수학사가 학교 수학에 미치는 영향

조지아 대학교 고호경
shine999@hanmail.net

수학의 유용성을 더욱 강화하기 위해 수학사를 수학 교육에 도입하는 것에 관한 관심이 근래에 더욱 고조되고 있는 추세이다. 수학사가 학교 수학에 미치는 영향을 살펴보는 것은 수학사를 어떠한 측면으로 학교 수학에 가져올 것인가에 대한 통찰력을 제공할 것이다. 이를 위하여 학교 수학에서 수학사의 역할을 크게 인지적, 정의적, 사회문화적 측면에 입각하여 학생의 사고 발달과 학생의 이해 측면 그리고 학습 태도 발달과 동기 부여 마지막으로 인간적·사회문화적 경험에 미치는 영향력과 타당성을 제시함으로써 수학사가 수학 교육의 정규 커리큘럼이 되어야 하는 근거를 제시하고자 했다. 또한 우리에게 산적된 문제들, 이를테면 교수학적 접근이나 수학사적 주제들의 체제적, 구조적 접근 등도 함께 살펴보았다.

주제어 : 수학사, 수학 교육 과정, 수학사적 문제, 교수학적 접근

0. 들어가면서

2000년 전에 그리스의 학교에서 수학을 주된 과목으로 가르친 이래 수학은 교육 과정에서 핵심 과목으로 여겨지고 있다[신현성, 1999]. 그리스 시대의 학교라는 개념과 정보·산업화된 사회에서 학교라는 개념과는 많은 차이가 있으나 분명한 것은 수학은 사회가 발전하고 학문이 분화되는 데 없어서는 안 될 필수 불가결한 학문이며[신현성, 1999], 이러한 유용성을 강조하기 위해 근래에 들어, 수학사를 수학 교육에 도입하는 것에 관한 관심이 더욱 고조되고 있는 추세이다.

학교 수학에 수학사를 도입 할 필요성에 관한 공감대가 널리 형성되면서 자료 개발 역시 다양하게 이루어지고 있는 것은 사실이나 그 많은 배워야 할 교과 내용 중에 수학사까지 학교 수학의 자리에 올려놓아야 하는 이유와 중요성을 되짚어 보는 것은 우리가 앞으로 나가야 할 기나긴 여정의 등대수가 될 수 있을 것이다. 다시 말하면, 수학사를 어떠한 측면에서 가져올 것인가 하는 것이다. 과거의 수학과 현대의 수학의 비교 분석과 역사적 발달 순서의 지식적 축적을 위함인가 아니면 더 나아가 시각의 계층을 두고 외연적 이해 더 깊숙이 내포된 것들을 이끌어 내려 함인가를 생각해 봐

야 할 것이다. 학교 수학에 수학사를 도입하여야 하는 타당성과 그 방법 등은 분명 간단히 답할 수 있는 것은 아니나, 본 고에서는 수학사를 학교 수학에 도입하는 문제를 수학 교육 과정에 들어가 있는 인지적, 정의적, 사회적 측면에 따라서 재조명하고자 한다.

본 고의 목적은 이론적 논의와 실 예를 통해 어떠한 수학사가 학교 교육 과정에 필요하며, 현장 교사들이 이를 가지고 어떻게 접근해야 하는가를 생각해 볼 수 있는 기회를 제공하고자 하는 것이다. 이를 위하여 학교 교육 과정에 수학사를 도입하는 이유를 크게 다음과 같이 분류해보고 이들 각각에 대한 타당성을 묘사해봄으로써 자연스럽게 위에 제기된 문제에 대해 고찰하고자 한다.

(1) 학생의 사고 발달을 도우며 학생을 이해할 수 있다.

(2) 수학사는 학생들에게 긍정적 학습 태도 발달을 위한 동기부여를 해 줄 수 있다,

(3) 수학사를 통해 수학지식의 인간적·사회문화적 측면을 경험할 수 있다.

1. 학생의 사고 발달을 도우며 학생을 이해할 수 있다

수학사는 학생들의 수학적 사고 발달을 도울 수 있으며, 수학 발전사를 조명해 봄으로써 학생들이 무엇을 어려워하는지 이해하는 데 도움이 될 수 있다[Liu, 2003]. 수학 아이디어들의 발달 과정을 살펴보면 어떠한 특정 개념이 여러 세기에 걸쳐 더디 발전 되어왔음을 알 수 있다. 이는 어찌 보면, 오늘날 학생들에게 그러한 개념을 접근시켜나가는데 있어, 수학자들이 그 개념을 발달시켜 나가는 데 어려움을 겪은 것처럼 학생들도 어려움을 겪을 수 있다는 것을 추정해 볼 수 있다.

