

Implicit와 explicit 방법의 결합에 의한 3차원 유한차분 빔전파 방법의 개선

김현준 · 오범환 · 박세근 · 이일항 · 이승걸*

인하대학교 정보통신 공학부, 집적형광자기술 연구센터
Ⓣ 402-751 인천광역시 남구 용현동 253 번지

(2004년 4월 30일 받음, 2004년 9월 2일 수정본 받음)

3차원 유한 차분 빔전파 방법의 계산시간 및 수렴성 문제를 해결하기 위해서 implicit와 explicit 방법을 결합하는 복합 방법(hybrid method)을 제안하였다. 방향성 결합기의 결합길이를 결정하는 문제를 대상으로 제안된 방법과 implicit 방정식의 해를 직접 구하는 방법의 계산 시간을 비교하였다. 그 결과 직접 풀이법에 비해 제안된 방식의 계산 속도가 최소 10배 이상 빠름을 확인하였다.

주제어 : Guided waves, Integrated optics devices, Beam propagation method, directional coupler.

I. 서 론

빔전파 방법(beam propagation method, BPM)은 수치해석상의 빠른 계산 속도와 간단함으로 인해 광소자를 분석하고 설계하는데 가장 많이 사용되는 기술의 하나이다. 기본적으로 그것은 진행축 상으로 분리된 두 횡단면간의 전자기장 관계로 구성되며 한 횡단면의 전자기장 분포로부터 다음 횡단면의 분포를 수치 해석적으로 그리고 순차적으로 계산하게 된다.^[1]

3차원 광소자의 분석을 위해서는 보통 유효굴절률법(effective index method, EIM)을 적용하여 소자를 2차원 화한 다음 2차원 BPM을 적용하게 된다.^[2] 그러나 EIM은 코어와 클래딩의 굴절률차가 큰 경우나 차단 주파수(cut-off frequency) 근방에서 부정확한 결과를 만들어낸다. 또한 2차원 BPM은 근본적으로 편광 성분간의 결합(coupling)을 다룰 수 없는데,^[4] 이는 큰 굴절을 변화나 긴 전파거리에서 심각한 영향을 미칠 수 있다. 때문에 2차원 BPM을 이용한 광도파로 소자의 해석은 한계를 가질 수밖에 없다. 따라서 3차원 소자의 정확한 분석이나 최적 설계를 위해서는 3차원 BPM의 사용이 절대적으로 필요하다.

빔전파 방법은 Feit 등에 의해 FFT(fast Fourier transform)-BPM^[1]의 형태로 처음 그 알고리즘이 발표된 이후, FDM(finite difference method)^[3-5]과 FEM(finite element method)^[6,7] 등이 도입되면서 크게 개선되었다. 특히 FD-BPM은 상대적으로 간단하게 3차원 구조를 모델링할 수 있고 벡터 특성을 고려할 수 있어 가장 활발히 연구되어왔다.^[3-6] 이러한 3차원 FD-BPM은 유한차분 기법에 따라 explicit 방법과 implicit 방법으로 나뉜다. 일반적으로 explicit 방법은 쉽게 구현될 수 있으며 계산시간이 적게 소요되지만, 수치 해석적 안정성(stability)이나 정확도(accuracy)가 나쁜 단점을 가진다. 반면에, implicit

방법은 우수한 안정성과 높은 정확도를 갖지만, 3차원 문제에서는 BPM 연립방정식이 매우 넓은 대역폭(bandwidth)의 복잡한 행렬(tridiagonal with fringes)로 구성되므로, 보통의 경우 Thomas algorithm^[8]같은 직접풀이법(direct solving method)의 적용이 불가능하다. 또한 주로 초기에 사용되었던 반복풀이법(iterative solving method)을 이용한 간접풀이의 경우는 해를 구하는데 상당히 긴 시간이 소요되며 특별한 경우의 수렴성 문제 등을 갖고 있다.^[9,10]

3차원 implicit FD-BPM의 문제를 직접풀이 관점에서 해결하는 방법으로 ADI(alternating direction implicit)기법을 들 수 있다.^[10] ADI 기법은 연산자 분리를 통해 차원을 낮추어 연립방정식 풀이를 수행하는데 빠른 계산속도와 더 작은 메모리 요구량 그리고 쉬운 경계조건의 적용 등의 장점을 갖고 있어 기존 반복풀이법에 비해 효율성(efficiency) 및 정확도 측면이 우수하다. 그러나 상호 결합항(cross coupling term)을 내포하는 full-vectorial 계산에서는 연산자 분리의 어려움과 그에 따른 추가적 오차 등의 문제를 부분적으로 갖고 있다.^[9,10]

한편 최근 explicit 방법을 개선한 modified explicit finite difference(MEFD) 방법^[11,12]은 안정조건 개선과 계산시간 단축 등의 장점을 갖고 있으나, 분석될 소자의 길이가 긴 경우에 MEFD의 결과는 어떤 거리 이상을 진행한 후에 진동하거나 발산하는 경향을 가진다.^[12] 즉 implicit 방법에 비해 안정성과 정확도 측면에서 여전히 문제점을 안고 있다. 그러나 이 방법을 반복풀이법의 초기 가정해를 찾는데 활용한다면 기존 3차원 implicit BPM 문제를 아주 효과적으로 풀 수 있을 것으로 예측된다. 왜냐하면 MEFD의 개선된 안정조건과 계산시간은 계산비용의 추가(overhead)를 최소화 하면서 상대적으로 정확한 초기 가정해를 제공하여 반복풀이법의 반복 횟수를 극적으로 줄이게 되므로 오히려 전체 계산시간을 크게 단축할 수 있기 때문이다. 또한 ADI의 연산자분리과정 등이 필요하지 않음으로 쉽게 full-vectorial 계산이 가능하며

* E-mail: sglee@inha.ac.kr

식 변형에 따른 오차의 추가를 최소화할 수 있을 것이다.

