

# 지능형 디지털 재설계를 이용한 비선형 인공위성의 디지털 PWM 정밀 자세 제어기의 개발

## Development of Digital PWM Attitude Controller for Nonlinear Artificial Satellites Using Intelligent Digital Redesign

주영훈\* · 이호재\*\* · 박진배\*\*

Yeon Woo Lee · Young Hoon Joo · Ho Jae Lee · Jin Bae Park

\*군산대학교 전자정보공학부, \*\*연세대학교 전기전자공학과

### 요약

본 논문은 비선형 시스템을 위한 효율적인 펄스 폭 변조 (PWM: pulse-width-modulation) 제어기 설계 기법을 제안한다. 이를 위하여 우선 지능형 디지털 재설계 기법을 사용하여 잘 설계된 아날로그 제어기를 상태 정합(state-matching)이라는 측면에서 그 제어 성능을 보장하도록 일반적인 펄스 크기 변조(PAM: pulse-amplitude-modulation) 디지털 제어기로 변환한다. 재설계된 지능형 PAM 디지털 제어기는 등가 영역의 원리(equivalent area principle)를 사용하여 PWM 제어기로 변환된다. 제안된 PWM 제어기법의 효용성을 검증하기 위하여 인공위성의 자세제어 시스템의 모의실험의 예를 보인다.

### Abstract

This paper proposes a pulse-width-modulation (PWM) controller design technique using intelligent digital redesign. Intelligent digital redesign is to convert a well-designed analog fuzzy-model-based controller into an equivalent pulse-amplitude-modulation (PAM) digital controller maintaining the original analog control system in the sense of state-matching. In similar line of conversion concept, the redesigned PAM intelligent digital controller is converted into a PWM controller using the equivalent area principle. To convincingly visualize the proposed technique, a computer simulation example-attitude control of nonlinear artificial satellite system is included.

Key Words: 지능형 디지털 재설계, PWM 제어기, 상태정합, 비선형 인공위성, 자세제어

### 1. 서론

현대 제어 이론의 급속한 발전은 매우 복잡한 제어 알고리즘으로 구체화되며 이의 산업적 적용은 매우 강력한 연산 시스템을 요구한다. 현대의 컴퓨터 산업분야의 급속한 발전은 매우 저렴한 비용으로 강력한 연산 능력을 보유한 디지털 제어기의 구현을 가능케 하였다. 그러나 컴퓨터 기반 제어 시스템은 필연적으로 연속 시간 신호와 이산 시간 신호가 혼합된 시스템을 발생시켜 제어 이론 개발의 어려움을 가중시키고 있다.

최근 십수년간 다양한 디지털 제어기 설계기법이 개발되었다. 그 중 디지털 재설계 (digital redesign)라 불리는 방법은 잘 설계된 아날로그 제어기를 상태 정합 (state-matching)을 통해 등가의 제어 성능을 보장하는 디지털 제어기로 변환하는 방법이다 [1]-[10]. 기존의 디지털 제어기 설계 방법들은 복잡한 수학적 전개에 기반한 설계 기법이 대부분이어서 실제로 만족할만한 제어 성능을 보장하는 디지털 제어기의 설계가 쉽지 않다. 한편, 디지털 재설계 기법은 아날로그 제어기를 디지털 제어기로 변환하는 기법이다

로 매우 잘 개발된 아날로그 제어 이론에 기반하여 잘 설계된 아날로그 제어기의 제어 성능을 보장할 수 있으며 매우 간단한 수식에 의하여 디지털 제어기를 설계할 수 있다는 것이 매우 큰 장점이다. 선형 시스템에 한정적으로 적용 가능한 디지털 재설계 기법의 약점은 T-S(Takagi-Sugeno) 퍼지 시스템을 이용한 지능형 디지털 재설계 (intelligent digital redesign) 기법의 개발에 의하여 보완되었다.

