大韓數學敎育學會誌 數學敎育學硏究 第 14 卷 第 4 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XIV, No.4, 403-419. Nov 2004

중학생들의 모델링 활동에서 메타인지 분석에 관한 사례연구[1)]

신 은 주[*] · 이 종 희[**]

모델링 활동은 학생들의 메타인지적 사고를 촉진할 수 있는 환경을 제공할 것이라는 시각에 기반을 두어 본 연구를 행하였다. 따라서 사례연구 방법으로 중학생들의 모델링 활동에서 어떤 메타인지적 사고가 나타나는지를 조사하였다. 연구결과, 학생들이 모델링 활동을 하는 동안 모델을 개발하기 위해 자신의 활동을 모니터하고 제어하는 메타인지가 자발적으로 활성화되었다. 또한 소그룹으로 모델링 활동을 하면서 자기평가와 동료평가가 활성화 되었고, 이를 통해 모델을 수정하고 정교화하면서 일반화 가능한 모델을 개발하였다.

Ⅰ. 연구의 필요성

학생들의 수학 학습에 포함된 사고 과정을 교사가 정확하게 인식할 수는 없을까? 수학을 잘 가르치기 위해서는 학생들의 사고 과정을 정확히 이해하는 것이 무엇보다 중요하다. 따라서 학습 과정에서 학생들의 사고 발달 과정이 드러날 수 있어야하며, 교사는 학생들의 사고를 유도할 교수·학습 방법을 고려해야 한다. Freudenthal(1991)은 수학적 사고의 특징이 되는 반성적 사고를 수학적 발명의 강력한 원동력으로 보았다. 이 때, 반성이란 자기 자신의 행동에 대한 지식을 의미하는 정신적 활동으로서, 자신이 행한 것, 느낀 것, 사고한 것에 대한 반성을 중요시하였다. 김수미(1996)에 의하면, 반성은 메타인지와 관련하여 가장 많이 거론되고 있는 개념 가운데 하나로서, 의식적으로 자신의 사고과정을 돌이켜보고 세심하게 고려해 보는 사고 유형이다. 반성과 메타인지는 고차적인 사고로서 사유의 대상이 인지적 혹은 정신적 조작이라는 점에서 매우 유사하다.

학생들이 구성하는 모델이 학생들의 인지라고 한다면, 모델을 가지고 사고하는 것에서 모델을 다루고 모니터하고 수정함으로써 모델에 대해 사고하는 것으로 전이할 때에 메타인지적 사고를 하게 된다. 모델에 대한 사고를 할 때 모델 자체를 비평과 반성의 대상으로 하여 시험하고, 대안적인 모델과 비교하고 수정하고 정교화 한다(Zawojewski, Lesh, & English, 2003).

모델링 활동에서 학생들이 구성하는 것은 문제에 대한 단순한 해가 아니라 사고 과정이 드러나는 서술과 설명과 정당화 과정이다. 따라서 교사는 학생들이 모델을 구성하는 과정에서 드러나는 사고하는 방식을 이해할 수 있으며, 이를 통해 학생들의 사고 발달에 관한 많은 정

* 이화여대대학원, eunjushin@dreamwiz.com
** 이화여자대학교, jonghee@ewha.ac.kr
1) 본 연구는 2003년도 한국학술진흥재단 지원(KRF-2003-005-B0028)에 의하여 이루어졌음.

보를 얻을 수 있다.

이러한 중요성에도 불구하고 메타인지가 모델링 활동에 미치는 영향을 조사한 연구는 미흡한 실정이다. 이에 관한 연구로 Goos와 Galbraith(1996), Tanner와 Jones(1994)가 있으나, 이 연구들은 모델링 동안 교사가 제시해 준 자기 평가지, 동료평가지, 설문지를 가지고 메타인지 교육을 하는 것이 모델링 능력에 미치는 영향을 조사하였다. 그러나 학생 스스로 하는 메타인지 질문은 자신의 이해를 모니터하고 조절한 것이므로 더 수준 높은 메타인지가 될 수 있다. 따라서 수학 교실에서 자신의 이해를 모니터하고 검토하는 질문을 스스로 하게 유도하는 환경을 고려해 볼 필요가 있다.

이러한 점에 근거하여 본 연구에서는 모델링 활동에서 메타인지가 자발적으로 활성화될 것이라는 관점을 가지고 모델링 활동에서 메타인지에 초점을 두어 분석하였다. 모델링 활동에서 학생들이 자신의 비형식적인 상황모델을 개발하고, 이 모델이 가진 불안정성을 극복하여 수학모델과 일반화 가능한 모델로 발달시키기 위해 자신의 이해와 사고 과정을 스스로 모니터 하는 것이 필요하다고 본다. 모델링 활동에서 모델에 대한 사고와 추론은 자신의 사고 과정을 반성하게 하여 사고도구로서 모델을 개발하게 돕는다. 그러므로 모델을 개발하는 과정에서 자신의 사고 과정을 반성하는 메타인지 기능이 드러날 수 있다고 볼 수 있다.

메타인지에 대한 대부분의 연구들(예를 들면, Gloria & Galbraith, 1998; Mevarech, 1999; Schoenfeld, 1987; Schurter, 2002; Silver, 1987)은 문제해결 능력에 미치는 메타인지의 영향을 분석하였다. 본 연구에서는 먼저, 문제해결과 모델링 활동에 대한 유사점과 차이점을 토대로 메타인지가 문제해결 능력에 미치는 영향을 조사한 선행연구를 고찰하였다. 그 후에 사례연구 방법으로 학생들의 모델링 활동 각 단계마다 어떤 메타인지적 사고가 나타나는지를 조사하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 메타인지에 대한 문제해결과 모델링 관점

문제해결과 모델링에 대해 몇 가지 차이점을 생각해 볼 수 있다. 첫째, 문제해결에서 학생들은 문제에 제시된 기호적으로 서술된 상황의 의미를 이해하여 문제의 해를 구하게 된다. 모델링 과정에서는 유의미한 상황에서 기호적인 서술을 하게 되므로 모델링 과제에 필요한 이해와 능력은 문제해결에서 강조되는 능력과 다르다. 둘째, 문제해결은 주어진 과제에서 목표를 성취하기 위해 적절한 전략을 찾아서 하나의 고정된 해석과 절차를 사용하여 해결에 이른다. 반면, 모델링에서는 목표를 성취하기 위해 유용한 모델을 개발하고 모델을 해석하는 사이클을 여러 번 거치면서 모델을 수정하고 확장한다. 셋째, 문제해결에서 학생들은 조건에서 목표에 이르기 위해 전략을 찾아 문제에 대한 하나의 단정적인 답에 이르게 되는 것이 일반적이다. 모델링에서는 단정적인 답이 아니라 상황을 이해하기 위한 모델을 만드는 것이 필요하게 되므로 다양한 모델을 만들고 수정하면서 조작하게 된다. 자신이 조건과 목표에 대해 해석하고 조작해 나가는 시행착오 과정을 거친다. 그러므로 학생들은 자신의 사고과정을 평가하고 수정하고 변형할 필요성을 깨닫게 된다 (Zawojewski & Lesh, 2003).

메타인지에 대한 시각도 문제해결과 모델링 활동에서 차이가 있을 수 있다. 메타인지는 사

고의 긍정적 요소를 극대화하는 것이 아니라, 사고의 부정적 요소를 최소화하고 한 가지 사고방식에서 세련된 사고방식으로 전이하게 돕는다. 문제해결 관점에서 메타인지 능력은 인지적 행동에 선형적인 영향을 미치는 반면, 모델링 관점에서는 메타인지적 사고와 인지적 활동은 양방향으로 병행해 상호작용하며 발달하게 된다(Lesh, Lester & Hjalmarson, 2003).

