

# 근사직교배열의 직교성의 정도를 평가하기 위한 그래픽방법\*

장대흥<sup>†</sup>

부경대학교 수리과학부 통계학전공

## Graphical Methods for Evaluating the Degree of the Orthogonality of Nearly Orthogonal Arrays

Jang, Dae-Heung

Division of Mathematical Sciences, Pukyong National University

Key Words : Nearly Orthogonal Arrays, Orthogonality Evaluation

### Abstract

The orthogonality is an important property in the experimental designs. When we use nearly orthogonal arrays, we need evaluate the degree of the orthogonality of given experimental designs. Graphical methods for evaluating the degree of the orthogonality of nearly orthogonal arrays are suggested.

### 1. 서론

요인배치법을 완전하게 쓸 수 없을 때 요인배치법의 일부실시법(fractional factorial design), 포화계획(saturated design) 또는 초포화계획(supersaturated design)을 사용한다. Booth와 Cox(1962), Lin(1993, 1995), Li와 Wu(1997), Crosier(2000), Fang의 2인(2000)은 이러한 (초)포화계획에 대하여 연

구하였다. Fang의 3인(2000)은 일양계획(uniform design)이라는 개념을 제시하였다. 요인배치법의 일부실시법에 대한 연구는 최근까지 계속되고 있다(Mukerjee와 Wu(1999), Bisgaard와 Gertsbakh(2000), Liao와 Lyer(2000), Suen과 Chen(2000), Zhang과 Park(2000), Cheng과 Mukerjee(2001), Ma와 2인(2001)). 통계적 품질관리나 실험계획법에서 요인의 수가 과다하게 많은 경우 주로 직교배열을 이용하여 실험을 한다. Plackett와 Burman(1946)이 포화계획(saturated design)인 Plackett-Burman design을 제안한 이후 직교배열이 실험계획분야에서 다양하게 쓰이고 있다. 직교배열은 Taguchi(1986)에 의하

<sup>†</sup> 교신저자 dhjang@pknu.ac.kr

\* 본 연구는 한국과학재단의 2002년도 목적기초연구((R05-2002-000-00161-0)지원으로 수행되었음.

여 다구찌방법의 중요한 수단으로 쓰이고 있다. 비대칭(asymmetric) 직교배열(Dey(2002))이나 직교배열을 Lean 계획과 결합한 방법(Chan와 2인(2003))에 대한 논문도 나타나고 있다. 그러나, 직교계획을 쓰지 못할 때 우리는 근사직교배열(nearly orthogonal arrays)을 이용하게 되는 데 Wang과 Wu(1992)는 이러한 근사직교배열을 제안하였다. 우리가 실험계획으로서 직교배열이 아닌 근사직교배열을 쓰는 경우 이 근사직교배열의 직교성의 정도를 아는 것이 중요하다. Ma와 2인(2000)는 이러한 근사직교배열의 직교성의 정도를 평가하기 위한 기준을 제시하였다. Jang(2002)은 이 기준을 기반으로 하여 근사직교배열의 직교성의 정도를 평가하기 위한 척도들을 제안하였다. 이 척도들은 임의의 배열이 강도 2인 직교배열인가를 평가하는 척도들이다. 본 논문에서는 Jang(2002)이 제시한 척도들을 이용하여 근사직교배열의 직교성의 정도를 평가하기 위한 그래픽 방법들을 제시하고자 한다.

## 2. 직교성의 정도를 평가하기 위한 그래픽 방법

우리는 강도(strength) 2인 직교배열을 직교계획(orthogonal design)이라 부른다.  $r$  제약을 갖으며 강도가  $t$ 이고, 크기가  $N$ 인 직교배열이란, 각 열이 2개 이상의 수준을 갖는  $N \times r$  행렬  $A$ 에서  $A$ 의  $N \times t$  부분행렬 각각이 모든 가능한  $1 \times t$  행벡터들을 같은 빈도로 갖는 행렬을 말한다.

$$L_N(q_1^{m_1} \times q_2^{m_2} \times \dots \times q_k^{m_k}), \quad \sum_{i=1}^k m_i = r \text{를 } q_i$$

개의 수준을 갖는 열들이  $m_i$ 개인 직교계획이라 하자. 직교계획의 정의는 다음과 같다.

