

다수 사용자 채널을 위한 효율적인 이산 비트 할당 방법

정회원 최민호*, 송상섭**

An Efficient Discrete Bit Allocation Algorithm for Multi-user Channels

Min-ho Choi*, Sang-seob Song** *Regular Members*

요약

본 논문에서는 VDSL 시스템의 성능을 향상하기 위하여, 각 사용자의 송신 전력이 제한된 경우, 채널 정보를 이용하여 전송 비트율을 최대화 하는 이산 비트 할당법을 제안하였다. 누화잡음 전력이 클 경우 어느 사용자의 전력할당은 같은 케이블을 사용하는 다른 사용자에 미치는 누화전력을 변화시킨다. 이 경우 모든 사용자의 전력할당을 같이 고려하여야 성능을 향상시킬 수 있다. 제안한 방법의 성능을 iterative water-filling의 성능과 비교하여 더 향상된 결과를 얻었다.

Key Words: Bit loading; Water-filling; DMT.

ABSTRACT

In this paper we propose a discrete bit-loading algorithm that maximizes the transmit bit rate using the channel informations to optimize the performance of the very high-speed digital subscriber line(VDSL) system under the constraint of a maximum transmit power for each user. When the power level of crosstalk is high, the power allocation of a user changes the crosstalk experienced by the other users in the same binder. In this case, the performance of DSL modems can be improved by jointly considering the bit and power allocation of all users. Simulation results shows that the proposed method improves the performance compared with that of iterative water-filling method.

1. 서론

본 논문에서는 사용하는 전력을 최소화 하면서 다수 사용자에게 할당하는 비트 수가 정수가 되도록 전력을 할당하는 비트 할당 방법에 대하여 연구하였다. 이 방법을 사용하기 위하여 각 모뎀의 수신기는 채널의 전달함수와 누화전력의 전달함수 등과 같은 채널의 정보를 추정하고 이 정보들을 스펙트럼 관리 센터에 전달 해야 한다. 스펙트럼 관리 센

터는 전달된 채널 정보를 이용하여 모든 사용자에 대한 비트와 전력을 이산 비트 할당 방법으로 결정하고 이 결과들을 송신기에 전달한다.

단일 사용자가 채널을 사용하는 경우, 잡음이 Gauss 분포를 가질 때의 채널 용량에 도달하는 이론적인 해법은 이미 오래 전에 알려졌다^{[1][2]}. 즉, water-filling(WF) 방법으로 제한된 전력의 범위 안에서 전송하는 비트를 최대화할 수 있다.

다수 사용자 채널의 경우, 다수의 사용자 채널에

* 전북대학교 대학원 전자공학과

** 전북대학교 공과대학 전자정보 공학부

논문번호: 040158-0419, 접수일자: 2004년 4월 19일

서 어느 사용자의 채널에 대한 입력 전력의 변화는 같은 binder 안의 다른 사용자의 신호에 영향을 미치게 되며 누화잡음에 변화를 일으키게 된다. 따라서 단일 사용자의 경우와 다르게 전력을 할당할 때 다른 사용자의 전력할당도 같이 고려하는 방법이 성능을 향상할 수 있다. 이러한 비선형 문제를 해결하기 위해, 정보 이론을 근거로 하여 채널 용량의 영역을 구하고 단일 사용자의 WF 방법을 일반화한 결과³⁾, 다른 사용자를 고려하지 않고 각각의 사용자마다 독자적으로 WF 을 적용하는 방법과 총 사용 전력을 최소화 하면서 수치 해석적으로 취급한 결과가 있다⁷⁾⁸⁾.

VDSL(Very High-speed Digital Subscriber Line)에서 사용하는 DMT(Discrete Multi-tone) 방식은 사용하는 주파수 대역을 ISI(Inter-symbol Interference)가 없는 N개의 독립적인 병렬 부채널로 분할한다. 부채널 마다 비트와 전력할당을 최적화하여 시스템 성능의 최적화가 필요하다. 여러 비트 할당법이 알려져 있으며³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾, 실제로 적용에 유리하도록 부채널에 할당되는 비트 수가 정수가 되도록 하는 것이 좋다.

논문의 나머지는 선로모델, 전력할당법의 유도, 비트 할당법 제안, 모의시험 결과와 결론으로 이루어져 있다.