Lesh, Lester와 Hjalmarson(2003)은 모델링 동안 학생들이 보여주는 메타인지 활동의 특징을 다음과 같이 서술하였다. 첫째, 메타인지 능력은 다른 인지적 이해와 인지적 능력과 유사한 차원을 따라 발달한다. 학생들은 몇 가지 모델링 사이클을 경험하면서 자신의 사고방식을 수정·확장하고, 서로의 사고방식을 조화·통합시켜 나간다. 둘째, 낮은 수준의 능력과 높은 수준의 능력은 서로 병행해 상호 작용적으로 기능한다. 메타인지와 고등사고는 낮은 수준의 인지과정에 영향을 줌과 동시에 영향을 받게 된다. 셋째, 메타인지 능력은 내용과 맥락에 의존한다. 모델은 특수한 맥락에서 특수한 목적을 위해 개발되기 때문에 개념체계를 구성한 후에도 그 의미는 상황을 반영한다. 넷째, 메타인지 능력의 생산성은 상황에 따라 변한다. 문제해결에 적합한 개념체계는 발달의 중간단계에 있으므로 사고방식이 발달함에 따라서 다른 메타인지 기능이 생산적일 수 있다.

본 논문은 모델링 활동에서 비형식적인 모델의 불안정성을 극복하여 수학모델과 일반화 가능한 모델을 개발하기 위해 자신의 사고를 반성하고 활동을 모니터 하는 메타인지적 사고가 필요할 것이라고 본다. 이러한 메타인지적 사고는 수학모델을 개발하는 인지적 능력에 영향을 주고, 이 때 개발한 수학모델을 해석하고 수정하고 정교화 하여 일반화 가능한 모델을 개발하는 사이클에서 메타인지적 사고가 발달할 것이다. 다음절에서는 문제해결과 모델링 능력에 미치는 메타인지 영향을 고찰한 선행연구들을 살펴보고자 한다.

2. 문제해결 능력에 미치는 메타인지의 영향

1970년 대 이후 메타인지는 수학교육에서 많은 관심을 받았고, 다양하게 정의되어 왔다. Garofalo와 Lester(1985)는 메타인지를 인지적 현상에 대한 지식이나 확신, 인지활동의 제어라는 두 요소로 분류하였다. 이들의 정의에 신념과 자세를 포함시켜 Schoenfeld(1987)는 자기 자신의 사고과정에 대한 지식, 제어 또는 자기 통제, 신념과 직관을 메타인지 요소로 고려하였다. 일반적으로 자신의 인지활동에 대한 인지적 지식, 자신의 인지활동의 조절과 통제, 자신이 가지고 있는 신념체계라는 세 가지 요소가 메타인지를 구성한다고 볼 수 있다.

백석윤(1992)은 순수 인지적 요인들에 대한 연구만으로는 문제해결의 현상학적 연구에 충실한 연구결과를 기대할 수 없다고 하였다. 따라서 메타수준의 인지활동인 유도활동, 조사활동, 평가활동, 메타지식, 확신체계, 수학불안과 문제해결 태도의 형태적 분석과 그 요소들이 문제해결에 작용하는 메커니즘 및 영향을 연구하였다.

문제해결 전략이나 발견술, 문제해결 단계를 가르치는 것은 문제해결 능력을 실질적으로 크게 향상시키지 못했으므로 자신의 사고과정에 대한 지식과 문제해결 동안 자신의 행동을 조절하고 모니터 하는 요소들을 연구하게 된 것이다(Lester, 1994). Lester(1994)에 의하면 효율적인 메타인지 활동은 무엇을, 언제, 어떻게 모니터 할 지에 대해서 아는 것이다. 또한 학생들에게 그들의 인지를 의식하고 문제해결 활동

을 모니터 하도록 가르치는 것은 특수한 수학 개념과 기능을 학습하는 맥락에서 이루어져야만 한다.

문제해결에 미치는 메타인지의 영향을 조사한 연구결과는 다음과 같은 몇 가지 특징이 있다. 첫째, 대부분의 연구들은 소그룹에서 협동학습을 하는 동안 자신의 사고를 정당화하고, 비평을 통해 반성하는 과정에서 메타인지 능력이 발달한다고 제안하였다. 둘째, 연구대상 학생들은 Garofalo와 Lester(1985)의 문제해결 과정 분석 틀-방향설정, 조직하기, 실행하기, 검증하기-를 기초로 각 단계마다 메타인지 질문을 하는 교육을 받는다. 셋째, 문제해결에 사용된 과제는 학생들의 경험에 비춰 실제적이며 흥미를 유발시킬 수 있고 실생활과 연결된 특징이 있었다. 이러한 과제는 해결과정을 계획하거나 전략을 선택할 때 많은 정보를 고려하게 하는 특징이 있기 때문에 자신의 사고과정을 반성하는 메타인지적 사고를 필요로 한다.

가. 소그룹에서 메타인지 능력의 발달에 대한 연구

메타인지에 관한 대다수의 연구들(예를 들면, Artzt & Thomas, 1997; Mevarech, 1999; O'Neil & Brown, 1998; Schurter, 2002)은 소그룹 문제해결은 모니터 기회를 제공하여 메타인지 기능을 활성화시켜 문제해결 능력을 향상시킨다고 밝혔다. 소그룹 활동 동안 메타인지 질문을 사용한 결과, 학생들은 추론을 정당화함으로써 자신의 사고를 명료히 하였다. 이들 연구가 인지적 지식, 전략사용, 제어 면에 초점을 둔 반면, 소그룹에서 신념, 동기, 자세가 메타인지적 행동에 영향을 미치고, 개인행동과 상호작용의 질에도 영향을 준다는 것을 밝힌 연구도 있었다(Artzt & Thomas, 1997). 소그룹에서 메타인지가 문제해결에 미치는 영향을 조사한 이들 연구는 메타인지 발달은 사회적으로 중재된 것이라는 관점을 가지고 있다. 사회적으로 중재된 메타인지를 강조한 연구(Goos, Galbraith, & Renshaw, 2002)에서는 메타인지를 중재하는 사회적 상호작용 패턴, 근접발달 영역이 상호작용에서 만들어지는 방법, 그리고 문제해결을 성공적으로 이끄는 조건을 조사하였다. 연구자들은 문제해결 과정에서 학생들 간의 상호작용은 모니터 활동을 유발하고 결과적으로 문제해결에 영향을 미치므로 메타인지를 사회적 수행으로 재 개념화하였다.

이상에서 살펴본 선행연구들은 소그룹에서 메타인지적 사고가 인지과정에 미치는 영향을 조사하였다. 소그룹은 개인 간 모니터와 행동 조절을 위한 환경을 제공하고 메타인지 기능의 활성화를 촉진시킴을 밝히고 있다. 수학적 문제해결에서 메타인지 역할과 소그룹에서 메타인지 역할에 대한 관심이 증대되고 있고 학생들이 사용하는 메타인지 전략이 무엇인지, 이들 전략이 문제해결에 적용되는 방법에 대한 연구가 계속되고 있음을 알 수 있다. 그러나 이 연구들은 메타인지적 사고가 인지적 행동 즉, 문제해결에 미치는 효과를 조사하였을 뿐 자기모니터나 자기조절 메커니즘을 설명하지 못하였다.

