

■ 論 文 ■

Conjugate Gradient 기법을 이용한 관측교통량 기반 기종점 OD행렬 추정 모형 개발

The Estimation Model of an Origin-Destination Matrix from Traffic Counts
Using a Conjugate Gradient Method

이 현 주

(서울시립대학교 교통공학과)

이 승 재

(서울시립대학교 교통공학과 부교수)

목 차

- I. 서론
 - 1. 연구배경 및 목적
 - 2. 연구방법
- II. 교통량기반 기종점 OD행렬 추정 기법
- III. 기종점 OD행렬 추정 알고리즘
 - 1. 추정 모형식
 - 2. Conjugate Gradient 방법의 적용
- IV. 분석 및 검증
 - 1. 분석자료의 구성
 - 2. 분석방법
 - 3. 분석결과
- V. 결론
참고문헌

Key Words : 관측교통량, Gradient법, Conjugate Gradient법, 기종점 OD행렬, 평가인자

요 약

전통적으로 기종점 OD행렬을 추정하는 방법은 가구통행조사나 노숙면접조사를 실시하여 표본조사한 자료의 전수화 과정을 거쳐 기종점 OD행렬표를 작성한다. 조사 과정에서 조사표본수가 증가함에 따라 시간과 비용 및 조사오차가 수반되는 문제로 인하여 많은 제약이 내포되어 있다. 이러한 제약을 극복하기 위해 관측교통량을 이용하여 기종점 OD행렬을 추정하는 기법을 연구해 오고 있다. 관측교통량으로 기종점 OD행렬을 추정하는 기법 중 gradient 모형은 가장 일반적으로 많이 이용하는 기법중의 하나다. 그러나 gradient모형을 이용하여 관측교통량으로 기종점 OD행렬을 추정할 결과 관측교통량과 추정교통량의 오차는 최소화시키면서 기종점 OD행렬을 추정하지만 사전(prior) 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 유지하지 못할 경우가 많다. 즉 사전 기종점 OD행렬의 통행특성을 변경시키는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 추정된 기종점 OD행렬은 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 반영하면서 관측교통량과 추정교통량의 오차를 최소화시켜주도록 하는 기종점 OD행렬 추정모형을 개발하기 위하여 Conjugate Gradient 알고리즘을 이용하였다.

개발된 모형을 검증하기 위하여 예제 분석가로망에서 모형의 일관성(일치성)을 분석하였다. 일관성 분석결과, 모형의 상위수준(upper level)과 하위수준(lower level)이 내부적으로 유기적인 관계를 유지하고 있는 것으로 분석되었다. 또한 관측링크교통량에 관측오차를 반영하여 기종점 OD행렬의 추정력을 분석하였다. 분석결과는 관측교통량과 추정(배정)교통량의 오차는 허용오차 범위내에서 추정되는 것으로 분석되었고 추정된 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조는 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 유지하는 것으로 분석되었다.

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(R01-2002-000-00328-0)의 지원으로 수행되었음.

1. 서론

1. 연구배경 및 목적

관측교통량으로 기종점 OD행렬¹⁾을 추정하는 일반적인 형태는 엔트로피 최대화 방법(Entropy Maximizing), 일반화 최소자승법(Generalized Least Squares), 베이저안 추론기법(Bayesian Inference) 등이 있다. 이러한 기법들을 이용한 모형들은 일반적으로 2단계(bi-level)형태를 이루고 있다. Nguyen(1984)은 이러한 2단계(bi-level)형태의 기종점 OD행렬 추정문제를 두가지 방법으로 분류하였는데, 관측자료가 모형을 정립하기 위해 이용되는 방법과 기종점 OD행렬이 가로망의 경로에 배정되는 방법에 따라서 기종점 OD행렬 추정문제를 분류하였다. Van Zuylen과 Willumsen(1980)은 가로망의 링크통행시간이 일정한 모형을 제안했다. 즉 이 모형은 경로(path) 비율이 일정한 비혼잡 상황하에서의 가로망에 적용하였다. 혼잡상황하의 가로망에서 경로비율은 교통량과 기종점 OD행렬에 매우 의존한다(Florian, 1986). 그러므로, 기종점 OD행렬 추정문제는 이러한 혼잡상황을 어떻게 해결하는가에 따라 문제의 어려움이 있다. Fisk(1988, 1989)는 Van Zuylen과 Willumsen(1980)의 모형을 혼잡한 가로망에 확장하여 변동부동 제약식을 가진 최적화문제로서 모형을 정립하였고, 이러한 문제를 2단계 문제(Bi-Level Programming Problem, BLPP)라고 하였다. 2단계 구조에서, 혼잡상황 문제를 해결하기 위해 실질적인 방법을 개발하려고 노력해 왔다. 일반적으로 2단계 문제(BLPP)는 비볼록성(nonconvexity)과 비차분성(nondifferentiability) 때문에 기종점 OD행렬 추정문제를 해결하기에 어려움이 있다(Chen and Florian, 1991). 뿐만 아니라 목적함수의 값과 경사벡터(gradient vector)는 항상 하위(second-level)문제의 해를 요구한다는 것이다.

또한 문제를 모형화할 때, 경로비율이 미리 정해져 있다고 가정하고 있으며, 대규모 가로망에 적용하기에는 현실적으로 적용이 불가능하다는 것이다. 때문에, 관측교통량으로 기종점 OD행렬 추정은 이론적이면서 실질적인 알고리즘을 개발하는 것이 관건이라고 하겠다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 Spiess(1990)은 경로교통량(path flow) 비율이 국지적으로 일정하다는 가정하에 gradient 모형을 개발하여 EMME2(INRO, 1990) 패키지 내에서 실행할 수 있는 매크로 명령어를 이용하여 대규모 가로망에 이 방법을 적용하였다. Spiess(1990)의 모형에서 사용하는 목적함수는 관측교통량과 통행배정 교통량의 차이만을 고려하는 함수식으로 이루어져 있다. 때문에, 관측교통량으로 기종점 OD행렬을 추정할 때 관측교통량과 배정교통량의 차이는 최소화되지만 추정된 기종점 OD행렬과 사전(prior) 기종점 OD행렬의 차이는 최소화가 되지 않는다. 즉, 추정된 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조²⁾는 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조와 유사하여야³⁾ 하지만 사전(prior) 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 유지하지 못할 경우가 많다.

따라서 본 연구에서는 추정된 기종점 OD행렬은 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 반영하면서 관측교통량과 추정교통량의 오차는 기존 기법보다 다소 증가하더라도 허용오차범위내에서 오차를 최소화시켜 주도록 하는 기종점 OD행렬 추정모형을 구축하도록 한다. 관측교통량으로 기종점 OD행렬을 추정하는 문제를 구축하기 위하여 2단계(bi-level)구조를 가진 Chen과 Florian(1995)의 모형을 기반으로 하는 기종점 OD행렬 추정 모형을 구축하도록 한다. 또한 가로망의 교통량이 이용자 최적의 원칙(Wardrop, 1952)에 의해 결정되도록 알고리즘을 구축한다. 최적해를 탐색해 가는 알고리즘은 공액경사 기법(Conjugate Gradient Method)을 이용하여 관측교통량을 이용한 기종점 OD행렬 추정모형을 구축한다.

1) 논문 뒷부분에 기본용어를 정의함.

2) 본 연구에서 "OD행렬 구조"라 함은 사전(prior) 기종점 OD행렬과 추정된(estimated) 기종점 OD행렬 각각의 OD행렬 쌍간 사전(prior)과 추정(estimated) OD행렬값과의 MAE%값의 차이로 정의하였으며 이를 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조의 변화를 파악하는 지표로 설정하였음. MAE%값이 10%이하 일 경우를 OD행렬 구조가 유지되는 것으로 가정하였으며 10%이상 차이가 있는 경우를 OD행렬 구조가 변경되는 것으로 가정하였음. 참고로 백승걸(2001)은 OD구조를 동일한 기점을 갖는 종점 통행의 규모순위로 정의하였음.

3) 본 연구에서는 도시의 구조가 비교적 안정된 곳이라고 가정하고 분석한 것임. 즉 도시구조의 변화가 심하지 않을 경우에 한하였으며 이 경우, 추정된 기종점 OD행렬은 사전 기종점 OD행렬과 유사하게 도출되어야 한다고 보았음. 그러나 신도시와 같이 도시활동이 활발하고 변화가 심한 도시의 경우 추정된 기종점 OD행렬 구조는 사전 기종점 OD행렬 구조와 다를 개연성이 있으므로 절대적으로 유사하여야 한다고 말하기에는 무리가 있을 것으로 판단됨.

2. 연구방법

본 연구의 방법은 다음과 같다.

첫째, 구축된 모형의 상위수준(upper-level)과 하위수준(lower-level)이 유기적으로 내부적인 일치성을 유지하는가를 분석하기 위해 모형의 일관성을 분석한다.

둘째, 관측링크개수의 증가 및 관측링크오차 반영시의 모형의 추정력을 분석한다.

셋째, 본 모형의 결과와 비교되는 모형은 Gradient 모형의 결과와 비교분석한다.