1. (직교조건 1) 각 열에서 각 수준은 같은 빈도수로 나타난다.
2. (직교조건 2) 임의의 두 개의 열들에서 수준의 조합이 같은 빈도수로 나타난다.

중중 조건 1을 만족하는 계획을  $U$ -형 계획이라 칭한다.

$N \times r$  행렬  $A = (c_1, c_2, \dots, c_r)$ 에서  $i$ 번째 열의 구성요소가  $1, 2, \dots, q_i$ 로 이루어져 있을 때 다음과 같이 근사직교배열의 직교성의 정도를 알 수 있는 척도를 제안할 수 있다.

$$f_{\phi_1}(c_i) = \frac{1}{q_i} \sum_{k=1}^{q_i} \phi_1 \left( \left| N_{c_i}(k) - \frac{N}{q_i} \right| \right)$$

$$D_{\phi_1, \theta_1}(A) = \frac{1}{r} \sum_{1 \leq i \leq r} \theta_1(f_{\phi_1}(c_i))$$

$$f_{\phi_2}(c_i, c_j)$$

$$= \frac{1}{q_i q_j} \sum_{k=1}^{q_i} \sum_{l=1}^{q_j} \phi_2 \left( \left| N_{c_i, c_j}(k, l) - \frac{N}{q_i q_j} \right| \right)$$

$$D_{\phi_2, \theta_2}(A) = \frac{1}{\binom{r}{2}} \sum_{1 \leq i < j \leq r} \theta_2(f_{\phi_2}(c_i, c_j))$$

$$D_{\phi, \theta}(A) = D_{\phi_1, \theta_1}(A) + D_{\phi_2, \theta_2}(A)$$

$$O(A) = \frac{1}{1 + D_{\phi, \theta}(A)}$$

여기서,  $\phi = (\phi_1, \phi_2)$ ,  $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ 이고,  $\phi_1(\cdot), \phi_2(\cdot), \theta_1(\cdot), \theta_2(\cdot)$ 는 각각  $[0, \infty)$ 에서 단조증가함수이며  $\phi_1(0) = \phi_2(0) = \theta_1(0) = \theta_2(0) = 0$ 인 함수이

다.  $c_i, c_j$ 는  $A$ 의 임의의 두 열이고,  $N_{c_i}(k)$ 는  $c_i$ 의  $k$ 번째 구성요소의 개수이고,  $\frac{N}{q_i}$ 는  $c_i$ 의 구성요소들의 평균개수이다.  $N_{c_i, c_j}(k, l)$ 은  $c_i$ 와  $c_j$ 의 두 개의 열들에서  $(k, l)$ 쌍의 개수이고,  $\frac{N}{q_i q_j}$ 는  $c_i$ 와  $c_j$ 의 두 개의 열들에서 수준쌍들의 평균개수이다.

$D_{\phi_1, \theta_1}(A)$ 는 직교성의 첫 번째 조건을 평가하고,  $D_{\phi_2, \theta_2}(A)$ 는 직교성의 두 번째 조건을 평가한다. 직교성을 평가하기 위한 척도로서 직교화지수  $O(A)$ 를 쓸 수 있다.  $O(A)$ 가 1에 가까울수록 직교배열에 가깝고 1에서 멀어질수록 직교배열에서 멀어진다.