예를 들어 함수의 개념은 보통 중학교에서나 또는 초등학교에서부터도 그 개념을 배우게 되는데, 고등학교에 와서까지도 완전한 이해를 하고 적용할 수 없는 학생들이 많이 있다[Carlson, 1998; Williams, 1991]. 함수에 대한 개념이 내포되어있는 기원을 찾아 거슬러 올라가 보면 고대 바빌로니아 시대까지 갈 수 있으나, 초기 함수에 대한 의미는 14세기 오렘(Nicole Oresme) 시대가 되어서야 나타났다고 볼 수 있다. 그레고리(James. Gregory)가 완전한 개념은 아니나 그 개연의 개념을 정립한 것이 1667년이고 그 뒤, 베르누이(Johann Bernoulli)와 오일러(Leonhard Euler)에 의해 함수 이론이 체계적으로 정립되었다. 그러나 이것 역시 함수 값과 함수 사이의 구분이 되지 않는 불완전한 이론이어서, 함수 값의 유일성을 설명할 수 없는 단계였다. 현 교과에서 일반적으로 다루는 정의역이나 범위와 같은 용어는 19세기 후반이 되어서야 정립이 된 것이다. 따라서 현재 우리가 알고 있는 함수의 정의는 오랜 역사적 발전을 걸쳐 만들

어진 이론이라는 견지에서 볼 때, 함수를 오랜 역사의 산물인 형식적 정의로써 접근하는 것이 학생들에게 얼마나 어려운 일인 것인가를 생각 해 볼 수 있다.

전형적인 수학적 표기는 수학적 개념 사고 증진에 도움을 줄 수 있으나, 대수 학습에 있어 장애가 되는 주요 원인 중 하나가 수학적 기호를 이해하고 사용하는 데 있어 생겨 날 수 있다[Skemp, 1987]. 수학사는 이러한 학생들의 어려움을 설명하는 데 도움을 줄 수 있다[Avital, 1995]. 수학적 표기법의 발달은 단기간 이루어진 것이 아니며 수학적 아이디어의 발달에서 중요한 역할을 해 왔는데, 고대 그리스의 수학이 기하를 뛰어 넘지 못한 이유 중 하나가 알파벳을 대수적 방법론으로 효과적이고 일반적으로 이용할 수 있음을 간과했기 때문이다[Kline, 1972]. 우리나라의 고대 수학도 마찬가지로 커다란 진보를 볼 수 없었던 원인 중 하나가 효율적인 수학의 기호 체계의 미비에서 기인 된 것일 수도 있다. 현재의 수학 표기법이 완성되기까지의 수학사적 변천사를 아는 것은 학생들이 기호를 이해하는 데 있어서의 어려움이 무엇인지를 이해하는 데 도움이 될 수 있다. 즉, 수학사적으로 개념의 발달선상에서 난해를 겪은 것들은 학생들이 학습해 나아가는 데도 역시 어려움을 겪을 수 있는 소지가 다분하다는 것을 뜻한다[Cornu, 1991].

수학이 지니는 정밀성과 추상적 특성으로 인해, 많은 사람들이 수학을 엄격하고 건조한 학문으로 여기고 있다. 그러나 때로는 수학에서의 엄밀성과 추상적 특징을 파악하는 데 거듭 도전함으로써 수학적 소양을 쌓아 나아갈 수도 있다. 만일 학생들이 그러한 경험을 해보지 못한다면 수학의 엄밀성의 필요성조차 이해할 수 없을지도 모른다. 수세기에 걸쳐서 수학의 엄밀성들이 어떠한 필요성에 의하여 어떻게 발전되었는가를 다루어 본다면 학생과 교사 모두에게 그 중요성을 이해하는데 보탬이 될 것이다[Arcavi, 1991]. 모든 가설, 가정들이 필요에 의해 수학자들이 사전에 연구해 내고 발전시켜 나간 것은 아니기 때문에, 어떤 수학적 용어들은, 이를테면 무리수(irrational number), 음수(negative number) 등은 그 의미와 기원을 되집어 볼 필요가 있기도 하다[Arcavi 외 2, 1987]. 분수방정식으로 생각하면 $1/-1=-1/1$로 바로 답이 나오는 것도 $1:-1$과 $-1:1$을 비율로 어떻게 설명할 것인가[Arcavi, 1991] 등은 역사적 논의와 더불어 교사 교육에서 한번쯤 토론의 주제로 가져 볼 만하다.

수업에서 수학사적 문제의 사용이 수학에 대한 이해를 증진시키고 학생들의 수학에 대한 태도를 긍정적으로 변화시킬 수 있다는 가능성에 따라, 최근에 수학사적 문제를 수학적 문제 해결에 도입하는 것은 오히려 당연한 일임을 알 수 있다. 오랜 세월동안 수많은 수학적 개념들이 발생하고 또 개정되었는데, 여기에 공헌한 위대한 위인들의 지혜는 분명 수학적 사고의 핵심을 파악하는 데 중요한 단서들을 제공하리라 생각된다. [Ernest, 1998]에서는 역사 속에서 수학자들은 수학적 절차와 전략들을 창출해 내기 위하여 고전분투 하였으며 이러한 노력은 수학을 하고 수학을 학습하는 우리들에게 여전히 가치 있는 일이라 하였다. 수학적 사고라는 것은, 추측, 귀납, 연역, 분류,

일반화, 추리, 형식·비형식적 추론, 증명 등이 복잡하게 얽혀있는 사고 과정들의 결합체이다. 따라서 역사적 문제들을 가지고 변형시켜 보거나 이전의 수학자들이 접근했던 방식을 분석 해 보는 활동들은 학생들이 수학적 사고를 이해하고 그 역동적 본질을 이해하는 데 도움을 제공해 줄 수 있다[Liu, 2003].

