

비압축성 재생형 기계에 대한 개선된 운동량 교환 이론 (I)

- 수력학적 모델 -

유일수[†] · 박무룡* · 정명균**

(2004년 6월 8일 접수, 2004년 8월 12일 심사완료)

Improved Momentum Exchange Theory for Incompressible Regenerative Turbomachines (I) - Hydraulic Model -

Il Su Yoo, Mu Ryong Park and Myung Kyoon Chung

Key Words : Regenerative Turbomachine(재생형 기계), Momentum Exchange Theory(운동량 교환이론), Mean Streamline Analysis(평균유선해석), Circulatory Flow(순환 유동)

Abstract

Momentum exchange theory has been generally used for an analysis of the regenerative turbomachines due to its direct description of the complicate circulatory flow. However, because its application is limited only to linear region and its model equations are incomplete on three variables, it needs further refinements. In the present study it is improved by introducing a central pivot of circulatory flow. Also, by assuming linear circulatory velocity distribution, mean radii of inlet and outlet flows through the impeller are newly suggested. By applying control volume analysis to both linear region and the acceleration region, the governing equation on the circulatory velocity is derived. As a result, systematic performance analysis on the entire region of the incompressible regenerative turbomachines can be carried out based on the proposed model equations.

기호설명			
A	: 단면적	R	: 채널 곡률
B	: 유로 체적	r, θ, z	: 좌표계
b, c, d, f, l, h	: 채널 형상 변수	T	: 베인 두께
C_1, C_2, C_3, C_4	: 매개 변수	V	: 속도
g	: 중력가속도	W	: 선형 영역 계수
H	: 수두	Z	: 베인 개수
ΔH	: 손실 수두	α	: 입사 계수
K	: 손실 계수	β	: 베인각
L	: 유로 길이	Γ	: 상대 와류 크기
P	: 동력	ϑ	: 순환 유효도
p	: 압력	ϕ	: 무차원 유량 계수
Q	: 체적 유량	ρ	: 밀도
		σ	: 미끄럼 계수
		Y	: 상대 유동 각속도
		Ω	: 순환 각속도
		ω	: 임펠러 회전 각속도
		ϖ	: 절대 유동 각속도

[†] 책임저자, 회원, 한국과학기술원 대학원 기계공학과
E-mail : isyoo@kaist.ac.kr
TEL : (042)869-3054 FAX : (042)869-3210

* 한국기계연구원 열유체공정기술연구부

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

하첨자

0 : 허브

<i>l</i>	: 베인 하단
<i>2</i>	: 베인 상단
<i>3</i>	: 채널 상단
<i>b</i>	: 채널 하부
<i>c</i>	: 순환 유동
<i>e</i>	: 베인 출구
<i>eff</i>	: 유효 순환 유량
<i>g</i>	: 면적 중심
<i>i</i>	: 베인 입구
<i>L</i>	: 선형 영역
<i>l</i>	: 채널 좌측
<i>o</i>	: 개수로 영역
<i>opt</i>	: 최적 입사각
<i>P</i>	: 펌핑 영역
<i>r</i>	: 채널 우측
<i>s</i>	: 강제 회전
<i>T</i>	: 전체
<i>u</i>	: 채널 상부
<i>v</i>	: 베인 영역

상첨자

: 평균

1. 서론

회전 기계는 임펠러 회전을 통해 유체에 에너지를 전달한다. 따라서, 수력학적 동력은 에너지를 전달받는 유량과 임펠러 회전에 의한 각운동량 변화량의 곱에 의해 산출된다. 원심형 또는 축류형과 같은 회전 기계에서는 에너지 전달에 관여하는 유량이 입구 덕트를 통해 유입되는 펌핑 유량과 동일하며 이는 성능 해석시 독립 변수가 된다. 그러나, 재생형 기계에서는 펌핑 유량이 아닌 순환 유량에 의해 에너지 전달이 이루어지며, 이는 펌핑 유량과 순환 손실에 의해 결정되는 종속 변수이다. 따라서, 순환 유동에 대한 정확한 모델 없이는 재생형 기계에 대한 정확한 성능 예측 및 설계가 어렵다.

회전 기계를 통한 각운동량 변화량 역시 성능 해석에 있어 필수적인 물리량이다. 각운동량 변화량을 산출하기 위해서는 임펠러 입구의 각운동량과 임펠러 출구의 각운동량을 알아야 한다. 원심형과 같은 회전 기계에서는 임펠러 입구와 출구 영역이 명확하게 구분되어 있기 때문에 이론적인 각운동량 산출에 어려움이 없다. 그러나, 재생형 기계에서는 임펠러의 입구와 출구에 대한 명확한 구분이 없으며, 평균 유선 반경에 대한 구체적 모델이 아직까지 제시된 바 없다.

재생형 기계에 대한 해석 이론으로는 난류 혼합

이론⁽¹⁾과 전단력 이론,⁽²⁾ 운동량 교환 이론⁽³⁾이 있다. 이 중에서 전단력 이론을 제외한 나머지 두 이론은 순환 유동에 바탕을 두고 있다. 그러나, 세 이론 모두 최소한 하나 이상의 일반화되지 않은 변수들을 포함하고 있으며, 표현 형태는 다르지만 대부분 순환 유동에 관련되어 있는 변수들이다. Wilson et al.⁽³⁾ 역시 순환 유량 산출에 필요한 순환 손실 계수와 각운동량 산출에 필요한 미끄럼 계수 및 평균 유선 반경에 대한 구체적 모델을 제시하지 못하였다. 그럼에도 불구하고 운동량 교환 이론은 검사 체적 해석 방법을 이용하여 나선형 유동 구조를 가장 직접적으로 모사한 이론이기 때문에 보편적으로 사용되고 있다.