II. 교통량기반 기종점 OD행렬 추정 기법

연구대상지역은 센트로이드로 표현된 존으로 분할되고 링크 A의 집합은 노드 N의 집합을 연결하고 센트로이드는 이러한 노드들의 하위집합으로 구성된다. 링크들의 하위집합 \bar{A} 에 대해서, 특정시간(e.g. peak hour, average day)동안 관측교통량(traffic count) 데이터는 이용가능하다고 가정한다. 추정문제는, 관측 교통량 데이터를 추정(reproduce)하는 기종점 OD행렬 t 를 찾는 것과 같다. 실제 적용에 있어서 추정(reproduction)은 모든 관측교통량을 정확히 얻을 수는 없다. 정적인 기종점 OD행렬 추정문제는 한 시점의 시간동안 관측된 교통량을 다루고 있다. 관측교통량을 이용한 기종점 OD행렬 추정에서 중요한 것은 교통망에서의 경로(route)는 존 i 에서 j 까지 통행하는 것에 이용되는 통행배정기법이다. p_{ij}^a 를 가진 행렬 P 는 링크 a 를 이용하는 존 i 와 존 j 간에 통행비율이며 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$0 \leq p_{ij}^a \leq 1 \quad (1)$$

주어진 링크 a 를 통과하는 모든 t_{ij} (i 와 j 까지의 기종점 OD-교통량)의 합은 링크교통량 v_a 이다. 링크교통량과 기종점 OD행렬값에 관한 기본방정식은 식(2)와 같다.

$$v_a = \sum_{ij} p_{ij}^a t_{ij}, \quad a \in A \quad (2)$$

여기서, A 는 교통망내의 링크의 집합이며 p_{ij}^a 를 갖

는 행렬은 배정행렬(assignment matrix) P 로 표시된다. 가로망의 혼잡취급 유무에 따라 배정행렬(P)은 혼잡을 고려하지 않고 외생적으로 결정되면 비례배정(proportional assignment)이라고 하고, 혼잡을 고려하여 가로망내에서 내생적으로 결정되도록 하면 균형배정(Equilibrium assignment)이라고 한다.

- ① 비례배정(Proportional assignment) : 교통량과 p_{ij}^a 의 비율간에는 독립이라고 가정하며 링크교통량 v_a 는 기종점 OD-교통량(t_{ij})에 비례한다. 경로를 선택하는 통행자의 비율은 교통망에서의 혼잡에 의존하지 않고 단지 통행자와 경로특성에 의해서만 결정된다. p_{ij}^a 의 값은 기종점 OD행렬이 추정되기 이전에 결정되고 또한 외생적으로 주어지며 전량배정기법(all-or-nothing)이 이용된다. 비례배정기법은 가로망의 혼잡을 고려하지 않고 외생적으로 주어지는 배정행렬(P)을 이용하는 배정기법으로서 교통수요모형 정산방법에 의한 추정, 정보이론 기반 추정이 있다.
- ② 균형배정(Equilibrium assignment) : 혼잡효과는 어느 경우든지 중요하며 균형배정은 더욱 더 현실적인 접근방법이다. 링크통행비용은 비용-교통량(cost-flow)관계에 의하여 링크교통량에 좌우되며 균형배정기법은 Wardrop의 첫 번째 균형원칙(Wardrop, 1952)을 만족시키려고 한다. 즉, 교통체계는 통행자가 다른 경로로 전환(switching)함으로써 더 이상 더 낮은 통행비용을 얻을 수 없을 때 균형이다. p_{ij}^a 의 값은 모든 링크의 교통량(예를 들어, $p_{ij}^a = p_{ij}^a(v)$)에 의존하지만 통행 행렬 추정 과정에서 독립적으로 결정될 수 없다. 위의 식(2)는 v 에 대해서 비선형이다.

균형배정조건을 수행하는 배정행렬(assignment matrix) $P(v)$ 에 연관된 링크교통량 v_a ($a \in A$)의 교통량 패턴은 이용자 균형(user-equilibrium)형태를 따른다. Cascetta와 Nguyen(1988)은 기종점 OD행렬 추정모델의 복잡한 계산은 이용된 배정기법에 따라 좌우된다고 하였다. 균형배정기법을 정립하는 것과 혼잡효과에 대한 취급을 명백하게 하는 것은 비례배정에 의존하는 것보다 더욱더 번거로운 것이다.

링크 \bar{A} 의 하위집합에 대한 관측된 링크교통량 \bar{v}_a 와

통행(traffic)비율 p_{ij}^t 주어지면, 기종점 OD행렬 t 는 식(2)에 의해 결정된다. 이러한 방정식 체계는 기종점 통행행렬의 수에 비해 관측 교통량의 수가 적기 때문에 다수의 해가 발생하게 된다. 그러므로 추가적인 데이터(사전 정보)와 통행행태에 대한 가정이 유일한 기종점 OD행렬을 찾기 위해서 필요하다.

사전 정보(prior information)의 중요한 부분은 사전(target) 기종점 OD행렬이다. 통계적인 접근기법에서, 사전 기종점 OD행렬은 표본조사에서 얻어진 것을 가정하거나 추정될 참(true) 기종점 OD행렬의 관측치이다. 참 기종점 OD행렬은 통계적인 배분으로 가정하며 통계적인 배분에 대한 매개변수를 추정함으로써 얻어진다. 교통수요모형기반 추정기법에서 사전 기종점 OD행렬은 과거(old) 기종점 OD행렬로 가정하고 관측교통량을 만족시키도록 사전 기종점 OD행렬을 추정한다. 추정 기종점 OD행렬과 사전 기종점 OD행렬간에 오차는 교통량제약으로 최소화된다. 일반적으로 사전 기종점 OD행렬 \bar{t} 가 주어지면 기종점 OD행렬 t 를 찾는 문제는 함수 $F_1(t, \bar{t})$ 를 최소화시키는 문제이다. 아래의 표기에서 기종점 OD행렬에 대한 모든 사전 정보는 사전 기종점 OD행렬 \bar{t} 에 포함된다.

통계적으로, 관측교통량 집합은 추정될 참(true) 관측교통량 데이터의 관측치로 가정한다(추정된 OD행렬의 배정으로 얻어짐). 또다른 이유에 대해서, 추정된 관측교통량과 관측된 관측교통량간의 오차는 허용된다. 그러므로 기종점 OD행렬은 추정된 링크교통량 v 와 관측 링크교통량 \bar{v} 간에 차이를 작게하면서 구해진다. 이러한 목표는 기준 $F_2(v, \bar{v})$ 로서 배정제약으로 최소화 되도록 표현할 수 있다.

기종점 OD행렬 추정기법에 대한 최적화 문제는 식(3)의 일반적인 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min F(t, v) &= \gamma_1 F_1(t, \bar{t}) + \gamma_2 F_2(v, \bar{v}), v, t \geq 0 \quad (3) \\ \text{s.t. } v &= \text{assign}(t) \end{aligned} \quad (3a)$$

여기서 \bar{t} 는 사전 기종점 OD 행렬이고 \bar{v} 는 오차가 존재하는 F_1 과 F_2 를 가진 관측된 교통량이다. 교통망에 t 를 배정하는 것은 경로 교통량(path flows) h_{ik} 를 가진 이용가능한 경로(routes)상에서 기종점 OD 교통량 t_{ij} 를 분할하도록 유도하는 $\text{assign}(t)$ 로 표시된

다. 사전 기종점 OD행렬이 매우 신뢰할만하고 정확하다면 γ_1 은 γ_2 보다 커야 한다. 그러면 v 와 \bar{v} 간 오차는 허용된다. 반면에 관측된 교통량이 \bar{t} 에 있는 정보와 비교하여 신뢰할만하면 γ_2 는 γ_1 보다 커야 한다. 식(3)의 두 번째 부분은 추정된 기종점 OD행렬 t 와 사전 정보 \bar{t} 간에 더 큰 오차가 받아들여지는 동안에 관측 교통량 \bar{v} 와 밀접한 교통량 v 를 추정하도록 최적화한다. 그러므로 가중치 γ_i 의 값은 교통상황을 모형화하는 것과 관계가 있다. 비례배정의 경우, 다기준 모델들은 Brenninger-Gothe(1989) 등이 연구하였다. F_1 을 측정하는 오차는 최소정보 형태이고 F_2 는 Euclidean 거리 측정 형태를 가진다.

관측교통량으로 기종점 OD행렬을 추정하는 기법은 크게 정보이론 기반 추정기법(information based approach), 교통수요모형 기반 추정기법(traffic modelling based approach), 통계적 추론기법(statistical inference approach), 2단계 추정기법(bi-level approach), Gradient기반 추정기법(gradient based approach)으로 분류할 수 있다. 이 중 gradient기반 추정기법의 알고리즘에 대해서 살펴본다.

기종점 OD행렬 추정을 위한 gradient기반 모형식 및 알고리즘은 식(4)와 같다

$$\text{Minimize } Z(t) = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} (v_a - \bar{v}_a)^2 \quad (4)$$

$$\text{Subject to : } v_a = \sum_{i \in I} t_i \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} p_k, \quad a \in A$$

여기서,

v_a : 수요 매트릭스(t)의 통행배정 결과로 산출된 구간(a)교통량

\bar{v}_a : 구간(a)의 구간 교통량

i : 기종점 OD행렬 쌍

h_k : 경로(k) 교통량

i 쌍 OD행렬중 경로 k 를 이용할 확률(p_k) :

$$p_k = \frac{t_k}{t_i}, \quad k \in K_i, \quad i \in I$$

$$\delta_{ak} = \begin{cases} 0 & \text{if } a \notin k \text{ (구간 } a \text{는 경로 } k \text{상에 없음)} \\ 1 & \text{if } a \in k \text{ (구간 } a \text{는 경로 } k \text{상에 있음)} \end{cases}$$

위의 해를 찾기 위한 과정은 다음과 같다.

$$t_i^{l+i} = \begin{cases} \bar{t}_i & \text{for } l=0, \\ t_i^{l-1} - \lambda^l \left[\frac{\partial Z(t)}{\partial t_i} \right]_{t_i^{l-1}} & \text{for } l \geq 1 \end{cases}$$

① 경사도(gradient) $\frac{\partial Z(t)}{\partial t}$ 계산

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z(t)}{\partial t_i} &= \sum_{a \in A} \delta_{ak} p_k (v_a - \bar{v}_a) \\ &= \sum_{k \in K_i} p_k \sum_{a \in A} \delta_{ak} (v_a - \bar{v}_a), \quad i \in I \end{aligned}$$

② 스텝길이(step length) λ^l 값 계산

$$\text{Min}_{\lambda} Z \left(t_i \left(1 - \lambda \frac{\partial Z(t)}{\partial t_i} \right) \right)$$

$$\text{Subject to : } \lambda \frac{\partial Z(t)}{\partial t_i} \leq 1, \quad \forall i \in I \text{ with } t_i > 0$$

위 조건을 만족하는 λ^l 는

$$\lambda^* = \frac{\sum_{a \in A} v_a' (\bar{v}_a - v_a)}{\sum_{a \in A} v_a'^2}$$

관측교통량기반 기종점 OD행렬 추정연구에 대한 국내연구로서는 김중형(2000), 백승걸(2001), 이승재, 김중형(2000) 등의 연구가 있다. 이승재, 김중형(2000)의 연구는 gradient모형을 이용하여 대규모 가로망에서 통행수요를 추정하였다. 백승걸(2001)의 연구는 기존연구의 한계를 지적하고, 이를 극복하기 위해 유전자 알고리즘을 이용한 관측교통량으로부터의 기종점 OD행렬 추정기법을 제시하였으며 이를 다차종 관측교통량으로부터의 다차종 기종점 OD행렬 추정모형으로 확장하여, 다차종을 고려한 기종점 OD행렬 추정모형을 제시하였다. 개발된 모형이 내부적으로 일관성(일치성)이 유지하는지를 분석하였고 사전 기종점 OD행렬 및 관측링크교통량에 변동오차를 반영하여 추정 기종점 OD행렬의 추정력을 분석하였다.