한편, 실제 산업 현장에서는 펄스 크기 변조 (PAM: pulse-amplitude-modulation) 방식이라 일컫는 일반적인 디지털 제어기 뿐만 아니라 디지털 펄스 폭 변조 (PWM: pulse-width-modulation) 방식의 제어기 또한 광범위하게 활용된다. 인공위성의 자세 제어 시스템이 대표적인 예이다. 그러나 현재, 우주상공에 발사된 인공위성의 추력기(gas-jet actuator)는 대부분 비례-적분-미분(PID: proportional-integral-derivative) 제어기에 의한 제어 시스템을 활용하고 있다 [12]. 실질적으로 중요한 문제점은 PID 제어기를 포함한 기존의 제어 법칙들은 추력기의 특성을 고려하지 않았다는 점이다. 실제로 추력기의 출력은 주로 일정한 크기의 추력을 on/off의 형태로 생성하기 때문에 추력기의 제어는 출력의 발화시간을 조절하는 펄스 폭 변조 (PWM: pulse-width-modulation) 제어 방식이 더욱 현실적이다. 그러나 현재까지 인공위성의 자세제어를 위한 이론적인 연구결과를 고찰해 볼 때, 대부분 이를 무시하며 일반적인 연속시간 함수로 표현되는 제어법칙을 제시하는 실정이다. 고급 제

접수일자 : 2004년 8월 1일

완료일자 : 2004년 10월 5일

감사의 글 : 이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2003-041-D00212)

어 이론을 도입하여 자세제어기를 설계하여도 이를 실제 위성체에 적용할 수 없으며, 시스템의 안정성 또한 보장할 수 없다. 더욱이 인공위성의 비선형 동역학 특성은 PWM 제어기 설계의 어려움을 가중시킨다.

본 논문은 지능형 디지털 재설계 기법을 이용한 PWM 제어기 설계 기법을 제안한다. 적절한 성능을 보장하는 아날로그 제어기의 성능이 보장되도록 디지털 제어기로 변환한 후 등가 영역의 법칙을 사용하여 PWM 제어기로 변환한다. 마지막으로, 제안된 방법의 효용성을 검증하기 위하여 인공위성의 자세제어 시스템의 모의실험의 예를 보인다.

## 2. T-S 퍼지 시스템 및 모델링

### 2.1 T-S 퍼지 시스템

비선형 시스템을 효율적으로 표현할 수 있는 다음과 같은 형태의 T-S 퍼지 시스템을 고려하자.

$$R^i: \text{IF } z_1(t) \text{ is } \Gamma_1^i \dots z_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i$$

$$\text{THEN } \dot{x}(t) = A_i x_c(t) + B_i u_c(t) \quad (1)$$

여기서,  $x_c(t) \in R^n$  는 상태 벡터이며,  $u_c(t) \in R^m$  는 제어 입력이다. 첨자  $c$ 는 아날로그 제어를 의미하며, 첨자  $d$ 는 디지털 제어를 의미한다.  $R^i$  는  $i$ 번째 퍼지 규칙,  $z_h(t)$  는  $h$ 번째 전건부 변수를 의미한다.  $\Gamma_h^i, i \in I_Q, h \in I_N$ 는  $i$ 번째 규칙에서  $h$ 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 시스템 (1)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\hat{x}}_c(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(t))(A_i x_c(t) + B_i u_c(t)) \quad (2)$$

여기서,  $\omega_i(z(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(t))$ ,

$$\theta_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^q \omega_i(z(t))} \text{ 이다.}$$

### 2.2 인공위성 시스템의 퍼지 모델링

원형의 궤도를 공전하는 인공위성은 기본적으로 일반적인 운전상황에서는 수직, 수평 자세를 유지하여야 한다. 인공위성의 동역학은 다음과 같이 표현할 수 있다 [11]-[13].

$$I \dot{\omega} + \omega \times I \omega = M \quad (3)$$

여기서,  $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 는 인공위성의 절대 각속도의 각 축의 요소이다. 는 모멘트 벡터이며,  $I$ 는 관성 모멘트 행렬이다. 본 논문에서는 위성의 3번째 주축, 즉  $z$ 축 방향에 대하여 제어토크를 발생시킬 수 있는 추력기가 모두 고장나  $z$ 축 방향으로서는 제어 토크를 발생시킬 수 없다고 가정한다. 따라서 인공위성의 동역학 방정식은 식 (3)으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_x &= \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{M_x}{I_x} \\ \dot{\omega}_y &= \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \omega_z \omega_x + \frac{M_y}{I_y} \\ \dot{\omega}_z &= \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \omega_x \omega_y \end{aligned} \quad (4)$$

이제 위의 인공위성 동역학 방정식으로부터 T-S 퍼지 시스템을 구성하자. 이를 위하여 비선형 항  $\omega_z \omega_x$ 는 측정가능한 상태변수의 볼록 합 (convex sum)으로 나타내야 한다. 다음과 같은 두 개의 방정식을 고려하자.

$$\begin{aligned} \omega_z \omega_x &= \Gamma_1^1(\omega_x) \omega_z + \Gamma_1^2(\omega_x) \cdot \alpha_1 \omega_z \\ 1 &= \Gamma_1^1(\omega_x) + \Gamma_1^2(\omega_x) \end{aligned} \quad (5)$$