[Lutz, 1991]에서는 지구의 둘레를 측정하는 과거의 방법을 수업에 도입하면서 학생들에게 어떻게 과거에 측정을 하였겠는가, 그 결과는 어떻게 나올 것이며 그 의미는 무엇이겠는가, 또한 우리가 가져올 수 있는 방법 등이 무엇이 있는가 등등의 문제를 학생들에게 제시하였다. 학생들은 이러한 문제를 통해서 그들의 관심사와 수준에 따라, 더 심화 된 문제들을 탐구 할 수 있었으며 수학자가 한 방식대로 학생들이 핵심을 찾아나가는 데 있어 가치 있는 활동이었다고 한다.

이러한 해를 찾는 전통적 방법을 제시하는 것과 더불어 다양한 방법을 같이 제시해 주는 것은 수학적 통찰력의 향상과 문제 해결력을 키우는 데 있어서 또 다른 효과를 줄 수 있다[Swetz, 1995]. 따라서 어떤 특정한 수학사적 문제를 내주고 이것을 다른 수학자들의 풀이를 비교한다거나 시대에 따른 또는 문화에 따른 각각 다른 해결 방법을 비교하도록 수행 과제로 제시한다면, 학생들은 서로 다른 방법을 찾거나 유사한 점들을 비교하는 과정에서 수학적 경험을 하게 될 것이다. 이러한 활동들은 단지 문제를 풀 줄 아는 것보다는 그 이상의 이해와 접근을 가능하게 하리라 본다.

가령, 조화수열의 합을 계산하는 예에서 보면 학생들에게 이 합을 예측하도록 먼저 질문을 던졌을 때, 무한을 예측하는 학생들이 상당히 있다. 이 때 유한의 답을 학생들에 보여 주기 전에 학생들 스스로 탐구하는 시간을 준 이후, 다른 수학자가 한 방법들(Johann Bernoulli, Nicole Oresme, Pietro Mengoli; [Dunham, 1990]에서 발췌)로 접근시킨다. [Dunham, 1990]에 따르면, 이러한 다양한 방법들을 통하여 학생들은 수학의 해가 오직 한 가지 정해진 방법으로만 접근할 필요가 없다는 인식을 할 수 있게 될 것이다.

[Fauvel, 1991]에서는 역사적인 문제로 다양하게 접근하는 것은 학생들의 수학적 소양을 계발하는 데 도움이 된다 하였다. 가령, [Josept, 2003]의 예를 들어보면, $x^2=N$의 해를 구하는 데 있어서, 학생들은 4의 제곱근: $2\times2=4$, 9의 제곱근: $3\times3=9$ 등과 같이 접근하고 있다. 사학적으로 보면, 그리스 수학과 인도나 중국의 수학은 현저한 차이를 보이고 있는데, 그리스 수학은 기하학적 측면에서 접근하는 반면, 인도나 중국은 오늘날과 유사한 N의 제곱근을 구하는 대수적 방법으로 접근하고 있다. 정확한 무리수의 개념이 도입된 것도 아니면서도 어떻게 이러한 수 집합들이 발전되어 왔는가를 학생들에게 위대한 문화 유산의 수학 이상의 생각거리를 제공하게 될 것이다.

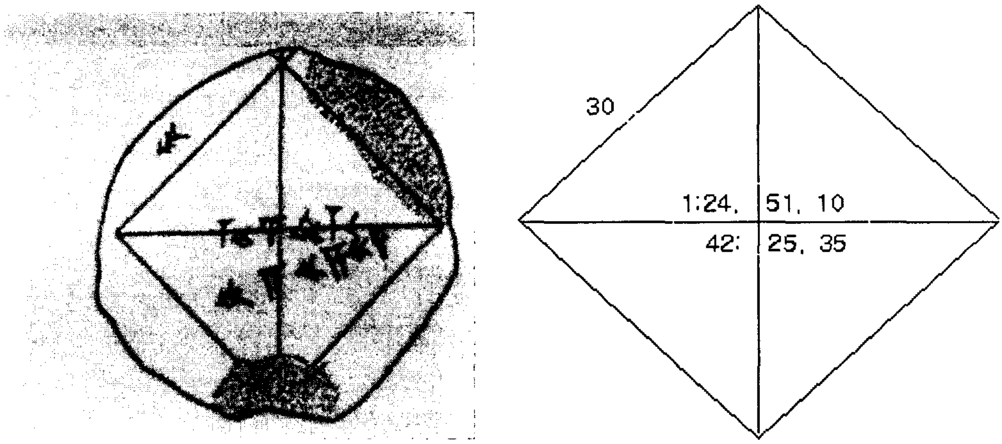

그림 1. 바빌로니안 표기법에 따른 제곱근[Joseph, 2003]