정보이론기반 추정기법의 대표적인 예는 Willumsen의 ME2모형으로서 이 모형의 한계는 통행수요와 무관하게 경로선택비율이 결정된다는 점과 추정결과의 정확성은 사전 정보의 정확성에 전적으로 의존하게 되는 약점이 있다. 통계적 추론기법중 일반화최소자승법은 추정값에 대한 비유제약을 만족하지 못한다는 약점이 있다. H.Yang의 2단계 기종점 OD행렬 추정모형은 일반화최소자승기법을 혼잡한 가로망에 확장

한 것으로, 기종점 OD행렬 추정시에 상위문제(upper-level)에 대한 전역최적해를 도출하지 못할 가능성이 있다. Gradient기반 추정기법의 대표적인 예는 Spiess(1990)의 모형으로서, 이 모형의 장점은 대규모 가로망에서도 적용이 가능하며 관측교통량과 추정교통량의 오차를 최소화하면서 기종점 OD행렬을 추정하지만 추정된 기종점 OD행렬은 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 유지하는 못하는 경우가 많다⁴⁾.

따라서 추정된 기종점 OD행렬은 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 크게 변경시키지 않으면서 관측교통량과 추정교통량의 차이는 허용오차범위내에서 최소화하는 추정모형이 필요하며 또한 현실적으로 대규모 가로망에서도 적용이 가능한 모형이 필요할 것으로 보인다.

III. 기종점 OD행렬 추정 알고리즘

1. 추정 모형식

관측교통량으로 기종점 OD행렬을 추정하기 위한 2단계모형의 일반적인 구조는 식(5)와 같다.

$$\min F(t, v) = \gamma_1 F_1(t) + \gamma_2 F_2(v) \tag{5}$$

subject to

$$\sum_{k \in K_i} h_k - t_{ij} = 0 \tag{5a}$$

$$h_k \geq 0 \tag{5b}$$

$$v_a = \sum_{k \in K_i} \delta_{ak} h_k \tag{5c}$$

$$\sum_{a \in A} s_a(v) (v_a - \bar{v}_a) \leq 0 \tag{5d}$$

식(5a)~식(5d)를 만족시키는 $k \in K_i$ 와 v 에 대해, $F_1(t)$ 는 추정 OD행렬과 사전 OD행렬과의 거리함수이며 $F_2(v)$ 는 관측교통량과 균형배정교통량과의 거리함수, γ_1 과 γ_2 는 미리결정된 가중값이다. $s_a(v)$ 는 링크 a 의 비용이다.

본 연구에서는 위의 식(5)의 일반적인 구조를 기초로 하여 Spiess(1990)의 Gradient모형 및 Chen and Florian(1995)의 2단계(bi-level)모형을 기반으로 하는 식(6)과 같은 관측교통량 기반 OD행렬 추정모형을 구축하였다.

4) 이와 관련된 유사한 연구는 DOBLAS와 BENITEZ(2001)의 연구와 한국건설기술연구원(2001)의 연구 등이 있음.

$$\text{Min } F(t, v) = \frac{1}{2} \sum_{ij \in OD} (t_{ij} - \bar{t}_{ij})^2 + \frac{1}{2} \sum_{a \in A} (v_a - \bar{v}_a)^2 \quad (6)$$

subject to

$$t_{ij} \geq 0, \quad ij \in OD \quad (6a)$$

$$v \equiv v^* = (\dots, v_a, \dots) = \text{assign}(t) \quad (6b)$$

여기서,

$i \in O$: 기점 존

$j \in D$: 종점 존

a : 가로망의 링크

$k \in K_{ij}$: i 와 j 를 연결하는 경로

δ_{ak} : 경로 k 에 링크 a 가 속하면 1, 아니면 0

t_{ij} : i 에서 j 까지 추정 OD

\bar{t}_{ij} : i 에서 j 까지 사전(prior) OD

v_a : 링크 a 의 배정교통량

\bar{v}_a : 링크 a 의 관측교통량

h_k : 경로 k 의 교통량

2. Conjugate Gradient 방법의 적용

위의 식(6)을 풀기 위하여 본 연구에서는 공액경사 기법(Conjugate Gradient Method)을 기반으로 본 연구의 기종점 OD행렬 추정모형의 풀이 알고리즘을 전개하였다. 기본개념은 공액방향(conjugate direction)⁵⁾을 고려하여 탐색한다. 공액방향을 탐색하는 형태에는 Fletcher and Reeves, Hestens and Steifel, Polak and Ribiere 등이 개발한 형태가 있으나 본 연구에서는 Fletcher와 Reeves가 개발한 방법을 적용하였다. 공액경사기법(Conjugate Gradient Method)의 특성은 첫째, 해를 찾는 수렴속도가 경사탐색기법(Gradient Search Method)보다 빠르기 때문에 정확한 이동방향을 결정하여 최적해를 찾아준다. 둘째, 반복과정(단계 5)에서 이동방향 계산시에 경사도값을 한번 더 계산하여 이동방향을 결정하므로 초기값에 근접하도록 해를 도출한다.

본 연구의 기종점 OD행렬을 추정하기 위하여 공액경사기법(Conjugate Gradient Method)을 적용하였다. 식(6)의 최적해를 도출하기 위한 과정은 다음과 같다.

[단계 0] 초기화(initialization)

$n=0$ 으로 하고 사전(initial) 기종점 OD행렬 t^0 을 이용하여 하위수준(lower level)의 균형통행배정 문제 해결. 균형통행배정을 실시하면 내생적으로 링크 배정교통량 v^0 와 경로통행비율 h^0 가 계산됨

[단계 1] t^0 에서 $F(t^0, h_k^0)$ 의 경사도(gradient) b^0 값 계산

$$b_{ij}^0 = \frac{\partial F(t, h_k^0)}{\partial t_{ij}} \Big|_{t_{ij}^0} = \sum_{ij \in OD} (t_{ij}^0 - \bar{t}_{ij})$$

[단계 2] 경사방향(descend gradient direction) d^0 값 계산

$$d_{ij}^0 = -b_{ij}^0 t_{ij}^0$$

여기서, 최대경사값(maximum absolute gradient,

$$g_{\max}) \text{ 계산} = \left| \frac{d_{ij}}{t_{ij}} \right|$$

[단계 3] step length λ^0 값 계산⁶⁾

$$\lambda^0 = \arg \min [F(t_{ij}^0 + \lambda d_{ij}^0)]$$

subject to

$$\lambda b_{ij}^0 \leq 1, \text{ 이 함수식을 풀어 } \lambda^0 \text{ 값 도출}$$

$$\lambda^0 = \frac{\sum_{ij \in OD} (\bar{t}_{ij} - t_{ij}^0) d_{ij}^0 + \sum_{a \in A} (\bar{v}_a - v_a^0) \delta_{ak}^0 d_{ij}^0}{\sum_{ij \in OD} (d_{ij}^0)^2 + \sum_{a \in A} (\delta_{ak}^0 d_{ij}^0)^2}$$

[단계 4] t_{ij}^1 값 계산 : $t_{ij}^1 = t_{ij}^0 + \lambda^0 d_{ij}^0$

[단계 5] 반복과정

$$\text{i) } \beta^n \text{ 값 계산 : } \beta^n = \frac{|\nabla F(t^n, h_k^n) \tau|^2}{|\nabla F(t^{n-1}, h_k^{n-1}) \tau|^2}$$

$$\text{ii) 경사방향 } d_{ij}^n \text{ 값 계산 : } d^n = b^n t^n + \beta^n d^{n-1}$$

iii) step length λ^n 값 계산

$$\lambda^n = \frac{\sum_{ij \in OD} (\bar{t}_{ij} - t_{ij}^n) d_{ij}^n + \sum_{a \in A} (\bar{v}_a - v_a^n) \delta_{ak}^n d_{ij}^n}{\sum_{ij \in OD} (d_{ij}^n)^2 + \sum_{a \in A} (\delta_{ak}^n d_{ij}^n)^2}$$

$$\text{iv) } t_{ij}^{n+1} \text{ 값 계산 : } t_{ij}^{n+1} = t_{ij}^n + \lambda^n d_{ij}^n$$

[단계 6] 수렴성 판단(convergence test)

5) 논문 뒷부분에 정의 및 개념을 설명함.

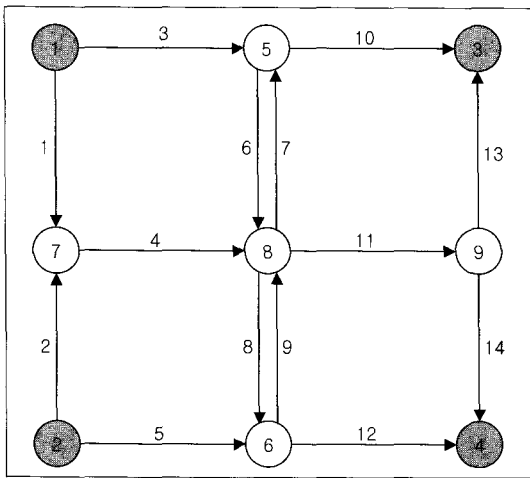
6) λ^n 은 Chen & Florian(1995)의 연구를 참조함.