II. 선로 모델

가입자망의 선로는 보통 수십 쌍의 연선(twisted-pair)이 들어 있는 cable 들로 구성되며, cable 안의 각 연선은 다른 연선들과 전자기적으로 연결되어 있다. 근단누화(NEXT:Near End Crosstalk)는 수신기와 같은 쪽에 있는 송신기로부터 송신하는 신호에 의해 발생하며, 원단누화(FEXT:Far End Crosstalk)는 반대쪽의 송신기로부터 발생한다. DMT 방식과 같이 주파수분할 다중화하는 경우에 송신과 수신에 사용하는 주파수 대역을 적절하게 배정함으로써 NEXT는 상당히 줄일 수 있다. 그러나 선로는 FEXT의 영향 때문에 ISI 을 가지는 간섭 채널이 된다.

그림1은 사용자 수가 M인 선로의 부채널 n를 나타내고 있다. 그림에서 실선으로 표시된 G_{ii} 는 부채널 의 직통 전달함수를 나타내며, 점선으로 표시된 G_{ij} 는 사용자 j의 송신신호로부터 발생하여 사용자 i에 영향을 미치는 누화전력의 전달함수를

나타낸다. 사용자 i의 부채널 n에서 신호 대 간섭과 잡음의 합의 비율(SINR:Signal to Interference plus Noise Ratio)을 식 (1)로 표시한다.

$$SINR_i(n) = \frac{G_{ii}(n)P_i(n)}{\sum_{j \neq i} G_{ij}(n)P_j(n) + N_i(n)} \quad (1)$$

$$i, j \in \{1, 2, \dots, M\}$$

$P_i(n)$ 과 $N_i(n)$ 는 각각 사용자 i의 부채널 n의 신호전력과 배경잡음의 전력이다. 사용자 i의 부채널 n에서 비트를 전송하기 위하여 필요한 $SINR_i(n)$ 은 부채널 n에 할당된 전력과 사용자 i의 평균 심볼 오류의 함수 $\gamma_i(n)$ 이며, 부채널의 변조 방식과 부호화 방식에 따라 달라진다. 여기서, $\gamma_i(n)$ 와 Γ 는 각각 다음 식으로 표시된다.

$$\gamma_i(n) = \Gamma(2^{2b_i(n)} - 1) \quad (2)$$

$$\Gamma = \frac{1}{3} \left[Q^{-1} \left(\frac{P_e}{4} \right) \right]^2$$

Γ 는 이론적인 채널 용량과 실제 QAM 변조 방식을 사용하여 도달 가능한 채널 용량과의 차이를 나타내는 파라미터이다¹³⁾.

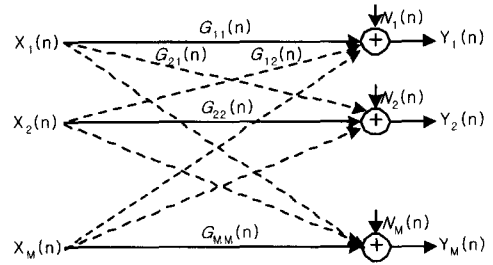


그림 1. 선로 모델
Fig. 1 Channel model

식 (1)로부터 부채널 n에 할당된 비트를 $b(n) = [b_1(n), \dots, b_M]^T$ 로 표시할 때 사용자 i의 전력 $P_i(n)$ 은 식 (3)을 만족하여야 한다.

$$SINR_i(n) = \frac{G_{ii}(n)P_i(n)}{\sum_{j \neq i} G_{ij}(n)P_j(n) + N_i(n)} \geq \gamma_i(n) \quad (3)$$

예를 들면, 사용자2가 사용자1에 미치는 FEXT 잡음 전력은 식 (4)으로 표시된다¹¹⁾.

$$G_{12}(f)S_2(f) = k_{fext} f^2 d |H(f, d)|^2 S_2(f) \quad (4)$$

k_{fext} 는 간섭하는 사용자의 수에 따르는 상수이며 $S_2(f)$ 는 사용자2의 입력 전력밀도를 나타낸다. FEXT는 주파수, 간섭자의 선로와 서로 겹치는 거리, 겹치는 구간의 선로의 전달함수 및 간섭하는 사용자의 전력의 함수가 된다.