우리는 이러한 척도 외에 다음과 같이 Pielou(1966)가 제안한 다양성지수(diversity index)를 이용한 또 다른 척도를 제시할 수 있다.

$$E_1(A) = \frac{1}{r} \sum_{1 \leq i \leq r} J_i$$

$$E_2(A) = \frac{1}{\binom{r}{2}} \sum_{1 \leq i < j \leq r} J_{ij}$$

여기서,  $J_i$ 는 배열  $A$ 의  $i$ 번째 열에 대한 균등지수(evenness index)이고,  $J_{ij}$ 는 배열  $A$ 의  $i$ 번째와  $j$ 번째 열들에 대한 균등지수(evenness index)이다. 우리는 균등지수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$J = \frac{H}{H_{\max}}$$

여기서,  $H = \frac{N \log N - \sum_{i=1}^q f_i \log f_i}{N}$ ,

$H_{\max} = \log q$ ,  $q$ 는 범주의 개수이고,  $f_i$ 는 범주  $i$ 에 속하는 빈도수이다.  $E_1(A)$ 는 직교성의 첫 번째 조건을 평가하고,  $E_2(A)$ 는 직교성의 두 번째 조건을 평가한다.  $E_1(A)$ 과  $E_2(A)$ 가 동시에 1에 가까울수록 직교행렬에 가깝고, 1에서 멀어질수록 직교행렬에서 멀어진다.

우리는 위에서 제시한 척도들을 이용하여 배열의 직교성을 평가할 수 있는 그래픽방법들을 제안할 수 있다.  $D_1(A) = D_{\phi_1, \theta_1}(A)$ 를 이용하여  $x$ 좌표값을 만들고,  $D_2(A) = D_{\phi_2, \theta_2}(A)$ 를 이용하여  $y$ 좌표값을 만들면 하나의 실험계획에 대응되는 비직교화좌표값을 구할 수 있다. 그러면, 임의의 계획  $A$ 에 대하여 2차원 좌표점  $(D_1(A), D_2(A))$ 로 대응시켜 나타내는 그래프를 우리는 그럴 수 있다. 이 그래프를 비직교화평가그래프(non-orthogonality evaluation plot)라고 명명하자. 그러므로, 여러 가지 경쟁하는 계획들에 대하여 이 비직교화좌표값들을 비교함으로써 직교성을 평가할 수 있다. 이러한 2차원 좌표점에서  $x$ -좌표  $D_1(A)$ 는 직교계획의 정의 중 조건 1을 측정하는 값이다. 이 값이 0이면 계획  $A$ 는 조건 1을 만족하게 되고, 이러한 계획을 우리는  $U$ -형 계획이라 부른다.  $y$ -좌표  $D_2(A)$ 는 직교계획의 정의 중 조건 2를 측정하는 값이다. 이 값이 0이면 계획

$A$ 는 조건 2를 만족하게 된다.  $(D_1(A), D_2(A)) = (0, 0)$ 이면 계획  $A$ 는 직교계획이 된다.  $(D_1(A), D_2(A))$ 이 원점에서 멀어질수록 계획  $A$ 는 점점 더 비직교계획이 된다.

$E_1(A)$ 를 이용하여  $x$ 좌표값을 만들고,  $E_2(A)$ 를 이용하여  $y$ 좌표값을 만들면 하나의 실험계획에 대응되는 직교좌표값을 구할 수 있다. 그러면, 임의의 계획  $A$ 에 대하여 2차원 좌표점  $(E_1(A), E_2(A))$ 로 대응시켜 나타내는 그래프를 우리는 그릴 수 있다. 이 그래프를 직교화평가그래프(orthogonality evaluation plot)라고 명명하자. 그러므로, 여러 가지 경쟁하는 계획들에 대하여 이 직교좌표값들을 비교함으로써 직교성을 평가할 수 있다. 이러한 2차원 좌표점에서  $x$ -좌표  $E_1(A)$ 는 직교계획의 정의 중 조건 1을 측정하는 값이다. 이 값이 1이면 계획  $A$ 는 조건 1을 만족하게 되고,  $U$ -형 계획이 된다.  $y$ -좌표  $E_2(A)$ 는 직교계획의 정의 중 조건 2를 측정하는 값이다. 이 값이 1이면 계획  $A$ 는 조건 2를 만족하게 된다.  $(E_1(A), E_2(A)) = (1, 1)$ 이면 계획  $A$ 는 직교계획이 된다.  $(E_1(A), E_2(A))$ 이 원점에서 멀어져  $(1, 1)$ 에 가까워질수록 계획  $A$ 는 점점 직교계획이 된다.

