

# 단속적 검사에서 스트레스한계를 가지는 램프스트레스시험을 위한 비모수적 추정

이낙영\*, 안응환\*\*†

\*충남대학교 수학·정보통계학부, \*\*한국표준과학연구원 기술이전그룹

## Nonparametric Estimation for Ramp Stress Tests with Stress Bound under Intermittent Inspection

Nak-Young Lee<sup>\*</sup>, Ung-Hwan Ahn<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Chungnam National University, <sup>\*\*</sup>Korea Research Institute of Standards and Science

Key Words : nonparametric estimation, ramp stress tests, intermittent inspection

### Abstract

This paper considers a nonparametric estimation of lifetime distribution for ramp stress tests with stress bound under intermittent inspection. The test items are inspected only at specified time points and so the collected observations are grouped data. Under the cumulative exposure model, two nonparametric estimation methods of estimating the lifetime distribution at use condition stress are proposed for the situation which the time transformation function relating stress to lifetime is a type of the inverse power law. Each of items is initially put on test under ramp stress and then survivors are put on test under constant stress, where all failures in the inspection interval are assumed to occur at the midpoint or the endpoint of that interval. Two proposed estimators of quantile from grouped data consisting of the number of items failed in each inspection interval are numerically compared with the maximum likelihood estimator(MLE) based on Weibull distribution.

### 1. 서론

가속수명시험은 제품의 사용조건을 나타내는 여러 가지 변수 즉 스트레스변수

(stress variables)의 조건을 보다 가혹한 상태로 수명시험을 수행하고, 이 가속조건에서 얻어진 자료로부터 사용조건에서의 수명을 추정하는 시험방법이다. 가속수명시험에서 스트레스부과방법에는 일정형, 계단형, 점진형 등이 있으며, 이 중에서 점진형

† 교신저자 uhahn@kriss.re.kr

스트레스시험이란 주어진 시간동안 지속적으로 스트레스를 증가시키는 시험방법이다. 점진형 스트레스시험방법 중에서 선형으로 증가하는 스트레스를 가지는 가속수명시험을 램프시험(ramp stress tests)이라고 한다. 수명시험에서는 모든 제품의 고장이 관측되기 이전에 시험을 중단하는 경우가 많으며, 이 때 얻어진 자료를 관측중단자료라고 하고, 모든 시험제품이 고장 날 때까지 얻어진 자료를 완전자료라 한다.

점진형 스트레스시험자료의 분석에는 점진형 스트레스하의 수명분포를 일정형 스트레스하의 수명분포에 연결시키는 모형이 필요하다. 본 논문에서는 Nelson(1980)이 제안한 누적노출(cumulative exposure)모형을 가정하였고, 이 모형은 시험제품의 잔여수명은 시험제품의 고장률이 어떤 시험수준을 거쳐 누적되었는지 관계없이 현재의 시험수준과 고장률에만 의존한다고 가정하는 모형이다.

수명과 스트레스의 관계를 나타내는 시간변환함수(time transformation function)는 스트레스의 종류와 제품의 특성에 따라 여러 형태가 사용될 수 있으며, 대표적인 것으로 역거듭제곱모형(Inverse power law), 아레니우스모형(Arrhenius law), 아이링모형(Eyring law) 등이 있다. 역거듭제곱모형은 스트레스가 전압인 경우 제품수명을 모형화하는데 주로 사용되며, 전기적인 절연체와 전압 내구성 시험에서 유전체, 롤러베어링, 백열램프, 후레쉬램프, 금속피로 등의 수명시험에 응용된다.

가속수명시험 자료를 분석하는데 적합한 모수추정방법은 최대가능도(maximum likelihood : ML)법, 최소제곱법, 선형추정방법 등이 있으며, 모수적 추정방법에는 지

수분포나 와이블분포, 로그정규분포 등의 가정이 필요하다. 그러나 검사제품의 수명분포가 알려져 있지 않을 경우에는 비모수적 방법이 이용된다.

기존의 비모수적 방법들은 연속적인 검사에 의해서 수명자료가 정확히 얻어질 수 있다는 가정을 하였으나 엔진의 내부에 결함이 있는 제품이나 보관상 손상이 쉬운 제품의 수명에 대한 연속적인 검사는 불가능하며, 이럴 때 일정한 시점을 정하여 검사하는 단속적인 검사(intermittent inspection)가 필요하다. 단속적 검사는 시험시간을 몇 개의 검사구간으로 나누어 관찰하기 때문에 이로부터 얻은 자료를 구간자료(grouped data)라고 한다.

구간자료를 기초로 수명분포를 추정하는 비모수적 방법을 Bai와 Lee(1996), Lee(1996)가 다루었다. Lee(1996)는 일정형, 계단형과 점진형 스트레스하의 가속수명시험에서 단속적으로 검사하여 얻은 구간자료를 이용하여 사용조건에서의 수명분포를 추정하는 비모수적 방법을 다루었다.

