

# 소재제거율을 일정하게 한 NURBS 보간기에서 절삭성 고찰

고태조<sup>#</sup>, 김희술<sup>\*</sup>

## Research on Machinability in NURBS Interpolator Considering Constant Material Removal Rate

Tae Jo Ko<sup>#</sup> and Hee Sul Kim<sup>\*</sup>

### ABSTRACT

Increasing demands on precision machining of 3D free-form surface have necessitated the tool to move smoothly with varying feedrate. To this regard, parametric interpolators such as NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) interpolator have been introduced in CNC machining system. Such interpolators reduce the data burden in NC code, increase data transfer rate into NC controller, and finally give smooth motion while machining. In this research, a new concept to control cutting load in NURBS interpolator was tried based on the curvature of curve. This is to protect cutting tool, and to have good machinability. For proof of the system, cutting force and surface topography were evaluated. From the experimental results, the interpolator is good enough for machining a free-form surface.

**Key Words** : Interpolator (보간기), NURBS (비균일 유리B-스플라인), Material removal rate (소재제거율), Machinability (절삭성)

### 1. 서론

대부분의 CAD/CAM시스템에서는 기계부품을 비롯하여 금형, 항공기부품, 자동차부품, 바람날개 등을 매개변수형으로 모델링한다. 통상의 CNC에서는 선형보간이나 원형보간 만을 지원하기 때문에 가공을 위해서는 CAD/CAM시스템에서는 곡선을 가능한 작은 직선 절편으로 나눈다. 이 경우 데이터의 양은 매우 많아지며, 이것이 직렬포트를 통하여 CNC장치로 전송된다. 이러한 형태의 곡면가공

방법은 많은 량의 데이터 전송과정에서 데이터의 손실을 유발할 가능성이 많다. 또한 미소 운동의 반복적인 불연속성으로 인하여 가공의 표면이 거칠어지고, 계속되는 가속 및 감속으로 인하여 공구의 운동이 부드럽지 못하다.<sup>1</sup>

이러한 점들을 개선하기 위하여 매개변수형 보간기를 개발하게 되었으며,<sup>2-10</sup> 그 중에서 대표적인 것이 NURBS 보간기이다.<sup>11-14</sup> 이 경우 곡선은 매개변수형이기 때문에 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 단지 매개변수를 정의하는 정보만을 CNC 제어기에 전

접수일: 2004년 5월 31일; 게재승인일: 2004년 10월 7일

# 교신저자: 영남대학교 기계공학부

E-mail: tjko@yu.ac.kr Tel: (053) 810-2576

\* 영남대학교 기계공학부

달하면 된다. 따라서 직선보간이나 곡선보간을 이용하는 기존의 방법에 비교하여 자유곡면 형상의 가공품을 가공할 경우 매우 효율적으로 가공을 할 수가 있다.

한편 기존의 NURBS보간기는 통상 이송속도를 일정하게 한 후 샘플링 시간동안 움직여야 할 거리의 증분에 해당하는 매개변수의 증분값을 계산하는 방식으로 되어있다. 이 경우는 곡선의 곡률이 다를지라도 동일한 이송속도로 가공이 되기 때문에 공구나 공작기계에 무리가 가는 가공을 하게 된다. 즉, 오목부는 경절삭이 되고, 볼록부는 중절삭을 하게 된다. 이러한 점을 개선하기 위하여 곡선의 곡률을 고려하는 매개변수형 보간기들이 제안되어 있다.<sup>12, 15</sup>

본 논문에서는 기존의 참고문헌 16에서 제안한 곡률을 고려한 이송속도 제어형 NURBS보간기가 실제로 가공시에 절삭성에 미치는 영향을 실험적으로 고찰하고자 한다. 즉, 소재 제거율을 일정하게 할 수 있도록 고려하여 이송속도를 제어하게 되는 보간기의 효율성을 비교하고자 한다.