만약 $|F(t^{n+1}) - F(t^n)| < \epsilon$ 이면 정지하고 t^{n+1} 도출, 그렇지 않으면 $n = n + 1$ 로 하고 단계 5로 감

IV. 분석 및 검증

1. 분석자료의 구성

위에서 구축된 기종점 OD행렬 추정모형을 검증하기 위해 이용한 자료는 Yang(1995)이 분석한 가로망 및 기종점 OD행렬 통행량의 분석자료⁷⁾를 이용하였다. <그림 1>의 가로망은 9개의 노드와 14개의 링크로 구성되어 있다. 이 중 음영으로 된 노드는 존(zone) 노드를 의미한다. 각 링크에 대한 속성은 <표 1>과 같다. 분석가로망의 통행저항함수는 BPR(Bureau of Public Road)식을 이용하였으며, 식(7)과 같다.



<그림 1> 모의 분석가로망

$$T_a = T_a^0 \{1 + 0.15(v_a / (C_a \times L_a))^4\} \quad (7)$$

여기서, T_a 와 T_a^0 는 각각 링크 a 의 통행시간과 자유통행시간을 말하며 v_a 와 C_a 는 각각 링크 a 의 배정교통량과 용량, L_a 는 차선수를 의미한다.

모형검증에 이용한 기종점 OD행렬값도 분석의 일관성을 유지하기 위해 H.Yang(1995)이 이용한 기종점 통행량을 이용하였으며 <표 2>에 제시되어 있다.

<표 1> 분석 예제 가로망의 입력속성

링크 번호	시점 노드	종점 노드	거리 (km)	차선수 (L_a)	T_a^0	1차선 용량 (C_a)
1	1	7	3.5	1	4	70
2	2	7	1.5	3	4	70
3	1	5	1.0	1.5	12	100
4	7	8	2.0	2	10	100
5	2	6	3.0	2.5	11	100
6	5	8	7.0	2	3	70
7	8	5	7.0	2	4	70
8	8	6	5.0	2	4	70
9	6	8	5.0	2	5	70
10	5	3	4.0	2.5	12	100
11	8	9	2.2	2	12	100
12	6	4	3.8	1.5	11	100
13	9	3	3.3	3	4	70
14	9	4	2.9	1	3	70

<표 2> OD추정에 이용되는 사전(prior) OD

기점 노드	종점 노드	통행량(대)
1	3	210
1	4	140
2	3	135
2	4	185

2. 분석방법

관측교통량을 이용하여 기종점 OD행렬을 추정할 때 관측교통량의 적정위치 및 개수와 관측오차에 따라 추정되는 기종점 OD행렬의 추정력은 달라진다. 본 연구에서는 구축된 모형이 일관성을 유지하고 있는지를 분석하고, 관측오차를 반영할 경우 관측개수의 변화에 따라 모형을 추정력을 분석한다. 비교모형은 Spiess(1990)의 gradient모형이며, gradient모형은 일반적으로 관측교통량을 이용하여 기종점 OD행렬을 추정할 때 많이 이용되는 모형이다.

1) 모형의 일관성 분석

본 모형이 내부적으로 일관성을 유지하고 있는가를 분석하는 방법은 사전(prior) 기종점 OD행렬을 이용

7) Yang(1995)의 연구중 본 연구에서 이용한 기종점 OD행렬의 통행량과 가로망의 형태는 같으나 가로망의 링크속성은 다름.

하여 분석가로망에 균형통행배정을 실시한 후, 링크에 배정된 링크배정교통량을 관측교통량이라 가정하고 이 관측교통량을 이용하여 기종점 OD행렬을 재추정 시에 초기에 배정된 링크교통량과 사전 기종점 OD행렬값과 같은지를 분석한다. 이 값이 다시 재현되어야 모형의 일관성이 유지되었다고 볼 수 있다. 모형의 일관성분석에 이용된 링크는 전체 14개 링크이며 관측오차는 0%로 하여 분석하였다.

2) 관측개수

분석가로망의 총 링크수는 14개 링크이다. 이 중 본 모형의 추정력을 분석하기 위해 이용하는 관측링크개수의 변화는 2개, 5개, 8개, 11개의 관측개수로 나누어 모형의 추정력을 분석하였다.

3) 관측링크 오차 반영

관측링크의 교통량 오차는 모형의 추정력에 영향을 많이 주는 변수이다. 본 모형의 추정력을 분석하기 위해 설정한 교통량 관측오차는 ±0%, ±5%, ±10% 인 경우로 설정하여 분석하였다.

〈표 3〉 모형추정력 분석 시나리오

구분	관측링크 교통량 오차	관측개수				
		2개	5개	8개	11개	14개
일관성 분석	±0%	-	-	-	-	○
관측오차 변화에 따른 추정력 분석	±0%	○	○	○	○	○
	±5%	○	○	○	○	○
	±10%	○	○	○	○	○

4) 모형 추정력 평가인자

기종점 OD행렬 추정의 추정력을 비교분석하기 위해 이용하는 평가지표는 MAE%(Relative Mean Absolute Error)를 이용하여 분석하였다.

$$MAE(\%) = \left(\frac{\sum |v_{est} - v_{obs}|}{\sum v_{obs}} \right) \times 100 \quad (8)$$

여기서,

v_{obs} : 관측교통량(또는 사전(prior) OD)

v_{est} : 추정교통량(또는 추정 OD)

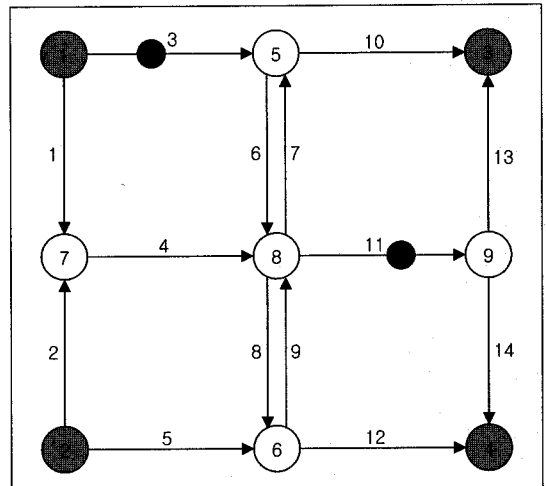
3. 분석결과

1) 모형검증에 이용한 관측구간(링크)

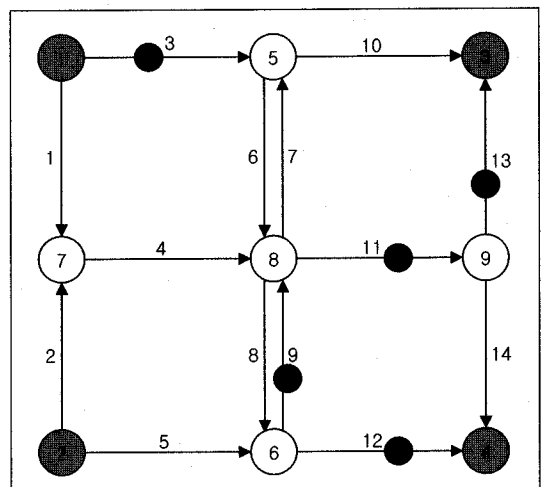
본 연구에서 Conjugate Gradient 기법을 이용한 관측교통량 기반 기종점 OD행렬 추정 모형을 검증하기 위하여 이용한 관측링크개수별 관측구간은 〈그림 2〉~〈그림 5〉와 같다.

2) 모형의 일관성 분석

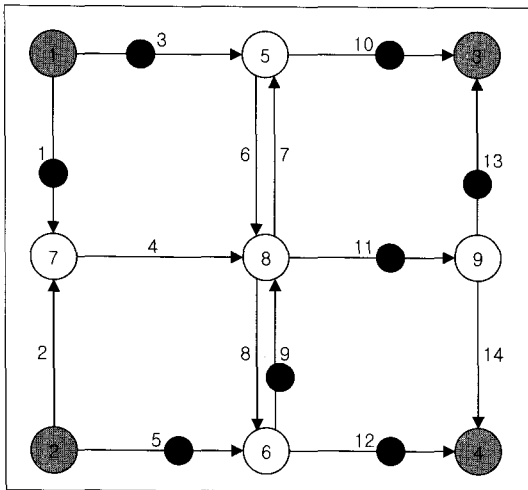
구축된 모형이 일관성을 유지하기 위해서는 사전(prior) 기종점 OD행렬을 가로망에 통행배정을 하여 얻어진 링크배정교통량을 다시 이용하여 기종점 OD



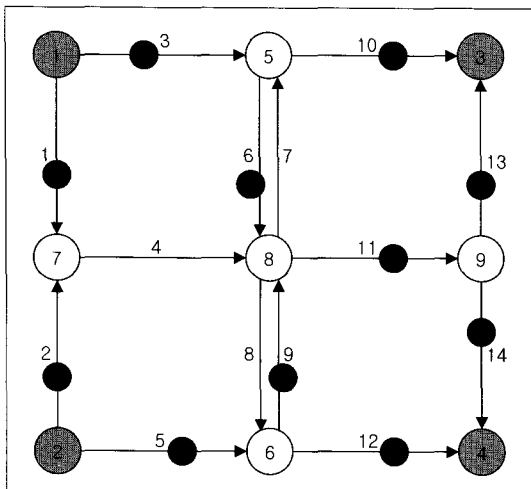
〈그림 2〉 관측구간이 2개일 경우



〈그림 3〉 관측구간이 5개일 경우



〈그림 4〉 관측구간이 8개일 경우



〈그림 5〉 관측구간이 11개일 경우

행렬 및 링크교통량을 추정하였을 때, 사전 기종점 OD행렬과 초기배정된 링크교통량을 다시 구현할 수 있어야 모형의 일관성이 유지되었다고 할 수 있다.