나. 메타인지 질문을 사용하여 교육을 받은 효과에 대한 연구

많은 연구들(Kapa, 2001; Kramarski, Liberman, & Mevarech, 2001; Mevarech, 1999; Schurter, 2002)은 수학문제해결 동안 메타인지를 활성화하도록 학생들을 훈련하는 교육방법을 고안하였다. 메타인지 교육의 한 공통요소는 소그룹으로 활동하는 학생들이 스스로 메타인지 질문을 하고 답을 얻거나 친구들에게 질문을 함으로써 수학적으로 추론하도록 훈련받는다.

Mevarech와 Kramarski(1997)는 IMPROVE(새 개념 도입, 메타인지 질문, 실행, 검토와 어려움 줄이기, 마스터하기, 증명하기, 강화하기)라는 수학지도 방법의 효과를 연구하였다. 연구 목적은 메타인지훈련, 협동학습, 피드백에 기반을 둔 교육적인 중재를 하는 것이고, 이 연구 방법이 수학추론과 기초 기능에 어느 정도 효과가 있는지를 조사하였다. 메타인지 질문은 이해질문, 전략질문, 연결성 질문으로 이루어진다. 연구결과 이 연구방법으로 교육을 받은 학생들이 수학적 추론 면에서 월등하게 뛰어났다. 또한 IMPROVE를 구성하는 세 요소-메타인지 질문, 협동학습, 피드백-가 상호작용을 통해 결과에 긍정적인 영향을 주었다. IMPROVE 방법을 사용해 소그룹으로 메타인지 교육을 받은 효과를 분석한 연구(Kramarski, Liberman, & Mevarech, 2001; Mevarech, 1999)들은 이 결과와 유사한 긍정적인 효과를 보였다.

질문전략이 메타인지적 사고를 유발하여 문제해결을 성공적으로 이끈다는 것을 밝힌 다른 연구(King, 1994)에서는 문제해결에서 서로 질문을 하고 답하는 전략을 학습한 학생들이 질문전략을 내면화하여 과제수행에서 성공하였다. 그룹 안에서 설명을 주고받는 과정은 인지적 활동을 촉진하는 사회적 맥락을 제공하고, 수업에 대한 이해를 모니터 하는 기회를 주었다. 또한 서로 다른 관점에서 학생들간의 생각이 상호작용 하면서 모순되는 아이디어가 해결되고 이 과정에서 지식이 구성된다는 점을 밝혔다. 즉, 사회인지적으로 만들어진 마찰을 해결하는 과정에서 타인의 지식과 자신의 지식의 차이를 발견하고, 자신의 관점을 설명하고 정당화하게 된다.

위 연구들은 모두 교사가 제공한 메타인지 질문을 하도록 교육받은 후에 문제해결에 미치는 효과를 연구하였으나 자기스스로 만든 메타인지 질문은 자신의 이해를 스스로 모니터하고 조절한 것이므로 더 높은 메타인지 수준에 포함될 수 있다. 따라서 자신의 이해를 모니터하고 검토하는 질문을 스스로 하게 유도하는 환경을 제공하는 것도 고려해 볼 가치가 있다. 본 논문은 조직 활동으로서 모델링 활동이 이러한 환경을 제공할 것이라고 예측한다. 따라서 본 연구에서는 학생들이 메타인지 전략훈련을 받지 않고 모델링 활동에서 자발적으로 활성화 된 메타인지적 사고를 조사하고자 한다.

다. 실생활 과제를 사용한 효과에 대한 연구

학생들의 경험을 고려하여 실생활 맥락의 문제를 제시하는 것은 자신의 사전지식을 반성하면서 문제해결을 시도하게 한다. 실생활 과제 자체가 해결과정을 계획하거나 전략을 선택할 때 많은 정보를 고려하게 하는 특징이 있기 때문에 자신의 사고과정을 반성하는 메타인지적 사고가 과제를 해결하기 위해 필요할 것이다. 메타인지가 문제해결에 미치는 영향을 조사한 연구들(예를 들면, Hoek, Terwel, & Eeden, 1997; Kramarski, Mevarech, & Arami, 2002; Stein, Grover, & Henningsen, 1996)은 실생활 소재를 과제로 선택하였다. Kramarski, Mevarech와 Arami(2002)는 협동학습으로 메타인지 교육을 받는 것이 참된 과제(authentic task)를 수행하는 능력에 미치는 효과를 분석하였다. 참된 과제는 인위적인 것을 피하고 풍부한 정보를 제공하고 복잡한 수학적 아이디어를 다양한 방법으로 접근하게 하는 과제이다. 참된 과제를 해결할 때 학생들은 문제가 무엇에 관한 것인지를 이해할 때, 해결과정을 계획할 때, 전략을 선택할 때, 해를 반성할 때 모두 어려움이 나타났다. 연구대상 학생들이 해결과정을 통제하고 모니터 할 수 있을 때 이들 어려움이 극복

될 수 있었다. 실생활 문제를 사용하여 메타인지와 적성의 관계를 연구한 Swanson(1990)은 문제해결 전에 과제변인, 학습자변인, 전략변인에 각각 초점을 둔 질문들로 구성된 설문지를 하게 하였다. 연구결과 적성과 상관없이 높은 메타인지 능력을 가진 학생들이 낮은 메타인지 능력을 가진 학생보다 수행능력이 우수했다. 높은 메타인지 능력을 가진 학생들은 가설-연역적 사고와 평가 전략에 크게 의존하였다. 그러므로 가설 연역적 사고와 평가 전략은 적성보다는 학생들의 자기모니터 능력이나 해결과정에 대한 의식과 관계된다는 것을 밝혔다.

선행연구들을 고찰한 결과, 탈맥락화 된 상황에서 학습이 시작되어 발견술이나 문제해결 전략을 지도하는 방법은 사고발달을 촉진하기 어려울 것이라고 판단된다. 학생들의 사전지식을 고려하여 과제를 선택하게 되면 학습자는 다양한 관점에서 과제에 접근하고 자신이 행한 것을 정당화하고 추론을 설명하는 기회를 가지게 된다. 모델링 활동을 하면서 학생들은 사전지식과 경험을 고려하여 이를 사고의 대상으로 하여 상황을 조직하는 과정에서 메타인지적 사고가 활성화 될 수 있다고 보여 진다.

3. 모델링 활동에 미치는 메타인지의 영향

형식적인 단계에서 시작하여 추상화 단계를 거치는 학습에서는 해를 원래 상황으로 피드백해 보아서 실세계에서 해가 가지는 의미를 반성해 보고, 자신의 해결 과정을 되돌아보는 자기 반성적 학습이 무시되어온 것이 사실이다. 모델링 활동에서 학습자는 사고 도구로서의 모델을 개발하고, 이 모델을 실세계 현상에 비춰 해석하고 수정하고 정교화 하는 순환적인 과정에서 비판적인 반성을 할 수 있다. 수학적 모델링에서 반성적 사고를 교육할 수 있다고 제안한 Skovsmose(1994)에 의하면, 수학적 모델링을 하면서 학생들은 학습자 자신, 학습자와 수학과의 관계, 수학을 사용하여 다루게 되는 문제 모두에 대한 자기반성을 하게 된다.