램프시험 하에서 너무 높은 스트레스는 고려중인 고장원인과는 다른 고장 패턴을 야기시킬 수가 있고, 검사장비자체가 그렇게 높은 스트레스를 제공하지 않을 수도 있기 때문에 스트레스를 무한하게 증가시킬 수 없는 경우가 발생한다. 이 경우 어느 일정한 시점에서 스트레스 한계를 주어, 그 시점부터는 스트레스를 더 이상 증가시키지 않는 복합형 가속수명시험을 고려할 수 있다. 본 논문에서는 이와 같이 램프시험에 일정형 스트레스시험을 혼합한 가속수명시험을 램프형 스트레스시험(ramp-style stress tests)이라고 부르기로 한다.

본 논문에서는 단속적인 검사 하에서 스

트레스 한계를 갖는 램프시험 즉 램프형 스트레스시험들로부터 얻은 구간자료를 이용하여 사용조건에서의 수명분포를 추정하는 비모수적 방법을 다루며, 시험제품의 고장은 각 구간에서의 중간점(midpoint) 또는 끝점(endpoint)에서 일어난다고 가정하여 사용조건 스트레스수준에서의 수명분포를 추정하는 방법을 제시하였다.

## 2. 모형

### 2.1 기호의 정의

- $V_0$  : 사용조건 스트레스
- $K$  : 램프형 스트레스시험의 수
- $V_k$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서 한계스트레스,  $k=1, \dots, K$
- $F_0(\cdot), S_0(\cdot)$  : 사용조건  $V_0$ 에서의 수명의 누적분포함수와 생존함수
- $F_k(\cdot), S_k(\cdot)$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서 수명의 누적분포함수와 생존함수,  $(= 1 - F_k(\cdot))$
- $n_k$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서의 검사 제품개수
- $N$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서의 총검사 제품개수;  $(\sum_{k=1}^K n_k)$
- $R_k$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서의 램프율,  $k=1, \dots, K$
- $T_0$  : 사용조건에서의 수명
- $T_k$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서의 수명
- $t_q$  :  $F_0(\cdot)$ 의  $q$ 번째 분위수

- $t_{kl}$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서의  $l$  번째 검사시점,  $k=1, \dots, K, l=1, \dots, r_{ks}$
- $\tau_{kl}$  :  $t_{kl}$ 를 사용조건 스트레스  $V_0$  에서의 시간으로 변환한 값
- $I_{kl}$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서  $l$  번째 검사 구간  $(= (t_{k,l-1}, t_{kl}])$ ,  $k=1, \dots, K, l=1, \dots, r_{ks}$
- $\theta_{kk'}$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 와  $k'$ 사이의 척도인자
- $\alpha, \beta$  : 시간변환함수  $g(\cdot)$ 의 모수들
- $r_{k1}$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서 램프시험상의 검사횟수
- $r_{k2}$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서 일정 스트레스  $V_k$ 상에서의 검사횟수
- $t_{kr_s}$  : 램프형 스트레스시험  $k$ 에서 스트레스 변환시점
- $t_{kr_s}$  : 마지막 검사시점 ( $r_{ks} = r_{k1} + r_{k2}$ )

### 2.2 기본가정

- i) 임의의 가속스트레스  $V$  에서의 제품의 수명분포  $F_V(t)$ 는

$$F_V(t) = F(g(V) \cdot t), \quad t \geq 0 \tag{1}$$

이다. 여기서  $F(\cdot)$ 는 스트레스  $V$ 에 독립인 알려지지 않은 연속분포함수이며,  $g(\cdot)$ 는 다음과 같은 시간변환함수이다.

$$ii) \quad g(V(t)) = \alpha \cdot V(t)^\beta, \tag{2}$$

여기서  $\alpha > 0, \beta > 0$ 은 알려지지 않은 모수이다.

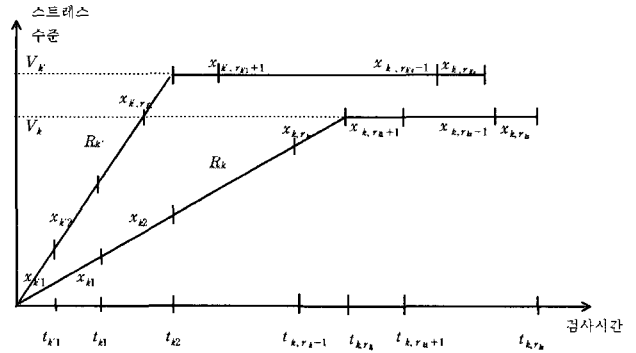
- iii) 스트레스 수준이 시간에 따라 변화하는

경우의 수명과 일정형 스트레스 수준에서의 수명을 연관시켜 주는 모형으로는 누적노출모형을 가정한다.

