

## ◎ 논문

## 원형 실린더 주위의 비정상 이차원 층류유동 수치해석

명 현 국\*

## Unsteady 2-D Laminar Flow Simulation past a Circular Cylinder

Myong, Hyon Kook

The paper presents numerical simulations of laminar vortex-shedding flows past a circular cylinder for  $Re \leq 500$ . The simulations are performed by solving the unsteady 2-D Navier-Stokes equations with a finite volume method using unstructured grid system. The resulting Reynolds number dependence of the Strouhal number and of the drag and lift coefficients is compared with experiments and with previous numerical results, showing good agreement. It is found that, for the truly laminar Reynolds number range the present calculation method described is capable of producing reasonably accurate results for the main practically relevant parameters such as Strouhal number, drag and lift coefficients.

**Key Words** : 비정상 층류유동(Unsteady Laminar Flow), 와류유출(Vortex Shedding), 원형 실린더(Circular Cylinder), 항력 및 양력계수(Drag and Lift Coefficients), 수치해석(Simulation), 전산유체역학(CFD)

## 1. 서 론

매끈한 원형 실린더 주위의 유동은 기하학적인 단순성은 물론 공학적으로 해상파일(offshore riser), 다리교각, 잠수함의 잠망경, 굴뚝, 타워, 돛대(mast), 기둥(stay), 케이블, 안테나 및 와이어선 등과 같은 실제적인 응용에 따른 중요성 때문에 유체역학에서 주된 연구토픽으로 되어 있다. 또한, 이러한 구조물에 대한 유동관련 비정상 부하에 대한 지식은 수력과 공기역학적 설계 및 제어에 있어서 절대적으로 필요하다[1].

원형 실린더 주위의 유동은 레이놀즈수가 매우 낮은 경우 위아래가 대칭인 정상상태의 유동이나, 레이놀즈수가 증가함에 따라 위아래의 대칭이 사라지고 두 개의 부착된 에디(eddy)가 실린더 뒤쪽에 나타난다. 이들 에디는 레이놀즈수,  $Re$ 가 증가함에

따라 점점 커져,  $Re > 45$ 에서 정상상태의 경계조건 하에서도 비정상적인 유동상태가 자발적으로 생기고, 실린더 뒤쪽에 규칙적인 모습으로 번갈아 일어나는 와류유출(vortex shedding 또는 와류발산)이 생긴다. 이 와류유출은 유동으로 야기되는 진동 및 소음의 주된 요인으로 알려져 있으며, Karman 와열(vortex street)이라 부르는 와류꼬리(항적)는 흐름 방향에 수직하게 실린더에 주기적으로 변동되는 양력을 유발시키고, 실린더에 대한 항력도 증가시킨다. 따라서 실린더 표면에서의 유동량 및 유동상태는 레이놀즈수가 증가함에 따라 상당히 변하게 된다.

현재까지 원형 실린더 주위 유동에 대한 이론적, 실험적 및 수치해석적 연구결과가 많이 존재하나, 여러 가지 면에서 아직 명확하지 않은 부분이 많다[2-9]. 특히,  $Re < 6000$ 인 경우에는 수치해석적 연구결과와 실험적 연구결과 사이에 상당한 차이를 보이고 있다[2]. 또한, 실린더 뒤쪽에 자발적으로 생기는 와류유출은 신뢰할 수 있는 수치해석적인 방

\* 2004년 8월 24일 접수

\* 정회원, 국민대학교 기계자동차공학부

법을 사용하여야만 예측될 수 있기 때문에 현재까지도 새로운 계산기법 및 코드개발과 같이 수치해석적인 방법을 연구하는 연구자에게 특별한 관심의 대상이 되고 있다.

본 연구는 원형 실린더 주위 비정상 층류 및 난류 와류유출 유동에 대한 수치해석적 방법을 체계적으로 확립시키기 위한 연구의 첫 번째 단계로, 자체 개발한 코드(PowerCFD)를 사용하여 비교적 낮은 레이놀즈수( $Re \leq 500$ )에서의 원형 실린더 주위의 정상 및 비정상 층류 와류유출 유동을 2차원적으로 해석하여, 수치해석방법 및 코드의 적합성 확인과 함께 와류유출 현상을 파악하고자 한다.