재생형 기계에서 순환 유동이 발생하는 영역을 펌핑 영역이라 부르며, 이 영역은 선형 영역과 가속 영역으로 대별된다. 선형 영역은 순환 유동 구조가 완전 발달되어 일정한 압력 구배가 형성되는 영역을 말하며, 가속 영역은 선형 영역 이전의 단계로서 순환 유동이 발달하는 영역이다. 기존의 대부분 연구는 선형 영역만을 해석 대상으로 하였다. 따라서, 재생형 기계에 대한 해석 이론을 완성시키기 위해서는 가속 영역을 포함한 전체 영역으로 해석 범위가 확장되어야 한다. Song et al.⁽⁴⁾은 가속 영역까지 검사 체적 해석 방법을 적용시킴으로써 해석 범위를 펌핑 영역 전체로 확장시켰다. 그러나, 이 연구는 순환 속도 모델에만 국한되어 있을 뿐 순환 유량 및 각운동량 산출에 필요한 순환 유동 면적과 평균 유선 반경 등에 대한 일반화된 모델을 제시하지 않았다. 순환 속도 역시 순환 유동이 임펠러를 통과하면서 겪는 회전 방향 역압력 구배의 영향을 포함시키지 않았기 때문에 모델의 수정이 요구된다.

본 연구는 운동량 교환 이론의 개선에 목적을 두고 있으며, 수력학적 해석에 필요한 변수들에 대한 일반화된 모델을 제시하고자 한다. Song et al.⁽⁴⁾의 연구와 같이 가속 영역을 포함한 펌핑 영역 전체에서 발생하는 순환 속도 분포는 물론 아직까지 제시된 바 없는 순환 유동 면적과 순환 중심, 평균 유선 반경에 대한 새로운 모델을 제시하고자 한다.

2. 순환 중심

재생형 기계에서 발생하는 각운동량 변화량을 산출하려면 평균 유선 반경을 알아야 하며, 이를 위해서는 임펠러 입구와 출구 영역을 구분하는 새로운 변수가 요구된다. 본 연구에서는 이를 위해 순환 중심 개념을 새롭게 도입하였다.

2.1 순환 중심

순환 유동은 Fig. 1과 같이 채널 내부의 한 점을 중심으로 순환한다. 반경형 임펠러에 대한 해석 모델을 제안한 Wilson et al.⁽³⁾은 채널 내부의 순환 유동이 한 점이 아닌 하나의 선을 경계로 순환하며, 경계선은 항상 $z = b$ 에 위치한다고 가정하였다. 경계선을 이루는 한 점은 임펠러 베인 상단 모서리에 위치하며 나머지 한 점은 개수로 형상에 의해 결정된다고 가정하였다. 따라서, 초기 운동량 교환 이론에서는 모든 순환류가 임펠러 끝단에서 유출된다고 가정하였다. 그러나, 심창열 등⁽⁵⁾의 계산 결과(Fig. 2)를 보더라도 순환 유동은 항상 임펠러 베인 모서리를 중심으로 순환하는 것은 아니며, 채널 내부의 임의의 한 점을 중심으로 순환함을 알 수 있다. 반원형 임펠러의 경우에는 RMS 평균을 반경 방향(r 방향) 순환 중심으로 산출하는 것이 일반적이며, 이 또한 $z = b$ 에 축 방향(z 방향) 순환 중심이 위치한다고 가정하였다. 본 연구에서는 지금까지 간과 되어 왔던 순환 중심에 대한 새로운 모델을 제시하고자 한다. 연속적인 순환 형태가 유지되기 위해서는 채널의 상부와 하부, 채널의 좌측과 우측을 통과하는 순환 시간이 각각 동일해야 한다. 따라서, 동일한 순환 유량에 대해 Fig. 3과 같이 채널 내부의 유로 체적을 상하로 이등분하는 경계선과 좌우로 이등분하는 경계선의 교점에 순환 중심은 위치하게 된다.

즉, 순환 중심은 유체가 잠길 수 있는 체적의 중심을 의미한다. 채널 내부의 유로 체적은 베인 두께와 채널 곡률에 의한 체적 감소량을 모두 고려하여 산출한다. 반경 방향 순환 중심은 Fig. 1과 같이 베인 상단 반경보다 아래에 위치되는 것이 일반적이며, 이런 경우의 반경 방향 순환 중심은 식 (1)과 같다. 식 (1)은 $r = r_2$ 상부의 유로 체적(B_u)과 하부의 유로 체적(B_b) 차이를 이용하여 반경 방향 순환 중심을 나타낸 것이다. Fig. 4는 식 (1)의 반경 방향 순환 중심과 RMS 평균 반경을 비교한 것이다.

$$r_c = \sqrt{\left(r_2 - \frac{b}{b+d} \frac{TZ}{2\pi}\right)^2 + \frac{B_u - B_b}{b+d} + \frac{b}{b+d} \frac{TZ}{2\pi}} \quad (1)$$