### 2.3 시험절차

- ① 각 시험제품은  $(0, t_{k,r_k}]$ 에서 스트레스  $V(t)=R_k \cdot t$  하에서 시험이 실시되며, 스트레스변환시점  $t_{k,r_k}$ 까지 고장나지 않은 제품은 일정한 스트레스수준  $V_k$ 에서 계속 실시된다.
- ② 이 시험은 원칙적으로 모든 제품이 고장 날 때까지 관측하지만, 미리 정한 검사시점  $t_{k,r_k}$  이후에도 고장나지 않은 제품에 대해서는  $t_{k,r_k}$ 에서 관측중단한다. 단,  $r_{ks}=r_{kl}+r_{lk}$  이며,  $r_{kl}$ 은 램프율  $R_k$ 인 램프시험상에서의 검사횟수이며,  $r_{lk}$ 는 일정 스트레스  $V_k$ 상에서의 검사횟수이다.
- ③ 시험제품들은  $k=1, \dots, K$ 과  $l=1, \dots, r_{ks}$ 에 대하여 미리 지정된 시점  $t_{kl}$ 에서 검사된다.

이러한 시험절차에 의해 얻어진 관측자료는 검사구간  $I_{kl}=(t_{k,l-1}, t_{kl}]$ 동안에 고장난 제품의 개수이며, 이를  $x_{kl}$ 라 하자. 그리고  $n_{kl}(\equiv n_{k,l-1} - x_{kl})$ 은 구간  $I_{kl}$ 의 시작점에서 고장나지 않은 제품의 개수이며,  $n_{k,r_k} (= n_{k,r_{k-1}} - x_{k,r_k})$ 개의 제품이 마지막 검사시점  $t_{k,r_k}$ 에서 관측중단된다. <그림 1>은 램프형 스트레스시험  $k$ 와  $k'$ 에 대한 관측자료의 구조에 대한 그림이다.



<그림 1> 램프형 스트레스시험의 자료구조

## 3. 추정 방법

### 3.1 개요

일반적으로 가속수명시험 자료에 대한 모수적 분석방법은 다음의 두 가지 가정 아래서 행해진다.

- (1) 각 스트레스 수준에서 수명분포는 지수, 와이블, 로그정규 등과 같이 미리 지정된 모수적 분포족(parametric family of distributions)이다.
- (2) 수명과 스트레스의 관계는 시간변환함수에 의해 정해진다.

Proschan과 Singpurwalla(1980)는 베이지안 관점을 채택하여 두 개의 가정을 없앤 비모수적 추정법을 제시하였지만, 이 방법은 사전정보가 있을 때만 사용할 수 있다.

일반적으로 시간변환함수는 가속수명시험 자료를 사용조건 스트레스로 외삽하는데 필수적이기 때문에 비모수적 추정문제에 관한 대부분의 연구들은 가정(1)은 빼고, 가정(2)만 유지시킨 채 다음과 같은 추정과정을 사용한다.

- ① 서로 다른 두 가지 가속 스트레스사이의 수명 비율인 척도인자를 추정한다.
- ② 추정된 척도인자들을 사용하여 알려지지 않은 시간변환함수의 모수들을 추정한다.
- ③ 가속 스트레스수준에서의 고장시간들을 시간변환함수를 이용하여 사용조건에서의 고장시간으로 변환하고, 이들을 이용하여 수명분포를 추정한다.

Shaked 등(1979), Shaked와 Singpurwalla (1982)는 완전자료의 경우에 대해 수명분포의 비모수적 추정법을 제안하였고, Basu와 Ebrahimi(1982)는 Shaked 등(1979)의 추정방법을 관측중단자료의 경우로 확장하였다. Schmoyer(1991)는 시간변환함수가 스트레스의 일반함수일 때 비모수적 추정방법을 제안하였고, Bai와 Chun(1993)은 임의관측 중단자료의 램프시험에 대한 비모수적 추정을 제안하였고, 이 결과를 경쟁위험 (competing risks)모형으로 확장하였다. 단속적인 검사 하에서 사용조건에서 수명분포를 추정하기 위한 가속수명시험 자료를 분석하는 비모수적 방법은 Lee(1996)에 의하여 연구되었다.

### 3.2 시험자료의 변환

램프형 스트레스시험방법으로 얻은 자료를 이용하여 사용조건에서의 수명분포를 추정하기 위해서는 단속적 검사에서 얻어진 가속수명시험자료를 사용조건에서의 시험자료와 같은 통계적 특성을 갖는 대응자료로 변환하여야 한다. 여기서, 시간변환함수는 역거듭제곱모형,  $T_0$ 와  $T_k$ 는 각각 사용조건 스트레스  $V_0$ 와 램프형 스트레스시험

$k$ 에서의 수명시간,  $S_0(t)$ 와  $S_k(t)$ 는 이에 대응하는 생존함수들이라고 하자 ( $k=1, \dots, K$ ). 2.2절의 기본가정 (i)과 (ii), 그리고 관계식  $S_k(t) = 1 - F_k(t)$ 로부터 모든  $k$ 와  $k'$ 에 대하여, 관계식

$$S_k((\alpha V_k^\beta)^{-1} \cdot t) = S_{k'}((\alpha V_{k'}^\beta)^{-1} \cdot t), \quad (3)$$

을 얻는다.

