

다항식회귀곡선을 통한 임펠러의 역공학 적용에 관한 연구

황중대*, 정종윤⁺, 정윤교⁺⁺

(논문접수일 2004. 4. 23, 심사완료일 2004. 7. 13)

A Study on the Application of Reverse Engineering for Impeller using Polynomial Regression

J. D. Hwang*, J. Y. Jung⁺, Y. G. Jung⁺⁺

Abstract

This paper presents a fairing method for reverse engineering of a free-formed surface. Utilizing measured data points, reverse engineering is a useful method to construct a CAD model from physical model. Measured data points should be faired since raw data may have outliers. A fairing algorithm of polynomial regression model generates smooth curves of approximation in this paper. The faired curves are utilized to construct a free-formed surface. For a verifying example, an impeller blade is digitized with a CMM to collect raw data on the surface and a CAD model is constructed. This research produces impeller blades with 5-axis machining center through the CAD model and compares them with a physical model. As a result the produced surface modeled with the fairing method gives less error than that without the fairing.

Key Words : Impeller(임펠러), Reverse Engineering(역공학), Polynomial Regression curve(다항식회귀곡선), NUBS(너브스)

1. 서론

CAD 모델이 존재하지 않는 자유곡면 형상의 제품을 신속하고 정확하게 개발하기 위한 효과적인 방법의 하나로 역공학(reverse engineering)기법이 제시되어 현재 상당한 기술적 진전이 이루어졌다⁽¹⁻⁴⁾. 역공학을 적용하는 범위는 매우 다양하여 최근에는 터빈 블레이드, 프로펠러, 로우터, 임펠러와 같은 터보기계류 부품에도 그 적용 범위를 확장

하고 있는 추세이다.

역공학을 수행하기 위한 측정 방법은 접촉식과 비접촉식이 있는데 임펠러와 같이 블레이드의 곡률 변화가 큰 경우에는 레이저의 투과가 어렵고 정밀도가 떨어지므로 프로브를 자유자재로 회전하면서 측정할 수 있는 접촉식 측정이 보다 효과적이다. 다만 블레이드간의 간섭을 피하면서 측정하기 위하여 자동 스캐닝측정이 아닌 수동측정을 수행하며 이 과정에서 오차가 발생한다. 오차를 포함한 점

* 창원대학교 대학원

+ 창원대학교 산업시스템공학과

++ 교신저자, 창원대학교 기계공학과 (ygjung@changwon.ac.kr)

주소: 641-773 창원시 사림동 창원대학교 58호관 103호

데이터를 사용하여 곡선을 피팅(fitting)하면 생성되는 곡면의 품질을 저하하는 원인이 되므로 곡선의 순정(fairing) 기법이 사용된다.

순정기법은 크게 보간(interpolatin)에 의한 순정법과 근사(approximation)에 의한 순정법으로 분류할 수 있다. 기존의 연구는 주로 보간에 의한 순정법으로서, 생성되는 곡선은 항상 주어진 점 데이터를 정확하게 지나면서 곡선의 형태를 좀더 매끈하게 만드는 방향으로 발전되어 왔다. Nowacki⁽⁵⁾는 보간조건, 양끝조건, 적분조건을 순정척도와 함께 사용하여 곡선 모델링 문제를 비선형 방정식의 형태로 표현하고 해를 구함으로써 주어진 측정점을 지나는 부드러운 곡선을 모델링하는 방법을 제안하였다. Goodman⁽⁶⁾은 볼록포 조건과 토선조건을 고려하여 주어진 측정점의 모양을 보존하면서 G^2 (Geometric C^2) 연속성을 가지는 유리 3차(有理 3次) 곡선을 모델링하는 방법을 제안하였다. 또한 모델링된 곡선을 순정하기 위한 방법으로 NURBS 곡선의 모양을 변경하는 방법이 연구되었는데 Farin⁽⁷⁾과 Sapidis⁽⁸⁾, Pigounakis⁽⁹⁾ 등은 NURBS 곡선의 절점벡터를 제거하고 재삽입하는 과정을 통하여 NURBS 곡선을 순정하는 방법을 제안하였으며, Piegl⁽¹⁰⁾ 등은 NURBS 곡선의 조정점과 가중치를 동시에 변경시켜 곡선을 순정하는 방법들을 제안하였다.