이를 풀면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma_1^1(\omega_x) &= \frac{\omega_x - \alpha_1}{1 - \alpha_1} \\ \Gamma_1^2(\omega_x) &= \frac{1 - \omega_x}{1 - \alpha_1} \end{aligned}$$

한편 나머지 비선형 항들  $\omega_y \omega_z$ 와  $\omega_x \omega_y$ 에 대하여 유사한 과정을 적용하면 비선형 인공위성 동적 시스템은 다음과 같은 T-S 퍼지 시스템으로 표현할 수 있다.

$$R^1: \text{IF } \omega_x \text{ is } \Gamma_1^1 \text{ and } \omega_y \text{ is } \Gamma_2^1$$

$$\text{THEN } \dot{x}(t) = A_1 x_c(t) + B_1 u_c(t)$$

$$R^2: \text{IF } \omega_x \text{ is } \Gamma_1^2 \text{ and } \omega_y \text{ is } \Gamma_2^2$$

$$\text{THEN } \dot{x}(t) = A_2 x_c(t) + B_2 u_c(t)$$

$$R^3: \text{IF } \omega_x \text{ is } \Gamma_1^1 \text{ and } \omega_y \text{ is } \Gamma_2^2$$

$$\text{THEN } \dot{x}(t) = A_3 x_c(t) + B_3 u_c(t)$$

$$R^4: \text{IF } \omega_x \text{ is } \Gamma_1^2 \text{ and } \omega_y \text{ is } \Gamma_2^2$$

$$\text{THEN } \dot{x}(t) = A_4 x_c(t) + B_4 u_c(t)$$

여기서

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \\ 0 & 0 & \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \\ \frac{(I_x - I_y)}{I_z} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha_1 (I_y - I_z)}{I_x} \\ 0 & 0 & \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \\ \frac{\alpha_1 (I_x - I_y)}{I_z} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \\ 0 & 0 & \frac{\alpha_2 (I_z - I_x)}{I_y} \\ \frac{(I_x - I_y)}{I_z} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha_1 (I_y - I_z)}{I_x} \\ 0 & 0 & \frac{\alpha_2 (I_z - I_x)}{I_y} \\ \frac{\alpha_1 (I_x - I_y)}{I_z} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{이며 } B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

### 3. 지능형 디지털 재설계

본 논문에서는 PWM 신호의 특성을 고려하지 않고 설계된 아날로그 인공위성 자세 제어기가 주어진다 가정한다. 미리 잘 설계된 아날로그 자세 제어기는 디지털 제어기의 재설계에 사용될 것이다. 주어진 아날로그 제어기는 다음의 퍼지 추론 시스템으로 구성되며

$$R^i: \text{IF } z_1(t) \text{ is } \Gamma_1^i \dots z_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i \\ \text{THEN } u(t) = K^i x_c(t) \quad (6)$$

제어기 (6)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$u_c(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(t)) K^i x_c(t) \quad (7)$$

식 (2)와 (7)로 구성된 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{\tilde{x}}_c(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(t)) \theta_j(z(t)) (A_i + B_i K^i) x_c(t) \quad (8)$$

이제 디지털 T-S 퍼지 제어 시스템의 이산화를 논의하자. 디지털 제어 시스템은 다음과 같은 형태로 표현되며

$$\tilde{x}_d(kT) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT)) (A_i x_d(kT) + B_i u_d(kT)) \quad (9)$$

$u_d(kT) = u_c(kT)$ 는 샘플링 구간 상에서 일정한 디지털 제어 입력이다. 디지털 제어기를 시간 구간  $\forall t \in [kT, kT+T)$ 에서 다음과 같은 형태로 가정하자.

$$R^i: \text{IF } z_1(kT) \text{ is } \Gamma_1^i \dots z_n(kT) \text{ is } \Gamma_n^i \\ \text{THEN, } u_d(kT) = K^i x_d(kT) \quad (10)$$

여기서,  $T > 0$ 는 샘플링 주기이며,  $K^i_d$ 는 재설계될 디지털 제어기의 이득 행렬이다. 전체적인 디지털 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$u_d(kT) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT)) K^i_d x_d(kT) \quad (11)$$

지능형 디지털 재설계 문제란 매 샘플링 순간마다 아날로그 페루프 시스템 (8)과 식 (9)와 (11)로 구성되는 디지털 페루프 시스템의 상태를 최대한 근사하게 정합하도록 하는 디지털 제어기를 설계하는 것이다. 따라서 지능형 디지털 재설계 문제는 이산 시간으로 표현된 T-S 퍼지 시스템을 사용하여 논의하는 것이 효율적이다.