본 논문에서는 MEFD를 사용하는 간단한 방법으로 기존 반복풀이법의 문제를 해결하는 implicit 방법과 explicit 방법을 결합하는 복합법(hybrid method)을 제안하며 그것의 최적 사용조건을 분석한다. 이는 특별히 길고 복잡한 구조의 3차원 광소자를 정확하고 효율적으로 분석하는 방법이 될 수 있으며 특별한 경우의 수렴성 문제 등을 해결할 수 있다.

먼저, 2장에서 제안된 방법의 원리를 간단히 설명하고 3장에서 기존방법과 제안된 방법의 계산시간 및 정확도를 비교 분석하여 최적 조건을 결정함으로써 본 논문에 대한 결론을 맺을 것이다.

II. 제안된 방법의 원리

Helmholtz 파동방정식에, 진행 방향인 z 축으로 굴절률 변화가 없으며 (z -invariant) 광파가 서서히 변하는 것을 가정하면 (slowly-varying envelope approximation, SVEA), 두 개의 결합방정식(coupled equation)으로 표현되는 근축광선 벡터 빔전파 방법(full-vectorial paraxial BPM) 관계식이 얻어진다.^[5]

$$j \frac{\partial E_x}{\partial z} = A_{xx} E_x + A_{xy} E_y \quad (1)$$

$$j \frac{\partial E_y}{\partial z} = A_{yy} E_y + A_{yx} E_x \quad (2)$$

여기서 E_x 와 E_y 는 전파방향 z 에 수직인 xy 면상에 존재하는 전기장의 각 방향성분이며 $A_{xx}, A_{xy}, A_{yy}, A_{yx}$ 는 굴절률, 파수벡터 그리고 x, y 축에 대한 편미분으로 표현되는 미분 연산자를 나타낸다.^[4,5] 특히 A_{xy} 와 A_{yx} 는 두 편광성분간의 상호결합(coupling)과 관계되며 이의 유무로부터 semi-vectorial과 full-vectorial BPM으로 나뉜다.^[4]

3차원 계산공간을 각 축의 방향에 따라 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 간격으로 이산화하고, 식 (1), (2)의 편미분을 유한차분에 의해 근사하면 차분 방정식으로 표현된 BPM 관계식을 얻을 수 있다. 여기서 유한차분 방법에 따라 explicit 방법과 implicit 방법에 해당하는 두 종류의 차분 방정식을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 논의를 단순화하기 위해 semi-vectorial BPM의 경우로 서술하며 이는 explicit, implicit, 그리고 MEFD 방법들의 전개과정을 비교하기 위한 것이다. 이러한 방법들은 연산자 분리가 필요한 ADI기법을 적용하지 않는다면 추가과정 없이 full-vectorial의 경우로 쉽게 확장될 수 있다.

$$j \frac{E_x(z+\Delta z) - E_x(z-\Delta z)}{2\Delta z} = A_{xx} E_x(z) \quad (3a)$$

$$j \frac{E_x(z+\Delta z) - E_x(z)}{\Delta z} = A_{xx} \frac{E_x(z+\Delta z) + E_x(z)}{2} \quad (3b)$$

먼저 식 (3a)는 $[z-\Delta z, z+\Delta z]$ 에서의 중심차분 근사(central finite-difference approximation)를 이용한 explicit BPM에 해당하며, 이미 알고 있는 $z-\Delta z$ 와 z 에서의 전기장 분

포로부터 $z+\Delta z$ 에서의 전기장 분포를 직접 구할 수 있다. 계산과정에서 역행렬을 구할 필요가 없어 빠른 계산시간과 구현의 간단함이라는 장점을 갖지만 해의 안정성 확보를 위해 전파간격(step size) Δz 의 크기를 어떤 값 이상으로 크게 할 수 없다. 일반적으로 explicit BPM의 안정조건은 식 (4)와 같이 표현된다.^[2]

$$\Delta z < 2k_0 n_r \left\{ \frac{4}{\Delta x^2} + \frac{4}{\Delta y^2} + k_0^2 |n_{i,j}^2 - n_r^2|_{\max} \right\}^{-1} \quad (4)$$

여기서 k_0 는 자유공간에서의 빛의 파수이며 n_r 은 SVEA를 고려하여 설정된 기준굴절률(reference refractive index) 그리고 $n_{i,j}$ 은 이산화된 xy 평면 위에 놓인 i, j 번째 격자점, 즉 $(x=\Delta x \times i, y=\Delta y \times j)$ 에서의 굴절률이다.

한편 식 (3b)는 Crank-Nicolson 기법으로부터 얻어지는 implicit 방법에 해당하며 전기장분포를 찾기 위해서는 역행렬을 구하는 과정, 즉 연립방정식의 풀이(operator inversion)가 요구되어진다. 이 방법은 Δz 크기에 관계없이 안정적이며, z 방향으로 진행함에 따라 해가 발산하지 않는다. 그러나 2차원 BPM의 연립방정식이 직접풀이법을 이용할 수 있는 간단한 삼각 대각행렬(simple tridiagonal matrix)로 구성되는 것과는 달리, 3차원의 경우는 매우 넓고 복잡한 행렬(tridiagonal with fringes)로 구성되어, Thomas algorithm^[8]같은 연립방정식의 직접풀이법을 활용하는 것이 보통의 경우 불가능하다. 따라서 implicit 3차원 BPM의 도입 초기에는 진행방향의 각 전파간격에 대한 연립방정식의 풀이를 위해 ORTHOMIN, BICGSTAB 등과 같은 반복풀이법이 사용되었다.^[4,5] 해에 대한 초기 가정으로부터 출발해서 요구되는 정확도를 가진 해를 얻기 위하여 필요한 만큼 계산을 반복하는데, 정확도를 보장하기 위해 많은 수의 반복을 필요로 하게 되며 어떤 경우 수렴성을 보장할 수 없게 된다.^[9,10]