(1) 링크배정교통량 재도출 분석

〈표 4〉는 사전(prior) 기종점 OD행렬을 이용하여 가로망에 통행배정한 후, 링크배정교통량을 관측교통량이라고 가정하고 이 관측링크교통량을 이용하여 추정된 기종점 OD행렬을 분석가로망에 다시 균형통행배정을 실시하여 각 링크에 통행배정된 결과를 보여주고 있다. 본 모형으로 추정된 배정교통량은 초기배정교통량과 정확히 일치하고 있는 것으로 볼 때, 본 모형의 일관성은 유지된 것으로 보인다.

(2) 사전(prior) 기종점 OD행렬 재도출 분석

〈표 5〉에서 보는 바와 같이, 초기배정교통량을 관측교통량이라 가정하고 이를 다시 이용하여 사전 기종점 OD행렬을 갱신(재추정)한 결과를 보여주고 있다. 재추정된 기종점 OD행렬도 사전(prior) 기종점 OD행렬값을 다시 재현하고 있어 모형의 일관성을 확보하였다고 볼 수 있다.

〈표 4〉 링크배정교통량 재도출 결과

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	gradient		본 모형	
				배정량	MAE%	배정량	MAE%
1	5	221	221	221	0.0	221	0.0
1	7	129	129	128	0.8	129	0.0
2	6	223	223	223	0.0	223	0.0
2	7	97	97	98	1.0	97	0.0
5	3	262	262	262	0.0	262	0.0
5	8	13	13	12	7.7	13	0.0
6	4	203	203	203	0.0	203	0.0
6	8	43	43	42	2.3	43	0.0
7	8	226	226	226	0.0	226	0.0
8	5	53	53	53	0.0	53	0.0
8	6	23	23	22	4.4	23	0.0
8	9	205	205	205	0.0	205	0.0
9	3	83	83	83	0.0	83	0.0
9	4	122	122	122	0.0	122	0.0
					1.2		0.0

〈표 5〉 사전(prior) OD행렬 재도출 결과

기점 노드	종점 노드	사전 OD	gradient		본 모형	
			추정OD	MAE%	추정OD	MAE%
1	3	210	210.1	0.07	209.9	0.05
1	4	140	139.6	0.26	139.9	0.04
2	3	135	134.4	0.47	134.9	0.07
2	4	185	186.1	0.57	185.1	0.08

3) 관측개수별 관측오차에 따른 모형의 추정력 분석

(1) 관측링크개수 2개, 관측오차 ±0%일 때 추정력 분석

〈표 6〉은 관측링크개수가 2개일 경우 관측오차 ±0%를 적용하여 관측링크교통량과 배정링크교통량의 오차를 분석한 것이다. 표에서 보는 것처럼 gradient모형 및 본 모형 모두 MAE%가 0.0%로서 오차가 없는 것으로 분석되었다.

〈표 6〉 배정(추정)교통량의 오차분석(2개, ±0%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	221	221	221	0.0	0.0
1	7	129		128	129		
2	6	223		222	223		
2	7	97		97	97		
5	3	262		262	262		
5	8	13		13	13		
6	4	203		202	202		
6	8	43		43	43		
7	8	226		226	226		
8	5	53		53	53		
8	6	23		23	23		
8	9	205	205	205	205	0.0	0.0
9	3	83		83	83		
9	4	122		122	122		

〈표 8〉 배정(추정)교통량의 오차분석(2개, ±5%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	210	211	216	0.5	2.9
1	7	129		114	132		
2	6	223		253	219		
2	7	97		131	105		
5	3	262		247	245		
5	8	13		86	14		
6	4	203		248	206		
6	8	43		77	42		
7	8	226		245	237		
8	5	53		122	43		
8	6	23		71	29		
8	9	205	215	214	221	0.5	2.8
9	3	83		66	97		
9	4	122		148	123		

〈표 7〉 추정 OD의 오차분석(2개, ±0%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	210	210	0.0	0.0
1	4	140	140	140	0.0	0.0
2	3	135	135	135	0.0	0.0
2	4	185	185	185	0.0	0.0
		670	670	670	0.0	0.0

〈표 9〉 추정 OD의 오차분석(2개, ±5%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	125	204	40.4	2.8
1	4	140	199	144	42.2	3.0
2	3	135	188	138	39.3	2.1
2	4	185	196	185	6.0	0.1
		670	708	671	32.0	2.0

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD쌍임.

〈표 7〉은 관측링크개수가 2개일 때 관측오차 ±0%를 반영하였을 경우 추정된 기종점 OD행렬의 추정력을 분석한 것이다. gradient모형과 본 모형의 경우는 MAE%가 0.0%로서 정확히 추정되는 것으로 분석되었다.

(2) 관측링크개수 2개, 관측오차 ±5%일 때 추정력 분석

〈표 8〉에서 gradient모형의 경우, 관측링크로 선정된 링크교통량의 오차는 본 모형의 오차보다 낮은 것으로 분석되었고 본 모형의 경우는 관측링크의 오차는 gradient모형보다는 다소 높지만 큰 차이는 없는 것으로 보이며 전체적으로 허용오차범위내⁸⁾의 오차를 보여주고 있다.

〈표 9〉는 gradient모형으로 추정된 기종점 OD행렬중 3개쌍의 기종점 OD행렬은 사전(prior) 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 변경시키는 것으로 분석되었고, 1개쌍만이 사전 기종점 OD행렬의 구조를 유지하면서 추정된 것으로 보이지만 본 모형으로 추정된 기종점 OD행렬은 4개쌍 모두 사전 OD행렬 구조를 유지하면서 추정되는 것으로 보인다.

(3) 관측링크개수 2개, 관측오차 ±10%일 때 추정력 분석

〈표 10〉에서 gradient모형의 경우, 관측링크로 선정된 링크의 오차는 본 모형의 오차보다 낮지만 〈표 11〉에서 보는 것처럼 추정된 OD행렬의 MAE%는 상당히 높음을 알 수 있다.

8) KDI(2001)의 지침에서는 관측교통량과 배정교통량과의 수락 가능한 허용오차 범위를 30%라고 명시하고 있음. 본 연구에서의 허용오차 범위는 20%를 기준으로 하여 분석하였음.

〈표 10〉 배정(추정)교통량의 오차분석(2개, ±10%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	199	202	222	1.5	11.6
1	7	129		99	122		
2	6	223		267	233		
2	7	97		161	94		
5	3	262		239	256		
5	8	13		130	26		
6	4	203		272	214		
6	8	43		81	60		
7	8	226		260	216		
8	5	53		167	61		
8	6	23		85	41		
8	9	205	226	219	200	3.1	11.5
9	3	83		55	82		
9	4	122		165	118		

〈표 12〉 배정(추정)교통량의 오차분석(5개, ±0%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	221	221	221	0.0	0.0
1	7	129		127	129		
2	6	223		222	223		
2	7	97		99	97		
5	3	262		261	262		
5	8	13		12	13		
6	4	203	203	203	203	0.0	0.0
6	8	43	43	41	43	4.6	0.0
7	8	226		226	226		
8	5	53		53	53		
8	6	23		22	23		
8	9	205	205	205	205	0.0	0.0
9	3	83	83	84	83	1.2	0.0
9	4	122		121	122		

〈표 11〉 추정 OD의 오차분석(2개, ±10%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	72	198	65.7	5.9
1	4	140	230	146	64.1	4.3
2	3	135	222	141	64.3	4.1
2	4	185	207	186	11.6	0.8
		670	730	671	51.4	3.8

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD쌍임.

〈표 11〉은 관측오차가 ±5%에서 ±10%로 증가할 때, gradient모형의 결과 추정된 기준점 OD행렬의 OD행렬 구조가 모두 바뀌었고 오차는 평균 32%에서 51.4%로 오차변동폭이 크며, 본 모형의 경우는 2%에서 3.8%로 오차는 증가하였으나 변동폭이 작게 증가하는 것으로 분석되었다.

(4) 관측링크개수 5개, 관측오차 ±0%일 때 추정력 분석

〈표 12〉는 관측개수가 5개일 때 관측오차가 없는 것으로 가정하여 추정된 배정링크교통량과 관측링크교통량의 오차를 분석한 것이다. 〈표 6〉과 비교해 볼 때 관측링크수가 증가함에 따라 오차(MAE%)도 약간씩 증가하는 것으로 분석되었다.

〈표 13〉은 gradient모형의 평균 MAE%는 0.3%로 분석되었고, 본 모형의 경우는 0.0%로 분석되었다.

〈표 13〉 추정 OD의 오차분석(5개, ±0%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	210	210	0.0	0.0
1	4	140	138	140	1.2	0.0
2	3	135	135	135	0.0	0.0
2	4	185	186	185	0.0	0.0
		670	669	670	0.3	0.0

두 모형 모두 오차는 거의 없는 것으로 보인다.

(5) 관측링크개수 5개, 관측오차 ±5%일 때 추정력 분석

〈표 14〉에서 gradient모형의 경우, 관측링크의 오차는 낮지만 5개의 관측링크중 6→8링크, 9→3링크는 허용오차를 벗어나는 것으로 분석되었다. 또한 관측링크 5개중 3개 링크의 교통량 오차가 gradient모형의 경우보다 본 모형의 오차가 더 낮은 것으로 분석되었다.

〈표 15〉는 관측개수가 5개일 경우, ±5%의 관측오차를 반영하여 추정된 기준점 OD행렬의 추정력을 분석한 것으로서, gradient모형은 추정된 기준점 OD행렬은 사전 기준점 OD행렬의 구조를 유지하지 못하는 것으로 보이나 본 모형의 결과는 사전 기준점 OD행렬의 구조를 유지하면서 추정되는 것으로 보인다.

〈표 14〉 배정(추정)교통량의 오차분석(5개, ±5%)

시점 노드	중점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	210	216	223	2.9	6.2
1	7	129		126	125		
2	6	223		142	205		
2	7	97		90	103		
5	3	262		199	244		
5	8	13		134	30		
6	4	203	193	200	203	3.6	5.2
6	8	43	45	88	43	95.6	4.4
7	8	226		217	228		
8	5	53		117	51		
8	6	23		145	42		
8	9	205	215	176	208	18.1	3.3
9	3	83	79	47	92	40.5	16.5
9	4	122		129	117		

주 : 음영 부분은 허용가능한 오차범위를 벗어나는 링크임.