가정 1: 모든 샘플링 구간에서 퍼지 추론 시스템의  $i$ 번째 규칙의 발화정도  $\theta_i(z(t))$ 는 샘플링 순간의 값으로 근사화될 수 있다. 즉 구간  $[kT, kT+T)$ 에서  $\theta_i(z(t)) \approx \theta_i(z(kT))$ 이다. 결과적으로 비선형 행렬  $\sum_{i=1}^q \theta(z(t)) A_i$ 과  $\sum_{i=1}^q \theta(z(t)) B_i$ 는 상수 행렬  $\sum_{i=1}^q \theta(z(kT)) A_i$ 와  $\sum_{i=1}^q \theta(z(kT)) B_i$ 로 근사화 가능하다.

정리 1: 디지털 T-S 퍼지 시스템 (9)는 다음과 같이 이산화 가능하다.

$$x_d(kT+T) \approx \sum_{i=1}^q \theta(z(kT)) (G_i x_d(kT) + H_i u_d(kT)) \quad (12)$$

여기서  $G_i = \exp(A_i T)$ ,  $H_i = (G_i - I) A_i^{-1} B_i$ 이다.

증명: 참고문헌 [4]를 참조하라. □

따라서 식 (12)와 식 (11)의 페루프 시스템은 다음과 같이 구성된다.

$$x_d(kT+T) \approx \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \theta_i(z(kT)) \theta_j(z(kT)) \\ \times (G_i + H_i K^j_d) x_d(kT) \quad (13)$$

따름정리 1: 아날로그 페루프 T-S 퍼지 시스템 (8)은 다음과 같이 이산화 가능하다.

$$x_c(kT+T) \approx \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \theta_i(z(kT)) \theta_j(z(kT)) \Phi_{ij} x_c(kT) \quad (14)$$

여기서,  $\Phi_{ij} = \exp((A_i + B_i K^j_d) T)$ 이다.

증명: 정리 1로부터 쉽게 증명 가능하다. □

제어의 목적은 기존에 설계된 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기를 지니는 페루프 T-S 퍼지 시스템의 전역적인 동특성을 가지는 디지털 재설계 기법을 개발하고, 그것에 의해 제어된 T-S 퍼지 시스템의 안정도를 보장하는 것이다. 이를 위해 다음과 같은 두 가지의 포괄적인 지능형 디지털 재설계 문제를 생각할 수 있다.

이미 설계된 아날로그 퍼지 모델 제어기 제어 이득 행렬  $K^i_c$ 에 대해, 다음과 같은 중요한 목적을 만족시키는 이득 행렬  $K^i_d$ 를 재설계한다.

1) 식 (14)의 이산화된 상태  $x_c(kT)$ 는 디지털 페루프 T-S 퍼지 시스템 (14)의 상태  $x_d(kT)$ 와 전체적으로 모든 샘플링 순간  $t = kT, k = 1, 2, \dots$ 에서 거의 일치하도록 대응된다.

2) 디지털 제어입력  $u_d(kT)$ 에 의해 제어된 식 (9)는 전역에서 점근적으로 안정하다.

다음의 정리는 혼합 디지털 제어 시스템 (9)와 (11)의 안정도를 이산화된 시스템 (13)의 안정도로 판별가능함을 보여준다

정리 2: 이산화된 페루프 디지털 T-S 퍼지 시스템 (13)이 점근적으로 안정하면 식 (9)와 (11)로 이루어진 페루프 디지털 T-S 퍼지 시스템 또한 점근적으로 안정하다.

증명: 가정에 따라  $x_d(kT)$ 는 평형점  $x_{d_m} = [0]_{n \times 1}$ 으로 점근적으로 수렴한다. 이제 식 (9)와 (11)으로부터 시간 구간  $\forall t \in [kT, kT+T)$ 에서

$$\|x(t)\| \leq \|e^{A(t-t_k)} x_d(kT)\| \\ + \left\| \int_{kT}^t e^{A(t-\tau)} B K^j_d x_d(kT) d\tau \right\| \\ \leq e^{\|A\|T} (1 + T \|B K^j_d\|) \|x_d(kT)\| \\ = \mu \|x(kT)\|$$

여기서,  $\mu$ 는  $k$ 에 무관한 양의 상수이다. 따라서  $x_d(t)$ 는  $x_d(kT)$ 와 함께 점근적으로 평형점으로 수렴하므로 혼합 페루프 시스템 (9)와 (11)은 점근적으로 안정하다. □

마찬가지로 다음과 같은 제약을 만족하는  $K^i_d$ 를 찾는다.