한편 식 (3a)의 $E_x(z)$ 를 $z-\Delta z$ 와 $z+\Delta z$ 에서의 평균값으로 대체하면 MEFD(DuFort-Frankel method)가 되며, 안정조건은 식 (5)와 같이 주어진다. 이 방법은 기존 explicit BPM에 비해 안정성이 7~8배 개선된 것이며, 격자점의 leapfrog arrangement를 이용하여 전체 계산시간을 50% 정도 줄일 수 있다.^[11,12]

$$\Delta z < \frac{n_r}{\sqrt{(n_{i,j}^2 - n_r^2) \{1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2 - k_0^2(n_{i,j}^2 - n_r^2)/4\}}} \quad (5)$$

그러나 MEFD는 implicit 방법에 비해 안정성과 정확도 측면에서 여전히 문제점을 안고 있다.

일반적으로 식 (3b)의 implicit 차분방정식을 반복풀이법으로 푸는 경우, 각 전파간격에 대한 반복계산 횟수는 문제 자체의 수렴성과 관계없이 초기 가정해와 실제 해(exact solution)가 얼마나 유사한가에 달려있다. 따라서 본 논문에서는 실제 해와 유사한 초기 가정해를 사용함으로써 반복풀이법에서 각 전파간격에 대한 반복계산 횟수를 줄이고, 결과적으로 총 계산시간을 감소하는 방법을 제안한다. 제안된 방법에서는

반복풀이법을 위한 초기 가정해로 임의 초기치 대신에 explicit 방법의 하나인 MEFD의 결과를 사용하여 전체 계산 시간을 줄이고자 한다. MEFD의 개선된 안정조건에 의해 계산비용의 추가를 최소화하면서 상대적으로 정확한 초기 가정해를 빠르게 얻을 수 있다. 혹시 MEFD 계산의 정확도를 결정하는 Δz 가 그 자신의 안정조건을 만족하지 않더라도 임의 초기 가정해를 사용하는 것보다는 각 전파간격 당 반복계산 횟수를 크게 줄일 수 있다.

implicit 차분방정식(3b)에 Jacobi 반복법^[8]을 적용하였으며 반복계산의 계속 여부는 아래와 같은 최소자승오차(least squares error) ϵ 를 이용하였다.

$$\epsilon = \sqrt{\sum_{i,j} |E_{i,j}^{(k+1)} - E_{i,j}^{(k)}|^2 / N} \quad (6)$$

위 식에서 위첨자(superscript) $(k), (k+1)$ 은 각각 k 번째 그리고 $k+1$ 번째 반복한 후의 전기장을 나타내며, N 은 xy 평면상의 총 격자점의 개수를 의미한다. 즉 각 반복과정에서 정의된 오차와 허용오차(tolerance) 즉, 요구하는 정확도를 비교하여 반복의 계속 여부를 결정하게 된다. 경계면 처리를 위해 투명경계조건(transparent boundary condition)^[13]을 적용하였으며, 정확도와 계산시간을 비교하기 위해 직접풀이법을 같은 문제에 적용하였다. 여기서 직접풀이방법은 FEM의 계산에서 효율적임이 이미 밝혀진 Berkeley 대학에서 개발된 sparse solver^[14]를 사용하였는데 이는 LU-인수분해방법(LU-decomposition)을 사용하되 효율적인 희소 행렬 저장방식을 사용하여 저장이나 연산속도가 알고리즘이 아닌 희소성(sparse)에 비례하는 기법이다. 이러한 방법을 이용하여 기존에 불가능했던 3차원 implicit BPM의 연립방정식을 직접풀이방법으로 풀 수 있었으며 임의 초기치를 사용하는 기존 간접법(convictional iterative techniques)의 결과와 대략 비슷하거나 빠른 계산결과를 나타낸다.^[8,14]

III. 계산 결과 및 논의

제안된 방법에 의해 계산시간이 얼마나 감소될 수 있으며, 해의 정확도는 어떤 영향을 받게 되는지를 확인하기 위해, 방향성 결합기(directional coupler)의 결합길이(coupling length)를 구하는 문제에 적용하였다.

방향성 결합기의 진행방향에 수직한 횡단면(xy 면) 구조는 그림 1(a)와 같으며 코어(core)와 클래딩(cladding)의 굴절률은 각각 1.455와 1.444이고 각 도파로의 폭과 높이 그리고 도파로 간의 간격은 모두 $4 \mu\text{m}$ 이다. 입사 광속의 파장은 $1.55 \mu\text{m}$ 이고 수평모드(E^x 모드, quasi-TE 모드)를 가정하였으며, 기본모드(fundamental mode)입사를 위해 가상 전파방법(imaginary propagation method)을 적용하였다.^[15] 또한 기준 굴절률은 1.444를 선택하였다.

먼저 적절한 계산영역(calculation window)의 횡단면 크기를 결정하기 위해서 그림 1(b)와 같이 두 가지 경우에 대해

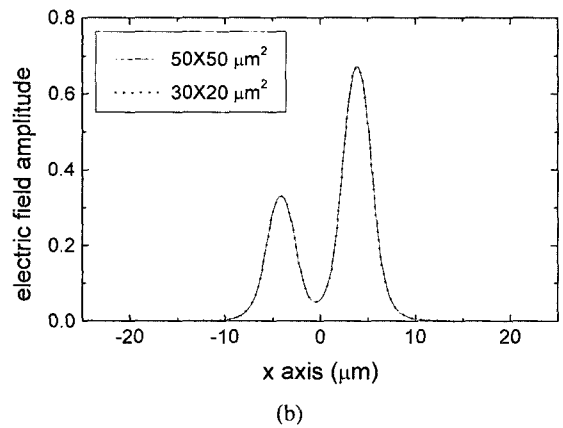
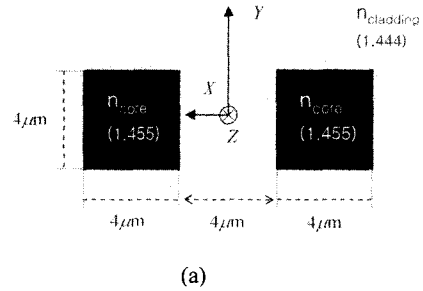


그림 1. (a) 분석에 사용된 방향성결합기의 횡단면구조. (b) 계산공간의 횡면크기에 따른 전기장분포 비교도 (실선: $50 \times 50 \mu\text{m}^2$, 점선: $30 \times 20 \mu\text{m}^2$).