## 2. 수치해석 방법

### 2.1 기존의 수치해석적 연구

최근 원형 실린더 주위 유동에 대한 이론적, 실험적 및 수치해석적 연구결과를 정리하고 비교분석한 Norberg[2]의 보고에 따르면, 기존의 수치해석적 연구는 공간상에 놓여진 실린더를 대상으로 하였으며, 이 표준적인 경우를 물리적으로 실현하기 위해서 상류, 위아래면, 스펜방향 및 하류방향으로 상당히 넓은 계산영역이 요구되어졌다. 또한, 계산영역의 모든 부분에 걸쳐 고정확도를 위해 충분히 조밀한 공간분해능이 요구되어졌으며, 유동상태가 시간 의존적이기 때문에 충분히 조밀한 시간분해능도 요구되어졌다. 격자/영역 형태로는 일반적으로 유한차분법을 사용하는 것은 O-형 격자를, 유한체적법을 사용한 것은 사각형 영역을 취하였으며, 종속변수로는 유량함수 및 와도를 사용한 것과 주변수를 사용하는 것으로 대별된다. 일반적으로 경계조건은 상류경계는 균일자유유동조건( $u=U, v=0$ )을 주고 있으며, 실린더로부터  $10D$ 이상인 위치가 요구되고, 하류에 대해서는 경계조건 부여 형태에 따라 다르나 적어도  $10D$  이상이 요구된다[2].

### 2.2 PowerCFD 코드

본 연구에서 사용한 해석코드는 자체 개발한 코드(PowerCFD)로, 이 코드는 복잡하고 실제적인 형

상에 대한 격자생성이 용이하고, 흥미 있는 국부 형상에 대해 격자를 능동적으로 적응시킬 수 있는 능력을 가지고 있는 비정렬격자계를 사용하고, 유한체적법에 기초하여 열/유체 유동 문제를 해석할 수 있는 3차원 해석 알고리즘을 채용하고 있다. 즉, 기본적으로 열/유체 유동 현상을 지배하는 지배방정식(연속방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식 및 난류 해석을 위한  $k, \epsilon$  과 같은 스칼라량에 대한 지배방정식)을 풀기 위해 현재 대부분의 상용 CFD 해석 소프트웨어에서 채택하고 있는 일반좌표계를 사용하고 유한체적법에 기초하여 벡터와 스칼라 값을 모두 제어체적의 중심점에 위치시키는 집중격자계를 사용하며, 미소체적 중심에서의 직교좌표 성분의 속도, 압력 및 스칼라 성분을 주요 종속변수로 채택하고 있다. 또한, 운동량 방정식의 압력항 처리를 위하여 연속방정식의 속도와 연관시킨 SIMPLE 계통 알고리즘을 비정렬격자계에 적용시켜 압력수정방정식을 얻는 방법을 코드에 확립시켰다.

본 PowerCFD 코드의 특징을 간략하게 소개하면, 먼저 유한체적법으로 셀 중심에 변수를 저장하는 셀 중심법(cell-centered method) 및 비정렬격자를 사용하며, 셀 종류로는 2차원인 경우 삼각형 및 사각형을, 3차원인 경우는 육면체(hexahedron)는 물론이고, 프리즘, 피라미드 및 사면체(tetrahedron)도 사용할 수 있다. 둘째로, 대류항 및 확산항을 이산화하기 위해 필요한 셀 면에서의 종속변수  $\phi$  값 및 그 구배  $\nabla\phi$  값을 Gauss 정리(발산정리)를 이용하는 방법과 임의의 셀 형상에 대해 유효한 최소자승법을 이용하는 방법을 선택적으로 사용할 수 있다. 또한, 확산항 중의 교차확산항(cross diffusion term)을 구하기 위해 사용되는 셀 면에서의 구배는 다시 제어체적에 걸쳐 발산정리를 적용하여 구한다. 셋째로, 시간차분에 대하여는 완전한 음해법(fully-implicit scheme), 2차 정확도를 가지는 Crank-Nicolson 도식 및 후방차분법을 선택적으로 사용할 수 있다. 넷째로, 대류항 계산에 필요한 종속변수  $\phi$  의 셀 면 평균값을 결정하기 위한 수치도식으로는 상용 CFD 코드에서 널리 사용되고 있는 1차 상류차분도식, 2차의 상류도식(2nd-order upwind scheme) 및 2차 중