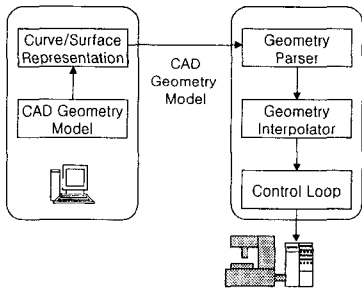


Fig. 1 The machining systems with parameters transmission

## 2. NURBS 보간 알고리즘

### 2.1 NURBS 알고리즘

NURBS 곡선은 식 (1)과 같이 간략하게 표현이 가능하다.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) w_i B_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) w_i} \quad (1)$$

여기서  $N_{i,k}(u)$ 는 블렌딩 함수로서 식 (2)와 같은 재귀적 형식으로 이루어져 있다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & otherwise \end{cases},$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u-u_i)}{(u_{i+k-1}-u_i)} N_{i,k-1}(u) + \frac{(u_{i+1}-u)}{(u_{i+k}-u_{i+1})} N_{i+1,k-1}(u) \quad (2)$$

여기서  $u$ 는 매개변수,  $[u_i, \dots, u_{i+k}]$ 는 노트벡터,  $n$ 은 제어점 수-1,  $w_i$ 는 가중치를 나타내며,  $C(u)$ 는 매개변수값  $u$ 에서 정의되는 공간상의 점을 나타낸다. 자세한 것은 참고문헌 17에 잘 나타나있다.

### 2.2 NURBS 보간기

통상의 NURBS보간기는 이송속도를 일정하게 한 상태에서 매개변수를 정의하게 된다. 매개변수  $u$ 가 샘플링시간의 함수라고 정의하면,  $u(t_i) = u_i$ ,  $u(t_{i+1}) = u_{i+1}$ 이다. 시간의 증분에 따른 매개변수의 증분은 1차근사로 Taylor 급수전개를 하면 식 (3)과 같다.<sup>11</sup>

$$u_{i+1} = u_i + \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=t_i} \cdot (t_{i+1} - t_i) + H \cdot O \cdot T \quad (3)$$

한편, 이송속도  $v(u_i)$ 는 시간에 대한 곡선의 미분으로 식 (4)와 같이 나타낼 수가 있다.

$$v(u_i) = \left\| \frac{dC(u)}{dt} \right\|_{u=u_i} = \left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i} \frac{du}{dt} \Big|_{t=t_i} \quad (4)$$

식 (4)를 식 (3)에 대입하면 매 샘플링주기 동안 갱신해야 할 매개변수의 값을 식 (5)와 같이 얻을 수 있고, 이 값을 식 (1)에 대입하면 이동해야 할 공간상의 좌표값을 얻을 수가 있다.

$$u_{i+1} = u_i + \frac{v(u_i) T_s}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} \quad (5)$$

여기서  $T_s$ 는 제어주기인 샘플링시간에 해당한다.

### 2.3 소재 제거율을 고려한 NURBS 보간기

곡률을 가진 공작물을 가공할 때에는 곡률에 의하여 시간에 따라서 공구에 걸리는 절삭력이 변동하게 된다. 즉, Fig. 2와 같이 직선구간을 가공할 때에는 소재 제거율은 절삭단면적( $a_c$ )과 일정한 이송속도( $v_f$ )의 곱으로 나타낼 수가 있다. 그러나 Fig. 3과 같이 곡률을 갖는 구간에서는 소재 제거율이 달라진다. 이때의 소재 제거율은 소재 제거면적에서 가공시간을 나누면 된다. 가공시간은  $(r+r_t)\theta/v$ 로 나타낼 수 있으며, 따라서 직선구간의 소재 제거율과 곡선구간의 소재 제거율을 동일하게 두어서 식 (6)과 같은 이송속도를 구해낼 수 있다.<sup>15,18</sup>