$z=1500 \mu\text{m}$ 위치에서의 전기장분포(field distribution)를 계산해 보았다. 그림에서 가는 실선은 계산영역을 $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ 로 설정한 경우에 중심선($y=0$)에서 전기장 분포이며 굵은 점선은 $30 \times 20 \mu\text{m}^2$ 로 설정한 경우의 결과로, 계산영역의 크기를 축소하더라도 별 차이가 없음을 확인할 수 있다. 이로부터 이후의 계산에서는 계산영역의 크기를 $30 \times 20 \mu\text{m}^2$ 로 설정하였다.

3.1. 제안된 방법의 정확도

제안된 방법에서는 반복풀이법을 이용해서 전기장 분포를 결정하기 때문에 정확도와 총 계산시간은 초기 가정해와 실제 해의 차이 그리고 허용오차 모두에 영향을 받는다. 여기서 허용오차는 반복풀이법으로 구한 최종 근사해의 오차에 대한 허용수준이므로 적절한 정확도를 보장하는 최소 계산시간을 고려하여 결정된다. 또한 초기 가정해는 MEFD의 계산 결과이므로 이것과 실제 해와의 차이는 적절한 횡단면 격자간격(grid interval)의 경우 전파간격 Δz 의 값에 의해서 좌우된다. 따라서 제안된 방법의 정확도와 계산시간은 주로 전파간격과 허용오차에 영향을 받는다고 할 수 있다.

전파간격과 허용오차간의 관련성을 확인하고 최적의 허용오차를 결정하기 위해서, 여러 가지 전파간격과 허용오차에 대해 방향성 결합기의 총 power가 전파거리, z 에 따라 어떻게 변화하는가를 계산하였다. 이때, 계산공간의 횡단면 전

체에 존재하는 power를 총 power라 정의하였고 $z=0 \mu\text{m}$ 위치에서 총 power를 1로 정규화 하였다. 이상적인 경우 총 power는 전파거리에 관계없이 1로 유지되어야 하지만, 방사 모드(leaky mode), 굴절률 분포의 불연속성(index discontinuity), 불완전한 경계조건의 처리 및 끝마무리(round-off error) 등의 문제로 인해 총 power는 다소 변화하게 된다. 따라서 제안된 방법의 정확도는 상대적으로 가장 정확한 직접풀이법에 의해 얻어진 총 파워의 z 방향 의존성과 비교함으로써 평가될 수 있다.

그림 2는 횡단면 격자간격이 $\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$ 일 때 총 파워의 z 의존성을 나타낸다. 그림에서 (a), (b) 그리고 (c)는 전파간격이 각각 1.0, 0.25, 그리고 $0.0625 \mu\text{m}$ 일 때의 결과이며 굵은 선은 직접법(direct)의 결과이다. 또한 점선은 허용오차(tol.)가 10^{-6} , 10^{-7} , 그리고 10^{-8} 일 때의 제안된 방법(new)의 결과이다.

먼저 $z=100 \mu\text{m}$ 근방에서 일어나는 다소 급격한 변화는 방향성 결합기에 입사된 빛의 전기장 분포가 방향성 결합기의 두 기본모드의 선형 결합으로 정확히 주어지지 않았기 때문이다. 또한 직접법의 결과를 보면, 전파거리에 따라 총 power가 점차 감소하는 것을 볼 수 있는데, 전파간격이 감소할수록 이러한 감소 경향이 커짐을 알 수 있다. 이는 전파간격의 수가 많아짐에 따라 수치 해석적 오차가 전파간격마다 누적되기 때문으로 판단된다.

그림으로부터 직접법과 제안된 방법의 결과는 전파간격이나 허용오차가 증가함에 따라 점점 차이가 커지게 되며 특히 허용오차가 10^{-6} 혹은 10^{-7} 에서 $\Delta z=1.0 \mu\text{m}$ 인 경우와 허용오차가 10^{-6} 이면서 $\Delta z=0.25 \mu\text{m}$ 인 경우에 더 크게 발생한다. 그러나 그 외의 경우에 있어서는 제안된 방법의 결과가 직접법에 비해 단지 0.05% 미만의 차이를 보이므로, $\Delta x = \Delta y$

$= 0.125 \mu\text{m}$ 인 경우, 허용오차를 10^{-8} 이하로 설정한다면, 직접법의 결과와 같은 정확도를 얻을 수 있을 것이다.

앞의 계산에서 허용오차를 10^{-8} 로 설정한다면, 총 power의 변화 경향은 0.05% 이내에서 두 방법이 거의 일치하지만, 이러한 차이가 결합길이의 결정 과정에 어떤 영향을 미치는지를 살펴볼 필요가 있다. 이를 위해 입력 도파로의 코어 내에 존재하는 power를 P_1 이라 정의하고, $\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$ 이며 허용오차가 10^{-8} 인 경우에 대하여 power P_1 이 전파거리 z 에 따라 어떻게 변화하는지를 계산하였다. 그 결과는 그림 3에 나타내었으며 두 가지 전파간격(1.0, $0.25 \mu\text{m}$)에 대해 직접법과 제안된 방법의 결과를 비교할 수 있다. Power P_1 은 $z=0 \mu\text{m}$ 위치에서 1로 정규화 되었다.