$F_0(t)$ 와  $F_k(t)$ ,  $k=1, \dots, K$ 를 각각 사용조건 스트레스  $V_0$ 와 램프형 스트레스시험  $k$ 에서의 누적분포함수라 하면,

$$F_0(t) = F(\alpha V_0^\beta t), \quad t > 0 \quad (4)$$

이다. 식(4)와 본 논문의 기본가정 (i), (ii), (iii)으로부터 램프형 스트레스시험에서의  $T_k$  ( $k=1, \dots, K$ )의 누적분포함수는

$$F_k(t) = \begin{cases} F\left(\frac{\alpha R_k^\beta t^{\beta+1}}{\beta+1}\right), & t \in (0, t_{k,r_n}] \\ F\left[\frac{\alpha R_k^\beta (t_{k,r_n})^{\beta+1}}{\beta+1} + \alpha V_k^\beta (t - t_{k,r_n})\right], & t \in (t_{k,r_n}, t_{k,r_k}] \end{cases} \quad (5)$$

이다[Bai와 Chun(1993)].

식(5)로부터, 사용조건 스트레스와 램프형 스트레스시험 하에서 수명간의 관계를 다음과 같이 얻는다.

$$T_0 = \begin{cases} \frac{(V_0/R_k)(R_k T_{k,r_n}/V_0)^{\beta+1}}{\beta+1}, & T_k \in (0, t_{k,r_n}] \\ \frac{(V_0/R_k)(R_k t_{k,r_n}/V_0)^{\beta+1}}{\beta+1} + (V_k/V_0)^\beta (T_k - t_{k,r_n}), & T_k \in (t_{k,r_n}, t_{k,r_k}] \end{cases} \quad (6)$$

그러므로  $\beta$ 를 추정한다면, 램프형 스트레스 시험에서의 모든 검사시점  $t_{kl}$ 를 사용조건 스트레스  $V_0$ 에서의 시점으로 변환할 수 있다. 변환된 검사시점  $\tau_{kl}$ 은 사용조건  $S_0(t)$ 에서 수명분포를 얻기 위해 사용된다. 램프형 스트레스시험  $k$ 에서 구간  $I_{kl}=(t_{k,l-1}, t_{kl})$ 에서의 고장개수  $x_{kl}$ 는 사용조건으로 변환된 구간  $(\tau_{k,l-1}, \tau_{kl})$ 에서의 고장개수와 같다.

### 3.3 수명분포의 추정 방법

#### 3.3.1 $\beta$ 의 추정

$S_0(t)$ 를 추정하기 위한 첫 번째 단계로  $\beta$ 의 추정량을 찾는 것이다. 추정의 편리를 위하여,  $\zeta=\beta/(\beta+1)$ 라 하자.  $T_k$ 를 램프형 스트레스  $k$ 에서의 수명이라 하자. 식(6)으로부터,  $T_k$ 와  $(R_k/R_k)^\zeta T_k$ 는 같은 분포를 한다는 것을 알 수 있다. 즉,

$$F_k(t) = F_k(t/\theta_{kk}), t>0 \tag{7}$$

이고, 여기서  $\theta_{kk}=(R_k/R_k)^\zeta$ 이다. 자료로부터  $\theta_{kk}$ 를 추정한 뒤

$$\zeta = \ln(\theta_{kk})\ln(R_k/R_k)$$

를 추정하고,  $\beta=\zeta/(1-\zeta)$ 관계를 이용하여  $\beta$ 를 추정한다[Bai 와 Chun(1993)]. 이제  $\theta_{kk}$ 를 추정하는 두 가지 방법을 제안한다.

• 방법 1

우선  $I_{kl}$ 에서의 모든 고장이 구간의 끝점에서 일어난다고 가정한다. 이 때

Lawless(1982, Chap.2)의 생명표방법을 이용하여 아래와 같이  $S_k(t)$ 의 추정량  $\widehat{S}_k(t)$ 를 추정할 수 있다.

$$\widehat{S}_k(t) = \begin{cases} 1, & t \in I_{k1} \\ \prod_{l=1}^{r_{k1}} \left[ \frac{n_{k,l-1} - x_{kl}}{n_{k,l-1}} \right], & t \in I_{kl}, l=2, \dots, r_{k1}, r_{k1+1}, \dots, r_{ks} \\ 0, & t > t_{k,r_{ks}} \end{cases} \tag{8}$$

여기서,  $I_{kl}=[t_{k,l-1}, t_{kl})$ 이다. 이제  $\theta_{kk}$ 의 추정량으로

$$\widehat{\theta}_{kk}^{[1]} = \int_{u_{kk}}^t \widehat{S}_k^{-1}(u)du / \int_{u_{kk}}^1 \widehat{S}_k^{-1}(u)du, \tag{9}$$

를 제안한다. 여기서,  $u_{kk} \in [0,1)$ 이고,

$$\widehat{S}_k^{-1}(u) = \sup\{t \mid \widehat{S}_k(t) \geq u\},$$

이며,

$$u_{kk} = \max\{\widehat{S}_k(t_{k,r_{k1}}), \widehat{S}_k(t_{k,r_{k2}})\}$$

이다.