비직교화평가그래프와 직교화평가그래프의 차이점은 비직교화평가그래프에서는 각각의 실험계획에 대응하는 좌표점이 원점에서 멀어질수록 직교화에서 점점 멀어지나 직교화평가그래프에서는 각각의 실험계획에 대응하는 좌표점이 원점에서 멀어져  $(1, 1)$ 에 점점 가까워질수록 직교화에 점점

가까워진다는 데 있다.

Jang(2002)은 수준조합행렬(level combination matrix)  $S_{ij} = (s_{kl})$ 을 제안하였는데, 여기서,  $s_{kl}$ 은 배열  $A$ 의  $i$ 번째 열과  $j$ 열에서 일어나는  $(k, l)$ -수준조합쌍의 출현회수를 나타낸다. 우리는 임의의 배열에 대하여 직교화평가산점도행렬(orthogonality evaluation scatterplot matrix)을 그릴 수 있다. 이 그래프에서 대각선 panel에는 배열  $A$ 에서 대응되는 각 열의 수준의 빈도를 나타내는 히스토그램을 그리고, 비대각선 panel에는 각각 대응되는 두 개의 열들 사이의 수준조합행렬  $S_{ij} = (s_{kl})$ 을 나타낸다. 이 그래프에서 대각선 panel에 나타나는 히스토그램을 이용하여 직교성의 첫 번째 조건을 평가하고, 비대각선 panel에 나타나는 산점도를 이용하여 직교성의 두 번째 조건을 평가한다. 즉, 각 열에 대응되는 히스토그램을 봄으로써 이 열이 조건 1을 얼마나 만족하는지 알 수 있고, 임의의 두 열에 대응되는 산포도행렬의 원소를 관찰함으로써 이 두 열이 조건 2를 얼마나 만족하는지 평가할 수 있게 된다. 이러한 직교화평가산점도행렬에 대응되는 표로서 빈도행렬(frequency matrix)을 작성할 수 있다. 이 행렬에서 대각선은 각 열의 수준의 빈도를 나타내고, 비대각선은 수준조합행렬  $S_{ij} = (s_{kl})$ 을 나타낸다.

장대홍(2004)은 정다각기둥평행좌표그림(regular polyprism parallel coordinate plot)을 제시하였는데 이 그림을 배열의 직교성을 평가하는 데 이용할 수 있다. 임의의 두 개의 축을 연결하는 면을 보면서 수준조합행렬  $S_{ij} = (s_{kl})$ 을 볼 수 있고, 각 축을 보

면서 각 열의 수준의 빈도를 볼 수 있다.

Jang(2002)은 비직교화평가행렬(non-orthogonality evaluation matrix)  $D=(d_{ij})$ 을 제안하였는 데, 여기서,  $d_{ii}=\theta_1(f_{\phi_1}(c_i))$ , 이고,  $d_{ij}=\theta_2(f_{\phi_2}(c_i, c_j))$ 이다. 이러한 행렬의 행을  $x$ 축에, 열을  $y$ 축에,  $d_{ii}$ 나  $d_{ij}$ 값을  $z$ 축에 표시한 3차원그림을 그릴 수 있다. 이러한 3차원그림을 비직교화평가행렬그림(non-orthogonality evaluation matrix plot)라 하자. 이 그림에서 대각선에 배열된 기둥들을 이용하여 직교성의 첫 번째 조건을 평가하고, 비대각선에 배열된 기둥들을 이용하여 직교성의 두 번째 조건을 평가한다.