〈표 16〉 배정(추정)교통량의 오차분석(5개, ±10%)

시점 노드	중점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	199	206	212	3.5	6.5
1	7	129		127	131		
2	6	223		127	210		
2	7	97		94	106		
5	3	262		184	243		
5	8	13		147	15		
6	4	203	183	197	200	7.7	9.3
6	8	43	47	89	43	89.4	8.5
7	8	226		221	237		
8	5	53		126	46		
8	6	23		159	33		
8	9	205	226	172	216	23.9	4.4
9	3	83	75	44	96	41.3	28.0
9	4	122		128	119		

주 : 음영부분은 허용가능한 오차범위를 벗어나는 링크임.

〈표 15〉 추정 OD의 오차분석(5개, ±5%)

기점 노드	중점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	82	198	60.9	5.9
1	4	140	260	151	85.7	7.6
2	3	135	164	138	21.6	2.1
2	4	185	68	169	63.1	8.5
		670	575	655	57.8	6.0

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD쌍임.

〈표 17〉 추정 OD의 오차분석(5개, ±10%)

기점 노드	중점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	59	199	72.0	5.2
1	4	140	274	144	95.9	2.7
2	3	135	170	140	25.9	3.9
2	4	185	50	176	72.7	5.0
		670	553	659	66.6	4.2

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD쌍임.

(6) 관측링크개수 5개, 관측오차 ±10%일 때 추정력 분석

〈표 16〉은 관측오차가 증가함에 따라 gradient모형은 MAE%값이 전반적으로 커지는 것으로 분석되었고 본 모형의 경우는 상대적으로 오차값이 낮아지는 것으로 분석되었다. 허용오차범위를 벗어나는 링크는 gradient모형의 경우는 3개링크이고 본 모형의 경우는 1개 링크로 분석되었다.

〈표 17〉은 5개의 관측링크의 교통량에 ±10%의 관측오차를 반영하였을 경우, 추정된 기중점 OD행렬의 구조 변화를 분석한 것이다. 관측오차가 증가함에 (±5%→±10%) 따라 gradient모형의 추정력 오차도 57.8%→66.6%로 증가하면서 사전 기중점 OD행렬의 OD행렬 구조가 변하는 반면, 본 모형의 추정력은 6.0%→4.2%로 오차가 감소하면서 사전 기중점 OD행렬의 OD행렬 구조를 유지하는 것으로 보

인다. 이는 관측링크개수와 관측오차에 크게 영향을 받지 않고 기중점 OD행렬을 추정하는 것으로 판단된다.

(7) 관측링크개수 8개, 관측오차 ±0%일 때 추정력 분석

〈표 18〉은 관측링크개수가 8개, 관측오차 0%일 경우 MAE%가 0%로 분석되었다.

〈표 19〉는 관측링크개수가 8개일 때 관측오가 0%를 적용하였을 경우 추정 기중점 OD행렬의 추정력을 분석한 것으로서 두 모형 모두 MAE%값은 차이가 없는 것으로 분석되었다.

(8) 관측링크개수 8개, 관측오차 ±5%일 때 추정력 분석

〈표 20〉에서는 8개 관측링크의 추정 오차는 오히려 본 모형으로 추정된 경우가 gradient모형의 경우

〈표 18〉 배정(추정)교통량의 오차분석(8개, ±0%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	221	221	221	0.0	0.0
1	7	129	129	129	129	0.0	0.0
2	6	223	223	223	223	0.0	0.0
2	7	97		97	97		
5	3	262	262	262	262	0.0	0.0
5	8	13		13	13		
6	4	203	203	203	203	0.0	0.0
6	8	43	43	43	43	0.0	0.0
7	8	226		226	226		
8	5	53		53	53		
8	6	23		23	23		
8	9	205	205	205	205	0.0	0.0
9	3	83	83	83	83	0.0	0.0
9	4	122		122	122		

〈표 19〉 추정 OD의 오차분석(8개, ±0%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	210	210	0.0	0.0
1	4	140	140	140	0.0	0.0
2	3	135	135	135	0.0	0.0
2	4	185	185	185	0.0	0.0
		670	670	670	0.0	0.0

보다 낮은 것으로 나타났다. 허용오차를 벗어나는 링크는 gradient모형이 1개 링크로 분석되었다.

〈표 21〉은 8개의 관측링크에 관측오차 ±5%를 반영하여 추정된 기종점 OD행렬의 추정력을 분석한 것으로, 관측개수가 증가함에 따라 gradient모형은 오차가 점차 감소하는 것으로 나타나지만 사전 기종점 OD행렬의 구조는 유지할 수 없게 추정되는 것으로 판단된다. 반면 본 모형의 경우는 관측개수에 상관없이 오차변동폭이 크게 변하지 않으면서 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 유지하면서 추정되는 것으로 판단된다.

(9) 관측링크개수 8개, 관측오차 ±10%일 때 추정력 분석

〈표 22〉는 8개의 관측링크 교통량에 ±10%의 관

〈표 20〉 배정(추정)교통량의 오차분석(8개, ±5%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	210	222	219	5.7	4.3
1	7	129	135	128	128	5.2	5.2
2	6	223	212	202	221	4.7	4.2
2	7	97		100	90		
5	3	262	249	243	255	2.4	2.4
5	8	13		79	19		
6	4	203	193	210	209	8.8	8.3
6	8	43	45	95	54	111.1	20.0
7	8	226		228	218		
8	5	53		100	56		
8	6	23		103	43		
8	9	205	215	199	193	7.4	10.2
9	3	83	79	78	79	1.3	0.0
9	4	122		121	113		

주 : 음영부분은 허용가능한 오차범위를 벗어나는 링크임.

〈표 21〉 추정 OD의 오차분석(8개, ±5%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	143	202	32.1	4.0
1	4	140	207	145	47.9	3.5
2	3	135	178	133	31.7	1.7
2	4	185	124	178	32.9	3.9
		670	652	657	36.1	3.3

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD행임.

측 오차를 반영한 경우 관측링크를 이용한 교통량의 오차는 두 모형 모두 비슷한 오차를 보이는 것으로 분석되었다. 관측개수가 5개일 경우와는 달리 관측개수가 8개일 경우에도 오차변동폭은 증가하는 것으로 분석되어, 관측개수가 증가할수록 오차는 감소한다는 통념과는 맞지 않은 것으로 보인다.

〈표 23〉은 관측개수가 8개일 경우 관측오차 ±10%를 반영하였을 때, 추정된 기종점 OD행렬의 오차를 분석한 것이다. 관측오차가 증가함에 따라 추정 기종점 OD행렬의 오차도 증가하는 것으로 판단되지만 본 모형의 경우가 gradient모형의 경우보다 오차변동폭이 작은 것으로 보이고 gradient모형으로 추정된 기종점 OD행렬은 OD행렬 구조가 변경되면서 추정되는 것으로 보인다.

〈표 22〉 배정(추정)교통량의 오차분석(8개, ±10%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	199	213	220	7.0	10.6
1	7	129	142	124	125	12.7	12.0
2	6	223	201	177	196	11.9	2.5
2	7	97		108	101		
5	3	262	236	220	255	6.8	8.1
5	8	13		122	29		
6	4	203	183	204	205	11.5	12.0
6	8	43	47	106	34		
7	8	226		232	226		
8	5	53		130	63		
8	6	23		133	43		
8	9	205	226	198	183	12.4	19.0
9	3	83	75	70	62	6.7	17.3
9	4	122		128	121		

주 : 음영부분은 허용가능한 오차범위를 벗어나는 링크임.

〈표 23〉 추정 OD의 오차분석(8개, ±10%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	91	194	56.8	7.7
1	4	140	246	152	75.9	8.4
2	3	135	199	123	47.6	9.1
2	4	185	86	174	53.6	5.8
		670	622	642	58.5	7.8

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD쌍임.

(10) 관측링크개수 11개, 관측오차 ±0%일 때 추정력 분석

〈표 24〉는 관측링크개수가 11개일 때 관측오차를 0%로 가정하여 추정된 배정링크교통량과 관측링크교통량의 오차를 분석한 것이다. gradient모형의 평균 오차(MAE%)는 1.2%로 분석되었지만 본 모형의 오차는 0%이다.

〈표 25〉는 관측링크개수가 11개일 때 관측오차가 없는 것으로 가정하여 추정된 기종점 OD행렬의 추정력을 분석한 것으로 두 모형 모두 오차는 없는 것으로 분석되었다.

(11) 관측링크개수 11개, 관측오차 ±5%일 때 추정력 분석

〈표 26〉은 gradient모형은 관측개수가 증가함에 따라 오차변동폭은 점차 감소하는 것으로 분석되었고, 본 모형의 경우는 오차가 완만하게 증가하는 것으로

〈표 24〉 배정(추정)교통량의 오차분석(11개, ±0%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	221	221	221	0.0	0.0
1	7	129	129	128	129	0.8	0.0
2	6	223	223	223	223	0.0	0.0
2	7	97	97	98	97	1.0	0.0
5	3	262	262	262	262	0.0	0.0
5	8	13	13	12	13	7.7	0.0
6	4	203	203	203	203	0.0	0.0
6	8	43	43	42	43	2.3	0.0
7	8	226		226	226		
8	5	53		53	53		
8	6	23		22	23		
8	9	205	205	205	205	0.0	0.0
9	3	83	83	83	83	0.0	0.0
9	4	122	122	122	122	0.0	0.0

〈표 25〉 추정 OD의 오차분석(11개, ±0%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	210	210	0.0	0.0
1	4	140	140	140	0.0	0.0
2	3	135	135	135	0.0	0.0
2	4	185	185	185	0.0	0.0
		670	670	670	0.0	0.0

〈표 26〉 배정(추정)교통량의 오차분석(11개, ±5%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	210	219	219	4.3	4.3
1	7	129	135	121	125	10.4	7.4
2	6	223	212	200	190	5.7	10.4
2	7	97	102	109	101	6.9	1.0
5	3	262	249	248	254	0.4	2.0
5	8	13	14	58	32	314.3	128.6
6	4	203	193	206	201	6.7	4.1
6	8	43	45	70	39	52.5	13.3
7	8	226		230	226		
8	5	53		87	67		
8	6	23		76	51		
8	9	205	215	195	180	9.3	16.3
9	3	83	79	75	65	5.1	17.7
9	4	122	128	121	115	5.5	10.2

주 : 음영부분은 허용가능한 오차범위를 벗어나는 링크임.