바빌로니아의 제곱근 구하는 방법은 4000년 전 처음으로 그 측정방법이 시작되었는데, 바빌로니아 시대 진흙 접시에 그려진 사각형에 쓰여진 바빌로니아 숫자를 60진법으로 표기하면 그림 1에서와 같다. 바빌로니아 표기법의 숫자 30은 정사각형 위에 한 변의 길이고 대각선 위에 쓰여진 서로 다른 숫자들을 바꾸면, 다음과 같다.

$$1+60^{-1}\cdot 24+60^{-2}\cdot 51+60^{-3}\cdot 10$$
$$=1+0.4+0.0146667+0.0000463$$
$$=1.41421297 \qquad \cdots\cdots ①$$

이는 오늘날 우리가 알고 있는 $\sqrt{2}$의 근사값과 소수 다섯째 자리까지 정확하게 들어맞음을 알 수 있다(대각선 아래의 숫자는 한 변의 길이가 30인 정사각형이 대각선의 길이를 나타내고 있음을 알 수 있다). 실제로 ①의 값을 30배하면 42.426389가 되며, 한 변의 길이가 30인 직각이등변 삼각형의 빗변을 d라 하면 $d^2=30^2+30^2$이므로 $d=30\sqrt{2}=42.426707$이므로 거의 비슷함을 알 수 있다. 피타고라스 이전의 천년 전부터 바빌로니아인들은 이 사실을 알고 있었는데 어떻게 이들이 $\sqrt{2}$의 값을 측정할 수 있었는가를 현대수학과 겸비하여 생각할 수 있도록 하는 것은 학생들에게 훌륭한 토론거리를 제공해 줄 수 있을 것이다.

2. 학습에 대한 동기부여를 제공하며 학습 태도의 긍정적 태도 발달을 돕는다

유명한 수학사 일화 중 직사각형의 빗변의 길이가 항상 유리수로만 표시되는 것이 아니라는 사실이 밝혀졌을 때, 기존의 사고가 깨어지는 것이 두려워 이것을 비밀에 붙였다거나 $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$ 등과 같은 허수가 비자연적 파괴물로 여겨졌던 것과 같은 것들을 통해 수학이 고정 관념들을 바꾸고 새로운 아이디어를 창조해 나아가는 데 얼마나 유용한 성향을 지녔는가를 이해 할 수 있을 것이다. 고등학교 전 과정을 지나는 동안 수학을 '기계적 계산'이 대부분을 차지하는 과목으로 인식하며 이를 식상해 하고 수학이 지니는 유용성을 느끼지 못하는 학생들도 있다. 이때 수학사는 학생들의 관심사를 이끌어 내고 수학 학습에 대한 긍정적인 태도를 고취시켜 나가는 데 도움이 될 수 있다.

수학사는 학생뿐만 아니라 교사 교육에 있어서도 수학사를 경험하고 또, 적절히 다루어질 수 있도록 커리큘럼에 포함되어야 한다는 주장들도 있다(예, [Arcavi, 1991] 등). [Philippou · Christou(1998)]의 연구에서는 수학사를 기초로 한 수업 과정을 다룬 연수 프로그램에 참여한 교사들의 긍정적인 태도 변화를 보고하였다. 그 연구에 의하면 두 개의 강좌에 참여한 교사들의 관점이 긍정적으로 급진전하였고 한 교사는 다음과 같이 진술하였다.

> 수학사 수업은 내게 다양하고 새로운 흥미를 제공하였다. … 이러한 경험을 통하여 나는 수학이 매우 유용한 과목이었었고 앞으로도 그러할 것이라는 것을 알았으며, … 이 강좌는 또한 수학이 때로는 인간의 활동임을 보여주었다. 아무리 위대한 수학자라 할지라도 내가 종종 겪어왔던 실수와 비슷한 실수를 겪었다는 것을 깨닫게 되자 내게 정말로 확신이 더 생기는 것을 느낄 수 있었다[Philippou · Christou, 1998, p. 202].

따라서 수학사가 학생뿐만 아니라 교사 교육에도 유용한 만큼, 이제 우리에게 필요한 것은 수학 교사를 준비시키는 데 있어, 수학사를 경험시키는 것과 이를 위한 합리적인 구체적 자료를 준비하는 것이다[Arcavi · Bruckheimer · Ben-Zvi, 1987].

그러나 위와 같이 긍정적인 태도 변화에 대한 보고가 있는 반면, 그렇지 못한 연구들도 있다. [Stander, 1989]에서는 두 개의 단기 강좌를 통해 경험을 시켜 본 후, 수학사의 도입이 학생들의 수학에 대한 태도 변화에 의미 있는 효과를 주지는 못했다고 했다. 다시 말하면, 수학사를 수학 수업에 도입하는 것은 실용적이지 못할 뿐만 아니라 피상적일뿐 수학 본질과는 아무런 관계가 없다고 주장하기도 하였다. 또한, [Lutz, 1991]에서는 수학사를 일반 수학 수업에 도입하는 데 장애가 되는 것을 다음 세 가지

로 들기도 하였다.