실생활 과제를 연구에 사용하여 수학적 모델링에서 메타인지 교육의 효과를 조사한 연구(Tanner & Jones, 1994)는 학생들이 자신이 이해하지 못한 점들을 설명하고 타인의 비평을 정당화하거나 타인이 제안한 수정 요구에 따라 자신의 문제해결 과정을 반성할 수 있다는 점을 제시하였다. 다른 사람의 활동을 평가하는 것은 좋은 해의 특징을 객관화하도록 돕고 자신의 활동을 반성하게 하였다.

즉, 메타인지가 성공적인 모델링에 통합되어 타인과 자신의 모델을 정당화하는 과정을 거치면서 서로 공유할 수 있는 모델을 구성하게 되었다. 연구자들은 동료평가는 개인의 주관적인 구성을 토론하고 정당화함으로써 합의된 객관성이 만들어지는 과정을 촉진한다고 제언하였다. 연구결과, 모델을 잘 만드는 사람은 자신의 과정을 계속적으로 모니터하고 평가함으로써 메타인지 기능이 내면화 되도록 할 수 있다는 결론을 내렸다.

수학적 모델링 요소를 포함한 과제를 사용하였으나 동료평가와 자기평가 같은 메타인지의 학습자 변인만이 아닌 과제 변인을 고려한 연구(Goos & Galbraith, 1996)에서는 과제 친숙도와 어려움, 해결의 정확성에 대한 자신감을 조사하였다. 해결과정을 검토하면서 자신의 의사결정을 제어하지 못하거나 자신의 자원을 효율적으로 사용하지 못한 문제는 실패하였다. 결국, 자신의 관점을 재평가하거나 타인을 모니터 하는 과정이 문제해결을 도왔다.

III. 연구방법

1. 연구대상 및 연구절차

본 연구의 대상은 서울시 소재의 한 중학교 2학년 여학생 세 명으로서 성적이 상위권에 속하는 A학생은 자신의 생각을 주저 없이 표현하고 대화에 적극적인 반면, 중위권인 B와 C 학생은 A의 의견을 반영해 생각을 한 후에 자신의 의견을 말하였다. A학생은 가장 먼저 자신의 수학모델을 만들고 나서 다른 학생의 모델을 보며 자신의 모델과 비교하는 성향을 가장 많이 보여주었다. 본 연구는 2003년 12월 말에 2차시에 걸쳐 시행한 연구로서, 한 차시는 2-3시간 정도가 소요되었다. 세 명의 연구대상자의 사고 과정에 대한 자료를 수집하고 관찰하기 위해 소리 내어 사고하기 과정을 사용하여 연구대상자의 관점을 추적하고 이해하였다.

2. 자료수집 및 분석

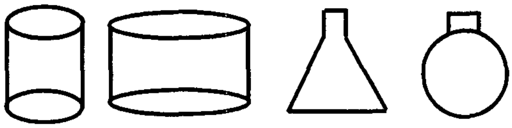
자료 수집은 모델링 활동을 녹화한 비디오테이프와 오디오테이프의 녹취물, 학생들의 노트와 연구자의 현장노트를 중심으로 하였다. 수집된 자료는 자료를 수집하고 분석하는 체계적인 귀납적 절차에 기반 해서 추론하는 형태를 취하는 지속적인 비교법을 사용하여 분석하였다. 자료를 수집하고 관찰하기 위해 소리 내어 사고하기 과정을 사용하였고, 특히, 연구대상자의 비언어적 행동에도 주목하여 관찰하였다.

3. 연구도구

본 연구를 위해서 연구자가 고안한 다음과 같은 활동과제를 학생들에게 제시하였다. 이 활동과제는 학생들이 다양한 모양의 그릇에 물을 부을 때 물 높이 변화에 영향을 주는 변화하는 양들을 고려하고, 이 양들의 변화관계 그래프인 수학모델을 개발하고, 이 그래프를 상황에 비춰 해석하고 정교화 하는 과정을 포함할 수 있을 것이라는 점에서 모델링 활동 과제로 선택하였다. [그림 III-1]에 제시된 비커 중에서 처음 세 개의 비커를 도구로 활용하였다.

네 번째 항아리 모양의 비커는 모델 적용 과정에서 이 비커 그림을 그려 주고 일반화 가능한 모델을 개발하는데 활용하였다.

<u>활동과제</u>: 여러 가지 모양의 비커에 물을 부을 때에 수면의 높이는 어떻게 변화하나요? 수면의 높이를 변하게 하는 요인을 찾고 그 변화요인과 높이의 변화관계를 설명하시오. 변화관계를 나타내는 그래프를 그리고 그래프에서 변화 현상을 설명하시오.



[그림 III-1] 실험에 사용한 비커

IV. 사례연구 분석과 논의

1. 사례연구 분석

사례연구에서 보여준 학생들의 모델링 활동을 실세계 탐구 단계, 상황모델 개발 단계, 수학모델 개발 단계, 모델적용 단계로 구분하여 각 단계에서 나타나는 인지적 행동과 메타인지적 사고를 수집한 자료를 기반으로 하여 분석하였다. 각 단계의 구분은 모델링에 관한 선행연구(신은주 & 이종희 , 2004)를 기반으로 하여 설정하였다. 상황모델 개발 단계는 학생들

이 자신의 비형식적인 모델을 개발하는 단계를 의미하며, 모델적용 단계는 일반화 가능한 모델을 개발하는 단계이다. 실세계 탐구 단계는 경험을 기반으로 하여 여러 가지 모양의 그릇에 물을 부을 때 물높이 변화를 고려하고, 작은 원기둥 비커와 삼각 비커에 일정양의 물을 부을 때 물높이의 변화를 고려하는 활동을 포함한다. 상황모델 개발 단계는 물 부피와 높이의 변화 관계에 대한 가설을 세우고, 측정 활동으로 부피와 높이의 데이터를 얻은 후에 변화패턴을 발견하는 활동을 포함한다. 수학모델 개발 단계에는 부피와 높이를 기록한 데이터로부터 관계그래프를 활동을 포함한다. 모델적용 단계는 그래프의 기울기의 의미를 해석하고 상황에 대한 이해와 측정을 통해 발견한 변화패턴을 잘 반영하고 있는지를 검토하는 활동을 포함한다. 또한 측정 활동 없이 큰 원기둥과 항아리 비커의 물 부피와 높이의 변화관계를 예측하고 관계그래프를 그리는 활동을 포함한다.

가. 실세계 탐구 단계

다음은 자신의 경험에 비춰 다양한 모양의 그릇에 물을 부을 때 물높이 변화를 고려하는 과정에서 이루어진 대화의 일부분이다.

연구자: 주전자에 물을 부을 때나 컵 라면에 물을 부을 때 어떤 변화가 일어나지?
학생A: 네. 물높이요.
연구자: 물높이가 일정하게 높아지는 것 같니? 어느 순간에 빨라지거나 천천히 증가하는 변화가 있는 것 같니?
학생A: 붓는 것에 따라 틀려요.
학생B: 그런가?(한참 생각하다가)붓는 것 요. 맞아요.
연구자: 붓는 속도를 일정하게 하면?
학생A: 갈수록 빨라지지 않나요?
학생B: 그런가? 맞나?
연구자: (원기둥 비커를 보여주면서)이 비커에서는?
학생C: 똑같이 올라올 것 같아요.
학생A: (비커에 부피 눈금이 일정한 간격으로 표시되어 있는 것을 관찰한다)음.똑같이 올라와요.
학생B: (삼각비커를 관찰하며) 조금씩 올라와요.
학생A: 음. 아니 더 많이 씩 올라와요.
학생C: 네. 여기(비커 아래 부분을 손으로 가리키며)는 조금씩, 여기(비커 위 부분을 손으로 가리키며)는 많이 씩 올라와요.