<표 27> 추정 OD의 오차분석(11개, ±5%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	161	191	23.4	9.0
1	4	140	179	153	27.7	9.3
2	3	135	161	128	19.6	5.0
2	4	185	148	163	20.2	12.1
		670	649	635	22.7	8.9

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD쌍임.

분석되었다. gradient모형은 11개의 관측링크중 2개 링크가 허용오차범위를 벗어나는 것으로 나타났고 본 모형의 1개가 벗어나는 것으로 분석되었다.

<표 27>은 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조가 변경된 쌍은 gradient모형은 모두 변경되었으며 본 모형의 경우는 1개쌍이 변경되어 추정된 것으로 분석되었다. 전반적으로 관측개수가 증가함에 따라 gradient모형은 추정 기종점 OD행렬의 추정오차가 감소하나 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조는 유지할 못하는 것으로 판단된다. 본 모형의 경우 추정 오차가 증가는 하지만 추정 기종점 OD행렬은 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 유지하면서 추정되는 것으로 보인다.

(12) 관측링크개수 11개, 관측오차 ±10%일 때 추정력 분석

<표 28>은 11개의 관측링크중 gradient모형은 3개의 링크가 허용오차를 벗어났으며, 본 모형은 1개 링크가 벗어났다. 관측오차 5%일 경우(표 26)와 비교해 볼 때 관측오차가 증가하면서 gradient모형의 평균 MAE%도 증가하고 있지만 본 모형의 경우는 완만하게 감소하고 있는 것으로 보인다.

<표 29>는 gradient모형으로 추정된 기종점 OD행렬은 사전 기종점 OD행렬의 구조가 전부 변경되었고, 본 모형의 경우도 2개의 쌍이 변경되는 것으로 분석되었으나 오차변동폭은 낮다. 관측오차 5%일 경우(<표 27>)와 비교해 볼 때 관측오차가 10%로 증가함에 따라 gradient모형은 MAE%값(22.7%→39.4%)이 증가하지만 본 모형은 8.9%→9.0%로 거의 변하지 않아 본 모형은 관측오차가 증가하여도 오차변화가 크지 않은 것으로 분석된다.

<표 28> 배정(추정)교통량의 오차분석(11개, ±10%)

시점 노드	종점 노드	초기 배정	관측 링크	배정교통량		MAE%	
				gradient	본모형	gradient	본모형
1	5	221	199	206	220	3.5	10.6
1	7	129	142	113	127	20.4	10.6
2	6	223	201	189	198	6.0	1.5
2	7	97	107	114	98	6.5	8.4
5	3	262	236	229	251	3.0	6.4
5	8	13	14	85	33	507.1	135.7
6	4	203	183	199	200	8.7	9.3
6	8	43	47	87	47	85.1	0.0
7	8	226		227	225		
8	5	53		109	64		
8	6	23		97	48		
8	9	205	226	194	192	14.2	15.0
9	3	83	75	77	76	2.7	1.3
9	4	122	134	117	115	12.7	14.2

주 : 음영부분은 허용가능한 오차범위를 벗어남 링크임.

<표 29> 추정 OD의 오차분석(11개, ±10%)

기점 노드	종점 노드	사전 OD	추정 OD		MAE%	
			gradient	본 모형	gradient	본 모형
1	3	210	121	191	42.4	9.0
1	4	140	198	156	41.4	11.5
2	3	135	186	137	37.5	1.3
2	4	185	118	159	36.4	14.3
		670	622	643	39.4	9.0

주 : 굵은 실선은 OD행렬 구조가 변경된 OD쌍임.

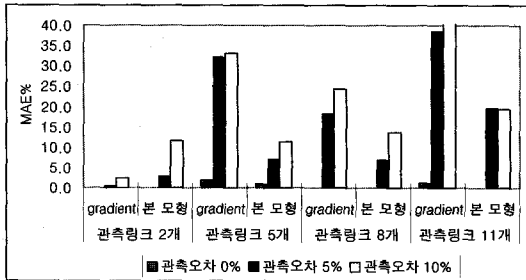
4) 분석결과 요약

(1) 배정(추정) 교통량의 오차변화 비교

<표 30>과 <그림 6>은 관측링크개수에 따른 관측링크와 배정링크교통량의 MAE%를 관측링크만의 관측링크교통량을 기준으로 비교한 것이다. 관측링크개수가 2개일 경우에는 gradient모형의 경우가 본 모형의 경우보다 MAE% 오차가 더 낮은 것으로 분석되었고, 관측링크개수가 5개, 8개, 11개일 경우에는 본 모형의 경우가 gradient모형의 경우보다 MAE% 오차가 더 낮은 것으로 분석되었다. 이는 앞에서 분석한 것처럼 전반적으로 gradient모형의 경우가 개별링크만을 비교할 경우 오차가 더 낮지만 gradient모형의 경우 관측링크중 특정한 링크의 오차가 본 모형의 경우보다 훨씬 높은 링크가 있어 전체적인 평균에

〈표 30〉 관측과 배정링크교통량의 MAE%비교(관측링크 기준)

관측 링크 오차	링크 2개		링크 5개		링크 8개		링크 11개	
	gradient	본 모형	gradient	본 모형	gradient	본 모형	gradient	본 모형
±0%	0.0	0.0	2.0	0.9	0.0	0.0	1.1	0.0
±5%	0.5	2.9	32.1	7.1	18.3	6.8	38.6	19.6
±10%	2.3	11.6	33.2	11.3	24.3	13.7	60.9	19.4



〈그림 6〉 관측과 배정링크교통량의 MAE%비교(관측링크 기준)

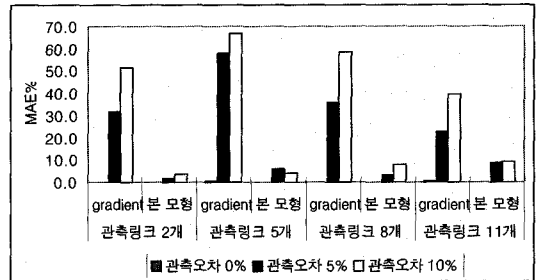
서 본 모형의 오차보다 높은 것으로 분석된다. MAE%의 오차는 관측링크개수가 8개일 경우에 오차가 전반적으로 감소하는 것으로 나타났으나 관측링크개수가 11개일 경우에는 오히려 오차가 증가하는 것으로 나타났다. 따라서 오차를 감소시키고 기종점 OD행렬의 정확한 추정을 위해서는 적정 교통량 관측구간과 개수를 선정하여 선정된 관측구간의 교통량을 이용하여 기종점 OD행렬을 추정하여야 할 것으로 판단된다.

(2) 추정 기종점 OD행렬의 추정력 변화 비교

〈표 31〉과 〈그림 8〉은 교통량 관측구간의 개수변화에 따른 추정된 기종점 OD행렬의 추정력을 분석한 것이다. gradient모형은 관측구간의 개수가 증가함에 따라 MAE%는 감소하는 것으로 분석되었고, 관측오차가 증가함에 따라 MAE%값은 증가하는 것으로 분석되었다. 본 모형의 경우는 관측구간의 개수가 증가함에 따라 MAE%값은 증가하는 것으로 분석되었고 관측오차가 증가함에 따라 MAE%값은 관측링크개수에 따라서 오차가 감소하는 것도 있는 것으로 분석되었다. 결국 MAE%값을 줄이고 추정 기종점 OD행렬의 추정력을 향상시키기 위해서는 앞에서 지적하였지만 적정한 교통량 관측구간의 링크와 개수를 선정하여 기종점 OD행렬을 추정하여야 할 것으로 판단된다.

〈표 31〉 관측개수에 따른 추정 OD의 추정력 변화비교 (MAE% 기준)

관측 링크 오차	링크 2개		링크 5개		링크 8개		링크 11개	
	gradient	본 모형	gradient	본 모형	gradient	본 모형	gradient	본 모형
±0%	0.2	0.1	0.5	0.1	0.2	0.1	0.3	0.1
±5%	32.0	2.0	57.8	6.0	36.1	3.3	22.7	8.9
±10%	51.4	3.8	66.6	4.2	58.5	7.8	39.4	9.0



〈그림 8〉 관측개수에 따른 추정 OD의 추정력 변화비교 (MAE% 기준)

V. 결론

관측교통량으로 기종점 OD행렬을 추정하기 위해 Conjugate Gradient 기법을 이용하여 본 연구의 기종점 OD행렬 추정모형을 구축하였다. 본 연구에서 구축한 기종점 OD행렬 추정모형과 gradient모형으로 추정된 결과를 비교분석하였다. 모형의 일관성 분석 결과 내부적으로 상위수준과 하위수준의 유기적인 관계가 유지되는 것으로 분석되었다.

관측링크개수의 변화와 관측오차 변화에 따라서 관측링크교통량과 배정링크교통량의 오차를 분석하였고 추정된 기종점 OD행렬의 추정력을 분석하였다.

관측링크교통량과 배정링크교통량의 오차를 분석한 결과, 관측링크를 기준으로 비교한 경우 오차는 두 모형 모두 전반적으로 증가하는 것으로 분석되었으며 본 모형의 오차가 gradient모형의 오차보다 비교적 낮은 것으로 분석되었다.