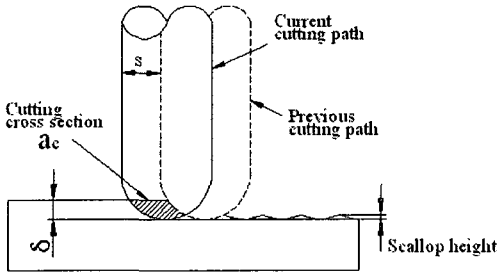


Fig. 2 The cutting cross-section area of ball endmill

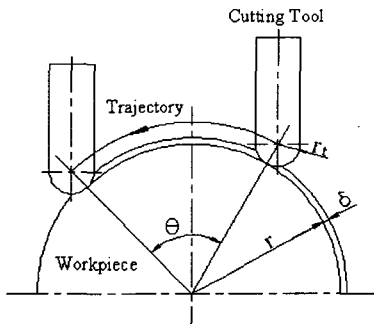


Fig. 3 Example of convex endmilling

$$v(u) = \frac{v_f}{1 + k(u)(r_t - \frac{\delta}{2})} \quad (6)$$

여기에서  $k(u)$ 는 매개변수  $u_i$ 에서의 곡률을 나타내는데, 볼록면에서는 음의 값, 반대로 오목면에서는 양의 값을 갖는다. 따라서 주어진 이송속도  $v_f$

와 곡률  $k(u)$ ,<sup>17</sup> 공구반경  $r_t$ , 그리고 가공깊이  $\delta$ 를 정의하면 소재 제거율을 일정하게 할 수 있는 이송속도를 구할 수 있다. 식 (6)의 값을 식 (5)에 대입하게 되면 소재 제거율을 일정하게 하는 매개변수 값을 갱신할 수 있고, 이 값을 식 (1)에 대입하여 이동할 위치를 지정할 수 있다.

### 3. 시뮬레이션

2장에서 제안된 일정한 소재 제거율을 내기 위한 이송속도 제어형 보간기의 동작을 보기 위하여 Fig. 4와 같은 곡선에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. Table 1은 이 곡선을 가공하기 위한 NURBS G 코드를 보여준다.

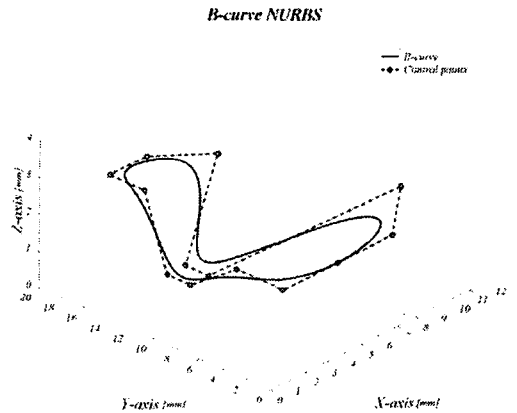


Fig. 4 Example of NURBS B-curve

Table 1 G-code for milling example of B-shape curve

Num. of oper.	G-code	Knot vector	X-axis	Y-axis	Z-axis	Feedrate
N00	G06.3	K0.0	X5.0	Y2.0	Z2.0	F10000
N01		K0.0	X2.0	Z2.0	Z2.0	
N02		K0.0	X2.0	Z6.0	Z2.0	
N03		K0.0	X2.0	Z10.0	Z1.0	
N04		K1.0	X2.0	Z12.0	Z1.0	
N05		K2.0	X2.0	Z14.0	Z3.0	
N06		K3.4	X2.0	Z17.0	Z3.0	
N07		K4.6	X4.0	Z17.0	Z3.0	
N08		K5.0	X6.0	Z14.0	Z3.0	
N09		K6.3	X3.0	Z12.0	Z1.0	
N10		K7.0	X3.0	Z10.0	Z1.0	
N11		K8.0	X11.0	Z6.0	Z2.0	

N12		K9.0	X8.0	Z2.0	Z2.0	
N13		K9.7	X5.0	Z2.0	Z2.0	
N14		K11.0				
N15		K11.0				
N16		K11.0				

가공경로는 16개의 명령문으로 이루어져 있으며, 이를 가공하기 위해서는 먼저 곡선의 곡률이 계산되어진다. 계산되어진 곡률을 바탕으로 이송속도를 매개변수값의 증분에 대해 그림으로 나타내면 Fig. 5와 같아진다. 이 그림에서 점선은 일정 이송속도를 이용한 이송제어이며, 실선은 곡률을 고려한 이송속도이다. 그림에서처럼 이송속도는 곡률의 변화에 따라서 바뀌는 것을 볼 수 있으며, 따라서 소재 제거율을 일정하게 할 수 있기 때문에 표면거칠기를 향상시킬 수가 있다.