• 방법 2

램프형 스트레스시험  $k$ 에서 총검사시간 (total time on tests)을 다음과 같이 정의 하자. 즉,  $k=1, \dots, K$ 에 대하여

$$GTTR_k = n_{k0}t_{k1} + n_{k1}(t_{k2} - t_{k1}) + \dots + n_{k,r_{k1}-1}(t_{k,r_{k1}} - t_{k,r_{k1}-1})$$

$$\begin{aligned}
 &+ n_{kr_{kl}}(t_{k, r_{kl}+1} - t_{kr_{kl}}) + \dots \\
 &+ n_{k, r_{ks}-1}(t_{kr_{ks}} - t_{k, r_{ks}-1}) + n_{kr_{ks}} t_{kr_{ks}}
 \end{aligned} \tag{10}$$

이제  $\theta_{kk'}$ 의 두 번째 추정량으로

$$\hat{\theta}_{kk'}^{[2]} = GTTR_k / GTTR_{k'}$$

을 제안한다.

이제  $\hat{\theta}_{kk'}$ 를  $\hat{\theta}_{kk'}^{[1]}$ 와  $\hat{\theta}_{kk'}^{[2]}$ 중 하나라 하자. 만약  $K=2$ 면,  $\hat{\zeta} = \ln(\hat{\theta}_{12}) / \ln(R_2/R_1)$ ,  $\hat{\beta} = \hat{\zeta} / (1 - \hat{\zeta})$ 이다.  $K > 2$ 일 때는  $k$ 와  $k' (> k)$ 의 모든 짝에 대하여,  $\zeta$ 의 추정량  $\hat{\zeta} = \ln(\hat{\theta}_{kk'}) / \ln(R_{k'}/R_k)$ 을 얻을 수 있다.  $\zeta$ 의 다른 추정량의 개수는  $K(K-1)/2$ 이며, Shaked 등 (1979)에 따르면, 이러한 것들을 묶어서  $\zeta$ 의 합동 추정량  $\hat{\zeta}$ 를 얻을 수 있다.

$$\hat{\zeta}_p = \frac{\sum_{k=1}^{K-1} \sum_{k'=k+1}^K \ln(R_{k'}/R_k) \cdot \ln(\hat{\theta}_{kk'})}{\sum_{k=1}^{K-1} \sum_{k'=k+1}^K [\ln(R_{k'}/R_k)]^2} \tag{11}$$

따라서  $\beta$ 의 추정량은  $\hat{\beta} = \hat{\zeta}_p / (1 - \hat{\zeta}_p)$ 이다.

### 3.3.2 $S_0(t)$ 와 $t_q$ 의 추정

$t_{kl}$ 에 대응하는 변환된 시점  $\tau_{kl}$ 은 식(6)에서  $\beta$ 를 추정량  $\hat{\beta}$ 로 대체함으로써 얻어진다.  $\hat{S}_{k0}(\cdot)$ 는 식(8)에서  $t_{kl}$ 대신에  $\tau_{kl}$ 를 대입하여 얻은  $\hat{S}_k(\cdot)$ 가 된다.

$k=1, \dots, K$ 에 대하여,  $u_k \equiv \tau_{k, r_{ks}}$ 라 하면,  $u_1, \dots, u_K$ 는 변환된 마지막 시험시점들이고,  $u_{(1)} \leq \dots \leq u_{(K)}$ 를  $u_k$ 의 순서화된 값이라

하자.  $n_{(k)}$ 와  $\hat{S}_{k0}(\cdot)$ 를  $u_{(k)}$ 와 관련된  $n_k$ 와  $\hat{S}_0(\cdot)$ 의 값이라 하면,  $S_0(\cdot)$ 의 추정량으로서,  $t \in [0, u_{(1)})$ 에서는  $K$ 개 추정량  $\hat{S}_{k0}(\cdot)$ 를 합동(pooling)시키고,  $t \in [u_{(1)}, u_{(2)})$ 에서는  $(K-1)$ 개의 추정량  $\hat{S}_{k0}(\cdot)$ 를 합동하는 식으로 계속 합동시켜 얻어지는 추정량  $\hat{S}_0(\cdot)$ 을 제안한다. 제안된 추정량은 다음과 같다.

$$\hat{S}_0(t) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^K n_j \hat{S}_{(j)0}(t), & 0 \leq t < u_{(1)} \\ \frac{1}{N - \sum_{j=1}^{k-1} n_{(j)}} \sum_{j=k}^K n_{(j)} \hat{S}_{(j)0}(t), & u_{(k-1)} \leq t < u_{(k)} \\ \hat{S}_{(K)0}(t), & u_{(K-1)} \leq t < u_{(K)} \\ 0, & t \geq u_{(K)} \end{cases} \tag{12}$$

여기서  $N (= \sum_{k=1}^K n_k)$ 는 시험제품의 총개수이다. 사용조건 스트레스에서  $q$ 번째 분위수  $t_q$ 의 추정량은

$$\hat{t}_q = \hat{S}_0^{-1}(1-q). \tag{13}$$

이며, 단,  $\hat{S}_0^{-1}(\cdot)$ 는  $\hat{S}_0(\cdot)$ 의 역함수이다.