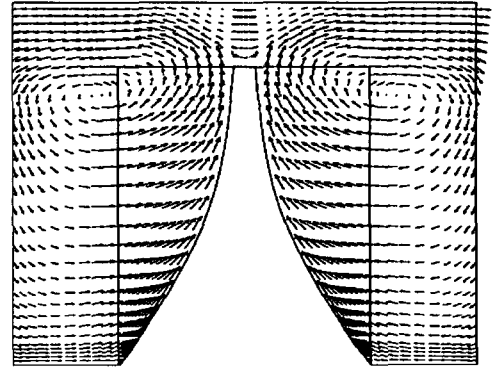


Fig. 2 Circulatory velocity vector field at the meridional plane⁽⁵⁾

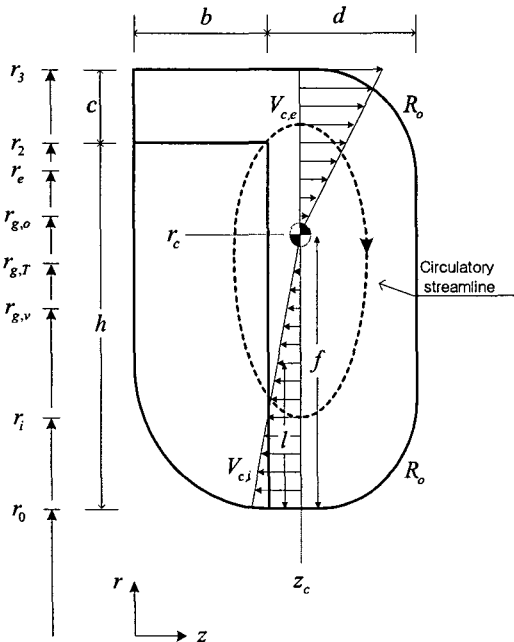


Fig. 1 Geometric variables for an analysis of regenerative turbomachines with radial impeller

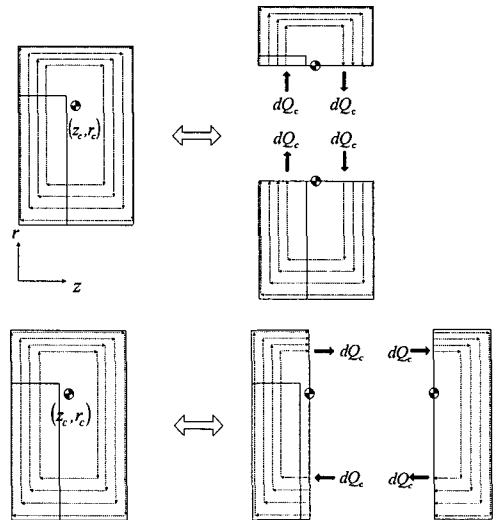


Fig. 3 Circulatory pivot

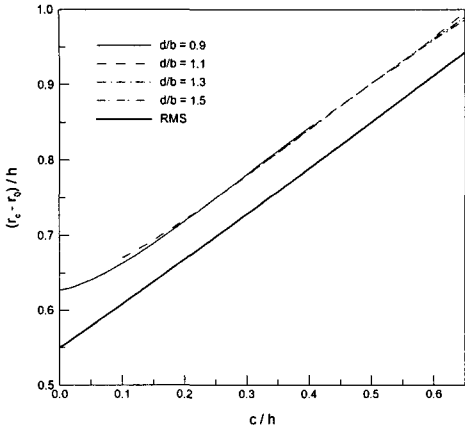


Fig. 4 Radially central pivot of circulatory flow versus the channel geometries ($h=0.5r_0$, $b=0.5h$, $TZ=4.4h$, $R_0=d$, $l=b$)

베인 두께와 채널 곡률이 없는 직사각형 채널인 경우, 반경 방향 순환 중심은 RMS 평균 반경과 동일하다. 그러나, 베인 두께와 채널 곡률의 영향을 고려하면 반경 방향 순환 중심은 RMS 평균 반경보다 위에 위치됨을 알 수 있다. 또한, 개수로 끝간격(c)의 크기에 따라 거의 선형적으로 증가한다. 그러나, 개수로 폭(d)은 반경 방향 순환 중심에 거의 영향을 주지 않음을 알 수 있다.

축 방향 순환 중심 역시 이와 유사한 방법으로 산출한다. 본 연구에서는 $z = b$ 를 중심으로 좌측(B_l)과 우측(B_r)의 유로 체적 차이를 이용하여 식 (2)와 같이 산출하였다.

$$z_c = b + \frac{B_r - B_l}{r_3^2 - r_0^2} \quad (2)$$

2.2 유효 순환 유량

축 방향 순환 중심은 전체 순환 유량 중 임펠러 베인을 직접 통과하는 유효 순환 유량의 크기를 결정한다. 예컨대, $z_c > b$ 인 경우에는 일부의 순환 유량이 임펠러를 통과하지 않는다. 이와 같은 무효 순환 유량은 순환 손실에만 관여될 뿐, 에너지 전달에는 무관하다. Fig. 1과 같이 순환 속도가 선형으로 분포된다고 가정할 경우 유효 순환 유량의 크기를 식 (3)과 같다.

$$g = \frac{Q_{c,eff}}{Q_c} = 1 - \left(\frac{z_c - b}{z_c} \right)^2 \quad (3)$$

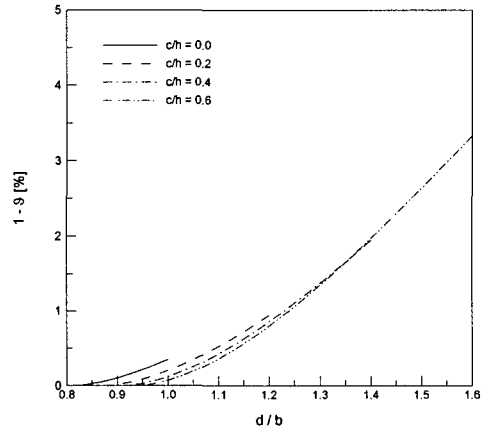


Fig. 5 Ineffective flow rate of circulatory flow versus the channel geometries ($h=0.5r_0$, $b=0.5h$, $TZ=4.4h$, $R_0=d$, $l=d$)