### 3. 수치 예

다음과 같은 5개의 계획들에 대하여 직교성의 정도를 평가하기 위한 그래픽 방법들을 적용하여 볼 수 있다. <표 1>에서 계획  $A1$ 은  $L_{16}(4^5)$ 인 직교배열이고, 계획  $A2$ 와 계획  $A3$ 는 두 개의 균등계획(uniform design)  $U_{16}(4^5)$ 이고, 계획  $A4$ 는  $L'_6(3^1 \times 2^3)$ 인 혼합배열이고, 계획  $A5$ 는 크기가 6인 조합계획(combinatorial design)이다. 균등계획은 Fang외 3인(2000)이 제안한 계획이다.

계산의 편의를 위하여  $\phi_1(x)=\phi_2(x)=\theta_1(x)=\theta_2(x)=x$ 라 하자.

이러한 5개의 계획들에 대하여 비직교화 평가그래프와 직교화평가그래프를 그리면 각각 다음 <그림 1>과 <그림 2>와 같다.

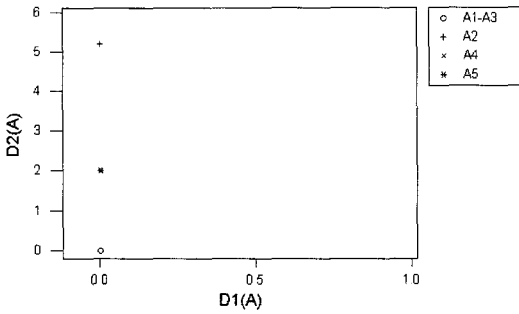
<그림 1>로부터 5개의 계획 모두  $U$ -형 계획임을 알 수 있고, 직교성의 정도가  $A1=A3>A4=A5>A2$ 임을 알 수 있다. <그림 2>로부터 5개의 계획 모두  $U$ -형 계획임을 알 수 있고, 직교성의 정도가  $A1=A3>A4>A5>A2$ 임을 알 수 있다.

<표 1> 직교성 평가 대상 계획

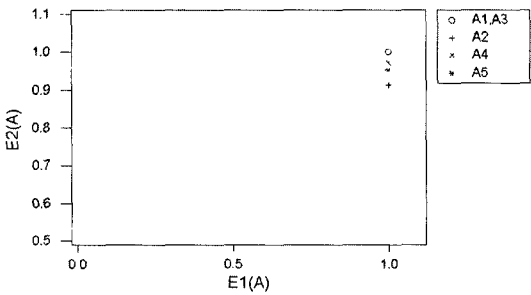
$A1$	$A2$	$A3$
1 1 1 1 1	1 1 1 3 3	1 1 2 3 3
1 2 2 2 2	1 2 2 1 2	1 2 1 4 1
1 3 3 3 3	1 3 1 4 4	1 3 3 2 2
1 4 4 4 4	1 4 3 3 3	1 4 1 1 4
2 1 2 3 4	2 1 1 2 3	2 1 4 2 4
2 2 1 4 3	2 2 3 4 1	2 2 2 1 2
2 3 1 1 2	2 3 3 2 4	2 3 1 3 1
2 4 3 2 1	2 4 1 1 1	2 4 3 4 3
3 1 3 4 2	3 1 2 1 4	3 1 3 1 1
3 2 4 3 1	3 2 4 1 2	3 2 1 2 3
3 3 1 2 4	3 3 2 3 1	3 3 2 4 4
3 4 2 1 3	3 4 1 1 2	3 4 4 3 2
4 1 4 2 3	4 1 3 1 2	4 1 1 4 2
4 2 3 1 4	4 2 1 3 4	4 2 3 3 4
4 3 2 4 1	4 3 4 2 1	4 3 4 1 3
4 4 1 3 2	4 4 2 2 3	4 4 2 2 1

$A4$	$A5$
0 0 0 0 0 0	0 0 0 0
1 1 1 1 1 0	0 1 1 1
0 0 1 1 1 0	0 1 0 2
1 0 0 0 1 1	1 1 1 0
1 1 1 0 0 0	1 0 0 1
0 1 0 1 0 1	1 0 1 2