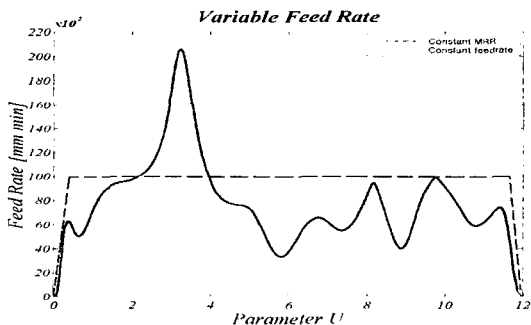


Fig. 5 Feedrate of machine tools

#### 4. 실험결과

제안된 알고리즘의 성능을 검증하기 위하여 밀링기계를 개인용 컴퓨터로 개조를 하였다. 사용한 보드는 Delta tau사의 PMAC보드이며, 이는 이 시스템이 개방형임을 의미한다. 이 보드에서 Table 1과 같은 정보를 입력하면 운동이 가능하도록 프로그래밍을 해주었다.

보간기를 검증하기 위하여 사용한 공작물은 Fig. 6과 같이 "S"형이다. 공작물 재료는 Al2024 계열이고, 직경 6mm의 두날 볼 엔드밀 공구로서 가공을 하였다. 주축의 회전수는 600rpm, 초기 이송속도는 10,000mm/min으로 다소 고속으로 가공을 하였다. 축방향 및 반경방향(pick feed)의 절입량은

Measurement Point

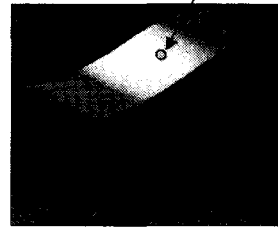


Fig. 6 "S" shape for test

각각 0.5, 0.2mm로 하였다. 이 공작물에 대해 직선보간, 이송속도 일정 NURBS보간, 그리고 소재 제거율 일정 NURBS 보간기의 성능을 각각 비교하여 보았다. 보간기를 제외하고는 실험에 사용한 모든 조건은 동일하였다.

먼저 소재 제거율이 일정한 경우는 이송속도의 변화가 Fig. 7과 같이 제어가 출력되었다. 물론 직선보간과 일정이송속도 NURBS보간의 경우 이송속도는 일정하다. Fig. 7과 같이 이송속도가 변화하는 것은 소재의 곡률에 따라서 제어를 하기 때문이다. 이렇게 제어를 하게 되면 Fig. 8과 같이 일정 이송속도의 경우는 소재 제거율에 있어서 변동이 발생하게 되지만, 일정 소재 제거율 NURBS 보간기의 경우에는 소재 제거율이 일정하게 나옴을 알 수 있다.

Fig. 8에서 알 수 있듯이 일정 이송속도의 경우에는 소재 제거율의 변동이 있으며, 일정 소재 제거율의 경우 소재 제거율이 일정하게 나오고 있다. 이처럼 소재 제거율의 변동은 결국 절삭력의 변동