- 방법론적 문제
- 역사적 문제와 일반적 문제를 관련시키는 데 있어서 교사의 지식 부족
- 교사 자체도 수학사의 이상적 수업 경험 미비

따라서 수학사의 활용 문제는 많은 문제가 산적되어 있는 만큼, 더욱 세분화되고 장기적인 연구가 이루어져야 할 필요성이 제기된다.

3. 수학 속의 인간적・사회문화적 측면을 제공한다

많은 학생들이 수학을 유연하고 관계적이고 인간적인 학문이라기보다는 딱딱하고 어려운 과목으로 인식하고 있는데, 그러한 원인 중 하나가 수학적 업적을 이룩해 낸 수학자를 묘사할 때 그들의 천재성만 드러내고 최종적인 업적을 이루기 전의 수많은 시행착오의 경험과 인내 그리고 인간적인 고뇌는 알려지지 않았던 것에도 기인 된 것이라 볼 수 있는데[Avital, 1995], 가령 갈루아(Galois, 1811~1832)가 당시 20세의 나이에 결투에 의해 비극적으로 죽기 전날 밤에 남긴 군론에 대한 일화 등과 같은 것은 사회의 일원으로서의 수학자의 삶과 열정에 대한 감동과 동시에 상당한 흥미를 제공한다.

이렇듯 역사적 비공식적인 이야기를 찾아내어 적절히 배합시켜 나아가는 것 역시 수학사의 중요한 과업이기도 하다[Fauvel, 1991]. 즉, 일화적으로 접근하는 것은 수학사를 교실에 이용하는 또 하나의 방식이다[Fauvel, 1991]. 수학 발달사에서 치밀한 계획 아래 만들어진 것들이 아니라 해도, 역시 현 상황과 비교해 다시금 짚어 볼 수 있는 훌륭한 대화의 소재거리를 제공해 줄 수 있기 때문이다. 실제로 [McBride・Rollins, 1997]에서는 두 대학 대수 수업을 비교한 결과 수학사를 교육 과정에 포함한 수업이 학생들의 수학에 대한 긍정적인 태도 증진에 도움이 된다고 밝혔다. 즉, 수학자들의 개인 일화나 특성, 또는 역사적인 문제 등을 학생들에게 알려주는 것이 그 분야에 대한 흥미를 돋우는데 도움이 되었다는 것이다.

학교에서 수학을 배우는 궁극적인 목표 중 하나가 수학의 가치를 알도록 하는 것이며[NCTM, 1989], 수학이 위대한 문화적 유산임과 동시에 인간의 지적 업적임을 알게 하는 것[NCTM, 2000]이라는 관점에서 본다면, 현 교육 과정이 적극적으로 이러한 관점에서 접근하고 있다고 보기는 어렵다. 사실, 수학의 논리성과 연역적 특징으로 인하여 수학은 가장 정확하고 학교에서 배우는 다른 어떤 과목보다 핵심적인 지식으로 인

식되는 것은 사실이다. 수학사를 학교 수학에 도입하고자 하는 것은 이러한 논리 정연성을 바꾸고자 함이 아니라, 수학사를 통해, 수학적 지식이 처음에는 가정하고 추측하며 발견적 사고로 접근해 나아가야 하며 논리적이고 연역적인 추론들은 그 뒤에 이어진다는 것을 강조하기 위함이다[Liu, 2003]. 어떠한 개념을 받아드리거나 받아드리지 않는 것은 전적으로 수학자들의 판단에 달려 있는 것이다. 이러한 판단이 때로는 비논리적이 되거나 추상적이 될 수도 있었다. 예를 들어 피타고라스 학파가 무리수의 존재를 부인했던 것이나 크로네커(Kroneckor)가 실수의 무한성을 받아드리지 않은 것 또는 코시(Cauchy)가 복소수의 존재를 무시한 것은 비논리적이고 비합리적인 수학 발전사의 일면을 보여주고 있다. 사실, 1800년대 초까지 수학이 논리적으로 완벽했다고는 볼 수 없었다[Kline, 1980].

거듭 말하거니와 수학사적 문제를 가지고 학생들의 수학적 사고를 논하는 것은 분명, 수학자들이 문제를 풀어내고 개념을 확립해 나아가는 데 있어 고전 분투한 일면을 제시 하고자 하는 의도가 들어있다. 학생들은 자신이 다루는 문제들이 무에서 저절로 창조 된 것이 아니며 더욱 중요한 것은 수학자들도 자신이 겪는 어려움과 실수를 역시 겪었다는 것을 알게 될 것이다. 오늘날 고등학교 수준에서 다루고 있는 모든 수학들이 수천 년에 걸쳐 인간들의 노력의 산물이라는 인류 역사적인 수학의 측면을 우리는 무시하고 수학을 단지 자동화시켜서 하고 있는지도 모른다. 이런 측면들을 학생들에게 제시해 주어 그 역사적 · 인간적 의미를 느낄 수 있도록 해야 한다. 그렇지 않으면 학생들에게 수학에 대한 진정한 이해와 애정은 가르칠 수 없으리라 본다[Tymoczko, 1993].