<그림 1> 비직교화평가그래프

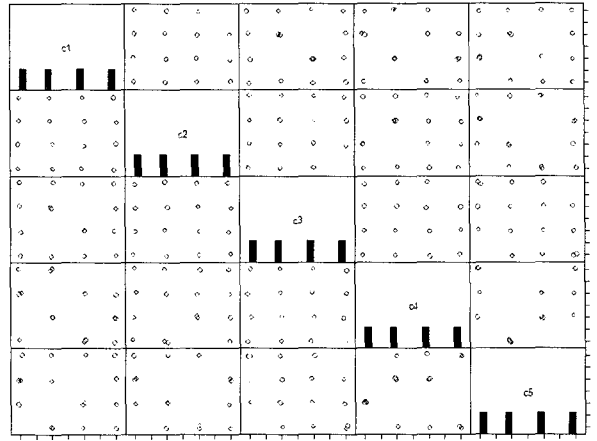


<그림 2> 직교화평가그래프

계획 A2에 대한 직교화평가산점도행렬을 그려 보면 <그림 3>과 같다. <그림 3>을 통하여 이 계획은 U-형 계획이나 직교계획이 아님을 알 수 있다. 또한, 계획 A2의 임의의 두 열에서 어떤 수준 조합이 결여되어 있는 지를 알 수 있다. 예로,

(4,5)-panel은  $S_{45} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  에 대응

되는 산점도로서 4번째 열과 5번째 열의 수준조합 중 중복되는 것과 없는 것이 많아 직교성의 두 번째 조건에서 크게 벗어남을 알 수 있다. 대각선 상의 panel에 있는 히스토그램으로 인하여 이 배열은 U-형 계획임을 알 수 있다.



<그림 3> 계획 A2에 대한 직교화평가산점도행렬

<그림 3>과 대응되는 빈도행렬은 다음 <표 2>와 같다. 계획 A3에 대한 직교화평가산점도행렬을 그려 보면 <그림 4>와 같다. <그림 4>를 통하여 이 계획은 U-형 계획이고 직교계획임을 알 수 있다. 대각선 상의 panel에 있는 히스토그램으로 인해 직교성의 첫 번째 조건을 만족함을 알 수 있고, 비대각선 상의 panel에 있는 산점도의 모습으로 인해 직교성의 두 번째 조건을 만족함을 알 수 있다.

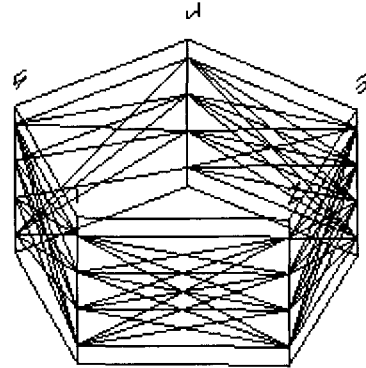
배열 A2에 대하여 정다각기동평행좌표 그림을 그리면 <그림 5>와 같다. 이 3차원 그림을 컴퓨터 스크린 상에서 회전시키면서 각 축을 보면 각 열에서 수준의 빈도가 같음을 알 수 있다. 즉, 직교조건 1을 만족함을 알 수 있다. 또한, 4번째와 5번째 열의 조합에서 직교성의 두 번째 조건이 크게 벗어남을 알 수 있다. 임의의 두 축 사이를 연결하는 면은 총 10개이므로 <그림 5>에 나타나지 않는 두 축 사이를 연결하는 나머지 5개의 면들도 그려 볼 수 있다. 다음 <그림 6>은 5번째 열을 중심으로 5

번째 열과 다른 열과의 조합을 나타낸 정다각기둥평행좌표그림이다. 이 그림에서 5번째 열과 다른 열과의 조합 모두 직교성의 두 번째 조건에서 벗어남을 알 수 있다. 특히, 5번째와 4번째열, 5번째 열과 2번째 열의 조합에서 직교성의 두 번째 조건이 크게 벗어남을 알 수 있다.