보간에 기초한 위와같은 순정 기법들은 상호 다소간의 차이점은 있지만 측정점의 오차가 신뢰할 수 있는 수준일 때 측정점을 지나면서 곡선의 부드러움을 극대화하기 위한 것으로 주어진 점데이터가 정확한 경우에 장점을 나타낸다. 그러나 본 연구에서와 같이 주어진 측정점의 오차가 무시할 수 없는 경우에는 적용상의 무리가 따른다는 단점이 있다. 측정점의 오차가 무시할 수 없는 경우에는 측정점을 지나지 않고 측정점의 사이를 지나면서 곡선을 부드럽게 근사할 수 있는 방법이 필요하며 측정점을 B-spline의 조정점으로 대체하여 근사하는 방법⁽¹¹⁾이 나와 있으나 관련연구는 미비한 실정이다.

주어진 측정점을 신뢰하기 힘들 때 측정점을 지나지 않으면서 부드러운 곡선으로 근사하기 위한 방법으로 최소자승법(least square method)을 사용할 수 있으며 특히 2차 이상의 곡선을 피팅할 경우에는 다항식회귀분석곡선(Polynomial regression curve)⁽¹²⁾을 사용할 수 있다. 다항식 회귀분석법에 의한 곡선은 기존의 순정 방법과 달리 주어진 측정점의 사이를 통과하는 근사법에 의해 생성되므로 측정점이 부정확한 경우에 적용하면 매우 매끈한 곡선으로 순정할 수 있으며 손쉬운 수치해석적인 방법을 통하여 구현할 수 있다

는 편리성을 장점으로 갖는다⁽¹²⁾. 본 연구에서는 이 알고리즘을 통하여 생성된 점데이터를 사용하여 다시 교시 측정의 과정을 거쳐, 최종의 적합화된 근사곡선을 얻음으로써 역공학의 정밀도를 향상시키는 것을 논문의 주목적으로 한다.

2. 역공학 과정 및 실험장비

임펠러의 역공학은 다음의 과정을 따른다. 먼저 원형모형을 측정후 얻은 점데이터를 입력점으로 하여 다항식회귀 분석 알고리즘을 사용하여 단면곡선의 근사를 수행한다. 근사곡선의 점데이터를 사용한 자동 프로그램 측정을 하여 적합화시킨 점데이터로 곡면을 생성한 후 원형모형의 곡면과 비교하며 이 때 적합화시키지 않은 점데이터로 생성한 곡면과도 비교함으로써 적합화의 효과를 검증한다. 또한 적합한 역공학 모델과 그렇지 않은 역공학 모델의 곡면을 5축가공한 후 얻은 역공학 모델들과 원형 모델을 상호 비교 측정함으로써 적합화 효과를 검증하려고 하며 Fig. 1은 이러한 역공학 과정을 도표화한 것이다.

Fig. 2는 이러한 역공학을 수행하기 위한 핵심 장비로서 Table 1에 나타낸 규격과 같이 측정 정밀도가 약 2 μ m인 3차원측정기로 동우 IMS사에서 제작한 Merin CMM이다. Fig. 2의 확대부 3차원측정기의 구동 소프트웨어인 Virtual DMIS의 시뮬레이션 장면을 보여준다.

또한 Fig. 3은 Table 2에서 표시한 규격과 같이 각 축 이송 스트로크가 1524 \times 1524 \times 1574인 대형 5축가공기로