1)  $\|\Phi_{ij} - G_i - H_i K^j_d\| < \gamma$ ,  $i, j \in I_Q \times I_Q$ 에서  $\gamma$ 를 최소화한다.

2) Lyapunov 정리 관점에서 이산화된 페루프 시스템 (12)는 전체 영역에서 점근적으로 안정하다.

위의 조건은 분명히 전형적인 convex optimization 문제이다. 따라서, 선형행렬부등식(LMI)에 의해 수치적으로 풀 수 있다. 그러므로 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리 3 : 다음과 같은 부등식을 만족시키는 대칭 양의 한 정행렬  $Q$ , 반한정행렬  $O$ , 상수 행렬  $F_i$ 와, 매우 작은 양의 상수  $\gamma$ 가 존재한다고 하면, 디지털 재설계 방법에 의해 설계된 퍼지 모델 기반 제어기에 의해 제어된 T-S 퍼지 시스템 (11)의 이산화된 식 (12)의 상태  $x_d(kT)$ 는 아날로그식으로 제어된 이산화된 식 (13)의 상태  $x_c(kT)$ 에 가깝게 대응된다. 또한, 이산화된 T-S 퍼지 시스템 (12)는 Lyapunov 정리 관점에서 전체 영역에서 점근적으로 안정하다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \gamma \\ & Q, O, F_i \quad \text{subject to} \\ & \begin{bmatrix} -\gamma Q & * \\ \Phi_{ij}Q - G_iQ - H_iF_j & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -Q + (q-1)O & * \\ G_iQ + H_iF_j & -Q \end{bmatrix} < 0, (i, j) \in I_Q \times I_Q \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} -Q - O & * \\ \left( \frac{G_iQ + H_iF_j + G_jQ + H_jF_i}{2} \right) & -Q \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$i=1, \dots, q-1, j=i+1, \dots, q$ .

이 때, \*는 행렬의 대각선 대칭 요소이다.

증명 : 최대 열 차수를 가지는 행렬  $\Theta$ 를 고려해 보자. 그러면 우리는 다음과 같은 부등식을 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\Phi_{ij} - G_i - H_iK^j\|_2 &< \widehat{\gamma} \\ &= \widehat{\gamma} \frac{1}{\|\Theta^T \Theta\|_2} \cdot \|\Theta^T \Theta\|_2 \\ &= \widehat{\gamma} \|\Theta^T \Theta\|_2 \end{aligned}$$

여기서,  $(i, j) \in I_Q \times I_Q$ 이다. 이 때,  $\gamma = \frac{\widehat{\gamma}}{\|\Theta^T \Theta\|_2}$ 는 양의 스칼라이다.  $\Theta^T \Theta$  대신에 식 (14)에 의해 경계를 가지지 때문에 한정행렬  $P$ 를 둘 수 있다. 노음의 정의에 의해 다음과 같은 부등식을 유도한다.

$$(\Phi_{ij} - G_i - H_iK^j)^T (\Phi_{ij} - G_i - H_iK^j) < \gamma^2 P$$

Schur complement와 컨그루언스 변환을 하면 정리 2의 LMI가 유도된다. 나머지 2, 3번째 LMI는 Lyapunov 안정도 정리에서 유도할 수 있다. □

#### 4. 지능형 PWM 제어기 설계

디지털 T-S 퍼지 시스템 (9)를 다른 형태로 표현하면

$$\dot{\tilde{x}}_d(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(t)) \left( A_i \tilde{x}_d(t) + \sum_{h=1}^m B_i^{(h)} u_d^{(h)}(kT) \right) \quad (17)$$

여기서  $B_i^{(h)}$ 는 행렬  $B_i$ 의  $h$ 번째 열이며,  $u_d^{(h)}(kT)$ 는 설계된 지능형 디지털 제어 입력  $u_d(kT)$ 의  $h$ 번째 요소이다. 이와 대응되는 이산화된 시스템은

$$\begin{aligned} x_d(kT+T) &= \sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT)) \\ &\quad \times (G_i \tilde{x}_d(t) + \sum_{h=1}^m H_i^{(h)} u_d^{(h)}(kT)) \end{aligned}$$

로 표현된다. 여기서  $H_i^{(h)} = (G_i - D)A_i^{-1}B_i^{(h)}$ 이다.