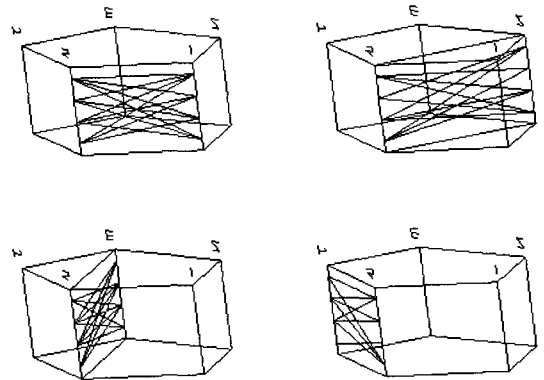
1:c1, 2:c2, 3:c3, 4:c4, 5:c5

<표 2> 배열 A2에 대한 빈도행렬

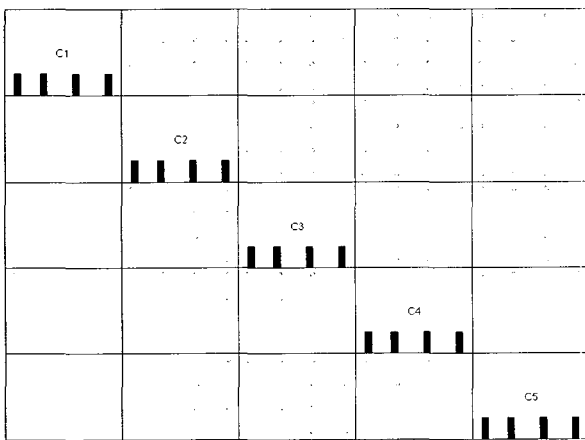
$G_1 \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$G_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$G_3 \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$G_4 \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$G_5 \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$



<그림 5> 배열 A2에 대한 정다각기둥평행좌표그림



<그림 6> 배열 A2에 대하여 5번째 열과 다른 열과의 조합을 나타낸 정다각기둥평행좌표그림

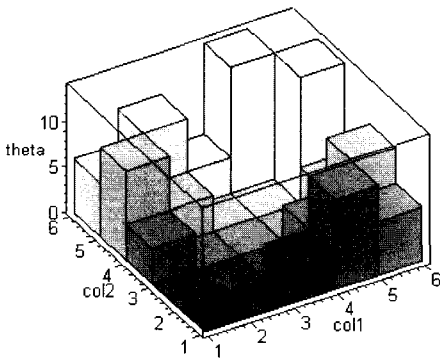


<그림 4> 계획 A3에 대한 직교화평가산점도행렬

배열 A2에 대한 비직교화평가행렬은

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 10 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 10 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 10 & 4 & 0 & 0 & 14 \\ 6 & 10 & 4 & 14 & 0 \end{pmatrix} \text{ 이다. 이 행렬을}$$

이용하여 비직교화평가행렬그림을 그리면 <그림 7>과 같다. 이 비직교화평가행렬그림은 3차원 그림이므로 컴퓨터 스크린 상에서 회전시키면서 보면 대각선상의 값들은 전부 0이어서 기둥이 없음을 알 수 있다. 즉, 직교조건 1을 만족함을 알 수 있다. 비대각선 상의 값들이 상당 부분 0이 아니어서 기둥들이 솟아 있고, 그들 중 (4,5) 위치에서 기둥의 높이가 가장 높음을 알 수 있다. 즉, 4번째 열과 5번째 열과의 수준조합에서 직교성의 두 번째 조건이 가장 크게 벗어남을 알 수 있다.