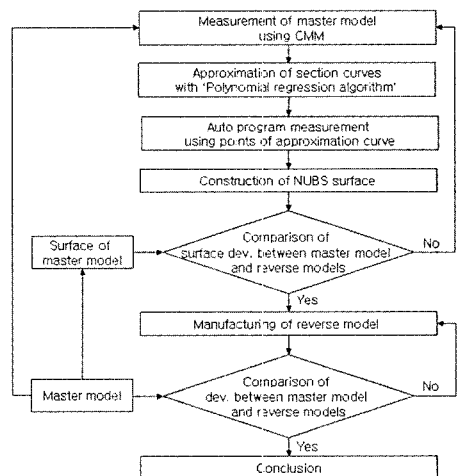


Fig. 1 Process of reverse engineering for impeller

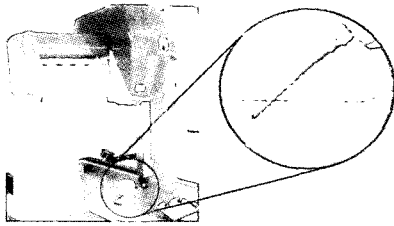


Fig. 2 Merin CMM

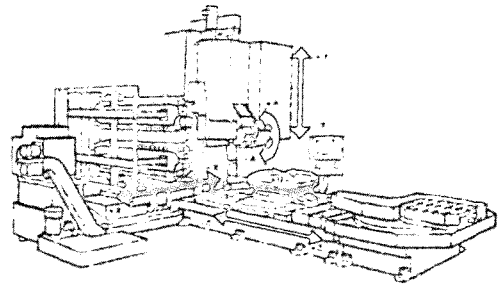


Fig. 3 T-35 machining center

Table 1 Specification of Merin CMM

Model	Merin
Company	Dong-Woo IMS, R.O.K
Control S/W	Virtual DMIS
Working Area	750×1100×750
Rapid Traverse	10m/min
Measuring accuracy	2μm

미국의 Cincinnati Milacron사에서 제작한 T-35 5축가공기이다.

Table 2 Specification of T-35 machining center

Model	T-35
Company	Cincinnati Milacron, USA
Controller	Acrumatic 950
Stroke(mm)	1524×1524×1574
Rapid Traverse	30m/min
Tilt Speed	10RPM
Rotary Speed	20RPM

3. 단면곡선의 적합화

3.1 다항식회귀분석 알고리즘

Fig. 2의 확대부와 같이 수동측정에 의해 생성된 단면곡선은 임펠러 블레이드 면상에서 구불구불하게 측정되어 있다. 임펠러의 경우와 같이 수동측정에 의해 생성된 단면곡선의 점데이터는 부정확하므로 곡면모델링을 위한 입력 데이터로 사용할 경우 오차가 증가하게 된다. 따라서 곡면의 품질을 양호하게 할 수 있는 곡선의 순정 및 적합화 과정을 필요로 한다.

알려진 바와 같이 보간은 주어진 측정점이 매우 신뢰할 만 할 때 곡선이 측정점을 모두 지나면서 피팅하는 것을 의미하며, 근사는 주어진 측정점을 신뢰하기 힘들 때 측정점 사이를 최대한 근사적으로 지나면서 피팅하는 것을 의미한다. 점 데이터를 사용한 근사 알고리즘의 대표적인 방식은 최소자승법(least squared method)이다. 그러나 최소자승법은 직선적인 데이터의 배열에서 사용할 수 있으며, 최소자승법 자체로는 3차원상의 자유공간곡선을 근사할 수 없다. 다만 최소자승법의 알고리즘을 매개변수식의 곡선보간 알고리즘인 B-spline 등에 적용하여 곡선의 적합성을 향상시

키는 연구가 나와 있는 상태다⁽²⁾.

데이터의 배열이 직선적이지 않은 자유곡선을 근사하기 위하여 다항식 회귀분석(polynomial regression) 알고리즘을 사용할 수 있으며 이 알고리즘은 식 (1)에서 보는 바와 같이 미지 계수 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_i$ 와 독립변수 x 및 종속변수 y 로 구성된 m 차 다항식으로 표현되어진다.

$$y = \sum_{j=0}^m (a_j x^j) + e \quad (1)$$

여기서 e 를 측정점과 근사점과의 잔차라고 하면 식 (2)와 같이 잔차의 제곱의 합을 구할 수 있는데 이 값을 S_r 로 나타낸다.

$$S_r = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - \sum_{j=0}^m (a_j x_i^j)]^2 \quad (2)$$