그림 안에 포함된 두 개의 작은 삽입그림은 P_1 이 극소가 되는 z 위치 근방($z=1120 \sim 1170 \mu\text{m}$)과 P_1 이 극대가 되는 z

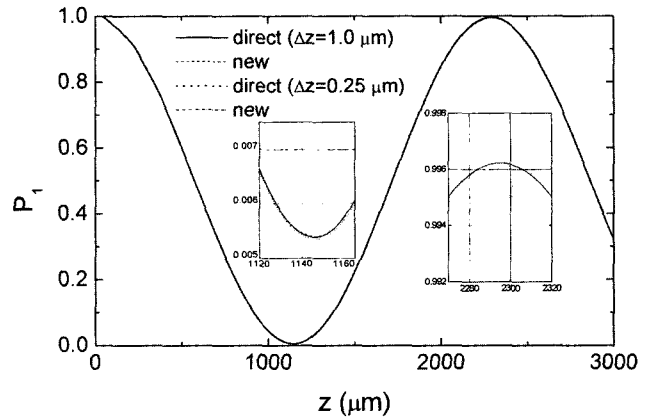


그림 3. 전파 거리에 따른 입력도파로의 power (P_1) 변화 (허용오차 : 10^{-8} , $\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$).

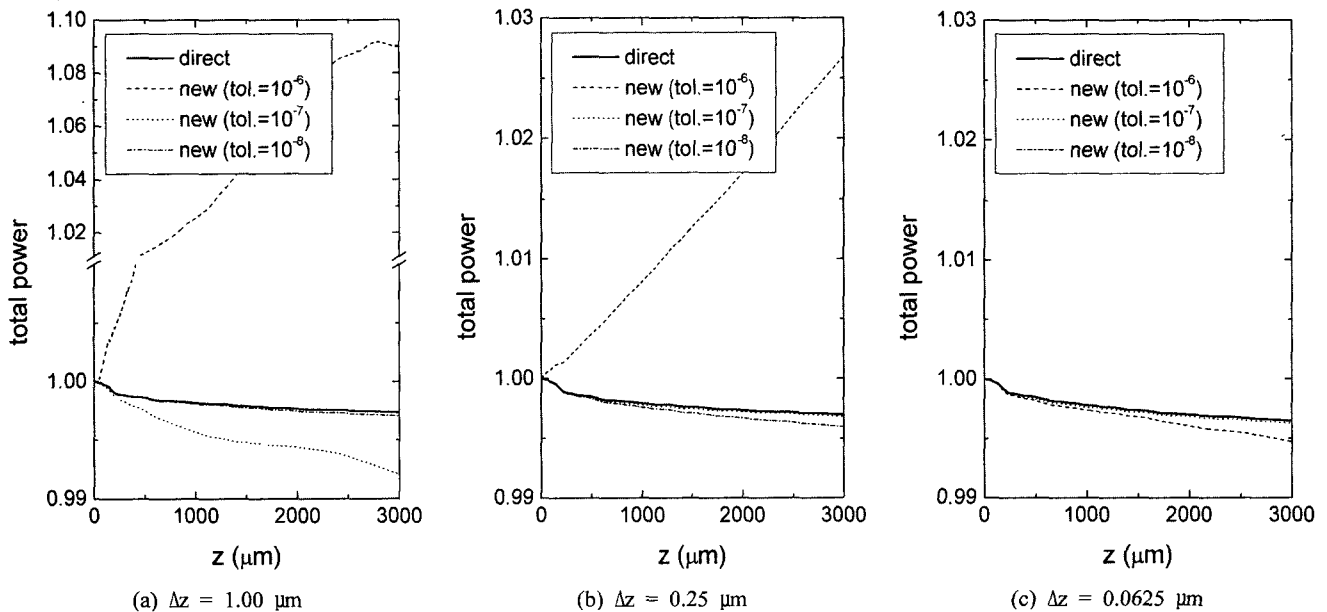


그림 2. 전파 거리에 따른 방향성 결합기의 총 power(total power) 변화. ($\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$).

위치 근방($z=2270 \sim 2320 \mu\text{m}$)을 확대한 것이다. 삽입그림으로부터 적용된 방법에 관계없이 결합길이가 같으며, 극대점에서 적용 방법에 따른 P_1 값의 상대적인 차이는 단지 0.05% 이내임을 알 수 있다. 따라서 허용오차를 10^{-8} 로 설정할 경우, 제안된 방법은 결합길이 계산 측면에서도 직접법과 거의 같은 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

다음은 횡단면 격자간격 $\Delta x, \Delta y$ 에 의한 영향을 확인하기 위해 $\Delta x = \Delta y = 0.5 \mu\text{m}$ 인 경우에 대해 앞과 동일한 계산을 수행하여 전파거리에 따른 방향성 결합기의 총 power 변화를 살펴보았으며 이 결과를 그림 4에 나타내었다.