먼저, 학생들은 여러 가지 모양의 그릇에 물을 부을 때 물높이 변화를 생각하였다. 연구자가 물 높이의 변화에 주목하게 하자 학생A는 물을 빨리 붓거나 천천히 붓는 즉, 물이 부어지는 속도가 물높이에 영향을 미치는 요인임을 고려하였고, 학생B는 학생A의 의견을 반영하여 자신의 경험을 고려한 후에 동의하였다. 연구자가 물을 붓는 속도를 똑같이 유지할 때 물높이의 변화를 묻자 학생A는 물이 채워지면서 물의 높이가 갈수록 빨라진다고 답하였다. 아직은 물을 붓는 그릇의 모양을 고려하지 않고 물이 점차 채워지면서 물높이가 갈수록 빨라질 것이라고 생각한 것이다. 학생들의 경험에서는 물을 붓는 속도가 다르므로 속도를 한 변수로 고려한 것이다. 자신의 경험과 지식을 사고의 대상으로 하여 물높이 변화를 고려하는 인지적 지식과 타인의 의견을 모니터 하는 과정이 상황을 이해하는데 영향을 주었다.

물을 붓는 속도를 일정하게 하는 제약이 주어지고, 원기둥 비커를 관찰하게 하였을 때는 비커를 보면서 비커 횡단면의 넓이가 일정하다는 사실로부터 학생 C가 높이가 일정하게 변한다는 것을 인식하게 되었다. 학생 A는 비커에 부피 눈금이 일정한 간격으로 표시되어 있는 것을 관찰하면서 물높이가 일정하게 증가할 것이라고 설명하였다. 이 때, 속도가 물높이에 영향을 주는 유일한 변수일 것이라는 불안정한

모델을 극복하고 비커 모양에 따라 물높이 변화를 고려하게 되었다. 다른 사람의 의견과의 차이는 타인의 활동을 모니터하고 결과를 평가하고 자신의 경험을 돌이켜보며 반성하고 평가하는 메타인지적 사고를 촉진하였다.

나. 상황모델 개발 단계

실세계 탐구 단계에서 이해한 비커 횡단면의 넓이에 따라 물높이의 증가율이 변할 것이라는 생각과 원기둥 비커에 일정한 간격으로 새겨진 부피 눈금을 관찰하는 활동을 통해 학생들은 물의 부피와 높이가 서로 관계하여 변화하는 양일 것이라고 인식하게 된다. 학생들은 물의 부피와 높이를 조작할 대상으로 인식하고 물의 부피를 일정하게 증가시킬 때 높이가 일정하게 증가할 것이라는 가설을 세운 후에 높이의 변화를 측정한다. 비커에 표시된 50ml, 100ml, 150ml, 200ml 눈금에 해당하는 지점의 높이를 자로 측정한다. 다음은 측정활동 후에 학생들이 가설과 측정결과가 모순이 있음을 발견하는 과정을 발췌한 것이다.

학생B: 1.7하고 1.8사이이고요. 100ml은 3이고 150은 4.8요.
연구자: 높이 증가가 어때?
학생B: 1.7, 1.3, 1.8요.
학생A: 다르네. 어어.
학생C: 똑같아야 하는데.
학생B: 이상하다. 내가 잘못 재었나?
학생A: 네가 잘못 잰 것 아니니?
학생C: 똑같아야 하는데(다시 측정한다)

학생A는 물높이가 일정하게 변할 것이라는 가설과 다른 측정 결과가 나오자 이상하게 생각하고 학생B의 활동을 모니터하고 평가하였다. 학생C도 모순을 발견하고 다시 측정하여 학생B가 비커의 눈금을 잘못 읽어 생긴 측정 오차를 발견하였다. 타인의 활동을 평가하고 잘못된 원인을 발견하려고 하는 행동과 활동을 검토하는 메타인지적 행동은 상황모델 개발을 촉진하였음을 보여주고 있다. 학생들은 조작할 대상이 부피와 높이의 변화임을 이해하고 측정한 데이터로부터 부피의 변화가 일정할 때 높이의 변화 패턴에 주목하여 사고하였다.

다. 수학모델 개발 단계

이 단계에서 학생들은 상황모델에서 기록한 데이터로부터 자신의 그래프를 그린다. 다음은 삼각비커에서 물 부피와 높이의 관계를 측정해 기록한 상황모델로부터 관계그래프를 그리는 활동에서 원점에 대한 이해를 돕기 위해 연구자와 학생들이 한 대화이다.

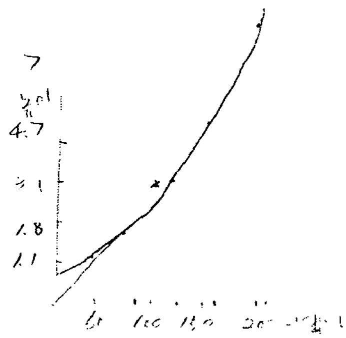
(삼각비커의 데이터로부터 그래프를 그릴 때 학생 A는 원점을 연결할지 안 할지를 결정하지 못한다. 학생B는 원점을 연결하였고, 학생C는 물 부피가 0일 때 높이를 임의의 값으로 설정하여 곡선으로 연결하였다. 학생A는 친구의 그래프를 보면서 원점을 연결할지를 결정하지 못하고 망설인다)
연구자: 부피가 0일 때 높이는?
학생A, C: 아. 없어요.(학생A는 원점을 연결한다)

학생A는 상황모델에서 측정한 데이터를 보면서 부피가 50ml일 때부터만 데이터를 점으로 표시하여 선분으로 연결하고 나서 원점을 연결할 지에 대해 사고하는 과정을 보였다. 학생A는 자신과 다른 타인의 모델을 모니터하면서 자신의 모델에 대해 사고하였다. 부피가 0일 때 높이에 대해 고려하게 되면서 학생A는 원점을 연결하였고, 학생C는 그래프를 수정하였고, 학생B는 무의식적으로 원점을 연결한 자신의 그래프를 보면서 원점의 의미를 이해하게 되었다. 물의 부피가 0일 때 높이가 0인 상황에 대한 이해는 그래프에서 원점의 의미를 이해하게 도왔다. 학생들이 앞 단계의 활동을 모

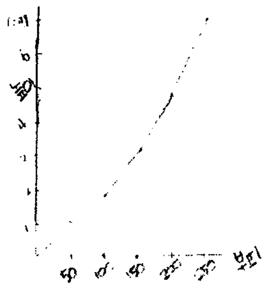
니터하면서 상황을 이해한 것이 원점이라는 새 수학적 개념의 의미를 이해하게 도와서 수학모델의 개발을 유도하였음을 보여주고 있다. 다음은 삼각비커에서 부피와 높이를 측정해 기록한 상황모델로부터 학생들이 자신의 모델인 관계그래프를 그린 후에 서로 다른 그래프를 보면서 그 차이를 생각하게 되는 과정을 담은 대화의 일부분이다.