### 3.4 중간점 고장가정에서의 $\hat{S}_k(t)$ 의 추정

$\tilde{t}_{kj}$ 를 검사구간

$$I_{kj} (j=1, \dots, r_{k1}, r_{k1+1}, \dots, r_{ks}, k=1, \dots, K)$$

의 중간점이라 하고,  $\tilde{t}_{k0} = 0$ 이라 하자.

$I_{kj}$  안에서 모든 고장은  $\tilde{t}_{kj}$  에서 일어난다고 가정하자. 식 (8)과 같이 생명표방법에 의해  $S_k(t)$ 의 추정량  $\widehat{S}_k(t)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\widehat{S}_k(t) = \begin{cases} 1, & t \in \tilde{I}_{k1} \\ \prod_{l=1}^{j-1} \left[ \frac{n_{k,l-1} - x_{kl}}{n_{k,l-1}} \right], & t \in \tilde{I}_{kj}, j=2, \dots, r_{k1}, r_{k1+1}, \dots, r_{ks} \\ \prod_{l=1}^{r_k} \left[ \frac{n_{k,l-1} - x_{kl}}{n_{k,l-1}} \right], & t \in [ \tilde{t}_{kr_s}, t_{kr_s} ) \\ 0, & t \geq t_{kr_s} \end{cases} \quad (14)$$

여기서,  $\tilde{I}_{kj} = [ \tilde{t}_{k,j-1}, \tilde{t}_{kj} )$ 이다. 나머지  $\beta, \theta_{kk}, S_0(t), t_q$ 의 추정은 각 검사구간의 끝점에서 고장이 난다고 가정한 3.3절과 같은 방법으로 구한다.

### 4. 모의실험

이 절에서는 본 논문에서 제안한 두 가지 비모수추정량 NR1(방법1)과 NR2(방법2)를 평균이  $\mu$ 인 지수 수명분포하에서 ML 추정량(ML estimator : MLE)과 비교한다. 일정 스트레스  $V$ 에서의 수명은 역거듭제곱법칙을 따른다고 가정하면, 지수분포의 평균은  $\mu(V) = a \cdot V^{-\beta}$ 로 표현되며, 램프율  $R_k$ 를 가지는 램프형 스트레스하의 수명분포는 척도모수가  $a_k$ 이고 형상모수가  $\theta$ 인 와이블 분포가 된다. 여기서,

$$a_k = \left( \frac{a(\beta+1)}{R_k^\beta} \right)^{\frac{1}{\beta+1}} \text{ 이고, } \theta = \beta + 1 \quad (15)$$

이다.

식 (15)는  $F(t) = 1 - \exp\{-\varepsilon(t)\}$ 로부터 얻어지며,

$$\text{누적노출모형으로부터 } \varepsilon(t) = \int_0^t \mu[V(u)] du$$

이고,  $\mu[V(u)] = \mu(R_k u)$ 이다.

모의실험을 위한 램프형 스트레시시험의 형태는 두 가지이며, 각각의 램프율을  $R_1 = 10$ 과  $R_2 = 50$  이라 하고, 마지막 검사시점을 동일하게 10시간이라 놓자. 사용조건 스트레스  $V_0 = 1$ 이다. 모의실험은 2,000 회 반복 수행되며, 관심 모수들은  $t_{0.01}, t_{0.05}, t_{0.1}, t_{0.2}$  이다.  $a=100, \beta=1.0$  으로 놓으면 식(15)로부터 램프율  $R_k$ 을 가지는 램프형 스트레스하의 수명분포는 척도모수가  $a_k = \sqrt{200/R_k}$ 이고 형상모수가  $\theta=2$ 인 와이블분포가 된다.

모의실험의 절차는 다음과 같다. 먼저 구간자료를 얻기 위하여 램프형 스트레시 시험  $k(k=1,2)$ 에 대하여, 표본크기는  $n=50, 100, 200$ 인 와이블분포의 난수를 생성한다. 검사구간을 나누는 방법에는 두 가지 방법을 고려하였다. 즉, 가장 보편적으로 사용되고 있는 전체 시간을 등간격으로 나누는 “일정시간간격”(equally spaced in times: ES) 방법과 시간에 로그를 취하여 등간격으로 나누는 “로그시간일정시간간격”(equally spaced in log-time: EL) 방법이다. ES 계획과 EL계획에 의해 검사구간을 정하고, 검사횟수는  $\sqrt{n}$ 에 가장 가까운 정수로 정한다. 즉  $n=50, 100, 200$ 에 대하여 총검사횟수는 각각  $r_{ks} = 7, 10, 14$ 로 하고, 각 시험의 중간 횟수(예:  $r_{ks}=7$ 이면



4,  $r_{ks}=10$ 이면 5,  $r_{ks}=14$ 이면 7)에서 램프형에서 일정형으로 바뀐다고 가정하여 실험하였다. 각 반복에 대해 사용조건 스트레스  $V_0=1$ 에서  $t_q$ 의 추정치들은 두 비모수추정량과 MLE를 사용하여 계산된다.  $t_q$ 의 MLE는 불변성에 의하여  $\hat{\alpha} \cdot \ln(1-q)$ 이며,  $\hat{\alpha}$ 는  $\alpha$ 의 MLE이다. 로그가능도함수(log likelihood function)

$$\log L(\alpha, \beta) = \sum_{k=1}^K \left[ \sum_{l=1}^{r_{kl}} x_{kl} \log\{S_k^{(1)}(t_{k,l-1}) - S_k^{(1)}(t_{kl})\} + \sum_{l=r_{kl}+1}^{r_{ks}} x_{kl} \log\{S_k^{(2)}(t_{k,l-1}) - S_k^{(2)}(t_{kl})\} + x_{k,r_{ks}+1} \log S_k^{(2)}(t_{k,r_{ks}}) \right] \quad (16)$$

