 Yaguchi<sup>(13)</sup>의 시험에서 유동 응력은 400°C에서 동적 변형시효의 영향으로 증성의 속도민감도를 나타낸다. Table 1에 나타나있는 재료상수를 사용하여 얻어진 모델링 결과와 시험 결과가 Fig. 6에서 보여진다. 변형률속도  $10^{-3} s^{-1}$ 와  $10^{-6} s^{-1}$ 에 대한 응력은 탄성에서 완전히 진전된 비탄성 영역으로의 천이 영역에서는 양성의 속도민감도를 나타내고, 약 1.2% 이상의 변형률 영역에서는 증성의 속도민감도를 나타낸다.

Fig. 7에서는 상온에서의 316FR 강에 대한 Mizuno<sup>(14)</sup>의 시험 결과와 모델링의 응력-변형률 곡선들이 나타나있다.  $5 \times 10^{-6} s^{-1}$ 부터  $5 \times 10^{-3} s^{-1}$ 까지 일정한

변형률속도 하에서 양성의 속도민감도에 대한 모델링 결과가 시험 결과와 잘 일치한다.

#### 4. 결론

재료의 속도 의존적인 비탄성 변형 거동을 설명하기 위하여, 항복 조건을 사용하는 점소성의 구성방정식이 통합된 상태변수 이론의 체계 하에서 제안되었다. 유동응력은 완전히 진전된 비탄성 변형 거동에 상응하는 점근 거동에서 속도에 독립적인 소성적 기여와 속도에 의존적인 점성적 기여의 합으로 표현된다.

재료의 동적 변형시효에서 나타나는 유동응력의 양성, 중성 및 음성의 속도민감도는 유동응력에 대한 속도 의존적인 점성적 기여의 크기를 변화시킴으로써 일관성 있게 설명되었다.

#### 참 고 문 헌

- (1) A. S. Krausz and K. Krausz, 1996, "Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation", Academic Press, San Diego.
- (2) P. G. McCormick, 1972, "A model for the Portevin-Le Chatelier effect in substitutional alloys", *Acta Metall.*, Vol. 20, pp. 351~354.
- (3) A. van den Beukel., 1975, "Theory of the effect of dynamic strain aging on mechanical properties", *Physica Stat. Sol.* Vol. 30, pp. 197~206.
- (4) A. K. Miller and O. D. Sherby, 1978, "A Simplified Phenomenological Model for Non-elastic Deformation: Prediction of Pure Aluminum Behavior and Incorporation of Solute Strengthening Effects", *Acta Metall.*, Vol. 26, pp. 289~304.
- (5) K. Ho and E. Krempl, 2001, "The modeling of unusual rate sensitivity inside and outside the dynamic strain regime", *J. Eng. Mat. Tech.*, Vol. 123, pp. 28~35.
- (6) K. Ho and E. Krempl, 2002, "Extension of the viscoplasticity theory based on overstress (VBO) to capture non-standard rate dependence in solids", *Int. J. Plasticity*, Vol. 18, pp. 851~872.
- (7) P. Perzyna, 1963, "The constitutive equations for rate sensitive plastic materials", *Quart. Applied Math.*, Vol. 20, pp. 321~332.
- (8) J. L. Chaboche, 1989, "Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity", *Int. J. Plasticity*, Vol. 5, pp. 247~302.
- (9) J.T. Yeom, S.J. Williams, I.S. Kim, N.K. Park, 2001, "Unified viscoplastic models for low cycle fatigue behavior of waspaloy", *Metals & Mat. Int.*, Vol. 7, No. 3, pp. 233~240.
- (10) E. P. Cernocky and E. Krempl, 1979, "A Nonlinear Uniaxial Integral Constitutive Equation Incorporating Rate Effects, Creep and Relaxation", *Int. J. Nonlinear Mech.*, Vol. 14, pp. 183~203.
- (11) 호광수, 2001, "Nylon 66 의 무비례 하중에 대한 과응력 모델", *대한기계학회지*, 제 25 권, 제 12 호, pp. 2056~2061.
- (12) E. Krempl, 2001, "Relaxation behavior and modeling", *Int. J. Plasticity*, Vol. 17, pp. 1419~1436.
- (13) M. Yaguchi and Y. Takahashi, 1997, "Inelastic Behavior of Mod. 9Cr-1Mo Steel and Its Description by Constitutive Model Considering Dynamic Strain Aging", *SMiRT 14, Division L, Metallic Material Behavior and Damage*, pp. 59~66.
- (14) M. Mizuno, Y. Moma, M. Abdel-Karim, N. Ohno, 2000, "Uniaxial ratcheting of 316FR steel at room temperature- PartI: Experiments", *J. Eng. Mat. Tech.*, Vol. 122, pp. 29~34.