식 (3)을 통해 무효 순환 유량의 크기는 축 방향 순환 중심과 베인 폭만의 함수이며, 축 방향 순환 중심은 거의 개수로 폭에 의해서 결정된다. 따라서, 무효 순환 유량 역시 Fig. 5와 같이 거의 개수로 폭에 의해 결정됨을 알 수 있다. 재생형 기계의 압력 상승량은 직접적으로 순환 유량에 의해 좌우된다. 따라서, 무효 순환 유량의 크기는 압력 상승량의 감소와 직결된다. Fig. 5의 결과는 개수로 곡률 반경(R_0)과 개수로 폭이 동일하다는 형상 조건에서 계산된 것이다. 즉 개수로 형상이 거의 반원에 가까운 형태이며, 이러한 경우 무효 순환 유량의 크기는 5% 이내로 나타났다. 그러나, 개수로 곡률 반경을 작게 설계하거나 펌핑 유량을 증가시키기 위해 개수로 폭을 넓게 설계할 경우에는 무효 순환 유량의 영향이 고려되어야만 한다.

2.3 평균 유선 반경

평균 유선 반경은 임펠러의 입구와 출구의 각운동량의 크기를 대표할 수 있는 반경이다. 평균 유선 반경을 산출하기 위해서는 순환 중심과 순환 속도 분포를 알아야 한다. 반경형 임펠러에 대한 해석 이론을 제시한 Wilson et al.⁽³⁾은 임펠러 상단 반경을 평균 출구 반경으로 가정하였으며, 평균 입구 반경은 개수로 끝간격과 개수로 폭에 의해 결정된다고 생각하였다. 반원형 임펠러의 경우에는 순환 중심을 기준으로 각각 RMS 평균을 통해 평균 유선 반경을 산출하였다. RMS 평균 반경은 임펠러 입구 속도 분포와 출구 속도 분포가 모두 균일하다는 가정을 전제로 한다.

그러나 이러한 가정은 순환 중심에서 속도의 불연속이 발생된다는 물리적 오류가 있다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 1과 같이 순환 속도가 선형으로 분포된다고 가정하였으며, 식 (4)와 (5)는 각각 반경 방향 순환 중심의 하부와 상부를 지나는 순환 속도 분포를 나타낸 것이다.

$$V_{c,i} = (r_c - r)\Omega_i \tag{4}$$

$$\text{where, } \Omega_i = \frac{dQ_c}{\int_{r_0}^{r_c} (r_c - r)r dr}$$

$$V_{c,e} = (r - r_c)\Omega_e \tag{5}$$

$$\text{where, } \Omega_e = \frac{dQ_c}{\int_r^{r_3} (r - r_c)r dr}$$

임펠러로 유입되는 순환 유량은 식 (3)의 유효도를 곱한 유량만이 유입된다. 그러나, 임펠러에 수직하게 유입되는 순환 속도는 순환 유효도에 따라 순환 각속도만 감소될 뿐, 순환 속도는 그대로 선형 분포를 유지한다. 따라서, 식 (3)의 유효도와 식 (4)의 입구 순환 속도 분포로부터 평균 입구 반경은 다음과 같이 산출된다.

$$r_i = \frac{\int_{r_0}^{r_c} \rho V_{c,i} r^3 dr}{\int_{r_0}^{r_c} \rho V_{c,i} r dr} = \sqrt{\frac{3}{10} \frac{4r_0^3 + 3r_0^2 r_c + 2r_0 r_c^2 + r_c^3}{2r_0 + r_c}} \tag{6}$$

평균 출구 반경은 임펠러 형태에 따라 다르게 나타난다. 반원형인 경우에는 식 (6)과 동일한 방법으로 산출되지만, 반경형인 경우에는 다음과 같이 산출된다.

$$r_e = \frac{\int_{r_2}^{r_3} \rho V_{c,e} r^2 r dr + \int_r^{r_2} \rho V_{c,e} r^3 dr}{\int_r^{r_3} \rho V_{c,e} r dr} = \sqrt{\frac{3r_c^3 + 10r_2^2 r_3^2 (2r_3 - 3r_c) + 15r_2^2 r_c - 8r_2^3}{10(r_3 - r_c)^2 (2r_3 + r_c)}} \tag{7}$$

Fig. 6은 Wilson et al.⁽³⁾의 모델과 본 연구에서 제시한 평균 유선 반경을 비교한 것이다. Wilson et al.⁽³⁾은 평균 출구 반경이 임펠러 상단에 위치되며, 평균 입구 반경은 개수로 형상에 의해 결정된다고

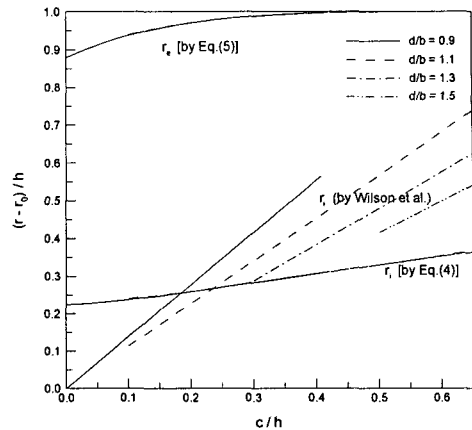


Fig. 6 Mean streamlined radius of circulatory flow versus the channel geometries ($h=0.5r_0$, $b=0.5h$, $TZ=4.4h$, $R_0=d$, $l=b$)

가정하였다. 그러나, 식 (6)과 (7)을 보면 평균 유선 반경은 반경 방향 순환 중심에 의해 결정되기 때문에, 끝간격에 의해서만 좌우될 뿐 개수로 폭에 대해서는 거의 무관함을 알 수 있다.