연구자: 두 그래프의 차이가 무얼까?
학생A: 이상하다.(직선으로 연결한 자신의 그래프와 곡선으로 연결한 C의 그래프를 보면서 의문을 제기한다)
학생C: 어어(자신의 그래프와 친구의 그래프를 본다)
연구자: 왜 곡선으로 그렸니?(곡선으로 그린 이유를 묻자 C는 답이 없다. A는 C의 그래프를 보면서 자신의 그래프를 곡선으로 연결하려고 한다)
연구자: 부피를 더 조금씩 측정하면? 50ml씩 말고 25ml씩, 아니면 10씩 측정하면 그래프가 어떨까? 이 친구는 곡선이고 이 친구는 직선인데 차이가 왜 생길까?
학생A: (부피를 조금씩 증가시키면서 실험을 하여 높이의 변화를 그래프로 그린다) 간격을 좁히면 직선이 곡선이 되요. 여기(점과 점 사이)사이가 좁아지니까요. (간격을 좁히면서 직선을 부드럽게 곡선으로 연결한다)

[그림 Ⅳ-1], [그림 Ⅳ-2], [그림 Ⅳ-3]에서와 같이 삼각 비커의 물높이와 부피를 측정한 데이터로부터 점을 찍은 후에 학생A와 B는 점들 사이를 선분으로 연결하였고, 학생C는 곡선으로 연결하는 차이를 보였다. 학생들은 서로의 그래프를 보며 자신의 그래프가 왜 다른지를 생각하였다. 이는 곧, 다른 그래프의 차이를 토론하며 자신의 과정을 다시 모니터 하는 과정은 자신의 수학모델을 수정하고 정교화 하게 도왔음을 입증하는 것이다. 자신이 상황모델에서 측정한 데이터를 연결하는 것이 목표이므로 이것이 인지적 자원이 되어 학생A는 선분으로 점들을 연결한 것이다. 그 후에 타인의 모델을 비교하면서 자신의 모델을 반성하고 검토하는 메타인지적 사고를 통해 수학모델을 수정할 필요를 알게 되었다. 다른 사람과 수학모델의 차이는 자신의 활동을 재조직하게 유도하며 직선과 곡선의 차이를 발견하는 새로운 활동목표와 문제를 발생시켰음을 보여주고 있다. 측정간격을 좁히기 위해 새로운 정보를 확인하여 다시 실험을 하고 앞의 실험과정을 모니터 하는 활동은 수학모델 개발을 도왔다.


[그림 Ⅳ-1] A학생의 그래프


[그림 Ⅳ-2] C학생의 그래프
(삼각비커에서 부피와 높이 변화를 나타낸 수학모델)



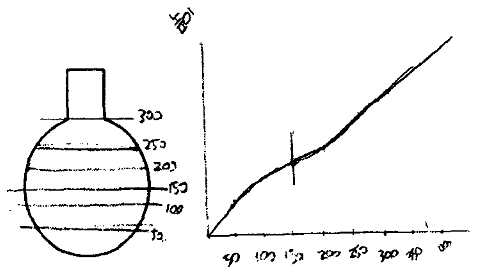
[그림 Ⅳ-3] B 학생의 그래프
(삼각비커에서 부피와 높이 변화를 나타낸 수학모델)

라. 모델적용 단계

항아리 모양의 비커 그림을 주고 실험을 하지 않고 토론을 통해 부피와 높이의 관계그래프를 그리게 하였다. 학생들은 서로의 의견을 교환하며 측정활동을 참고로 하여 비커그림에 부피를 나타내는 눈금을 표시하였다. 전 단계에서 개발한 수학모델을 참조로 하여 새로운 일반화 가능한 모델을 개발하는 것이 이 활동의 목표이다. 다음은 학생들이 비커그림에 부피 눈금을 설정하기 위해 토론하는 과정이다.

학생A: 아니 이렇게 해야지(앞 단계에서 관찰한 비커의 눈금을 참조로 하여 비커그림에 눈금을 매긴다) 여기가 더 넓게.
학생B: 그래 맞아
학생C: 그럼 여기는?
학생A: 아니 그게 아니라, 아까처럼
연구자: 이 점(그래프의 변곡점)이 어디에 해당되니?
학생A: 여기요(자신이 그린 용기의 가장 넓은 부분을 손으로 지적)
학생B: 아아 여기 맞아요(용기의 가장 넓은 부분을 손으로 표시)
연구자: 그럼 이 점 이 전에는 어떻게 변화하니?
학생A: 조금 씩 요.
연구자: 이유는?
학생A: 넓어지니까요
연구자: 그렇지, 그럼 이 점을 지나면?
학생B: 많이 씩 요.
학생C: 빨리 올라가요.
연구자: 왜?
학생A: 좁아지니까요.

[그림 Ⅳ-4]와 같이 학생들은 비커의 넓은 부분은 눈금간격을 좁게 하고 좁은 부분은 간격을 넓게 분할하였다. 학생들은 눈금에 따라 높이의 변화를 인식하고 부피와 높이의 변화그래프를 그렸다. 이는 곧, 학생들이 앞 단계에서 자신이 만든 모델을 사고 대상으로 하여 부피와 높이의 일반화 된 변화관계를 인식하였음을 입증하는 것이다. 연구자가 학생들이 그린 그래프에서 변곡점을 지적하면서 이 점이 비커의 어느 부분인지에 대해 묻자 학생들은 비커의 가장 넓은 부분을 지적하며 그 부분을 중심으로 전에는 물이 천천히 올라오고 나중에는 빨리 올라간다고 설명하였다. 이는 곧 그래프의 기울기와 변화율을 연결하여 사고한 것임을 반영한다. 학생들은 모델이 상황이해, 상황모델에서의 이해를 잘 반영하고 있는지를 검토하고 모순이 발견될 때 모델을 수정하고 정교화를 시도하면서 채택한 모델이 일반화가능한지를 판단하게 되었다. 이 과정에서 자신의 모델을 사고의 대상으로 하게 되었다.



[그림 Ⅳ-4] 부피와 높이의 변화 관계그래프
(일반화 가능한 모델)

2. 논의

학생들의 모델링 활동을 분석한 것을 기반으로 모델링 활동 각 단계마다 어떤 메타인지적 사고가 나타나는 지를 분석하고자 한다. 메타인지에 대한 선행연구를 고찰한 결과를 토대로 하여 자신의 사고과정에 대한 지식인 인지적 지식, 모니터하기와 평가하기를 포함하는 제어로 나누어 메타인지를 분석하였다.

실세계 탐구 단계에서 주전자나 사발 면에 물을 부을 때 물높이가 어떻게 변화하는지를 이해하기 위해 학생들은 자신의 경험과 사전 지식을 토대로 상황을 이해하였다. 연구자가 물높이 변화에 주목하게 하자 경험에서는 물을 붓는 속도가 다르므로 학생A는 속도를 한 변수로 고려하거나 시간을 고려하였다. 사적 경험과 연결성은 시간, 속도, 물높이라는 다양한 변화하는 양들의 관계를 고려하게 하였다. 그 외에도 연구자의 질문도 영향을 미쳤을 가능성이 있다. 원기둥 비커를 관찰하게 했을 때 학생들은 비커를 보면서 비커의 모양을 고려하였고, 높이가 일정하게 증가한다는 것을 발견하였다. 자신의 경험과 사전 지식을 사고의 대상으로 하여 물높이를 고려하는 인지적 지식이 활성화되었고, 다른 사람의 의견과 차이는 자신의 경험을 돌이켜보며 반성하고 평가하는 메타인지적 사고를 유발시켰다.