III. 전력할당법의 유도

이 절에서는 앞 절의 식 (1)과 (3)를 이용하여 전력할당 벡터 P 를 유도한다. 먼저 식 (1)을 식 (3)에 대입하고 SNR gap Γ 와 $\gamma_i(n)$ 을 대입하여 정리하면 식 (3)은 행렬의 식으로 표시된다.

$$(I - F)P \geq u, P \geq 0 \quad (5)$$

여기서 $u = [\frac{\gamma_i N_i}{G_{ii}}, \dots, \frac{\gamma_M N_M}{G_{MM}}]$ 는 배율 조정된 잡음 전력이다. 식 (5)를 이용하여 부채널 n 에 할당된 비트 $b(n) = [b_1(n), \dots, b_M]^T$ 가 주어지면 이의 해인 소요 전력 $P = [P_1(n), \dots, P_M]^T$ 를 구할 수 있다. 식 (5)에서 행렬 F 의 각 원은 식 (6)과 같다.

$$F_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{if } i = j \\ \frac{\gamma_i G_{ij}}{G_{ii}} & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (6)$$

따라서 F 의 각 원은 음수가 아니고 F 를 기약행렬이라 가정하고 Perron-Frobenius의 정리를 이용한다⁹⁾. F 의 고유치 가운데 최대 값은 양의 실수이며 이를 ρ_F 로 표시한다. 식 (5)를 만족하는 해 가운데 비트 할당에 필요한 전력이 최소인 최적의 해 $P^* = (I - F)^{-1}u$ 가 존재하기 위한 조건은 다음과 같다.

- 1) $\rho_F < 1$ 이다.
- 2) $(I - F)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} F^k$ 이다.

전력할당을 반복 수행하는 경우, k 번째의 전력할당 $P(k)$ 를 이용하여 $k+1$ 번째의 전력할당을 식 (7)로 표시한다.

$$\begin{aligned} P(k+1) &= FP(k) + u \\ P(k) &= [P_1(k), \dots, P_M(k)] \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 위의 1)과 2)를 이용하여 극한값을 구하면 P^* 가 된다.

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} P(k) &= \lim_{k \rightarrow \infty} F^k P(0) + \lim_{k \rightarrow \infty} [\sum_{i=0}^{k-1} F^i] u \\ &= (I - F)^{-1} u \\ &= P^* \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)에 식 (6)을 대입하면

$$P_i(k+1) = (\gamma_i / G_{ii}) \sum_{j \neq i} G_{ij} P_j(k) + N_i \quad (9)$$

여기에서 식 (3)을 이용하여 $\sum_{j \neq i} G_{ij} P_j(k) + N_i$ 에 $G_{ij} P_j(k) / SINR_i(k)$ 를 대입하여 P 의 각 원에 대한 점화식을 (10)로 표시한다.

$$P_i(k+1) = \frac{\gamma_i}{SINR_i(k)} P_i(k) \quad (10)$$

전력할당을 구하는 식 (3)과 (10)을 비교하면, 누화전력, 잡음전력 및 전력 이득을 알고 있는 경우는 식 (3)으로부터 역행렬을 구하여 전력할당 P^* 를 구한다. 그러나 부채널의 $SINR$ 정보만 알고 있으면 식 (10)을 적용하여 부채널의 비트 할당에 필요한 전력을 구할 수 있다.

IV. 비트 할당법

비트 할당의 목표는 각 사용자에게 대하여 부채널에 할당할 수 있는 비트 수와 전력 크기의 제한 조건을 만족하면서 최소의 송신 전력으로 원하는 양의 비트를 전송하도록 부채널의 전력과 비트를 할당하도록 하는 것이다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N P_i(n) \\ &\text{subject to } b_i(n) \in Z, P_i(n) \leq \overline{P(n)} \end{aligned}$$

(11)

여기에서 $Z = \{0, \dots, b_{\max}\}$ 이고 $\overline{P(n)}$ 는 power mask이다.