전체적인 경향은 그림 2와 같으며, 허용오차가 10^{-7} 인 경우 제안된 방법의 결과는 전파간격에 관계없이 직접풀이법에 대해 단지 0.05% 미만의 차이만을 가짐을 알 수 있다. 이것은 그림 2의 경우보다 더 완화된 허용오차이며, $\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$ 인 경우의 적정 허용오차는 $\Delta x = \Delta y = 0.5 \mu\text{m}$ 의 적정 허용오차보다 더 작은 값으로 설정되어야 함을 의미한다. 다시 말하면 횡단면의 격자간격이 줄어들수록 허용오차 또한 더 작아져야 한다는 것이다. 이는 안정조건에 의해 격자간격이 줄어들수록 전파간격이 감소해야 한다는 것과 유사하다. 그러나 제안된 방법의 정확도가 MEFD의 안정조건에 의존한다는 것은 아니다. 앞의 계산조건에서 MEFD의 안정조건 식 (4)를 만족하는 최대 전파간격이 $\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$ 의 경우 $\Delta z = 0.7150 \mu\text{m}$ 이고 $\Delta x = \Delta y = 0.500 \mu\text{m}$ 의 경우 $\Delta z = 2.8821 \mu\text{m}$ 이다. 그러나 그림 2와 4로부터 $\Delta z = 1 \mu\text{m}$ 이고 $\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$ 인 경우와 $\Delta z = 4.0 \mu\text{m}$ 이고 $\Delta x = \Delta y = 0.5 \mu\text{m}$ 인 경우를 보면, 제안된 방법의 정확도는 비록 MEFD의 결과가 초기 가정해로 사용되지만 안정조건에 무관함을 보이고 있다.

한편, 총 전파거리를 $3000 \mu\text{m}$ 으로 놓고 $\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$ 에 대해 전파간격과 허용오차에 따른 계산시간의 변화를 구해보면 그림 5와 같았다.

일반적으로 허용오차를 감소시킬수록 계산시간이 증가하지만, 전파간격이 짧은 경우에는 그 증가가 그다지 크지 않았다. 이는 전파간격이 짧은 경우, 초기 가정해가 실제 해와 별 차이를 갖지 않기 때문에 1~2차례의 반복만으로 해가 결정된다는 것을 의미한다. 그러나 동일한 허용오차에 대해 전파간격이 짧다고 반드시 계산시간이 감소되지 않았다. 이는 짧아진 전파간격으로 인해 각 전파간격의 반복계산 횟수는 줄었지만 총 전파간격의 수가 증가하여, 오히려 전체 계산시간이 증가한 것이다.

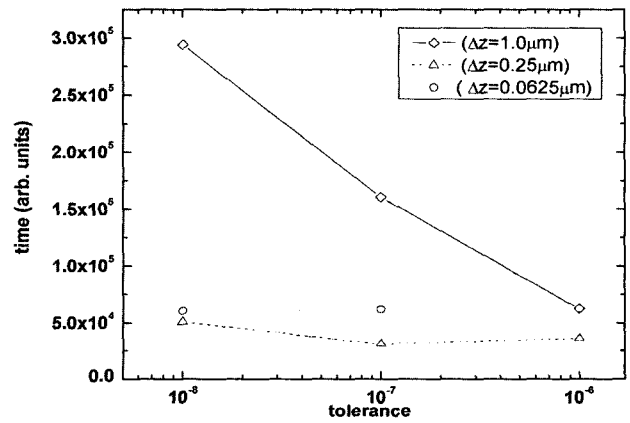


그림 5. 전파간격 (Δz)과 허용오차 (tolerance)에 따른 총 계산시간 (time)의 변화 ($\Delta x = \Delta y = 0.125 \mu\text{m}$).

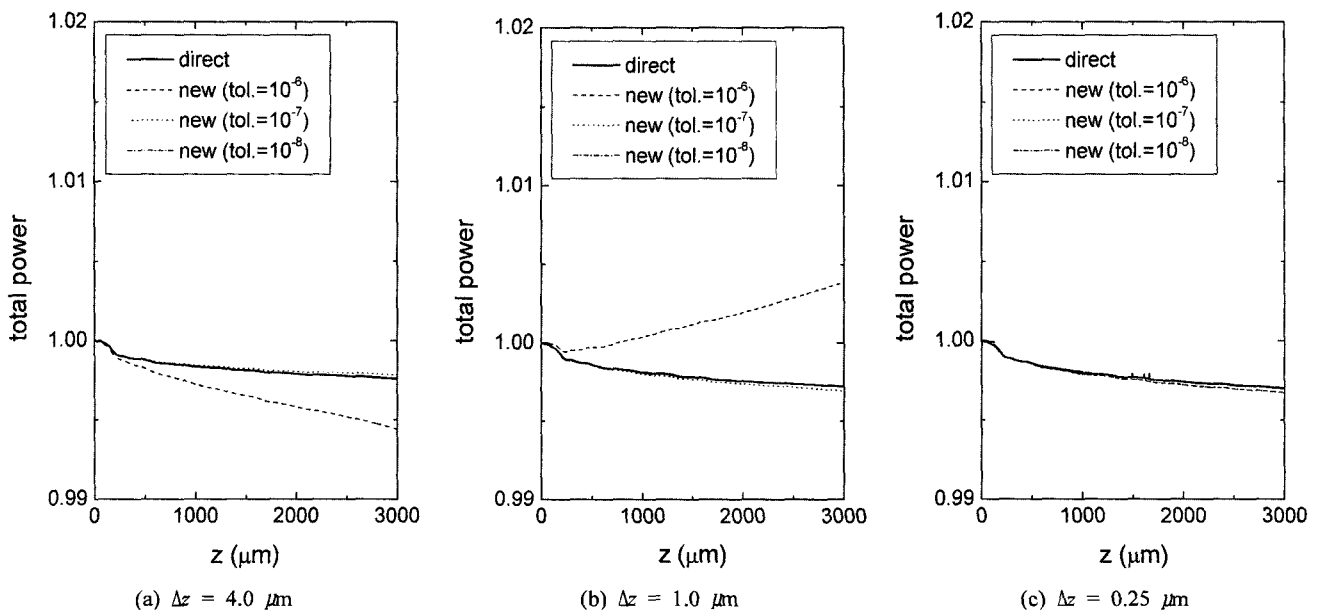


그림 4. 횡면의 격자간격($\Delta x = \Delta y$)이 $0.5 \mu\text{m}$ 일 때 전파 거리에 따른 방향성 결합기의 총 power (total power) 변화.