가령, 위에서 언급한 바빌로니안들이 구한 $\sqrt{2}$에서와 마찬가지로 인도에서 유래된 사실을 대비시켜 경험하고 느끼게끔 하는 것은 인지적 측면이나 정의적 측면에 모두 중요한 소재가 될 수 있다. 인도의 수학은 성전의 건축과 측량을 다루는 관습에서 많이 발달하게 되었는데 성전들은 직사각형, 삼각형, 그리고 사다리꼴 등의 조각들과 같은 것들의 정교한 복합물들로 장식되어있다. 성전의 조각들 중 눈길을 끄는 것들 중 하나는 날아가는 팔곤 모양의 성전인데 그림 2에서와 같이 날개는 a 형태의 조각 60개와 몸체는 b 형태의 조각 50개, c 형태 6개, d 형태 24개, 모두 200개의 조각으로 이루어져 있다.

$\sqrt{2}$를 구하고자 하는 노력은 주어진 정다각형 모양의 2배 크기의 정사각형 성전을 건축하기 위한 시도에서부터 시작되어졌을 것이다. 그림 3에서와 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 A와 B 및 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$인 정사각형 C가 주어졌을 때, C를 A로 잘라내면 나머지 부분은 B와 같아져야 한다. 이것을 인도의 술바수트라스(Sulbasutras)는 다음과 같이 표현하였다

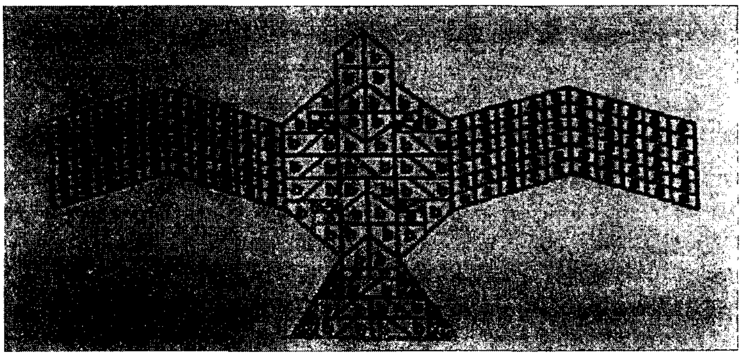

그림 2. Vakrapaksa-syena 제단의 그림[Joseph, 2003]

> 삼분의 일과 삼분의 일의 사분의 일 배한 것을 증가시키고 삼십 사 분의 일 배한 것을 덜어내면 … 이 값은 어떤 특별한 값에 접근한다.

이것을 정사각형의 한 변의 길이를 1로 잡아서 위에 주어진 대로 대각선 길이의 근사값을 특정하면 다음과 같이 된다.

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\times4} - \frac{1}{3\times4\times34} = 1.4142157$$

15세기 중엽에 존재한 라마(Rama)는 여기에 다음과 같은 다섯 번째 여섯 번째를 추가하여 근사값을 특정하여 소수 일곱째 자리까지 정확하게 보여주었다[Joseph, 2003].

$$\frac{-1}{3\times4\times34\times33} + \frac{1}{3\times4\times34\times34}$$

여기서 술바수트라스 공식으로 얻은 $\sqrt{2}$의 값이 바빌로니아 측정 방법으로 얻어진 것과 무엇이 흡사하며 어떤 점이 다른 점인가를 학생들이 생각토록 할 수 있다. 또한 더 나아가 수학적 주제와 동시에 두 문화에서 $\sqrt{2}$의 값을 구하는 데 있어, 비슷하거나 다를 수밖에 없었던 문화적, 역사적 토론거리까지 제공할 수 있는 이점이 있다.

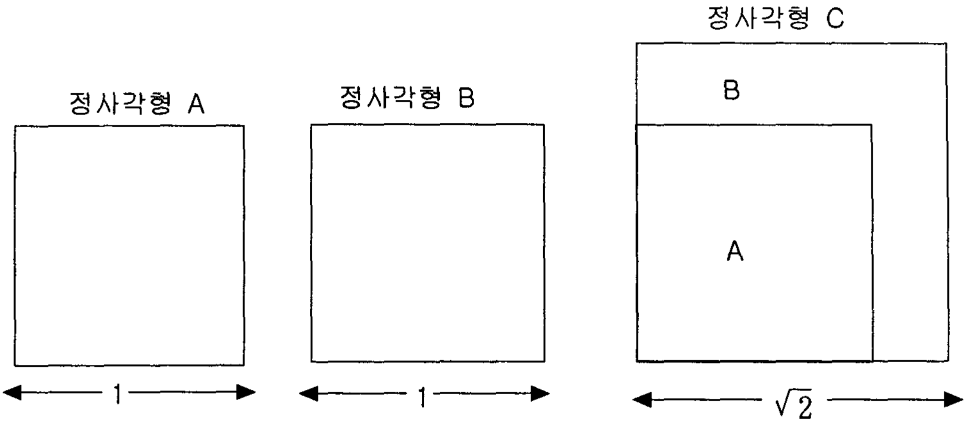

그림 3. 술바수트라스에 따른 $\sqrt{2}$ 구하기[Joseph, 2003]

4. 나오면서

학생들의 사고와 이해를 돕는 방법을 지속적으로 시도하는 것은 교수 방법을 발전시켜나가는 데 있어 핵심이라고 할 수 있다. 이러한 시도를 수학사를 가지고 접근할 수 있으며[Katz, 1997], 수학사를 수업에 도입하는 이점 중에는 수학사가 학생들의 수학적 아이디어와 이해를 돕는 훌륭한 교수학적 보조 수단이기 때문이다[Albers · Alexanderson, 1985].