III절의 식 (10)을 이용하여 전력할당 벡터를 구하는 경우 사용자 i 의 부채널 n 은 현재 할당된

전력 $P_i(n)$ 에 대한 $SINR_i(n)$ 를 전송하려는 비트 수 $b_i(n)$ 에 대응하는 값인 $\gamma_i(n)$ 와 비교하여, $SINR_i(n)$ 이 $\gamma_i(n)$ 보다 작은 경우는 전력 $P_i(n)$ 을 증가하고, 큰 경우는 $P_i(n)$ 을 감소하여 $SINR_i(n)$ 이 $\gamma_i(n)$ 과 같게 되도록 조절함으로써 부채널의 비트할당에 요구되는 전력 $P_i(n)$ 를 구한다. 전력의 증가 또는 감소로 인한 $P_i(n)$ 의 변화는 FEXT의 변화로 이어져 $j \neq i$ 인 다른 사용자의 부채널의 $SINR_j(n)$ 을 변화 시키게 된다. 다른 사용자도 마찬가지로 이 방법을 수행하므로 사용자 상호간의 FEXT의 영향 때문에 $k \rightarrow \infty$ 일 때 각 사용자의 $SINR_i(n)$ 은 목표치 $\gamma_i(n)$ 에 도달하게 된다. 식 (10)은 행렬의 계산을 이용하는 대신 비선형적 방법인 WF 방법으로도 전력을 할당할 수 있다.

먼저 전력할당 벡터를 구하는 실질적인 방법으로서 비교를 위하여 단일 사용자에 적용하던 WF 방법을 다수 사용자의 경우로 확장하여 적용한 방법인 반복 water-filling법(IWF:Iterative Water-filling)을^[7]을 살펴보고 다음으로 본 논문에서 제안하는 이산 비트 할당법에 대하여 기술한다.

전력할당을 구하기 위하여 우선 채널의 정보량은 식 (11)을 만족한다.

$$I(X_1, \dots, X_M; Y_1, \dots, Y_M) \leq \frac{1}{2} \sum_i \log_2 \left(1 + \frac{P_i}{N_i} \right) \quad (11)$$

식 (11)을 만족하는 Lagrange 승수법을 이용하여 구하면 $P_i = \nu - N_i$ 를 얻으며 P_i 가 양수가 되도록 water level ν 를 정하면 결국 최대의 비트를 전송하게 된다. 이 방법이 이른바 WF 방법이다^[2]. 할당된 전력으로부터 식 (12)을 이용하여 즉시 비트 수를 결정할 수 있다.

$$b_i(n) = \log_2 \left(1 + \frac{SINR_i(n)}{\Gamma} \right) \quad (12)$$

1. 반복 water-filling 법

IWF 방법은 사용자마다 다른 사용의 전력할당을 고려하지 않고 각각 WF를 적용하는 방법이다. 각 사용자는 자기의 모든 부채널에 대하여 WF를 적용하여 부채널의 전력을 할당한다.

초기화:

$P_i, i = 1, \dots, M$ 를 초기화한다.

반복:

다음 loop를 원하는 조건을 만족할 때까지 반복한다.

for $i = 1$ to M

$$N = \sum_{j=1, j \neq i}^M G_{ji} P_j + N_i$$

$$P_i = \arg \max \frac{1}{2} \log |G_{ii} P_i + N|$$

end

IWF 방법은 각 사용자는 다른 모든 사용자로부터의 신호를 잡음으로 취급하여 WF 방법을 적용하며, 따라서 부채널의 전력할당이 변경되므로 다른 사용자의 FEXT도 어느 사용자의 WF에 의해 변경된다. 마찬가지로 다른 사용자도 변경된 FEXT에 대하여 앞의 사용자처럼 WF를 한다. 결국 전체 사용자의 비트 할당은 수렴하게 된다.

각 사용자에 할당되는 비트가 이산 값인 정수가 되도록 하기 위하여, 먼저 비트 할당 값을 rounding 한 값과 반올림하기 전의 값의 차를 이용하여 초과한 전력 값을 구하고, 이 전력은 최소의 전력으로 1 비트 증가 가능한 부채널에 사용하며, rounding한 값만을 사용하여 비트 할당하면 할당 값은 정수가 된다.

2. 이산 비트 할당법

WF에 의해 결정되는 비트 수는 연속 값인 실수이다. 그러나 식 (5)을 이용 역행렬로 전력할당을 구하는 경우 할당 비트가 정수가 되도록 WF 방법과 달리 순서를 바꾸어 비트 부채널에 대한 사용자의 비트 할당 벡터로부터 이 할당에 필요한 전력할당을 구한다.

이산 비트 할당 방법으로서 다음 방법을 제안한다.

초기화:

1) 비트 할당 $B = [b(1), \dots, b(N)]$ 를 초기화한다.

2) 모든 사용자의 부채널에 대해 1비트 할당에 필요한 비용 $C(i, n)$ 을 구한다.