3. 순환 유량

순환 유량은 재생형 기계의 성능을 좌우하는 중요한 변수이다. 순환 유량을 산출하기 위해서는 순환 유동 면적과 순환 속도에 대한 모델이 필요하다

3.1 순환 유동 면적

순환 유동 면적은 순환 속도와 함께 순환 유량을 결정하는 중요한 변수임에도 불구하고 거의 연구가 이뤄지지 않았다. Wilson et al.⁽³⁾의 연구에서는 출구 순환 속도와 평균 순환 속도가 동일하다고 가정함으로써, 임펠러 상단 유동 면적과 순환 유동 면적을 동일하게 간주하였다. 즉, 개수로 형상은 순환 속도의 변화에만 관련된다.

그러나, 전체 채널 형상에 따른 순환 유량의 변화는 일차적으로 순환 유동 면적 변화에 의해 기인된다고 보는 것이 타당하다. 따라서, 채널 형상에 따른 순환 유동 면적 변화를 모사할 수 있는 새로운 모델이 필요하다. 본 연구에서는 식 (8)과 같이 미소각 $d\theta$ 에 대한 채널 부피를 순환 유로 평균 길이로 나눈 면적을 평균 순환 유동 면적으로 산출하였다. 식 (8)에서 L_c 는 순환 유동이 지나는 평균 유로 길이로서, 순환 속도가 선형적으로 분포된다고 가정하고 이를 유량 평균하면 채널 외곽 둘레 길이의 2/3배가 된다.

$$\frac{dQ_c}{d\theta} = A_c V_c \quad (8)$$

where, $A_c = \frac{A_T r_{g,T}}{L_c}$

3.2 순환 속도

재생형 기계에서 형성되는 복잡한 3차원 유동 현상을 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 사용하였다.

- (1) 정상 상태 유동이다.
- (2) 비압축성 유동이다.
- (3) 압축 과정은 단열이다.
- (4) 누설 유량은 무시한다.
- (5) 회전 방향 압력 구배는 회전 방향 단면적에 대해 균일하게 분포된다.

순환 유동은 r_i 를 통해 임펠러로 유입되고 r_c 를 통해 유출된다. 이때, $r_2 - r_c$ 영역은 순환 유동에 아무런 각운동량을 전달하지 않는 비활성 영역으로 간주하였다. Fig. 7(a)의 임펠러 영역에 각운동량 보존식을 적용시키면 펌핑 영역에서 요구되는 수력학적 동력은 식 (9)와 같다.

$$dP = \rho g dQ_c (\sigma U_c^2 - \alpha U_i^2) + dpQ_v \quad (9)$$

where, $Q_v = r_{g,v} A_v \omega$

$\sigma = V_{o,c} / U_c$

$\alpha = V_{o,i} / U_i$

식 (9)에서 첫 번째 항은 임펠러 회전에 의한 수력학적 동력을 말한다. 두 번째 항은 순환 유동이 임펠러를 통과하면서 겪는 회전 방향 역압력 구배로 인한 추가적인 요구 동력이다. 그러나, 이와 동일한 크기의 터빈 동력이 스트리퍼에서 생산되기 때문에 전체적인 수력학적 동력은 첫 번째 항에 의해 산출된다. 그러나, 펌핑 영역 해석시에는 식 (9)의 모든 동력이 요구된다.

임펠러 영역에 정상 상태 에너지 방정식을 적용시키면 식 (10)과 같다.

$$dP = \rho g dQ_c \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{p_1}{\rho} - \frac{V_1^2}{2} + \Delta g H_{c,v} \right) + \rho Q_v \left(\frac{dp}{\rho} + V_c dV_c \right) \quad (10)$$

운동량 교환 이론에서는 재생형 기계에서 발생하는 나선형 유동 구조를 순환 방향과 회전 방향의 2

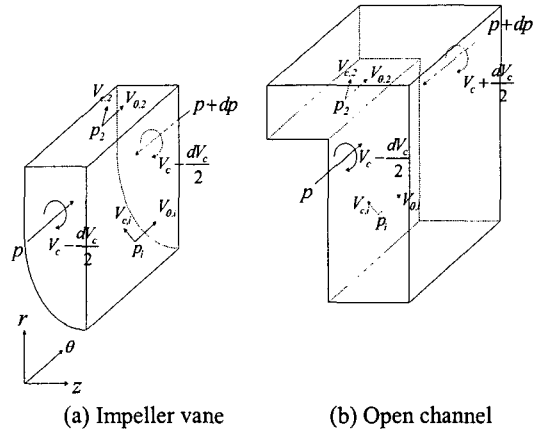


Fig. 7 Infinitesimal control volumes on channel

차원 유동 구조로 모사한다. 따라서, 검사체적 해석시에는 각 방향으로 입구와 출구가 두 개씩 존재하여야 한다. 그러나, Song et al.⁽⁴⁾의 연구에서는 순환 방향 유선에 대해서만 에너지 방정식을 적용시켰기 때문에 식 (10)의 두 번째 항을 고려하지 않았다. 식 (9)와 (10)을 연립하면 임펠러를 통해 발생하는 압력 변화량은 식 (11)과 같다.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \sigma U_c^2 - \alpha U_i^2 + \frac{V_i^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} - \Delta g H_{c,v} - \frac{Q_v}{g dQ_c} V_c dV_c \quad (11)$$

Fig. 7(b)의 개수로 영역에 각운동량 보존식을 적용시키면 식 (12)와 같다.