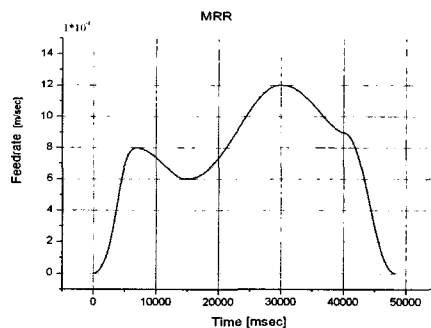


Fig. 7 Feedrate of NURBS interpolator with constant MRR

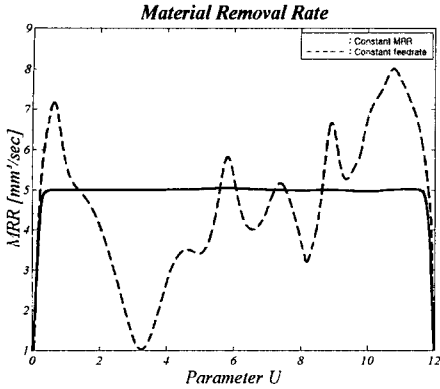
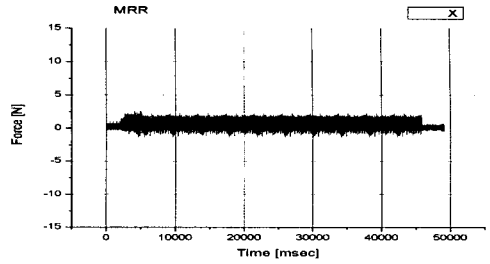


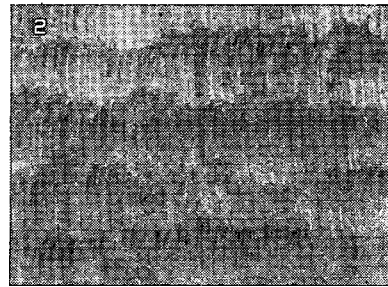
Fig. 8 Material removal rate

을 의미하며, 이를 확인하기 위하여 절삭력을 측정하였다. 직선보간의 경우 Fig. 9(a)와 같이 절삭력의 변동이 매우 크다. 그러나 일정 이송속도 NURBS 보간의 경우 다소 절삭력의 변동이 줄어들고 있다. 그러나 Fig. 9(c)와 같이 일정 소재 제거율 NURBS 보간의 경우 전 경로에 걸쳐서 절삭력이 균일하게 나오고 있음을 볼 수 있다. 이것은 곡률에 따라서 이송속도가 제어되었음을 나타내며, 또한 주어진 소재 제거율을 내기 위하여 가공시간도

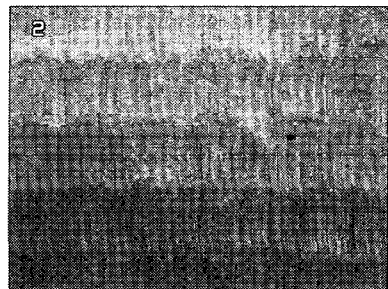


(c) NURBS interpolator with constant MRR

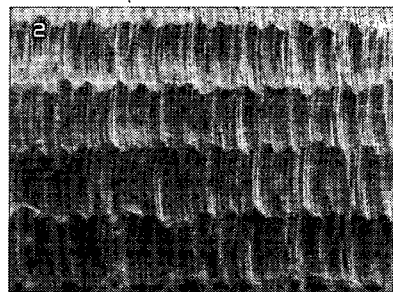
Fig. 9 Cutting force variations in feed-direction (x) of different interpolator



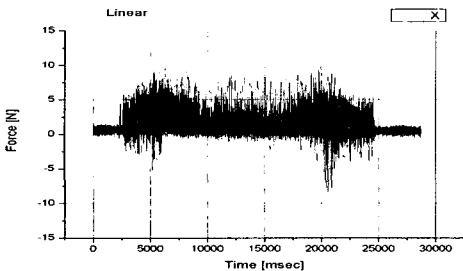
(a) Linear interpolator



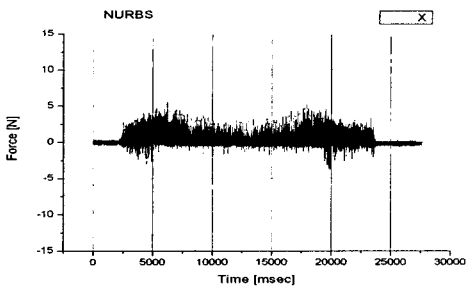
(b) NURBS interpolator



(c) NURBS interpolator with constant MRR



(a) Linear interpolator

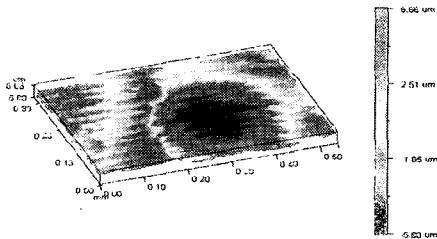


(b) NURBS interpolator

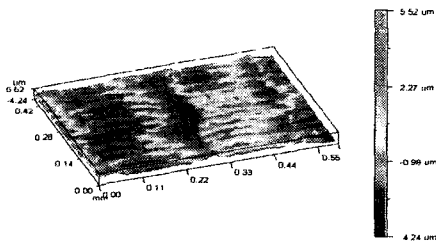
Fig. 10 Surface topography in feed-direction of different interpolator