또한 S_r 을 미지계수인 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_l$ 에 대해 미분하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_k} = -2 \sum_{i=1}^n x_i^k [y_i - \sum_{j=0}^m (a_j x_i^j)] \quad (3)$$

, for $k=0, 1, 2, \dots, l$

이들 방정식은 0으로 둘 수 있으며 다음과 같은 정규방정식들로 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} & (\sum_{i=1}^n x_i^j) a_0 + (\sum_{i=1}^n x_i^{1+j}) a_1 + (\sum_{i=1}^n x_i^{2+j}) a_2 + (\sum_{i=1}^n x_i^{3+j}) a_3 \\ & = \sum_{i=1}^n x_i^j y_i, \text{ for } j=0, 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)의 j 를 1부터 3까지 계산하여 정리하면 식 (5)와 같은 행렬식이 된다.

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum x_i^5 \\ \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \sum x_i^5 & \sum x_i^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i^3 y_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

이렇게 구해진 미지 계수 행렬인 [a] matrix를 식 (1)에 대입하면 구하고자 하는 3차 근사 곡선이 생성되며 독립변수 x_i 에 대응하는 새로운 근사점인 y_i 을 얻는다.

그런데 다항식 회귀분석은 매개변수식이 아닌 양함수식이므로 독립변수와 종속변수가 각각 하나씩이다. 즉 평면상의 곡선으로는 표현할 수 있으나 공간상의 자유곡선으로는 나타낼 수 없다. 따라서 x_i 와 y_i 를 사용하여 근사점인 y_i 을 찾고, 마찬가지로 x_i 와 z_i 를 사용하여 z_i 을 찾은 후 각각의 x_i 에 대하여 y_i 및 z_i 을 일대일 대응하는 방식을 사용하였다.

차수가 커지면 곡선이 진동(overshoot)하는 경향이 있으므로 3차로 고정하였으며 하나의 곡선을 피팅하기 위하여 6개의 점을 사용하였다. 두번째 곡선을 피팅할 때부터는 이전의 곡선에 사용하였던 마지막 두 개의 점과 새로운 네 점을 사용하여 피팅하고 출력은 새로운 네 번째 점이 시작되는 좌표로부터 이어나갔다.

Fig. 4는 이와 같은 방법으로 다항식 회귀분석법을 사용하여 근사화한 효과를 보여주고 있다. '×'로 표기된 측정점은 임펠러 블레이드의 임의의 점을 수동 측정하여 획득한 것으로 그림과 같이 지그재그 형태로 산포되어 있다. Fig. 4의 파선으로 표기한 곡선은 지그재그로 산포한 측정점들 모두 지나는 '보간 곡선'으로 CATIA에서 피팅한 B-spline 곡선이다. 또한 Fig. 4의 실선으로 표시된 곡선은 다항식회귀분석 알고리즘을 통해 Visual C++로 구현한 출력점들을 CATIA에서 곡선으로 피팅한 것이다. 그림과 같이 다항식 회귀분석에 의한 근사 곡선은 지그재그로 산포한 측정점의

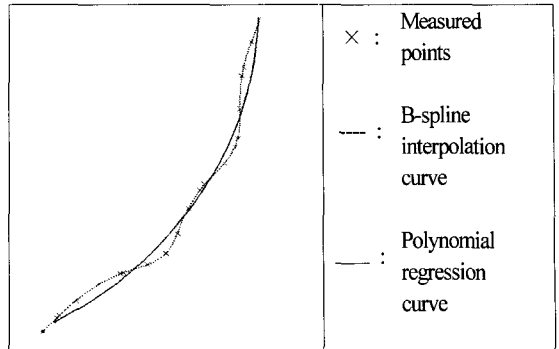


Fig. 4 Comparison of curves according to fitting method

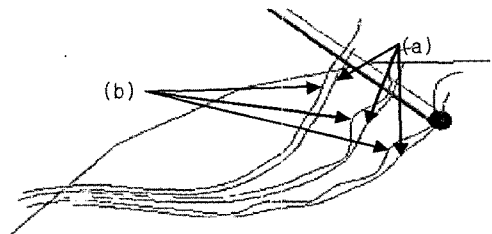


Fig. 5 Effect of program measurement by CMM

사이클을 부드럽게 지나는 것을 알 수 있다.