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\theta} = g \frac{dQ_c}{d\theta} \frac{\sigma U_c^2 - \alpha U_i^2}{Q_s} - g \frac{dH_\theta}{d\theta} \quad (12)$$

where, $Q_s = r_{g,o} A_o \omega$

식 (12)는 재생형 기계에서 형성되는 회전 방향으로의 압력 구배를 나타낸다. 개수로 영역에 정상 상태 에너지 방정식을 적용시키면 식 (13)과 같다.

$$0 = \rho g dQ_c \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{p_1}{\rho} - \frac{V_1^2}{2} - \frac{\Delta g H_{c,o}}{g} \right) - \rho Q \left(\frac{dp}{\rho} + g dH_\theta + V_c dV_c \right) \quad (13)$$

식 (12)를 (13)에 대입하면 개수로 영역을 순환하면서 발생하는 압력 변화량은 식 (14)와 같다.

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{Q}{Q_s} (\sigma U_c^2 - \alpha U_i^2) + \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} + \frac{\Delta g H_{c.o}}{g} + \frac{Q}{g \Delta Q_c} V_c dV_c \quad (14)$$

$$C_2 = \frac{\mathcal{G}(1-\alpha)A_c U_i}{f r_i} \tan \beta_{opt}$$

$$C_3 = \mathcal{G}(1-\phi)(\sigma U_c^2 - \alpha U_i^2) - \frac{\mathcal{G}}{2}(1-\alpha)^2 U_i^2$$

식 (11)과 (14)를 연립하면 다음과 같다.

$$V_c dV_c = \frac{dQ_c}{Q_T} [\mathcal{G}(1-\phi)(\sigma U_c^2 - \alpha U_i^2) - \Delta g H_c] \quad (15)$$

where, $Q_T = Q + Q_v$

$$\phi = \frac{Q}{Q_s}$$

$$\Delta H_c = \Delta H_{c.o} + \mathcal{G} \Delta H_{c.v}$$

식 (15)는 가속 영역을 포함한 전체 펌프 영역에서 발생하는 순환 속도에 대한 지배 방정식이다. 선형 영역에 대한 해석 이론을 제시한 Wilson et al.⁽³⁾의 모델에서는 식 (15)의 좌변이 zero로 나타난다. 가속 영역에 대한 해석 이론을 처음 제시한 Song et al.⁽⁴⁾의 모델에서는 베인 영역에 작용하는 회전 방향 압력 구배를 고려하지 않았기 때문에 Q_T 대신 Q 가 사용되었다. 식 (15)의 지배 방정식을 풀기 위해서는 순환 유동 손실에 대한 모델이 필요하다. 순환 유동에 의한 대표적인 손실로는 임펠러 입구에서 발생하는 입사 손실과 2차 유동 손실이 있다. 일반적으로 입사 손실은 입구 접선 방향 동압이 모두 소실된다고 간주된다고 가정한다.

$$\Delta g H_{inc} = \frac{[(1-\alpha)U_i - V_{c,i} \tan \beta_{opt}]^2}{2} \quad (16)$$

where, $V_{c,i} = \frac{A_c}{f r_i} V_c$

순환 유동은 미시적으로 소용돌이를 동반하면서 순환하기 때문에 이로 인한 2차 유동 손실이 발생된다. 일반적으로 2차 유동에 의한 손실은 다음과 같은 형태로 산출된다.

$$\Delta g H_c = K_c \frac{V_c^2}{2} \quad (17)$$

식 (16)과 (17)을 식 (15)에 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{dV_c}{d\theta} = \frac{A_c}{Q_T} [C_3 + C_2 V_c - C_1 V_c^2] \quad (18)$$

where, $C_1 = \frac{K_c}{2} + \frac{\mathcal{G}}{2} \left[\frac{A_c \tan \beta_{opt}}{f r_i} \right]^2$

3.3 입사 계수와 미끄럼 계수

입사 계수는 임펠러 입구에서의 접선 속도와 회전 속도의 비를 의미하며, 입사 손실의 크기를 나타내기 때문에 입사 계수라고 하였다. Wilson et al.⁽³⁾은 개수로 영역에 각운동량 보존식과 연속 방정식을 적용시킴으로써 입사 계수를 산출하였다. 그러나, 이 모델은 수식이 복잡할 뿐만 아니라 각각 모서리를 갖는 채널 형상에 대해서 유도된 것이다. 입사 계수에 대한 또 다른 모델로는 산술 평균 모델이 있다. 이 모델은 개수로를 지나는 평균 접선 속도가 베인 출구 접선 속도와 입구 접선 속도의 산술 평균과 동일하다는 모델이다. 이 모델은 베인 출구를 통해 유출된 유동이 베인 입구까지 순환하기 까지 등가속도 운동을 한다는 가정을 전제로 하고 있다. 식 (19)와 같이 수식이 간단하기 하기 때문에 널리 사용되고 있으며, 본 연구 역시 이 모델을 사용하였다.