수학사를 수학 교육 과정에 포함시키는 것은 수학에 대한 태도, 사고의 증진, 수학적 지식의 본질에 대한 이해 면에서 학생과 교사 모두에게 도움을 줄 수 있다. 오늘날의 수학이 어떻게, 어떠한 필요성에 의하여 형성되었는가를 아는 것 자체가 수학이 인간의 위대한 문화적 유산임을 깨닫게 하는 데 있어 가치가 있을 뿐 아니라 학생들의 수학에 대한 긍정적 태도변화와 수학에 대한 본질을 이해하고 수학적 사고를 유발시켜 나가는 데 기여를 한다[Liu, 2003]. [Polya, 1965]에서는 "발생적 원리"라 하여 인간의 정신적 진화의 발자취를 되짚어 보는 방법의 중요성을 제시하였는데, 이러한 발생적 수학을 이해한다는 것은 수학의 귀납적 논리 체계를 이해하는 것과 연관이 있기 때문이다. 또한 학습 방법론적 측면에서도 인류가 지식을 어떻게 형성해 나아갔는가를 이해하는 것은 학생들이 어떻게 지식을 습득해 나아가는 가를 이해하는 데 도움이 될 수 있다. 뿐만 아니라, 근래 수학 수업에서 수학적 의사 소통 증진에 관심이 고무되고 있는 시점에서 보면, 수학사는 학교 수학에서 활발한 토론 거리를 제공해 줄 수 있다. 가령, 어떠한 것들이 증명을 위하여 필요하였으며, 증명된 사실 뒤에 따라 온 것이 무엇인가, 어떠한 가설들이 타당한 것들로 받아드려졌는가, 혹은 수학적 지식들

을 구체화시키기 위해 수학자들은 어떠한 결과들을 필요로 하였으며 고안해 내었는가[Oers, 1996] 등은 수학 교실에서 그룹 프로젝트나 과제, 토론거리로 제공되기에 충분한 가치가 있다고 본다. 다시 말해, 수학사가 이러한 것들을 할 수 있는 너무나 값진 생생한 자료들이고, 이러한 경험 속에서 수학적 이해력 강화됨과 동시에 수학적 토론도 함께 풍부해질 수 있다[Arcavi, 1991].

수학사는 "실재 수학"이라고 할 수 있는 모든 요소들을 품고 있으며, 교육적으로 접근 할 수 있는 기본 요소들을 제공해주기 때문에[Oers, 1996], 수학의 역사를 가르치는 것은 또 하나의 수학을 가르치는 것과 다를 바가 없으며 수학사는 수학 수업의 여분의 활동이 아닌 주 수업으로써 다루어져야 한다[Furinghetti, 1997].

물론 수학사를 수학의 한 교육 과정으로 포함시키기 위해서는, 아직도 두 가지 영역으로 나누어 연구가 더 진행되어야 한다. 먼저, 수학사를 수업에서 활용하는 것에 관한 효율성을 밝히기 위한 세부적 실험적 연구가 계속되어야 함은 분명하다. 이와 동시에 수학사를 이용할 수 있는 구체적인 자료개발들이 진행되어야 한다. 단순한 자료의 나열이 아닌, 공감대를 형성할 수 있는 주제를 가지고 교수학적 접근이 가능하도록 고안해 나가는 것과 일화들조차도 순서적으로 구조화시켜 고안해 나가야 한다[Fauvel, 1991].

[Skemp, 1987]에서는 수학을 음악과 비유하면서 수학의 음악을 언제나 침묵으로 남기지 않고 음악을 즐길 줄 아는 청중으로 남기 위해 그리고 그 음악을 즐기며 때로는 음악을 연주하는 법을 배우고자 하는 모든 이들을 위해 수학을 음악과 같이 물리적 행동과 사람 사이의 상호작용으로 접근할 필요가 있다고 했다. 이것은 수학이 과거부터 현재까지 얼마나 우리의 삶 속에 연관되어 존재되어있음을 느낄 수 있는 교육이 절실한 가를 빗대어 준 것이라 본다. 이러한 수학 교육을 위해서, 이미 앞에서 언급한 연구에서와 같이 수학을 가르치는 것에 대한 본질과 수학사가 별개가 아니라면 수학사를 수학의 한 교육 과정에 포함시키는 것을 전제로 '수학사에서 얻는 교훈'을 위한 구체적인 방안들이 제시되어야 할 것이다.

참고 문헌

1. 신현성(1999), **수학교육론**, 서울: 경문사.
2. Albers, D.J. · Alexanderson, G.L.(1985), *Mathematical People: Profiles and Interviews*, Boston, Mass: Birkhauser.
3. Arcavi, A.M.(1991), "Two benefits of using history," *For the Learning of Mathematics* 11(2), 11.