상황모델 개발 단계에서 학생들은 상황이해를 토대로 중요한 패턴과 규칙성에 초점을 두고 가설과 실험계획을 세웠다. 학생들은 자신의 실행과정을 계속적으로 모니터하면서 피드백을 받아서 적절한 모델에 대해 사고하는 과정을 보여주었다. 학생 B가 측정한 데이터가 물의 높이가 일정하게 변할 것이라는 가설과 다르자 학생 A와 C는 이상하게 생각하고 자신의 이해 과정을 평가하고 반성하였다. 학생C가 다시 측정하여 측정오차로 인한 것임을 인식하고 측정 오차를 발견하여 데이터를 수정하였다. 이러한 활동은 가설과 측정 사이의 모순은 타인의 실험과정을 모니터하고 평가하게 하는 메타인지적 사고를 유발하였음을 입증하고 있다. 이 때 유발된 메타인지적 사고는 데이터를 다시 측정하고 기록하여 변화패턴을 발견하는 상황모델 개발을 도왔다.

수학모델 개발 단계에서 학생들은 측정한 데이터로 그래프를 그렸다. 학생A는 측정한 데이터를 점으로 찍고, 점을 선분으로 연결한 그래프와 곡선으로 연결한 그래프의 차이를 생각하며 자신의 그래프에서 잘못된 점을 찾으려고 하였다. 활동에 대한 반성은 활동을 다시 재조직하게 하여 측정 간격을 좁혀 다시 측정한 데이터로부터 그래프를 그리게 유도하였다. 또한 그래프의 원점을 연결하는 과정에서도 학생들마다 차이가 발생하였다. 측정한 데이터만을 연결하고 원점을 연결할지의 여부를 고려한 학생A와 모든 그래프가 원점을 지날 것이라고 생각한 학생B, 그래프의 곡선의 개형을 유지하는 것을 중요하다고 생각한 학생C는 물의 부피가 0일 때 높이가 0이라는 상황에 대한 이해를 반성하며 원점의 구체적, 수학적 의미를 이해하게 되었다. 자신과 타인의 모델을 모니터하고 평가하면서 피드백을 받아 자신의 모델을 수정하고 정교화 하였고 적절한 모델에 대해 사고해 나갔다. 학생A는 자신이 만든 모델이 상황이해와 상황모델을 잘 반영하고 있는지를 반성하면서 모순이 발견되면 새로운 의사결정을 시도해 나가는 성향을 가장 두드러지게 보여주었다.

모델적용 단계에서 비커를 가진 실험이 아니라 비커의 모양을 그려주고 부피와 높이의 관계그래프를 그리게 했을 때 비커 모양의 그림에 물의 부피를 나타내는 눈금을 설정하였고,

그 후에 그래프를 그렸다. 앞 단계에서 개발한 모델을 사고의 대상으로 하여 일반화 가능한 모델에 대해 사고하는 메타지식이 활성화되었다. 학생들은 모델이 상황이해, 상황모델에서의 이해를 잘 반영하고 있는지를 검토하고 모순이 발견될 때 모델을 수정하고 정교화를 시도하면서 채택한 모델이 일반화 가능한지를 판단하였다. 모델링 활동 전 단계를 통해 활성화되는 메타인지적 사고는 모델개발을 촉진하였다. 특히, 한 단계에서 어려움이나 모순에 부딪혔을 때는 활동단계를 계속적으로 모니터하고 평가하며 모순을 찾기 위해 반성하는 과정에서 메타인지가 가장 많이 활성화되어 활동을 재조직하고 모델을 수정하고 정교화 하도록 유도하였다. 실세계 탐구 단계와 상황모델 개발 단계에서 소그룹 활동을 하여 자신의 의견이나 모델과 다른 학생들의 의견과 모델을 검토하면서 피드백을 받아 모델을 개발하였다. 그 후에 수학모델 개발 단계에서 그룹 활동에서 내면화된 사고를 통해 자신의 모델을 개발하였다. 소그룹에서 개인 활동으로 이어지는 모델링 활동이 개인 간 사고에서 개인 내 사고로의 내면화를 촉진한다는 점에서 모델링 활동이 주는 교육적 시사점이 크다고 생각된다. 연구 분석 결과를 기반으로 하여 모델링 활동 각 단계마다 활성화되는 메타인지적 사고를 <표 Ⅳ-1>과 같이 정리해 볼 수 있다.

Ⅴ. 결론

본 연구자는 모델링 활동에서 학생들이 비형식적인 상황모델을 개발하고, 이 상황모델이 가진 불안정성을 극복하여 수학모델과 일반화 가능한 모델로 발달시키기 위해 자신의 이해 과정과 사고 과정을 스스로 모니터 하는 것이 필요할 것이라는 관점에서 중학교 학생들의 모델링 활동에서 메타인지에 초점을 두었다. 모델링 환경에서 메타인지가 자발적으로 활성화될 수 있을 것이라는 점에 근거하여 연구를 하였다.

사례연구에 앞서 본 연구와 관계된 선행연구를 고찰하였다. 메타인지에 대한 문제해결과 모델링 관점, 문제해결 능력에 미치는 메타인지의 영향, 모델링 능력에 미치는 메타인지의

<표 Ⅳ-1> 모델링 활동에서 활성화되는 메타인지적 사고

모델링 활동	메타인지적 사고
실세계 탐구	· 자신의 경험과 지식에 기반 하여 상황에 대해 사고하는 인지적 지식 · 상황에 대한 이해를 서로 모니터하고 평가
상황모델 개발	· 실세계 탐구단계에서의 사고과정에 기반하여 상황모델에 대해 사고하는 인지적 지식 · 패턴과 규칙성에 초점을 두어 자신과 타인의 사고과정을 모니터하고 평가 · 상황모델이 탐구단계에서 이해한 현상을 잘 반영하는지를 모니터하고 평가
수학모델 개발	· 상황모델에서 이해한 패턴과 규칙성을 기반으로 하여 조작할 수학적 대상과 대상들 사이의 관계에 대해 사고하는 인지적 지식 · 알고리즘, 규칙, 실행과정 모니터와 평가 · 자신의 모델과 타인의 모델 모니터와 평가 · 수학모델이 상황 이해, 상황모델을 잘 반영하는지를 모니터하고 평가
모델적용	· 상황모델, 수학모델을 사고의 대상으로 일반화 가능한 모델에 대해 사고하는 인지적 지식 · 수학모델이 상황이해, 상황모델을 잘 반영하고 있는지를 모니터하고 평가 · 일반화 가능한 모델을 개발하기 위해 서로의 사고과정을 모니터하고 평가

영향을 고찰하였다. 문제해결과 모델링에 미치는 메타인지의 영향을 조사한 연구결과는 다음과 같은 몇 가지 특징이 있었다. 첫째, 대부분의 연구들은 소그룹에서 메타인지 능력의 발달을 연구하였다. 연구는 소그룹 협동학습동안 자신의 사고를 정당화하고, 비평을 통해 반성하는 과정에서 메타인지 능력이 발달한다고 제안하였다. 둘째, 연구대상 학생들은 메타인지 질문을 하는 교육을 받았다. 메타인지 질문은 자신의 문제해결 과정을 의식하고 자기조절 하도록 설계된 질문들이다. 셋째, 과제는 학생들의 경험에 비춰 실제적이며 흥미를 유발시킬 수 있고 실생활과 연결된 특징이 있었다. 이러한 과제는 자신의 사전 지식을 반성하고 해결과정과 해를 문제의 맥락에서 평가하게 하며, 해결과정을 계획하거나 전략을 선택할 때 많은 정보를 고려하게 하는 특징이 있기 때문에 자신의 사고과정을 반성하는 메타인지적 사고를 필요로 한다.