$$\alpha = 2 \frac{r_{g.o}}{r_i} \phi - \frac{r_c}{r_i} \sigma \quad (19)$$

미끄럼 현상은 유동이 베인 회전을 따라 완전히 안내되지 않는 현상을 말한다. 이에 따른 미끄럼 속도는 임펠러 베인 내부에서 발생하는 상대 와류의 크기와 임계 반경비에 의해 결정된다. 원심형 기계의 경우 여러 가지 미끄럼 계수 모델이 제시된 바 있다. 그러나, 재생형 기계의 경우 반경형 임펠러에 대한 미끄럼 계수 모델은 아직까지 제시된 바 없다. Wilson et al.⁽³⁾은 재생형 기계의 경우 입구 유동이 반경류가 아니며 유한한 끝간격으로 인해 원심형 기계보다 더 큰 미끄럼 현상이 발생할 것이라고 생각하였다. 그러나, 재생형 기계의 미끄럼 현상이 원심형 기계와 다른 점은 회전 방향으로 역압력 구배가 존재하기 때문이다. 재생형 기계에는 임펠러를 통해 유출된 유동이 역압력 구배로 인해 감속되면서 베인 입구로 유입된다. 이로 인해 개수로 영역을 지나는 유동은 회전성을 갖게 된다.

입구 덕트를 통해 유입되는 유동은 비회전 유동이기에 때문에 펌프 영역에서도 비회전성이 유지되어야 한다. 따라서, 임펠러 베인 내부에서는 개수로 영역에서 발생하는 절대 각속도와 크기는 갖고 방향은 반대인 각속도가 형성되어야 한다.

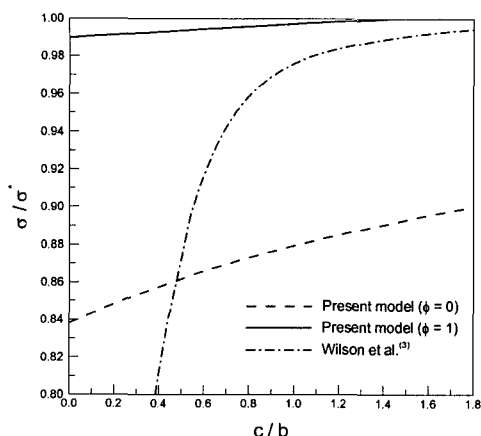


Fig. 8 Comparison of slip factor

이로 인해 베인 내부에서 발생하는 상대 각속도는 증가하게 된다. 식 (19)를 사용하는데 있어 전체 조건은 접선 속도가 순환 유로를 따라 등가속도로 감속된다는 것이다. 따라서, 개수로 영역에서 발생하는 절대 각속도는 모든 방향에 대해 동일한 크기를 갖는다. 따라서, 개수로 영역에 대한 절대 각속도는 식 (20)과 같다.

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2} \frac{\sigma U_c - \alpha U_i}{L_{c,o}} = \frac{\sigma U_c - \alpha U_i}{2L_c} \frac{A_T r_{g,T}}{A_o r_{g,o}} \quad (20)$$

식 (20)과 크기는 같고 방향은 반대인 절대 각속도가 베인 내부에서 발생된다. 식 (19)를 (20)에 대입하여 전개하면 상대 각속도는 식 (21)과 같다.

$$\bar{Y} = -(\bar{\omega} + \bar{\omega}) = -\left[1 + \left(1 + \frac{Q_v}{Q_s} \right) \frac{r_c}{L_c} \left(\sigma - \frac{r_{g,o}}{r_c} \phi \right) \right] \bar{\omega} \quad (21)$$

식 (21)과 미끄럼 계수의 정의로부터 재생형 기계의 미끄럼 계수를 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma = \frac{\sigma^* + (1 - \sigma^*) \left(1 + \frac{Q_v}{Q_s} \right) \frac{r_{g,o}}{L_c} \phi}{1 + (1 - \sigma^*) \left(1 + \frac{Q_v}{Q_s} \right) \frac{r_c}{L_c}} \quad (22)$$

식 (22)에서 σ^* 는 원심형 기계에 대한 미끄럼 계수이며, 본 연구에서는 Paeng & Chung⁽⁶⁾이 제시한 모델을 사용하였다. Wilson et al.⁽³⁾은 끝간격이 증가

할수록 재생형 기계의 미끄럼 계수는 원심형의 미끄럼 계수에 근접할 것으로 생각하였다. 그러나, 재생형 기계의 미끄럼 계수는 역압력 구배에 의해 좌우되기 때문에 채널 형상 뿐만 아니라 유량에 따라 변화되어야 한다. Fig. 8을 보면 끝간격 또는 개수로 면적이 작아질수록 유량에 따른 미끄럼 계수의 변화율은 증가됨을 알 수 있다.

3.4 선형 영역 계수

순환 유동은 식 (15)와 같이 베인 영역에서 발생하는 원심력과 개수로 영역에 작용하는 역압력 구배의 차에 의해 발생된다. 펌핑 영역 입구에서는 두 힘이 모두 작용하지 않기 때문에 초기 순환 속도는 zero가 된다. 이러한 초기 조건을 이용하여 식 (18)을 적분하면 회전 방향으로의 국부 순환 속도를 산출할 수 있으며, 이를 전체 펌핑 영역에 대해서 평균하면 평균 순환 속도를 식 (23)과 같이 정리할 수 있다.

$$\bar{V}_c = V_{c,L} W \quad (23)$$

$$\text{where, } V_{c,L} = \frac{C_2 + \sqrt{C_2^2 + 4C_1C_3}}{2C_1}$$

식 (23)에서 $V_{c,L}$ 은 선형 영역에 대한 순환 속도로서, Wilson et al.⁽³⁾의 모델에서 제시된 순환 속도와 동일하다. 선형 영역에서의 순환 속도는 최대 순환 속도를 의미한다. 본 연구는 가속 영역을 포함한 전체 펌핑 영역을 해석 대상으로 하였기 때문에, 가속 영역의 영향을 다음과 같이 나타내었다.

$$W = 1 - \frac{Q_T}{A_c C_1 \theta_P V_{c,L}} \ln \left[\frac{2C_1 V_{c,L} - C_2}{(1 + C_4) C_1 V_{c,L} - C_2} \right] \quad (24)$$

$$\text{where, } C_4 = \exp \left[-\frac{A_c \theta_P (2C_1 V_{c,L} - C_2)}{Q_T} \right]$$

식 (24)는 선형 영역 계수로서, 평균 순환 속도와 선형 영역 순환 속도의 비를 나타낸 것이다.