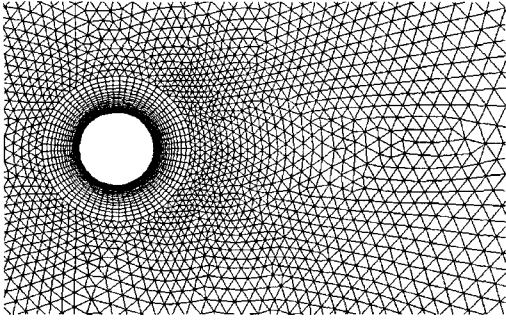


Fig. 1 Unstructured hybrid mesh around a circular cylinder.

심차분법을 포함하여 van Albada의 제한자(limiter)를 사용한 TVD 및 NVD(Normalized Variable Diagram)을 이용하여 셀 면에서의 구속조건(boundness criterion)을 만족시키게끔 제한시키는 NVF를 선택적으로 사용할 수 있다. 마지막으로, 일반적인 보존방정식과 달리 운동량 방정식이 추가적인 확산 플럭스항을 포함하고 있으므로, 본 코드에서는 압력 수정방정식 및 경계조건과의 상용성을 함께 고려하여 원래의 전단응력 텐서로부터 구하는 방법을 사용하고 있다.

### 2.3 수치해석 방법

본 연구에서는 기존의 수치해석적 연구결과를 토대로 시간차분으로 2차정확도를 가지는 후방차분법을, 대류항에 대해서는 2차의 상류차분도식을 사용하였으며, 무차원 시간간격은 0.05로 하였다. 계산 영역은 실린더 직경  $D$ 을 기준으로 유동방향으로는  $30D$  (실린더 상류방향으로 10배, 하류방향으로 20배), 유동에 수직인 방향으로  $20D$  (실린더 위아래로 각각 10배씩)의 직사각형으로 하였다. 특히, 본 연구에서는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 실린더 주위에 사각형 셀을 조밀하게 배치하고 그 이외의 영역에는 삼각형 셀을 혼합적으로 배치함으로써 전체적으로 기존 연구에 비해 비교적 적은 셀 및 격자점(5671개의 격자점, 7639개의 삼각형 셀과 1769개의 사각형 셀)을 사용하여 계산영역을 구성하였다.

경계조건으로는 상류측에 균일유동의 입구경계조건을, 하류측에는 압력경계를 사용하였으며, 위아래면에 대해서는 슬립경계를 사용하였다.

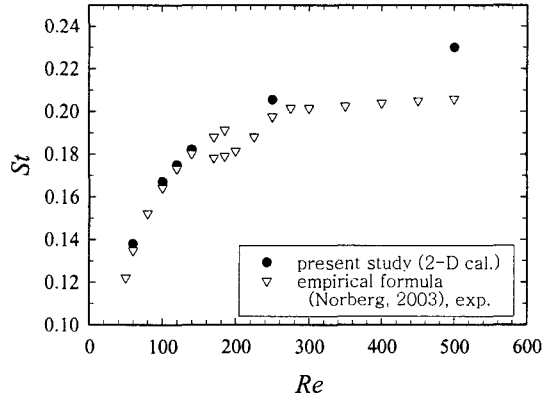


Fig. 2 Strouhal number vs. Reynolds number.

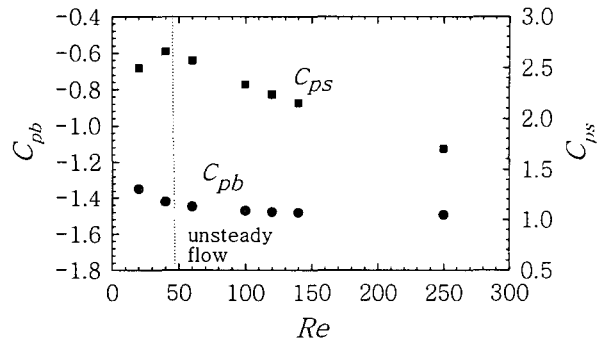


Fig. 3 Predicted stagnation pressure coefficient  $C_{ps}$  and base pressure coefficient  $C_{pb}$ .