이제 PWM 제어기로 제어되는 T-S 퍼지 시스템을 다음

과 같이 고려하자.

$$\dot{\tilde{x}}_d(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(z(t)) \left( A_i \tilde{x}_d(t) + \sum_{h=1}^m B_i^{(h)} u_{PWM}^{(h)}(kT) \right)$$

일반적으로 PWM 제어 신호는 다음과 같이 표현가능하다.

$$u_{PWM}^{(h)}(t) = \begin{cases} 0, & t \in [kT, kT + \tau_k^{(h)}) \\ \text{sgn}(u_d) u_M^{(h)}, & t \in [kT + \tau_k^{(h)}, kT + \tau_k^{(h)} + \delta_k^{(h)}) \\ 0, & t \in [kT + \tau_k^{(h)} + \delta_k^{(h)}, kT + T) \end{cases}$$

여기서,  $\delta_k^{(h)}$ 는 미리 결정된 PWM 제어 입력의 크기  $u_M^{(h)}$ 의 구간  $[kT, kT + T)$ 에서의 발화시간이며  $\tau_k^{(h)}$ 는 발화 지연시간이다.

재설계된 지능형 디지털 제어기에 의한 성능과 가능한 한 유사한 PWM 디지털 제어기를 설계하기 위한 한 가지 방법은 발화시간을 등가영역의 원리에 의하여 결정하는 것이다.

정리 3 : 정리 2로부터 재설계된 지능형 디지털 제어기  $u_d(t)$ 로부터 PWM 제어기  $u_{PWM}(t)$ 는 다음의 발화 시간  $\delta_k^{(h)}$ 와 발화 지연 시간  $\tau_k^{(h)}$ 으로 구현된다.

$$\delta_k^{(h)} = T \frac{u_d^{(h)}(kT)}{u_M^{(h)}}, \quad \tau_k^{(h)} = \frac{1}{2}(T - \delta_k^{(h)}).$$

증명 : 다음의 이산화된 국소 디지털 제어 시스템을 고려하자.

$$x_d(kT+T) = G_i x(kT) + H_i u_d(t)$$

$u_d(t)$ 를  $u_{PWM}(t)$ 로 대치하면

$$\begin{aligned} x_d(kT+T) &= G_i x(kT) + \sum_{h=1}^m \int_{kT + \tau_k^{(h)}}^{kT + \tau_k^{(h)} + \delta_k^{(h)}} \exp(A_i(kT + T - \lambda)) \\ &\quad \times B_i^{(h)} u_M^{(h)} d\lambda \\ &= G_i x_d(kT) + \sum_{h=1}^m H_{i_{PWM}}^{(h)} u_M^{(h)} \end{aligned}$$

여기서  $H_{i_{PWM}}^{(h)} = \exp(A_i \delta_k^{(h)}) - I) A_i^{-1} B_i^{(h)}$ 이다. 두 식의 상태를 정합하면, 그 결과는  $H_{i_{PWM}}^{(h)} u_d(kT)^{(h)} = H_{i_{PWM}}^{(h)} u_{PWM}^{(h)}$ 이다. 테일러 2차 급수로 전개하면

$$\begin{aligned} (e^{A_i T} - I) A_i^{-1} B_i^{(h)} u_d^{(h)}(kT) \\ = e^{A_i(T - \tau_k^{(h)} - \delta_k^{(h)})} (e^{A_i \delta_k^{(h)}} - I) A_i^{-1} B_i^{(h)} u_M^{(h)} \end{aligned}$$

이를 풀면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} T \left( \frac{I+1}{2} A_i T \right) u_d^{(h)}(kT) \\ \approx \delta_k^{(h)} \left( I + \frac{1}{2} A_i (2T - 2\tau_k^{(h)} - \delta_k^{(h)}) \right) u_M^{(h)} \end{aligned}$$

위의 식으로부터  $\delta_k^{(h)} = T \frac{u_d^{(h)}(kT)}{u_M^{(h)}}$ ,

$\tau_k^{(h)} = \frac{1}{2}(T - \delta_k^{(h)})$ 을 구할 수 있다. □

#### 5. 3축 인공위성 시스템의 자세 제어: 컴퓨터 모의 실험

본 절에서는 앞 절에서 논의한  $z$ 축 방향으로 제어토크를

발생시킬 수 없는 인공위성 시스템의 자세 제어의 모의실험을 보인다. 본 논문에서 제안한 기법에 의하여 PWM 제어를 설계하기 위해서는 우선 펄스 크기 변조 방식에 의한 디지털 제어를 설계하여야 하며 정리 2의 지능형 디지털 재설계 기법을 이용하기 위해서는 잘 설계된 아날로그 제어가 요구되며 이는 참고문헌 [14]의 방법을 이용하여 설계가 가능하다.