3.2 다항식 회귀곡선의 점데이터를 사용한 자동 프로그램 측정

다항식 회귀분석을 통해 생성한 점데이터들로 이루어진 곡선은 곡면상에서 지그재그로 산포되어 있는 수동측정점의 사이클을 지나는 부드러운 근사 곡선이긴 하지만 실제 곡면상의 곡선이 아닌 곡면의 상하를 통과하는 부정확한 곡선이다.

이러한 오차를 보정하여 실제 곡면상의 곡선으로 재생성하기 위하여 다항식 회귀분석 근사 곡선에 의해 출력된 점데이터를 사용한 자동 프로그램 측정을 수행하였다. 자동 프로그램 측정이란 수동측정 과정에서 교시(teach)된 측정 경로를 따라 측정 및 프로그래밍의 전 과정을 반복(play back)하는 것이다. Fig. 5는 CMM 구동 소프트웨어인 Virtual DMIS의 화면을 보여주는데 Fig. 5의 (a)는 교시된 측정 프로그램의 점데이터를 다항식 회귀분석 근사 곡선의 점데이터로 대체한 후 반복측정하여 얻어진, 적합화한 곡선들이다. 반면 Fig. 5의 (b)는 이상과 같은 적합화 과정을 거치지 않고 수동측정에 의해서 생성되었던 곡선들이다. 그림에서

보는 바와 같이 적합화한 곡선들이 적합화하지 않은 곡선들과 비교하여 곡면상에서 꾸불꾸불하지 않고 가지런하게 피팅되었음을 알 수 있다.

CMM을 사용한 자동 프로그램측정의 효과는 근사곡선의 점데이터를 실제 곡면상의 점으로 피팅함과 동시에 설계자의 주관에 의해 근사곡선의 순정도가 달라지는 영향을 배제하여 주는 효과를 나타낸다. 또한 곡선의 연속성을 향상시켜줌으로써 보다 더 부드럽고 정밀한 곡선으로 재생성되는 효과를 얻을 수 있다.

4. 곡면 생성 및 적합화 효과의 검증

이상과 같이 다항식 회귀분석에 의한 근사 곡선을 얻고 여기서 얻은 점데이터를 통한 자동 프로그램측정의 과정을

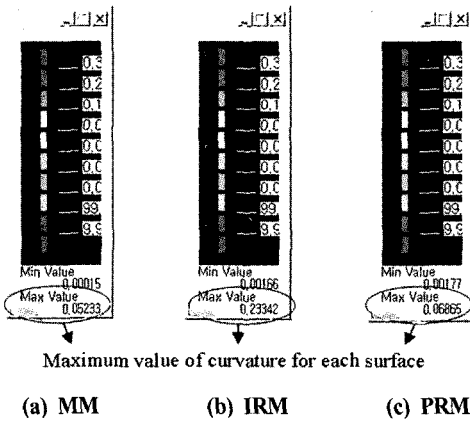


Fig. 6 Comparison of curvature analysis

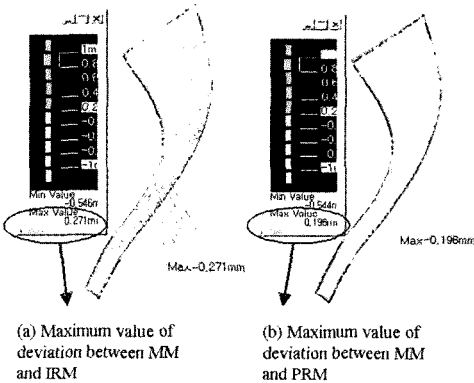


Fig. 7 Comparison of deviation between MM and RMs

거쳐 적합화된 곡선의 점데이터들을 사용하여 곡면을 생성하였다. 곡면을 생성하는 방법은 가중치를 부여하지 않은 NUBS(Non-Uniform B-spline)⁽¹³⁾ 알고리즘을 적용하여 Visual C++로 구현하여 곡면의 점데이터를 출력하였다. 출력점은 다시 상용 모델러인 CATIA에 입력하여 곡면모델링에 적용하였다.