3.2. 총 계산시간의 개선

제안된 방법(new)에 의한 계산시간의 개선정도를 확인하기 위해 두 가지 격자간격, $\Delta x = \Delta y = 0.125$ 와 $0.500 \mu\text{m}$ 의 경우에 대해, 전파간격에 따른 총 전파거리 $3000 \mu\text{m}$ 의 계산시간을, 직접법(direct)과 ADI 방법의 결과와 함께 그림 6에 나타내었다.

먼저 직접법의 결과와 비교해 보면, 그림 6(a)는 격자간격 ($\Delta x = \Delta y$)이 $0.125 \mu\text{m}$ 인 경우로서 전파간격이 $1 \mu\text{m}$ 이하일 때 제안된 방법의 계산시간이 직접법에 비해 크게 감소됨을 알 수 있다. 특히, 전파간격이 $0.125 \mu\text{m}$ 일 때 제안된 방법의 계산시간은 최소가 되는데, 동일조건인 직접법과 비교할 때 대략 25배정도로 계산시간이 감소함을 알 수 있다. 또한, 그림 6(b)는 격자간격이 $0.5 \mu\text{m}$ 인 경우의 결과로서, 그림 6(a)에서와 마찬가지로 전파간격이 $4 \mu\text{m}$ 이하가 되면, 계산시간 측면에서 제안된 방법이 직접법에 비해 매우 효율적임을 알 수 있으며, $\Delta z = 2.0 \mu\text{m}$ 에서 계산시간이 최소가 됨을 확인할 수 있다. 이상의 결과로 보면 MEFD의 안정조건을 만족하는 전파간격을 사용하는 경우에 제안된 방법은 짧은 계산시간으로 직접법과 같은 정확도를 가진 해를 얻을 수 있다. 이 경우, 제안된 방법 대신에 MEFD를 사용하는 것이 계산시간 측면에서 유리할 수도 있지만, 훨씬 짧은 계산시간으로 implicit 방법의 안정성과 정확도를 확보할 수 있으며 분석될 소자의 길이가 긴 경우에 일어날 수 있는 MEFD 결과의 불안정성(진동 또는 발산) 문제 등을 해결할 수 있다는 점에서 제안된 방법의 이점을 취할 수 있다.

한편 제안된 방법(new)과 ADI 방법의 결과를 비교해보면 그림 6(a)와 (b) 모두 특정 전파간격 이하, 즉 아주 미세한 전파간격을 제외하면 ADI방법보다 훨씬 더 많은 계산시간이 필요함을 알 수 있다. 물론 여기서 ADI결과는 구현상의 편

의를 위해 semi-vectorial 공식에 의한 것이다. 따라서 full-vectorial 관계식을 대상으로 하는 나머지 두 방법과의 직접적인 비교는 약간의 문제가 있을 수 있지만 본 논문에서 다루어진 방향성 결합기의 굴절률차를 고려하면 벡터특성을 무시할 수 있으므로, 좀더 큰 전파간격의 경우 제안된 방법보다는 ADI가 훨씬 유리하다는 결론을 내릴 수 있다. 그러나 일반적으로 소자의 분석 과정에서 전파간격을 짧게 할수록 계산의 정확도가 향상될 것이며, 소자의 형태가 z축에 따라 변하는 경우라면, 전파간격이 짧을수록 소자의 굴절률 분포 변화를 더 정확히 고려할 수 있을 것이다. 또한 기본 BPM 관계식(formulation)의 추가적인 변경 없이 쉽게 full-vectorial 방식의 구현이 가능하며 식 변형에 따른 오차의 추가를 최소화할 수 있을 것이다. 그러므로 3차원 BPM을 이용한 소자의 정밀 분석에서 제안된 방법이 ADI 기법과 더불어 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

IV. 결 론

3차원 implicit FD-BPM의 문제를 직접풀이법이 아닌 간접풀이법 관점에서 해결하고자 explicit 방법의 하나인 MEFD의 결과를 기존 반복풀이법의 초기 가정해로 이용하는 복합법(hybrid method)을 제안하였다. MEFD의 개선된 안정조건과 크게 단축된 계산시간으로부터 계산비용의 추가를 최소화 하면서 implicit 방법의 안정성과 정확도를 그대로 확보할 수 있었으며 간접풀이방법의 계산시간과 수렴성 문제를 개선하였다.

제안된 방법의 최적 사용조건과 계산시간의 감소 정도를 확인하기 위해, 방향성 결합기의 결합길이를 구하는 문제에 적용하였다. 다양한 계산 결과로부터 MEFD의 안정조건을