길어져 있음을 보인다. 물론 소재 제거율을 올리게 되면 가공시간은 줄어들게 되는데, 이것은 직선가공에 대한 상대적인 개념에 해당됨으로 인위적으로 맞추기는 어렵다.

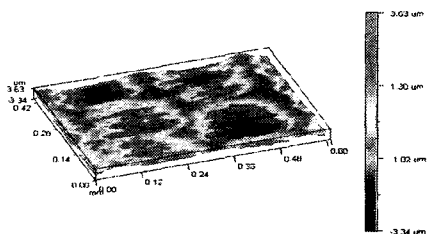
한편 절삭력의 변동은 직접적으로 가공표면에 영향을 미치게 되는데, 이를 확인하기 위하여 광학현미경(x200)으로 표면을 관찰하였다. 관찰점은 Fig. 6에 나타난 볼록한 곡면을 갖는 부분이다. 절삭부하가 증가함에 따라서 가공면은 영향을 받게 되는데, 이 경우의 표면이 Fig. 10(a)에 해당한다. 이 경우 NURBS 보간기로 가공을 하면 가공면은 다소 안정적이 되지만, Fig. 10(c)와 비교하면 가공면의 형상이 아직 나뭇을 알 수가 있다. Fig. 10(c)에서는 엔드밀 절삭가공 시에 나타나는 전형적인 공구의 궤적이 잘 나타나며, 원래 의도했던 절삭이 이루어지고 있음을 보인다.



(a) Linear interpolator



(b) NURBS interpolator



(c) NURBS interpolator with constant MRR

Fig. 11 Surface roughness of different interpolator

각각의 경우에 대하여 비접촉식 표면거칠기 (iplus-200c, Intek Plus)로 표면을 관찰한 결과가 Fig. 11이다. 표면의 형상에 비례하여 일정 소재 제거율을 고려한 경우의 표면 거칠기가 가장 양호하게 나왔음을 나타낸다. 가공시 cusp를 크게 함에 의해서 측정 표면이 거칠게 나왔으나, 본 연구에서 제안하는 보간기의 경우 최대 거칠기는  $3.63\mu m R_{max}$ 로서 직선보간의 1/2정도의 값을 갖는다. 물론 일정 이송속도 NURBS 보간기의 경우에도  $5.52\mu m R_{max}$  정도로서 직선보간기보다 우수한 표면품질을 제공한다.

이러한 가공기술을 바탕으로 최종적으로 가공한 3차원 복합형상의 제품이 Fig. 12이다. 가공용 소재는 압축목재이며, 직경 6mm의 평 엔드밀로 황삭을 한 후 동일 직경의 볼 엔드밀로써 정삭가공을 실시한 것이다. 사진과 같이 매우 표면이 정밀한 제품을 효과적으로 가공할 수가 있었다.

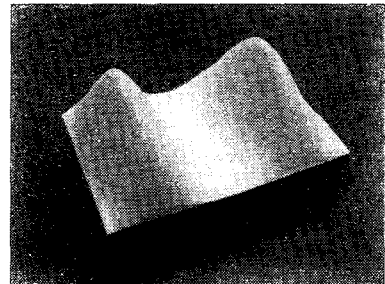


Fig. 12 Machined sculptured workpiece

## 5. 결론

본 연구에서는 이미 제안된 일정 소재 제거율을 고려한 NURBS 보간기를 이용하여 절삭성을 비교하였다. 비교를 위해서는 기존에 널리 이용되고 있는 직선보간과 일정이송속도 NURBS 보간기를 사용하였다. 본 연구에서 제안하는 보간기는 소재의 곡률에 따라서 이송속도를 잘 제어하며, 동시에 일정 소재 제거율을 제공함을 살펴 보았다. 이 과정 동안 발생하는 절삭력은 항상 거의 일정한 절삭력 변동을 보이면서, 표면 texture 및 표면거칠기를 일정한 값으로 유지해줄 수가 있었다. 이러한 연구결과를 바탕으로 일정 소재 제거율 NURBS 보간기는 3차원 자유곡면의 가공에 매우 효과적으로 적용할 수 있음을 알 수 있다.