Fig. 9는 운동량 교환 이론에서 사용된 대표적인 선형 영역 계수를 비교한 것이다. $W = 1$ 이면 가속 영역 없이 선형 영역만 존재한다는 것을 의미하므로 Wilson et al.⁽³⁾의 모델과 동일해진다. Badami⁽⁷⁾는 채널 형상에 따라 경험적으로 0.8-0.95의 선형 영역 계수를 유량에 상관없이 일정하게 적용시켰다.

Song et al.⁽⁴⁾이 제시한 순환 속도 모델에는 베인 회전에 의한 영향이 고려되지 않았다. 이로 인해 Fig. 8에서와 같이 shutoff 상태에서는 가속 영역이

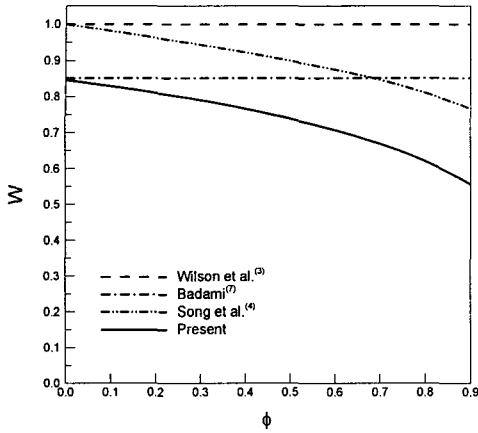


Fig. 9 Comparison of linear region factor

존재하지 않는다는 것은 펌핑 영역 입구에서 zero의 초기 순환 속도가 최대 순환 속도까지 순간적으로 도약한다는 것을 의미하기 때문에 물리적으로 타당하지 않다. 실험 결과에 의하면 shutoff 상태라 할지라도 가속 영역이 작게 나타날 뿐 명백히 존재한다. 본 연구에서 수행한 계산 결과를 예로 들면 가속 영역이 가장 짧은 shutoff 상태에서는 $W = 0.85$, 설계점 부근에서는 0.7정도의 값을 나타내었다. 재생형 기계의 성능은 순환 유량에 선형으로 비례하기 때문에, 순환 유량이 성능에 미치는 영향은 지배적이다. 따라서, 정확한 순환 유량 산출이 필수적으로 요구되며, 이를 위해서는 순환 유동 면적과 펌핑 유량에 따른 가속 영역의 영향이 반드시 고려되어야 한다.

4. 결론

본 연구에서는 재생형 기계의 성능 예측에 필수적인 순환 유량과 각운동량 변화를 산출할 수 있는 개선된 수력학적 모델을 개발하였다.

(1) 베인 두께와 채널 곡률을 포함한 세부적인 채널 형상 조건이 반영된 순환 중심 모델을 제시하였다.

(2) 선형 순환 속도 분포 가정을 통해 유효 순환 유량의 개념을 새롭게 정의하였다.

(3) 각운동량 산출에 있어 필수적인 평균 유선 반경 모델을 개발하였다.

(4) 채널 형상에 따른 순환 유량 변화가 직접적으로 고려된 순환 유동 면적을 제시하였다.

(5) 펌핑 영역에서 발생하는 순환 속도 분포에 대한 수정된 모델을 제시하였다.

(6) 재생형 기계에 대한 미끄럼 계수 모델을 제시하였다. 이는 채널 형상 및 유량의 함수 형태로 나타난다.

(7) 선형 영역 계수를 이용한 비교를 통해 본 연구에서 제시되는 수력학적 모델의 타당성을 확인하였다.

후 기

본 연구는 국가지정연구실 사업의 부분적인 지원을 통해 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Senoo, Y., 1948, "Theoretical Research on Friction Pump," *Reports of the Research Institute for Fluid Engineering*, Vol. 1.
- (2) Iverson, H. W., 1955, "Performance on the Periphery Pump," *Trans. of the ASME*, Vol. 77, pp. 19-22.
- (3) Wilson, W. A., Santalo, M. A. and Oelrich, J. A., 1955, "A Theory of the Fluid Dynamic Mechanism of Regenerative Pumps," *Trans. of the ASME*, Vol. 77, pp. 1303-1316.
- (4) Song, J. W., Engeda, A. and Chung, M. K., 2003, "A Modified Theory for the Flow Mechanism in a Regenerative Flow Pump," *Proc. Instn Mech. Engrs*, Vol. 217, pp. 313-321.
- (5) Shim, C. Y. and Kang, S. H., 2003, "Through Flow Analysis and Leakage Flow of a Regenerative Pump," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 27, No. 8, pp. 1015-1022.
- (6) Paeng, K. S. and Chung, M. K., 2001, "A New Slip Factor Centrifugal Impellers," *Proc. Instn Mech. Engrs*, Vol. 215, pp. 645-648.
- (7) Badami, M., 1997, "Theoretical and Experimental Analysis of Traditional and New Periphery Pumps," *SAE Technical Paper Series*, No. 971074, pp. 45-55.