<그림 7> 배열 A2에 대한 비직교화평가행렬그림

#### 4. 결론

근사직교배열의 직교성의 정도를 평가하기 위한 그래픽 방법들((비)직교화평가그래프, 직교화평가산점도행렬, 정다각기둥평행좌표그림, 비직교화평가행렬그림 등)을 통하여 우리는 관심 있는 여러 근사직교배열들의 직교 정도를 비교, 평가할 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] 장대홍(2004). “집락분석에 쓰이는 그래픽방법들의 확장”, 한국통계학회 분류연구회 동계학술발표회논문집, 57-63.
- [2] Booth, K. H. V. and Cox, D. R.(1962), “Some Systematic Supersaturated Designs”, Technometrics, Vol. 4, 489-495.
- [3] Bisgaard, S. and Gertsbakh, I.(2000). “ $2^{k-p}$  Experiments with Binary Responses: Inverse Binomial Sampling”, Journal of Quality Technology, Vol. 32, 148-156.
- [4] Chan, L., Ma, C., and Goh, T. N.(2003). “Orthogonal Arrays for Experiments with Lean Designs”, Journal of Quality Technology, Vol. 35, 123-138.
- [5] Cheng, C. and Mukerjee, R.(2001). “Blocked Regular Fractional Factorial Designs with Maximum Estimation Capacity”, Annals of Statistics, Vol. 29, 530-548.
- [6] Crosier, R. B. (2000). “Some New Two-Level Saturated Designs”, Journal of Quality Technology, Vol. 32, 103-110.
- [7] Dey, A.(2002). Asymmetric Orthogonal Arrays, Design Workshop Lecture Notes, 97-115.
- [8] Fang, K., Lin, D. K. J., Ma, C.(2000), “On The Construction of Multi-level Supersaturated Designs”, Journal of Statistical Planning and Inference, Vol. 86, 239-252.



- [9] Fang, K., Lin, D. K. J., Winker, P., and Zhang, Y.(2000), "Uniform Design: Theory and Application", *Technometrics*, Vol. 42, 237-248.
- [10] Jang, D. H.(2002), "Measures for Evaluating Non-orthogonality of Experimental Designs", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, Vol. 31, 249-260.
- [11] Li, W. W. and Wu, C. F. J.(1997), "Columnwise-pairwise Algorithms with Applications to The Construction of Supersaturated Designs", *Technometrics*, Vol. 39, 171-179.
- [12] Liao, C. T. and Lyer, H. K.(2000). "Optimal  $2^{n-p}$  Fractional Factorial Designs for Dispersion Effects under a Location-Dispersion Model", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, Vol. 29, 823-835.
- [13] Lin, D. K. J.(1993), "A New Class of Supersaturated Designs", *Technometrics*, Vol. 35, 28-31.
- [14] \_\_\_\_\_(1995), "Generating Systematic Supersaturated Designs", *Technometrics*, Vol. 37, 213-225.
- [15] Ma, C., Fang, K., and Lin, D. K. J.(2001). "On the Isomorphism of Fractional Factorial Designs", *Journal of Complexity*, Vol. 17, 86-97.
- [16] Ma, C., Fang, K., and Liski, E.(2000), "A New Approach in Constructing Orthogonal and Nearly Orthogonal Arrays", *Metrika*, Vol. 50, 255-268.
- [17] Mukerjee, R. and Wu, C. F. J.(1999). "Blocking in Regular Fractional Factorials: A Projective Geometric Approach", *Annals of Statistics*, Vol. 27, 1256-1271.
- [18] Pielou, E. C.(1966), "The Measurement of Diversity in Different Types of Biological Collections", *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 13, 131-144.
- [19] Plackett, R. L. and Burman, J. P.(1946), "The Design of Optimum Multifactorial Experiments", *Biometrika*, Vol. 33, 305-325.
- [20] Taguchi, G.(1986), *Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes*, New York, White Plains.
- [21] Wang, J. C. and Wu, C. F. J.(1992), "Nearly Orthogonal Arrays with Mixed Levels and Small Runs", *Technometrics*, Vol. 34, 409-422.
- [22] Suen, C. and Chen, H.(2000). "A Family of Regular Fractional Factorial Designs with Maximum Resolution", *Journal of Statistical Computing and Simulation*, Vol. 66, 67-78.
- [23] Zhang, R. and Park, D.(2000). "Optimal Blocking of Two Level Fractional Factorial Designs", *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 91, 107-121.