## 후 기

본 연구는 한국학술진흥재단 선도연구자사업 (KRF-2000-041-E00087)과 과학기술부 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구소의 일부 지원에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

1. Yeh, S., Hsu, P., "Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error," *Computer-Aided Design*, Vol. 34, pp. 229-237, 2002.
2. Shpitalni, M., Koren, Y., Lo, C. C., "Realtime curve interpolator," *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 11, pp. 832-838, 1994.
3. Yang, D. C. H., Kong, T., "Parametric interpolator versus linear interpolator for precision CNC machining," *Computer - Aided Design*, Vol. 26, No. 3, pp. 225-234, 1994.
4. Huang, J. T., Yang, D. C. H., "A generalized interpolator for command generation of parametric curves in computer-controlled machines," *Japan/USA Symposium on Flexible Automation-* Vol. 1, pp. 393-399, 1992.
5. Chou, J. J., Yang, D. C. H., "Command generation for three axis CNC machining," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 113, pp. 305-310, 1991.
6. Farouki, R. T., Manni, C., Sestini, A., "Real-time interpolators for Bezier conics," *Computer-Aided Geometric Design*, Vol. 18, pp. 639-655, 2001.
7. Lartigue, C., Thiebaut, F., Maekawa, T., "CNC tool path in terms of B-spline curves," *Computer-Aided Design*, Vol. 33, pp. 307-319, 2001.
8. Bahr, B., Xiao, X., Krishnan, K., "A real time scheme of cubic parametric curve interpolations for CNC systems," *Computers in Industry*, Vol. 45, pp. 309-317, 2001.
9. Farouki, R., Manjunathaiah, J., Yuan, G. F., "G code for the specification of Pythagorean-hodograph tool paths and associated federate functions on open-architecture CNC machines," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 39, pp. 123-142, 1999.
10. Cheng, M.-Y., Tsai, M.-C., Kuo, J.-C., "Real-time NURBS command generators for CNC servo controllers," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 42, pp. 801-813, 2002.
11. Krishnan, K. K., Kappen, J., Bahr, B., "Calculation of variable federate and spindle speed for NURBS based CNC machining," *Transactions of NAMRI/SME*, Vol. 24, pp. 429-435, 2001.
12. Kim, M. J., Song, J. I., Kwon, D. S., 2000, "NURBS interpolation algorithm for CNC machining with high speed and high precision," *Journal of KSPE*, Vol. 17, No. 1, pp. 192-197.
13. Hong, W. P., Yang, M. Y., 2000, "NURBS interpolation algorithm for CNC machines," *Journal of KSPE*, Vol. 17, No. 12, pp. 115-120.
14. Farouki, R. T., Manjunathaiah, J., Nicholas, D., Yuan, G. F., Jee, S., "Variable-feedrate CNC interpolators for constant material removal rates along Pythagorean-hodograph curves," *Computer- Aided Design*, Vol. 30, No. 8, pp. 631-640, 1998.
15. Tikhon, M., Ko, T. J., Kim, H. S., Kim, J. H., "Variable feedrate interpolator for NURBS curve considering material removal rate," *Journal of KSMTE*, Vol. 12, No. 2, pp. 1-8, 2003.
16. Piegl, L., Tiller, W., *The NURBS book*, Berlin, Springer, 1997.
17. Kim, S. J., Jung, T. S., Yang, M. Y., "Feedrate optimization using CL surface," *Journal of KSPE*, Vol. 21; No. 4, pp. 39-47, 2004.