반복:

- 3) $C(i, n)$ 로부터 최소의 전력으로 1비트를 할당할 수 있는 사용자 의 부채널을 찾는다.
- 4) 사용자 j 의 부채널 m 에 할당된 비트 수를 1 증가한다.
- 5) j 의 부채널 m 의 증가한 비트 할당에 소요된 전력을 구한다.
- 6) 5)의 전력과 증가하기 전의 전력의 차이를 이용하여 $C(i, n)$ 을 갱신한다.
- 7) 사용자 별로 전력 제한 값, 부채널의 전력 제한 값과 제한 비트 수 등을 검사하여, 만족하면 3) 단계로 가고 그렇지 않으면 끝낸다.

이산 비트 할당법은 최소의 전력으로 1비트를 할당할 수 있는 사용자의 부채널을 찾아 그 사용자의 부채널에 1비트를 할당하는 과정을 반복한다.

V. 모의 시험 결과

그림2는 2명의 사용자가 있는 경우 실선으로 표시된 선로의 전달함수와 점선으로 표시된 FEXT 잡음의 전달함수를 표시하고 있으며 사용한 매체는 AWG26이다. 그림2에서 G_{11} 은 사용자1의 선로의 전달함수로서 길이는 2kft, G_{22} 은 사용자2의 선로의 전달함수로서 길이는 3kft, G_{21} 은 사용자1이 사용자2에 미치는 FEXT잡음의 전달함수를 나타내며 G_{12} 은 사용자2가 송신하는 신호에 의해 발생하여 사용자1에 미치는 FEXT 잡음의 전달함수이다.

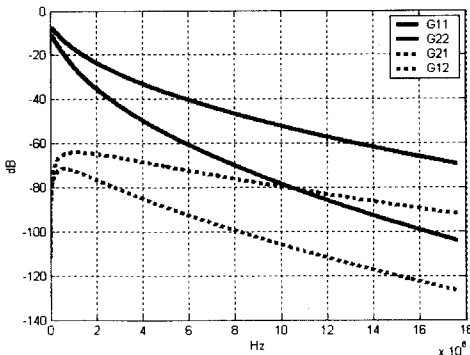


그림 2. 선로의 전달함수와 FEXT 전력의 전달함수
Fig. 2. Channel transfer function and FEXT power transfer function

앞의 VI절의 두 가지 비트 할당 방법을 그림2에 나타낸 선로에 적용하여 시험하였다. 시험에 사용한 파라미터를 표1에 나타냈다.

표 1. 모의시험 파라미터
Table 1. Simulation parameters

사용한 부채널 수	4096
부채널 간격	4.3125kHz
Symbol 율	4kHz
부호화 이득(γ_c)	3.8dB
Noise margin (γ_m)	6dB
필요한 비트 오율	10 ⁻⁷
사용자의 사용전력	10 dBm
사용매체	AWG26(0.4mm)
Frequency Plan	Plan 998
SNR gap(I)	$9.8 + \gamma_m - \gamma_c$

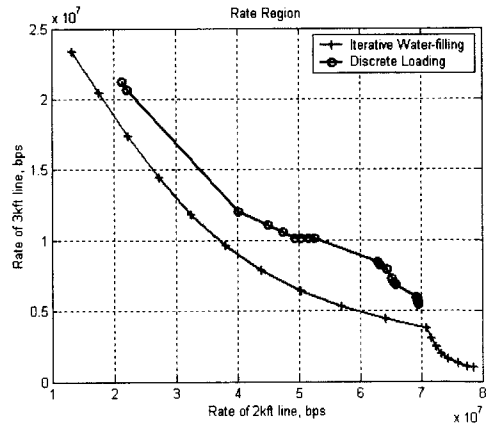


그림 3. 이산 비트 할당과 IWF의 비트율 영역
Fig. 3. Rate region of discrete loading and IWF

그림3은 그림2에 표시된 선로에 대해 표1의 파라미터를 적용하여 이산 비트 할당법과 IWF 방법으로 모의 시험한 결과의 비트율 영역을 나타내고 있다. 위쪽의 그래프가 이산 비트 할당법에 의한 비트율의 영역으로서 IWF 방법보다 영역이 더 확장되는 것을 알 수 있다.