을 최대화시키는  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 MLE는 Powell algorithm과 같은 수치해석법에 의하여 얻어질 수 있다. 여기서,

$$S_k^{(1)}(t) = 1 - F_k^{(1)}(t) = \exp\{-R_k^\beta t^{\beta+1}/[\alpha(\beta+1)]\},$$

$$S_k^{(2)}(t) = 1 - F_k^{(2)}(t) = \exp\{-(t/b_k)\}$$

이고,  
 $b_k = \alpha V_k^{-\beta}$  이다.

지수분포수명과 가정된 값  $\alpha=100, \beta=1.0$ 으로부터  $t_q$ 의 참값은  $-100 \cdot \ln(1-q)$ 이다. 즉,  $t_{0.01}=1.0050, t_{0.05}=5.1293, t_{0.1}=10.5361, t_{0.2}=22.3144$ 이다.

각 추정량의 모의실험에 의한 편의와 평균제곱오차(Mean Square Error : MSE)의 추정치는 2,000 개 값의 평균을 구하여 얻었으며, ES 계획과 EL계획, 중간점과 끝점 가정에 따른 4가지 경우의 결과가 <표 1>

<표 2>, <표 3>, <표 4>이다. 이를 통하여 다음 사실을 알 수 있다.

1.  $t_q$ 의 두 비모수추정량과 MLE의 모의 실험에 의한 편의와 MSE의 추정치는  $n$ 이 증가함에 따라 감소하는 경향이 있다.
2. NR1과 NR2의 추정량의 편의와 MSE는 MLE의 그것보다 상대적으로 크나 엄청난 차이를 보이지는 않는다. 모의실험 자료는 가정된 지수분포로부터 생성되기 때문에 차이가 나는 것은 당연하다. 모의실험에 의한 편의와 MSE의 추정치의 항에서 NR1의 결과는 NR2와 거의 유사한 패턴을 보여준다.
3. 추정량 모두  $q$ 의 값이 크면 클수록  $q=0.1$ 일 때를 제외하고 추정량들의 모의실험에 의한 편의와 MSE의 추정치들도 커진다.
4.  $q=0.1$ 과  $0.2$ 일 때를 제외하고는 대체로 중간점에서 고장이 났다고 가정했을 경우가 끝점에서 고장이 났다고 가정했을 경우보다 추정량들의 편의와 MSE들이 작은 것으로 나타났다.
5. 표본크기가 작을 경우( $n=50$ ), 편의와 MSE의 추정치에서  $q$ 가 낮을수록 ( $q=0.01, 0.05$ ) ES계획이 유리하나  $q$ 가 높을수록( $q=0.2$ ) EL계획이 유리하다.

## 5. 결론

본 논문은 단속적으로 검사하는 스트레스한계가 있는 램프형 스트레스시험을 통해 얻은 구간자료를 비모수적 방법으로 분석하여 제품의 사용조건에서의 수명분포와

<표 1> ES 계획에서  $t_q$ 의 비모수추정량과 MLE의 편의와 MSE(끝점 고장)

n	Estimator	q							
		0.01		0.05		0.1		0.2	
		bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE
50	NR1	4.19	25.98	5.91	99.80	3.62	67.19	-7.47	129.64
	NR2	4.21	26.13	5.98	100.23	3.74	67.24	-7.35	126.41
	MLE	0.03	0.23	0.15	5.92	0.30	24.96	0.64	111.96
100	NR1	2.95	17.01	4.67	33.78	-0.29	16.80	-6.57	95.50
	NR2	2.96	17.03	4.70	33.82	-0.27	16.56	-6.58	95.22
	MLE	0.04	0.16	0.23	4.13	0.46	17.45	0.98	78.25
200	NR1	2.89	14.95	1.63	6.05	-1.43	15.96	0.30	45.95
	NR2	2.89	14.86	1.62	5.92	-1.44	15.85	0.26	44.67
	MLE	0.03	0.09	0.16	2.38	0.33	10.05	0.70	45.09

<표 2> ES 계획에서  $t_q$ 의 비모수추정량과 MLE의 편의와 MSE(중간점 고장)

n	Estimator	q							
		0.01		0.05		0.1		0.2	
		bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE
50	NR1	1.45	5.64	2.05	42.52	-0.28	33.43	-11.11	157.43
	NR2	1.46	5.56	2.10	43.03	-0.20	33.55	-11.03	155.69
	MLE	-0.08	0.19	-0.40	4.92	-0.83	20.76	-1.76	93.11
100	NR1	0.80	4.41	0.90	6.63	-4.15	23.76	-1.42	166.39
	NR2	0.80	4.40	0.90	6.57	-4.15	23.65	-1.40	165.00
	MLE	0.01	0.15	0.07	3.83	0.14	16.15	0.30	72.45
200	NR1	0.66	2.28	-1.91	4.39	-1.66	29.23	5.76	131.09
	NR2	0.66	2.25	-1.92	4.41	-1.68	29.02	5.63	127.28
	MLE	0.00	0.08	0.01	2.10	0.02	8.87	0.04	39.78