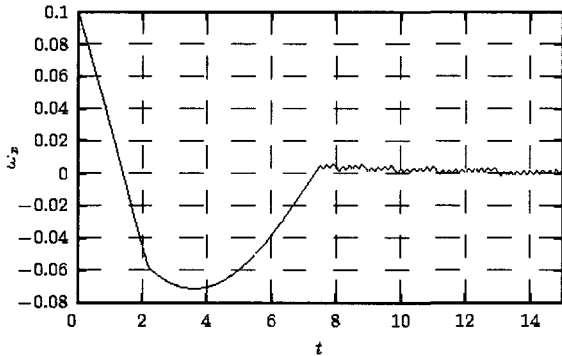


그림 1. x축 시간 응답 특성  
Fig. 1. x-axis time response

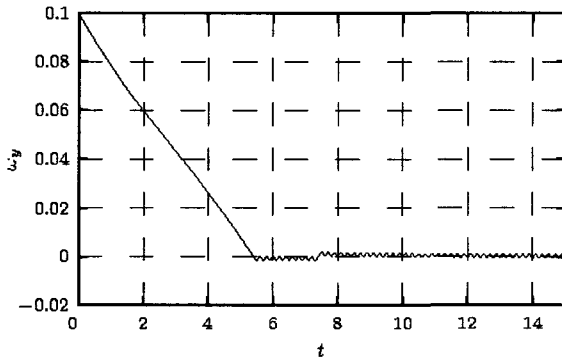


그림 2. y축 시간 응답 특성  
Fig. 2. y-axis time response

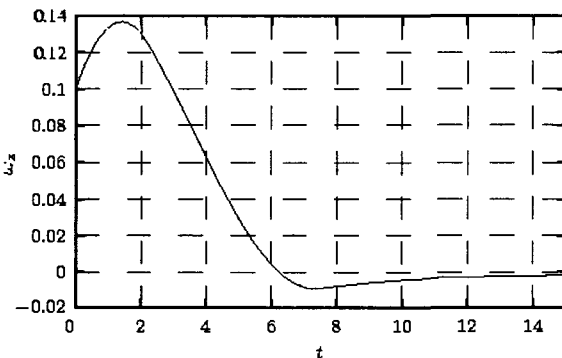


그림 3. z축 시간 응답 특성  
Fig. 3. z-axis time response

PWM 특성을 갖는 인공위성 자세제어 추력기의 토크의 크기는 각각  $M_x=100$ ,  $M_y=20$ 으로 가정하였다. 모의실험은 15초동안 수행하였다. 본 논문에서 제안된 기법을 사용한

PWM 제어기에 의한 모의실험 결과는 그림 1-3에 보인다. 시간이 흐름에 따라 모든 상태 변수는 평형점으로 수렴함을 알 수 있다. 그림 4와 그림 5는 본 논문에서 제안한 기법에 의한 PWM 제어 신호이다.