4. Arcavi, A. · Bruckheimer, N. · Ben-Zvi, R.(1987), "History of mathematics for teachers: the case of irrational numbers," *For the Learning of Mathematics* 7(2), 18-23.
5. Avital, S.(1995), "History of mathematic can help improve instruction and learning," in Frank, S. · John, F. · Otto, B. · Bengt, J. · Victer, K.(Eds), *Learn from the Masters*, Washington D.C.: Mathematical Association of America, 3-12.
6. Carlson, M.P.(1998), "A Cross-sectional investigation of the development of the function concept," in Schoenfeld, A.H. · Kaput, J. · Dubinsky, E.(Eds.), *Research in College Mathematical Education*, Washington D.C.: Conference Board of the Mathematical Sciences, 114-162.
7. Cornu, B.(1991), "Epistemological obstacles in historical development," in David, T.(Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 159-162.
8. Dunham, W.(1990), *Journey through Genius: The Greatest Theorems of Mathematics*. N.Y.: Wiley.
9. Ernest, P.(1998), "The history of mathematics in the classroom," *Mathematics in School 27*, 25-32.
10. Fauvel, J.(1991), "Using history in mathematics education," *For the Learning of Mathematics* 11(2), 3-6.
11. Furinghetti, F.(1997), "History of mathematics, mathematics education, school practices: case study in linking different domains," *For the Learning of Mathematics* 17(1), 55-61.
12. Joseph, G.G.(2003), "What is a square root?" in Chris. P.(Ed), *The Changing Shape of Geometry*, U.K.: Cambridge University Press, 100-114.
13. Katz, V.(1997), "Some ideas on the use of history in the teaching of mathematics," *For the Learning of Mathematics* 17(1), 62-63.
14. Kline, M.(1972), *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, N.Y.: Oxford University Press.
15. Liu, P.(2003), "Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?" *Mathematics Teacher* 96(6), 416-421.
16. Lutz, F.(1991), "Historical stories in the mathematics classroom," *For the Learning of Mathematics* 11(1), 24-31.
17. National Council of Teachers of Mathematics(1989), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, V.A.: the Author.
18. National Council of Teachers of Mathematics(2000), *Principles and Standards*

for School Mathematics, Reston, V.A.: the Author.

19. Oers, B.(1996), "Learning mathematics as a meaningful activity," in L.P. Steffe · P. Nesher · P. Cobb · J.A. Goldin · B. Greer(Eds.), *Theories of Mathematics Learning*, Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 91-114.
20. McBride, C.C. · Rollins, J.H.(1997), "The effects of history of mathematics on attitudes toward mathematics of college algebra students," *Journal for Research in Mathematics Education* 8(1), 57-61.
21. Polya, G.(1965). *Mathematical Discovery* vol 2. N.J.: Princeton University Press.
22. Philippou, G.N. · Christou, C.(1998), "The effects of a preparatory mathematics program in changing prospective teachers' attitudes toward mathematics," *Educational Studies in Mathematics* 35(1), 189-206.
23. Skemp, R.(1987), *The Psychology of Learning Mathematics*/ 황우형 역, 수학학습심리학, 서울: 민음사.
24. Stander, D.(1989), "The use of the history of mathematics in teaching," in P. Ernest(Ed.), *Mathematics Teaching: the state of the art*, N.Y.: Falmer Press, 241-246.
25. Swetz, F.J.(1995), "Using problems from the story of mathematics in classroom instruction," in F. Swetz, · J. Fauvel · O. Bekken · B. Johansson · V. Katz(Eds.), *Learn form the Masters*, Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 25-38.
26. Tymoczko, T.(1993), "Humanistic and utilitarian aspect of mathematics," in Alvin. M.(Ed.), *Essays in Humanistic Mathematics*, Washington, D.C.: Mathematical Association of America.
27. Williams, S.R.(1991), "Models of limit held by college calculus students," *Journal for Research in Mathematics Education* 22(2), 219-236.

The Korean Journal for History of Mathematics Vol. 17 No. 4 (Nov. 2004), 87-100

The Influence of the History of Mathematics on the School Mathematics

University of Georgia **Ho Kyoung Ko**

There is great enthusiasm among many mathematics educators to seek to understand how mathematical history can be employed to emphasize the usefulness of mathematics and to make it even more useful. This study focused on reviewing the history of mathematics to provide a "source of insight." In this study, the reasons for including the history of mathematics in the mathematics curriculum were divided into three domains: cognitive, affective, and sociocultural. Each domain included the followings: mathematical thinking and understanding; development of a positive attitude and increase motivation; and last, humanistic facets and sociocultural experience. At the same time, we need to develope a pedagogical approach that allows educators to use history properly. Furthermore, we must integrate the historical topics into regular curricula including the syllabus historically-informed grounds.

Key words: history of mathematics, mathematics curriculum, historical topics, pedagogical approach

2000 Mathematics Subject Classification: 01A99, ZDM Classification: A30