표 2. 비트할당 방식별 비트율의 비교
Table 2. Bit rate comparison of the loading methods

User1 의 전력	IWF			이산 비트 할당		
	User1 (2kft)	User2 (3kft)	합 (Mbps)	User1 (2kft)	User2 (3kft)	합 (Mbps)
1dBm	50.3	6.4	56.7	49.4	10.1	59.5
-5dBm	38.0	9.6	47.6	45.0	11.0	56.0
-11dBm	27.3	14.4	41.7	22.1	20.6	42.7

표2는 그림3을 정리한 것으로, 사용자2의 전력을 10dBm으로 고정하고 사용자1의 전력을 변화한 결과이며 비트율을 서로 비교하였다. 이산 비트 할당 방법을 적용한 결과 값이 IWF의 경우보다 비트율의 합이 더 증가하는 것을 볼 수 있다. 이산 비트 할당 방법은 DSM(Dynamic Spectrum Management)의^[2] 스펙트럼 조정 단계인 Level2 coordination에 적용될 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 다수 사용자의 채널에 이산 비트를 할당하는 전력할당 방법에 관하여 제안하였다. 제안된 방법은 IWF과 비교하여 시험하였으며 시험 결과 제안한 이산 비트 할당법을 사용하는 경우 비트율 영역이 확장됨을 보였다. 이산 비트 할당의 경우는 IWF에 비해 다른 사용자의 전력할당 정보 등 추가의 정보가 필요하며 이들 정보의 수집, 관리 방법과 다수의 서비스 제공자가 공통의 바인더를 사용하는 경우는 이들 사이의 채널 정보 공유 등에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다. 바인더 내의 사용자의 수가 커지는 경우 안정적이고 효율적인 계산 방법을 사용해야 할 것으로 생각된다.

참고 문헌

[1] R. G. Gallager, *Information theory and reliable communications*. New York, Wiley, 1968.
 [2] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of information theory*, Wiley, 1991.
 [3] R. S. Cheng and S. Verdu, "Gaussian multiaccess channels with ISI: Capacity region and multiuser water-filing," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, no. 3, pp. 773-785,

May 1993.
 [4] C. Y. Wong, R. S. Cheng, K. B. Letaief, and R. D. Murch, "Multiuser OFDM with adaptive subcarrier," bit, and power allocation, *IEEE JSAC*, vol. 17, no. 10, pp. 1747-1758, Oct. 1999.
 [5] S. N. Diggavi, "Multiuser DMT: A multiple access modulation scheme," in *Globecom*, 1996.
 [6] G. Munz, S. Pfletschinger, J. Speidel, "An efficient waterfilling algorithm for multiple access OFDM," *Global Telecommunications Conference, 2002. GLOBECOM '02. IEEE*, vol. 1, 17-21, pp. 681-685, Nov. 2002.
 [7] Wei Yu, Wonjong Rhee, Stephen Boyd, John Cioffi, "Iterative Water-filling for Vector Multiple Access Channels," *IEEE International Symposium on Information Theory, (ISIT)*, 2001.
 [8] Wei Yu, G. Ginis, J. M. Cioffi, "Distributed multiuser power control for digital subscriber lines," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal*, vol. 20, Issue: 5, pp. 1105-1115, Jun. 2002.
 [9] Roger A. Horn, Charles R. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1999.
 [10] J. M. Cioffi, "A multicarrier primer," *ANSI T1E1.4 Committee Contribution*, Nov. 1991.
 [11] T. Starr, J. M. Cioffi, and P. J. Silverman, *Understanding Digital Subscriber Line Technology*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1999.
 [12] ANSI Std. T1.417-2001, "Spectrum Management for Loop Transmission Systems," Jan. 2001.
 [13] G. D. Forney Jr. and M. V. Eyuboglu, "Combined Equalization and Coding Using Precoding," *IEEE Communications Magazine*, 29, Dec. 1991.

최 민 호(Min-ho Choi)

정회원

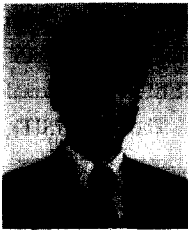


1991년 2월: 전북대학교
전자공학과 학사
1993년 2월: 전북대학교
대학원 전자공학과 석사
1993년 2월~1998년 6월:
한국전자통신연구원
1999년 2월~현재 전북대학교
대학원
전자공학과 박사과정

<관심분야> 변복조, 신호처리, 부호이론

송 상 섭(Sang-Seob Song)

정회원



1978년 전북대학교
전기공학과 학사
1980년 KAIST
전기 및 전자공학과 석사
1990년 캐나다 마니토바
대학교
전기 및 컴퓨터공학과 박사

1981년~현재: 전북대학교 전자정보공학부 교수

<관심분야> xDSL 모델, Home Network, 부호이론