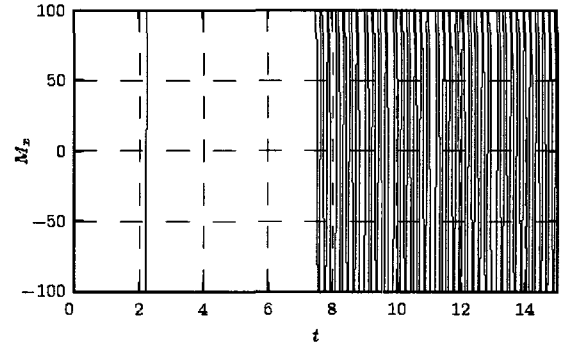


그림 4. x축 PWM 제어 입력  
Fig. 4. x-axis PWM control input

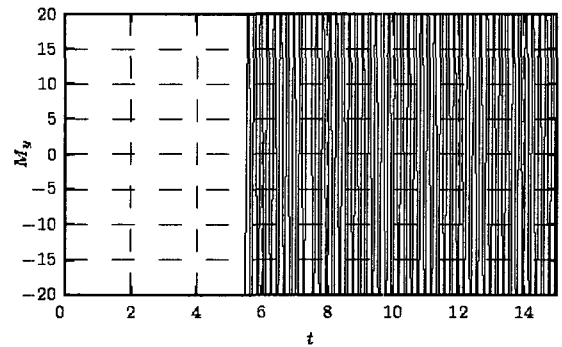


그림 5. y축 PWM 제어 입력  
Fig. 5. y-axis PWM control input

## 6. 결 론

본 논문에서는 T-S 퍼지 시스템의 효율적인 PWM 제어기 설계 기법을 논의하였다. 이를 위하여 우수한 성능을 보장하는 펄스 크기 변조 디지털 제어를 우선 설계하였으며 등가영역의 원리를 이용하여 PWM 제어를 설계하였다. T-S 퍼지 시스템의 효율적인 디지털 제어기 설계를 위하여 지능형 디지털 재설계 기법을 개발하였다. 본 논문에서 제안한 PWM 제어 기법은 비선형 인공위성의 자세제어 문제에 적용할 수 있으며 모의실험 결과로부터 제안된 기법의 우수성을 검증하였다.

## 참 고 문 헌

[1] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "An LMI approach to digital redesign of linear time-invariant systems", IEE Proceedings-Control Theory and Applications, Vol. 149, No. 4, pp.297-302, 2002, 7.  
[2] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "An Efficient

- Observer-Based Sampled-Data Control: Digital Redesign Approach," IEEE Transactions on Circuits and Systems: I, Vol. 50, No. 12, pp. 1595-1601, 2003.
- [3] H. J. Lee, H. B. Kim, Y. H. Joo, W. Chang, and J. B. Park, "A New Intelligent Digital Redesign: Global Approach," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 12, No. 2, pp. 274-284, 2004.
- [4] Z. Li, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Chaotifying Continuous-time T-S Fuzzy Systems via Discretization," IEEE Trans. on Circuits and Systems: I, Vol. 48, No. 10, pp. 1237-1243, 2001.
- [5] Y. H. Joo, G. Chen, and L. S. Shieh, "Hybrid State-Space Fuzzy Model-Based Controller with Dual-Rate Sampling for Digital Control of Chaotic Systems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 7, pp. 394-408, Aug., 1999.
- [6] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of Sampled-Data Fuzzy-Model-Based Control Systems by Using Intelligent Digital Redesign," IEEE Trans. on Circuits and Systems: I, Vol. 49, No. 4, pp. 509-517, April, 2002.
- [7] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "GA-Based Intelligent Digital Redesign of Fuzzy-Model-Based Controllers," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 11, No. 1, pp. 35-44, Feb., 2003.
- [8] S. M. Guo, L. S. Shieh, G. Chen, and C. F. Lin, "Effective Chaotic Orbit Tracker: A Prediction-Based Digital Redesign Approach," IEEE Trans. on Circuits and System: I, Vol. 47, No. 11, pp. 1557-1570, Nov., 2000.
- [9] S. M. Guo, L. S. Shieh, G. Chen, and C. F. Lin, "State-space Self-Tuning Control for Nonlinear Stochastic and Chaotic Hybrid Systems," Int. Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 11, No. 4, pp. 1079-1113, 2001.
- [10] L. S. Shieh, W. M. Wang, and J. B. Zheng, "Robust Control of Sampled-Data Uncertain Systems using Digitally Redesigned Observer-Based Controllers," Int. Journal of Control, Vol. 66, No. 1, pp. 43-64, 1997.
- [11] 김진호, 김종래, "DAC 슈미트 트리거를 이용한 인공위성자세제어," 한국항공우주학회지, pp. 119-124, 1996.
- [12] Bong Wie, Spacecraft Dynamics and Control: Applications of Dynamical Systems Theory, Lecture Note, Arizona State University, 1995.
- [13] 임형철, Momentum Bias를 가지는 위성의 3축 자세 제어 시뮬레이션, 연세대학교 대학원 천문대기학과, 1995.
- [14] H. J. Lee, J. B. Park and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 2, pp. 369-379, 2001.

### 저 자 소 개

주영훈(Young Hoon Joo)  
제 14권 5호(2004년 8월호) 참조



이호재(Ho Jae Lee)  
1998년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.  
2000년 : 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업 (석사)  
2004년 : 연세대학교 대학원 전기전자공학과 졸업 (공학박사)

관심분야 : TS 퍼지 시스템, 퍼지 PID 제어, 지능형 디지털 재설계.

Phone : 02-2123-2773  
Fax : 02-362-4539  
E-mail : mylchi@control.yonsei.ac.kr

박진배(Jin Bae Park)  
제 14권 5호(2004년 8월호) 참조