Fig. 6의 (a), (b) 및 (c)는 각각 원형모델(이하 MM : Master Model), 수동측정점에 의한 역공학 모델(이하 IRM : Improper Reverse Model) 및 다항식 회귀분석과 자동 프로그램 측정 프로세스를 거쳐 적합화한 역공학 모델(이하 PRM : Proper Reverse Model)의 곡률해석 결과를 보여준다. 곡률해석 결과, 그림 하단의 Max Value 값에서 보이는 바와 같이 IRM의 최대곡률은 0.23으로 MM의 최대곡률인 0.05보다 약 4배 큰 반면 PRM의 최대곡률은 0.06으로 MM에 가깝게 곡률이 작아진 것을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 PRM의 평면도가 IRM보다 훨씬 크며 결과적으로 부드러운 곡면이 되었음을 의미한다.

또한 곡면생성 과정에서의 적합화 정밀도를 검증하기 위하여 Fig. 7의 (a)에서는 MM과 IRM의 오차를 비교하였고 Fig. 7의 (b)에서는 MM과 PRM의 오차를 비교하였다. 비교 결과 다항식 회귀분석과 자동 프로그램측정 등 적합화 과정을 거친 PRM과 MM의 최대오차는 0.196mm인 반면 수동 측정점에 의해 생성된 IRM과 MM의 최대오차는 0.271mm로 나타났다. 즉 적합화 과정을 거친 역공학 모델이 적합화 과정을 거치지 않은 역공학 모델에 비하여 약 0.075mm 가량 오차가 줄었음을 알 수 있다.

5. 임펠러의 5축가공

이상과 같이 곡선 및 곡면의 비교를 통하여 다항식회귀곡선 및 자동 프로그램측정의 타당성을 검증하였으며 실제 모델 상호간의 비교를 위하여 역공학 모델의 5축가공을 수행

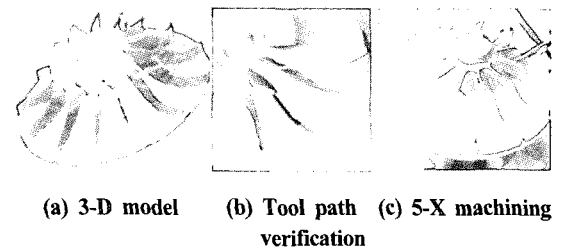
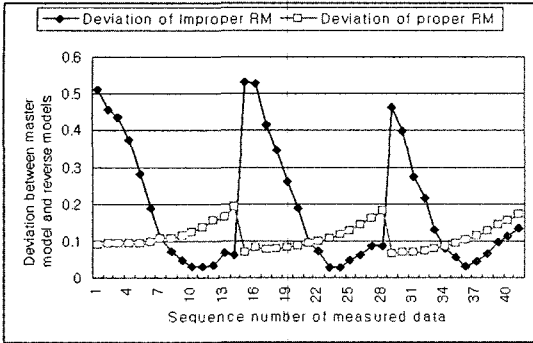


Fig. 8 Manufacturing of impeller using 5-axes MCT

Table 3 Comparison of deviation between master model and reverse models



Division	MM vs	
	IRM	PRM
Ave. Dev.(mm)	0.185	0.109

하였다. Fig. 8의 (a)는 역공학에 의해 생성된 임펠러의 3-D 모델을 보여주며 (b)는 CATIA와 VERICUT을 사용한 5축 가공 톨패스의 시뮬레이션 장면을 (c)는 T-35 5축가공기를 사용한 실제 절삭가공 장면을 보여준다.

역공학 모델은 적합화한 모델과 그렇지 않은 모델의 2개를 가공하였으며 모델 상호간의 오차 비교를 수행하였다. 비교측정 방법은 MM의 임의의 점 40개를 샘플링하여 측정하고 측정된 점데이터를 사용하여 자동측정 프로그램을 만든 뒤에 각각의 역공학 모델에 적용하여 자동프로그램측정하게 하였으며 이에 따른 상호 오차는 Table 3과 같다. 비교결과 MM과 IRM의 평균오차는 0.185mm인데 비해 MM과 PRM의 평균오차는 0.109mm로 약 0.076mm 개선되었음을 알 수 있다.