추정된 기종점 OD행렬의 추정력을 분석한 결과, 관측링크개수가 증가함에 따라 gradient모형은 MAE%가 감소하는 것으로 분석되었지만 본 모형의 MAE%보다는 높게 추정되는 것으로 분석되었다. 또한 관측오차가 증가함에 따라 gradient모형의 오차변동폭은 큰 폭으로 증가하는 것으로 분석되었지만 본 모형의

변동폭은 작거나 오히려 감소하는 부분도 있는 것으로 분석되었다. 이는 본 모형으로 추정된 기종점 OD행렬이 사전 기종점 OD행렬의 OD행렬 구조를 더 잘 반영하고 있는 것으로 판단된다.

본 연구의 향후 과제는 다음과 같다.

첫째, 분석가로망에서의 적절한 관측지점을 선정할 관측교통량을 이용하여 추정된 기종점 OD행렬 추정 모형의 추정력은 어떻게 변화하는지에 대한 후속 연구가 필요하다.

둘째, 대규모 가로망에서도 본 연구에서 구축한 모형이 내부적인 일관성을 유지하는지와 오차변화에 따른 기종점 OD행렬의 추정력도 검증하는 연구가 필요하다.

셋째, 본 연구에서의 단일차종 기종점 OD행렬 추정모형을 다차종 기종점 OD행렬 추정모형으로 확장하는 연구가 필요하다.

참고문헌

1. 김종형(2000), Gradient방법에 의한 통행량기반 수요추정 연구, 서울시립대학교 박사학위 논문.
2. 백승걸(2001), 유전자알고리즘을 이용한 링크관측 교통량으로부터 기종점 통행행렬 추정, 서울대학교 박사학위 논문.
3. 이승재·김종형(2000), Gradient방법과 일반화 최소자승법을 이용한 관측교통량기반 O/D 추정방법에 관한 예측력 비교평가 연구, 대학교통학회지 제18권 제2호, 대학교통학회, pp.41~51.
4. 한국건설기술연구원(2001), 상시조사 자료에 의한 교통량 관측위치 및 관측지점수 산정 연구.
5. Brenninger-Gothe M., Jorntern K. O. and Lundgren J.T.(1989) Estimation of origin - destination matrices from traffic counts using multiobjective programming formulation, *Transpn. Res.*, 23B, pp.257~269
6. Crainic et al(2001), Demand matrix adjustment for multimodal freight networks. *Transpn. Res.*, Record 1771, pp.140~147.
7. Chen, Y. & Florian, M.(1991). The Nonlinear Bilevel Programming Problem: A General Formulation and Optimality Condition. Publication No. 794, CRT, University of Montreal.
8. Chen, Y. & Florian, M.(1995). A Coordinate Descent Method for the bi-level O-D Matrix Adjustment Problem. *Int. Trans. Opl Res.* Vol.2. No.2, pp.165~179.
9. E. Cascetta and S. Nguyen(1988). A unified framework for estimating or updating origin/destination matrices from traffic counts. *Transportation Research*, 22B.
10. Fisk, C. S.(1988). On combining maximum entropy trip matrix estimation with user optimal assignment. *Transpn. Res.* Vol.22B, pp.69~73.
11. Fisk, C. S.(1989). Trip Matrix Estimation from Traffic Counts : the Congested Network Case. *Transpn. Res.* Vol.23B, pp.331~336.
12. Florian, M.(1986). Nonlinear cost network models in transportation analysis. *Mathematical Programming Study*, pp.167~196.
13. H. Yang, Iida Y. and T.Sasaki(1991b) An Analysis of the reliability of an OD trip matrix estimated from traffic counts. *Transpn. Res.* 26B, pp.351~363.
14. H. Yang(1995). Heuristic Algorithm for the Bilevel Origin-Destination Matrix Estimation Problem, *Transpn. Res.* Vol.29B, pp.231~242.
15. INRO Consultants Inc.(1999). EMME/2 Users' Manual. Montreal, Quebec : INRO.
16. J. Doblaz, F G. Benitez(2001) An approach for estimating and updating origin-destination matrices based on traffic counts preserving prior structure, *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*.
17. J. Wardrop(1952), Some theoretical aspects of road traffic research, In *Proc. Inst. Civil Engr.*, Part II, pp.325~378.
18. Nguyen, S.(1984). Estimating Origin -Destination Matrices from Observed Flows. In M. Florian(Ed) *Transportation Planning Models*, pp. 363~380.
19. Spiess, H.(1990). A gradient approach for the O-D matrix adjustment problem, INRO.

20. S. Rao(1996), Engineering Optimization (Theory and Practice Third Edition), John Wiley & Sons.
21. Torgil Abrahamsson(1998). Estimation of Origin-Destination Matrices Using Traffic Counts-A Literature Survey, www.iiasa.ac.at.
22. Van Zuylen, J. H. & Willumsen, L. G. (1980). The most Likely Trip Matrix Estimated from Traffic Counts. Transpn. Res. Vol.14B, pp.281~293.

✉ 주 작성 자 : 이현주

✉ 논문투고일 : 2003. 10. 31

논문심사일 : 2003. 11. 19 (1차)

2003. 12. 19 (2차)

2004. 1. 27 (3차)

2004. 2. 6 (4차)

심사판정일 : 2004. 2. 6

✉ 반론접수기한 : 2004. 6. 30

〈기본용어 정의〉

■ **통행(travel, trip)**

승객이나 화물이 목적지에서의 활동을 위해 출발지에서 출발하여 목적지에 도달하는 행위인 통행의 묶음 또는 행위의 한 단위를 의미함.

■ **기종점 OD행렬(Origin-Destination Matrix)**

기종점 통행량을 모형으로 표시한 것. 세로 i , 가로 j 의 수치는 통행유출존 i 에서 유입존 j 로의 통행수의 양을 나타냄. 즉 출발지(Origin)와 목적지(Destination)별로 통행량을 구분 정리해 놓은 표(table).

■ **사전(prior) 기종점 OD행렬**

사전(prior) 기종점 OD행렬이라 함은 추정하기 이전의 기종점 OD행렬을 말하며 기존에 존재하는 historical OD행렬을 일컫음. 이를 선행 OD, 사전 OD, 통행행렬이라고도 함. 본 연구에서는 사전(prior) 기종점 OD행렬이라고 칭함.

■ **추정(estimated) 기종점 OD행렬**

추정(estimated) 기종점 OD행렬이라 함은 사전(prior) 기종점 OD행렬과 관측교통량을 이용하여 추정된 기종점 OD행렬을 말함. 이를 추정 OD, 사후(posterior) OD라고도 함. 본 연구에서는 추정(estimated) 기종점 OD행렬이라고 칭함.

■ **관측교통량(traffic counting volume, or observed traffic volume)**

관측교통량은 가로망의 어떤 도로구간에 실제로 지나가는 교통량을 직접 관측하여 기록된 교통량을 말함. 관측교통량을 조사하는 방법은 직접조사방법, 검지기를 이용하는 방법 등이 있음.

〈Conjugate Direction의 정의 및 개념〉

1) Conjugat direction의 정의

$A=[A]$ 는 $n \times n$ 의 대칭행렬이라고 하자.

n 벡터(또는 방향)의 집합 $\{S_j\}$ 는 만일 $S_i^T A S_j = 0$ for all $i \neq j, i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,n$ 이면 conjugate가 된다고 할 수 있다.

2) Convergent method

만일 정확한 계산을 이용하여, 최소화 방법이 n 변수내에서 이차함수(quadratic function)를 최소화하는 동안에 n 단계(step)내에서 최소점을 찾을 수 있다면 그 방법을 convergent method라고 한다.

정리(theorem)

n 변수의 2차함수와 $k < n$ 차원의 2개의 평행한 평면인 1과 2가 주어지면 평면내에서 2차함수의 제한된 안장점(stationary points)은 각각 X_1 과 X_2 에 있다고 하자. 그러면 X_1 과 X_2 를 연결하는 선은 평면에 평행한 어떤 선에 연결(conjugate)한다.

증명(proof)

다음과 같은 2차 함수가 있다고 하자.

$$Q(X) = \frac{1}{2} X^T A X + B^T X + C$$

Q 의 경사(gradient)는 다음 식과 같다.

$$\nabla Q(X) = AX + B$$

그러므로

$$\nabla Q(X_1) - \nabla Q(X_2) = A(X_1 - X_2)$$

만약 S 가 평면에 평행한 어떤 벡터라고 하면 $\nabla Q(X_1)$ 과 $\nabla Q(X_2)$ 에 직각이 되어야만 한다. 그러므로,

$$S^T \nabla Q(X_1) = S^T A X_1 + S^T B = 0 \tag{1}$$

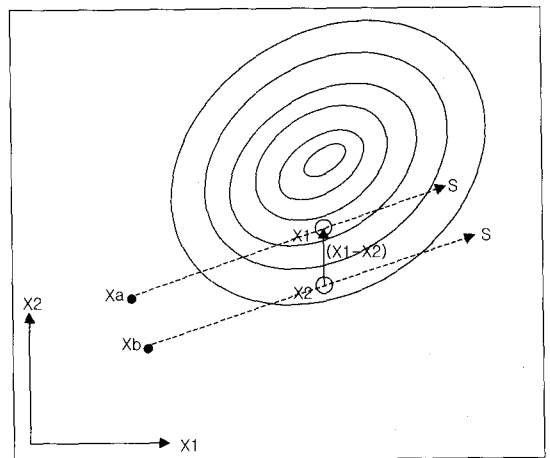
$$S^T \nabla Q(X_2) = S^T A X_2 + S^T B = 0 \tag{2}$$

(1)-(2)를 하면 식(3)을 얻는다.

$$S^T A (X_1 - X_2) = 0 \tag{3}$$

그러므로 S 와 $(X_1 - X_2)$ 는 Conjugate이다.

이 정리가 의미하는 것은 아래 그림에서 2차원 공간에서 예를 보여주고 있다. 만약 X_1 과 X_2 가 두 개의 다른 시작점(starting points) X_1 과 X_2 로부터 방향 S 를 따라 탐색함으로써 얻는 Q 의 최소(minima)라면 선 $(X_1 - X_2)$ 는 탐색 방향(search direction) S 에 연결(conjugate)한다.



〈그림〉 Conjugate directions(S.Rao,1996)