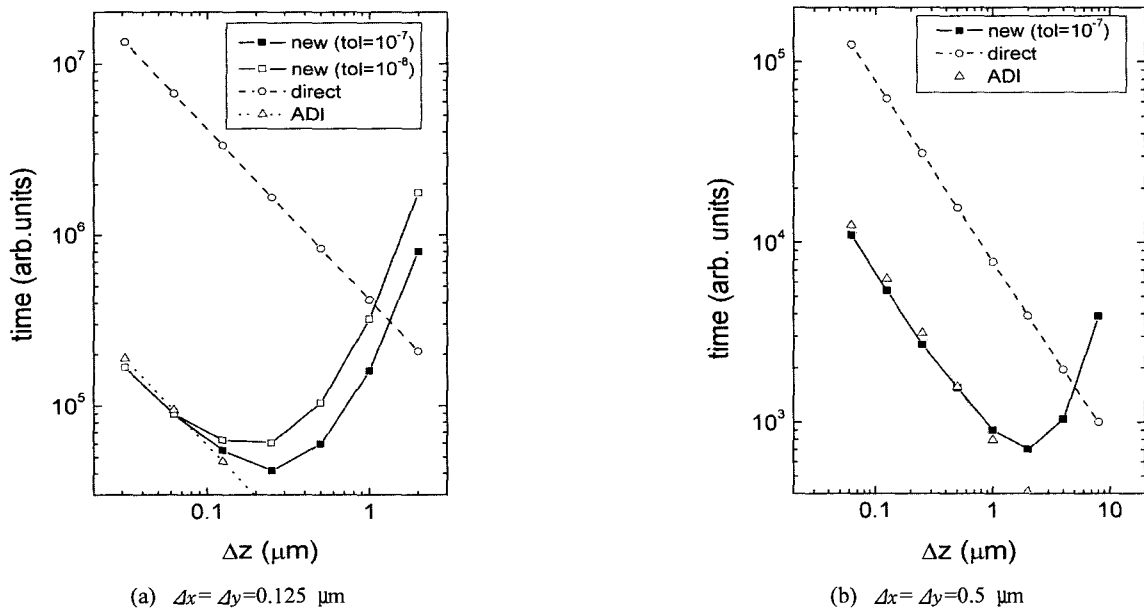


그림 6. 제안된 방법과 기존 방법(직접풀이법, ADI)들간의 총 계산시간의 비교

만족하는 전파간격을 사용하는 경우에 제안된 방법은 짧은 계산시간으로 직접법과 같은 정확도를 가진 해를 얻을 수 있었으며 좀더 미세한 전파간격의 경우 ADI 기법의 결과보다 우수한 계산시간의 개선을 확인하였다. 이는 특별히 길고 복잡한 구조의 3차원 광소자를 정확하고 효율적으로 분석하는데 ADI 기법과 더불어 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구는 2004년도 한국과학재단 지정 우수연구센터(ERC) (과제번호:31695-02)지원으로 수행되었으며 이에 감사를 표합니다.

참고문헌

- [1] M. D. Feit, and J. A. Fleck, "Light propagation in graded-index optical fibers", *Appl. Opt.*, vol. 17, no. 24, pp. 3990-3998, 1978.
- [2] Y. Chung and N. Dagli, "Analysis of Z-invariant and Z-variant semiconductor rib waveguides by explicit finite difference beam propagation method with nonuniform mesh configuration," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 27, pp. 2296-2305, 1991
- [3] W. P. Huang, C. L. Xu, and S. K. Chaudhuri, "The Finite-Difference Vector Beam Propagation Method: Analysis and Assessment", *J. Lightwave Technol.*, vol. 10, no. 3, pp. 295-305, 1992.
- [4] W. P. Huang, and C. L. Xu, "Simulation of Three-Dimensional Optical Waveguides by a Full-Vector Beam Propagation Method", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, no. 10, pp. 2639-2649, 1993.
- [5] W. P. Huang, C. L. Xu, and S. K. Chaudhuri, "A Finite-Difference Vector Beam Propagation Method for Three-Dimensional Waveguide Structures", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 4, no. 2, pp. 148-151, 1992.
- [6] Y. Tsuji, M. Koshiha, and T. Shiraishi, "Finite Element Beam Propagation Method for Three-Dimensional Optical Waveguide Structures", *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 9, pp. 1728-1734, 1997.
- [7] E. Montanari, S. Selleri, and M. Zoboli, "Finite-Element Full-Vectorial Propagation Analysis for Three-Dimensional z-Varying Optical Waveguides", *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, no. 4, pp. 703-714, 1998.
- [8] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed. New York: Cambridge Univ. Press, 1992.
- [9] I. Nansour, A. D. Capobianco, and C. Rosa, "Noniterative Vectorial Beam Propagation Method With a Smoothing Digital Filter," *IEEE J. of Lightwave Technol.*, vol. 14, no. 5, pp. 908-913, 1996.
- [10] Y. L. Hsueh, M. C. Yang, and H. C. Chang, "Three-dimensional noniterative full-vectorial beam propagation method based on the alternating direction implicit method", *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, no. 11, pp. 2389-2397, 1999.
- [11] F. Xiang and G. L. Yip, "An Explicit and Stable Finite Difference 2-D Vector Beam Propagation Method," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 10, pp. 1248-1250, 1994.
- [12] H. M. Masoudi and J. M. Arnold, "Spurious Modes in the DuFort-Frankel Finite Difference Beam Propagation Method", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, no. 10, pp. 1382-1384, 1997.
- [13] G. R. Hadley, "Transparent boundary condition for the beam propagation method," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, No. 1, pp. 363-370, 1992.
- [14] Kenneth S. Kundert Alberto Sangiovanni-Vincentelli, *Sparse User's Guide(A Sparse Linear Equation Solver)*, EECS Dept. Univ. of California, Berkeley, CA, 1988.
- [15] C. L. Xu, W. P. Huang, and S. K. Chaudhuri, "Efficient and accurate vector mode calculations by beam propagation method," *IEEE J. of Lightwave Technol.*, vol. 11, no. 7, pp. 1209-1215, 1993.

Improvement of 3-Dimensional Finite-Difference Beam Propagation Method by Combining the Implicit and the Explicit methods

Hyunjun Kim, Beom-hoan O, Se-Geun Park, El-Hang Lee, and Seung Gol Lee[†]

*Integrated Photonics Technology Research Center, School of Information and Communication, INHA Univ., 253
YoungHyunDong Namgu, Incheon, Korea 402-751*

[†]*E-mail: sglee@inha.ac.kr*

(Received April 30, 2004, Revised manuscript September 2, 2004)

We propose a hybrid method combining the implicit with the explicit methods in order to reduce the calculation time and improve the convergence problem of the 3-dimensional finite-difference beam propagation method. The numerical simulation of a directional coupler is carried out by the proposed method. It is found from the simulation results that the calculation speed of our method is 10 times faster than that of direct solving techniques.

OCIS Codes : 130.2790, 130.3120.