6. 결론

임펠러의 수동측정에 의한 에러를 최소화하기 위하여 다항식회귀분석 알고리즘을 적용하여 Visual C++로 구현한 후 CATIA로 피팅한 결과 수동측정점의 사이를 지나는 부드러운 근사곡선이 생성되었으며 이는 기존의 곡선 순정 방법에 비해 매우 손쉬운 수치해석적 방법을 사용하여 피팅할 수 있다는 장점을 지닌다. 또한 다항식회귀곡선에 의해 생성된 점데이터는 실제 곡면상의 점이 아니므로 실제 곡면상의 점으로 피팅하기 위한 자동 프로그램측정의 과정을 거침

으로써 설계자의 주관을 배제하고 곡선의 연속성 및 정밀도를 배가하는 효과를 얻을 수 있었다.

원형모델과 적합화한 역공학모델 및 적합화하지 않은 역공학모델의 곡면을 상호 비교한 결과 적합화하지 않은 모델에 비해 적합화한 모델은 약 0.075mm의 오차를 줄임으로써 역공학의 정밀도를 향상시켰다. 또한 실제 5축가공을 통하여 원형모델과 각각의 역공학 모델을 비교측정한 결과 적합화를 거친 역공학 모델이 0.076mm 향상된 정밀도를 나타내었다.

후기

본 연구는 과학기술부, 한국과학재단지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고 문헌

- (1) Varady, T., Martin, R. R., and Cox, J., 1997, "Reverse engineering of geometric models: an introduction," *Computer-Aided Design*, Vol. 29, No. 4, pp. 255~268.
- (2) Lee, H. Z., Ko, T. J., and Kim, H. S., 1999, "Rational B-spline Approximation of Point Data For Reverse Engineering," *J. of the KSPE*, Vol. 16, No. 5, pp. 160~167.
- (3) Kim, J. K., Yoon, G. S., Choi, J. H., Kim D. W., Cho, M. W., and Park, K. M., 2003, "Automatic Recognition of In-Process mold Dies Based on Reverse Engineering Technology," *Proceedings of the KSMTE 2003 fall conference*, pp. 356~361.
- (4) Piegl, L., and Tiller, W., 1996, "Algorithm for approximate NURBS skinning," *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 9, pp. 699~706.
- (5) Nowacki, H., and Lu, X., 1994, "Fairing Composite Polynomial Curves with Constraints," *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 11, No. 1, pp. 1~15.
- (6) Goodman, T. N. T., Ong, B. H., and Sampoli, M. L., 1998, "Automatic Interpolation by Fair, Shape-preserving, G^2 Space Curves," *Computer-Aided Design*, Vol. 30, No. 10, pp. 813~822.
- (7) Farin, G., Rein, G., Sapidis, N. S. and Worsely, A. J., 1987, "Fairing cubic B-spline Curves," *Computer*

- Aided Geometric Design*, Vol. 4, No. 1-2, pp. 91 ~ 103.
- (8) Sapidis, N. S., and Farin, G., 1990, "Automatic Fairing Algorithm for B-spline Curves," *Computer-Aided Design*, Vol. 22, No. 2, pp. 121 ~ 129.
- (9) Pigounakis, K. G., and Kaklis, P. D., 1996, "Convexity-preserving Fairing," *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 12, pp. 981 ~ 994.
- (10) Piegl, L., 1998, "Modifying the shape of rational B-splines. Part 1:curves," *Computer-Aided Design*, Vol. 21, No. 8, pp. 509 ~ 518.
- (11) Hwang, J. D., Jung, J. Y., and Jung, Y. G., 2003, "Modeling of Functional Surface using Modified B-spline," *J. of the KSPE*, Vol. 20, No. 10, pp. 156 ~ 163.
- (12) Steven, C. C., and Raymond, P. C., 1999, *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill, New York, pp. 465 ~ 488.
- (13) Choi, B. K., 1991, *Surface Modeling for CAD/ CAM*, Elsevier, pp. 152 ~ 156.