<표 3> EL 계획에서  $t_q$ 의 비모수추정량과 MLE의 편의와 MSE(끝점 고장)

n	Estimator	q							
		0.01		0.05		0.1		0.2	
		bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE
50	NR1	5.96	42.57	6.43	93.11	10.36	234.50	5.02	278.12
	NR2	5.93	42.13	6.38	91.23	10.25	228.67	4.84	268.53
	MLE	-0.02	0.20	-0.15	5.32	-0.26	22.43	-0.55	100.61
100	NR1	5.18	29.67	6.03	67.10	10.67	203.41	3.91	169.04
	NR2	5.16	29.34	5.98	65.79	10.54	197.87	3.71	160.56
	MLE	0.03	0.15	0.13	3.81	0.27	16.07	0.57	72.09
200	NR1	4.65	22.89	5.39	44.71	10.13	164.67	2.23	86.89
	NR2	4.62	22.55	5.31	43.38	9.95	158.29	1.97	81.08
	MLE	0.03	0.09	0.15	2.38	0.31	10.06	0.66	45.16

<표 4> E1 계획에서  $t_q$ 의 비모수추정량과 MLE의 편의와 MSE(중간점 고장)

n	Estimator	q							
		0.01		0.05		0.1		0.2	
		bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE	bias	MSE
50	NR1	1.54	6.46	2.75	46.17	0.52	30.73	-10.45	142.01
	NR2	1.55	6.47	2.76	46.01	0.54	30.54	-10.43	141.28
	MLE	-0.10	0.19	-0.51	4.97	-1.05	20.98	-2.22	94.08
100	NR1	1.04	1.76	4.00	37.91	-0.05	17.50	-9.73	121.78
	NR2	1.04	1.76	3.99	37.57	-0.07	17.20	-9.75	121.89
	MLE	-0.04	0.13	-0.22	3.39	-0.46	14.30	-0.97	64.07
200	NR1	0.82	0.79	4.26	27.63	-0.70	9.17	-8.41	94.88
	NR2	0.81	0.76	4.20	26.72	-0.77	8.94	-8.50	95.85
	MLE	-0.02	0.08	-0.10	2.01	-0.20	8.47	-0.42	37.99

분위수를 추정하는 문제를 다루었으며, 모의실험을 통해 제안된 추정방법들을 비교 분석하였다.

본 논문에서 제안된 방법들은 수명검사를 연속적으로 관측이 불가능하고 수명분포에 대한 가정을 세우기 어려울 때 적절하게 사용될 수 있을 것이다.

### 참고문헌

[1] 배도선, 전영록(1998), 「신뢰성분석」, 아르케.

[2] Bai, D. S. and Chun, Y. R.(1993), "Nonparametric Inferences for Ramp Stress Tests under Random Censoring", Reliability Engineering and System Safety, Vol.41, pp.217-223.

[3] Bai, D. S. and Lee, N. Y.(1996), "Nonparametric Estimation for Accelerated Life Tests under intermittent inspection", Reliability Engineering and System Safety, Vol.54, pp.53-58.

[4] Basu, A. P. and Ebrahimi, N.(1982), "Nonparametric Accelerated Life Testing", IEEE Trans. on Reliability, R-31, pp.432-435.

[5] Lawless, J.,F.(1982), Statistical Models and Methods for Lifetime Data, John Wiley&Sons.

[6] Lee, N. Y.(1996), "Nonparametric Estimation for Accelerated Life Tests under Intermittent Inspection", unpublished Ph.D. These, Korea Advanced Institute of Science & Technology(KAIST), Daejeon, Korea.

[7] Nelson, W.(1980), "Accelerated Life Testing Step-Stress Models and Data Analysis", IEEE Trans. on Reliability, R-29, pp.103-108.

- 
- [8] Proschan, F. & Singpurwalla, N. D.(1980), "A new approach to inference from accelerated life tests", IEEE Trans. on Reliability, R-29(2) pp.98-102.
- [9] Schmoyer, R. L.(1991), "Nonparametric Analyses for Two-Level Single-Stress Accelerated Life Tests", Technometrics, Vol.33, pp.175-186.
- [10] Shaked, M, and Singpurwalla, N. D.(1982), "Nonparametric Estimation and Goodness-of-Fit Testing of Hypotheses for Distribution in Accelerated Life Testing", IEEE Trans. on Reliability, R-31, no.1, pp.69-74.
- [11] Shaked, M., Zimmer, W. J., and Ball, C. A.(1979), "A Nonparametric Approach to Accelerated Life Testing", Journal of American Statistical Association, Vol.79, pp.694-699.
-