본 연구에서는 연구자가 고안한 모델링 활동 과제를 중학교 학생들에게 제시하여 모델링 활동의 각 단계에서 학생들에게 활성화 될 수 있는 메타인지적 사고를 조사하였다. 사례연구를 분석한 결과를 정리해 보면, 첫째, 모델링 활동은 학생들의 경험을 고려한 실제적인 상황에서 학습이 시작되므로 자신의 인지적 지식과 전략적 지식을 모니터하고 평가하도록 촉진하고 사고 과정을 반성하는 기회를 제공하였다. 자신들이 지각한 세계와 모델 사이의 일관성을 유지하기 위해 실제적인 환경에서 조작한 대상에 대한 사고를 기반으로 하여 모델에 대해 사고하는 메타인지적 사고가 활성화되었다. 선행연구들은 실험실에서 메타인지 교육을 받은 학생들을 대상으로 메타인지가 문제해결이나 모델링에 미치는 영향을 조사하였으나 본 연구에서는 학생들에게 메타인지 교육을 하지 않았음에도 불구하고 모델링 환경에서 학생들의 메타인지가 자발적으로 활성화 된 것이다. 이 점은 어떠한 교수·학습 환경이 주어지느냐에 따라서 학생들의 메타인지가 자발적으로 활성화될 수 있다는 점에서 본 연구가 주는 교육적 의의가 크다고 볼 수 있다. 둘째, 모델링 활동은 해결에 이르기까지 선형적인 단계를 거치기보다 각 단계의 모니터와 평가를 통해 순환적으로 반복되는 과정을 거쳤다. 따라서 전 단계에서 개발한 모델에 대한 사고를 기반으로 하여 모델에 대해 사고하는 메타인지적 활동은 모델의 수정과 정교화를 유도하였다. 또한 해결방법이 다양하므로 해결 과정을 계획하고 전략을 선택할 때 과정에 대한 검토와 평가가 계속 수반되므로 메타인지적 사고를 활성화 할 수 있다. 셋째, 소그룹에서 이루어지는 모델링 활동에서 타인과 자신의 모델을 모니터하고 평가하면서 자신의 활동을 제어함으로써 모델을 수정하고 정교화 하였다. 또한 자신과 타인의 모델이나 상황에 대한 이해가 다를 때는 자신의 사고를 설명하고 정당화하고, 타인의 사고를 비평하고 분석하는 과정에서 메타인지적 사고가 활성화되었고, 이를 통해 모델이 정교화 되었다.

본 연구는 한 가지 활동과제를 사용하여 모델링 과정에서 메타인지를 연구하였으나 다양한 활동과제를 가지고 모델링 활동을 하는 동안 자발적으로 활성화 된 학생들의 메타인지가 모델링 능력에 미치는 영향을 조사할 필요가 있다. 후속연구에서 이 제한점을 보완하는 것이 필요하다. 또한 본 연구 결과에 기반을 두어 모델링 활동을 실제 수업에 적용하였을 때 나타나는 제한점을 보완한 후속연구가 뒤따라서 본 연구의 결과가 실천적으로 보완되어야 할 것이다.

참고문헌

김수미(1996). **메타인지 개념의 수학교육적 고찰**. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

백석윤(1992). 수학문제해결과정의 "순수인지외적" 분석. **수학교육학연구, 2**(2), 35-52.

신은주, 이종희(2004). 모델링 과정에서 지각적, 인지적, 메타인지적 활동의 상호작용에 관한 사례연구. **학교수학, 6**(2), 153-179.

Artzt, A. F., & Thomas, E. A. (1997). Mathematical problem solving in small groups: Exploring the interplay of student's matacognitive behaviors, perception, and ability level. *Journal of Mathematical Behavior, 16*(1), 63-74.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic Publishers

Garofalo, J., & Lester, F. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*(3), 163-176.

Gloria, A. S., & Galbraith, P. L. (1998). Applying mathematics with real world connection: Metacognitive characteristics of secondary students. *Educational Studies in Mathematics, 36*, 157-195.

Goos, M., & Galbraith, P. (1996). Do it this way matacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 30*, 229-260.

Goos, M., Galbraith, P., & Renshaw, P. (2002). Sociocially mediated metacognition: Creating collaborative zone of proximal development in small group problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 49*, 193-223.

Hoek, D., Terwel, J., & van den Eeden, P. (1997). Effect of training in the use of social and cognitive strategies: An intervention study in secondary mathematics in co-operative groups. *Educational Research and Evaluation, 3*(4), 364-389.

Hung, D. W. L. (2000). Some insights into the generalizating of mathematical meanigs. *Journal of Mathematical Behavior, 19*, 63-82.

Kapa, E. (2001). A matacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. *Educational Studies in Mathematics, 47*, 317-336.

King, A. (1994). Guiding knowledge construction in the classroom: Effect of teaching children how to question and how to explain. *American Educational Research Journal, 31*(2), 338-368.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effect of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics, 49*, 225-250.

Lesh, R., Lester, F. K., & Hjalmarson, M. (2003). A model and modeling perspective on metacognitive function everyday situations where problem solvers develop mathematical constructs. In H. M. Doerr & R. Lesh (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on problem solving, learning, and teaching* (pp. 383-404). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education.* *25*(6), 660-675.

Mevarech, Z. R., & Kramarski, B. (1997). IMPLOVE: A multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms. *American Educational Research Journal, 34*(2), 365-394.

Mevarech, Z. R. (1999). Effect of metacognitive training embedded in cooperative settings on mathematical problem solving. *Journal of Educational Research, 92*(4), 195-205.

O'Neil, H. F., & Brown, R. S. (1998). Differential effects of question formats in math assessment on metacognition and affect. *Applied Measurement in Education, 11*(4), 331- 351.

Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schurter, W. A. (2002). Comprehension monitoring: An aid to mathematical problem solving. *Journal of Developmental Education, 26*(2), 22-33.

Silver, E. A. (1987). Foundations of cognitive theory and research for mathematics problem solving instruction. In A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 33-60). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Skovsmose, O. (1994). *Toward a philosophy of critical mathematics education.* Kluwer Academic Publishers.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Buliding student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classroom. *American Educational Research Journal, 33*(2), 455-488.

Swanson, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational Psychology, 82*(2), 306-314.

Tanner, H., & Jones, S. (1994). Using peer and self-assessment to develop modeling skills with students aged 11 to 16: A socio-constructive view. *Educational Studies in Mathematics, 27,* 413-431.

Zawojewski, J. S., & Lesh, R (2003). A modeling perspective on problem solving. In H. M. Doerr & R. Lesh (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on problem solving, learning, and teaching* (pp. 317-336). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Zawojewski, J. S., Lesh, R., & English, L. (2003). A modeling perspective on problem solving. In H. M. Doerr & R. Lesh (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on problem solving, learning, and teaching* (pp. 317-336). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

An Analysis of Metacognition on the Middleschool Students' Modeling Activity

Shin, Eun Ju (Ewha Womans University, Graduate school)
Lee, Chong Hee (Ewha Womans University)

The perspective on this study assumes that the mathematical modeling activity provides students with the environment which promotes metacognitive thinking. The purposes of this paper are to investigate metacognitive thinking on the mathematical modeling with the result of case study. The study revealed that development of students' model was accompanied with the control and monitoring of modeling activities. Also students refined the model by self-assessment and peer-assessment in small group modeling activities and developed generalizable model.

* **Key word**: mathematical modeling(수학적 모델링), metacognitive thinking(메타인지적 사고), self-assessment(자기평가), peer-assessment(동료평가)

논문접수 : 2004. 9. 30
심사완료 : 2004. 10. 21