### 3. 결과 및 고찰

Fig. 2는 레이놀즈수의 따른 Strouhal수,  $St = fD/U_{\infty}$ 의 예측결과를 나타낸다. 본 예측결과와 기존의 실험 및 수치해석 결과로부터 구한 경험적 함수 값[2]과  $Re < 250$ 에서는 상당히 잘 일치하고 있다. 그러나  $Re = 500$ 에서는 다소 차이를 나타내고 있으나, 이것은 Braza et al.[9]가 보고한 바와 같이  $Re \approx 400-1400$  영역에서는 난류의 효과 및 3차원성 효과를 고려해 주어야 하는데 본 계산에서는 이것을 고려하지 않은데 기인한다고 사료된다.

Fig. 3은 레이놀즈수의 함수로 정체점 ( $\theta = 0^\circ$ ) 및 기저점 (base point,  $\theta = 180^\circ$ )에서의 압력계수를 보여주고 있다. 이하 비정상 유동 ( $Re > 47$ )인

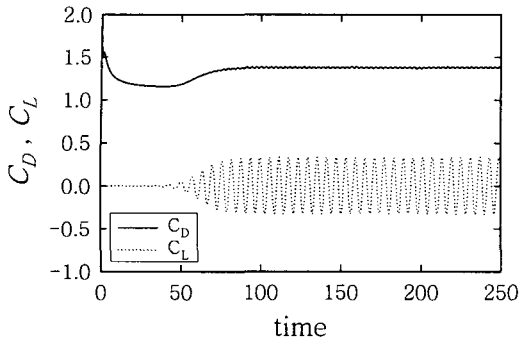


Fig. 4 Time behavior of drag and lift coefficients at  $Re=100$ .

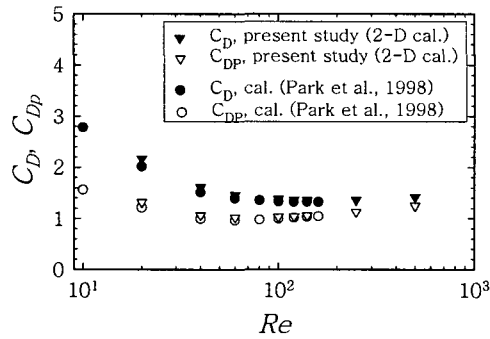


Fig. 5 Total drag coefficient  $C_D$  and pressure drag coefficient  $C_{Dp}$ .

경우에 유동량은 시간에 대해 평균한 값이다. 정체 점에서의 압력은 레이놀즈수가 증가함에 따라 점진적으로 감소하는데 비해, 후류 역학에 매우 민감한 기저점에서의 압력은 단조적인 성질을 가지고 있지 않다. 즉, 레이놀즈수가 증가함에 따라 정상유동에서는 압력이 증가하나, 비정상 유동에서는 오히려 압력이 감소한다. 본 예측결과는 그림에는 제시하지 않았으나  $Re < 160$  구간에서 기존의 실험결과[6] 및 본 연구에서 사용한 격자수보다 15배 이상 매우 조밀한 격자를 사용한 Park et al. [8]의 수치해석 결과와도 상당히 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

Fig. 4는  $Re = 100$ 인 경우 시간에 따른 전체항력 계수  $C_D$  및 전체양력계수  $C_L$ 의 예측 결과를 나타낸다. 시간이 경과함에 따라 이들 계수 값들이 주기적으로 변하며, 항력 변동폭은 상대적으로 미미한데

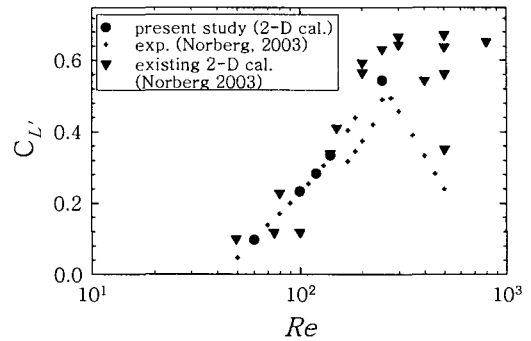


Fig. 6 R.m.s. lift coefficient vs. Reynolds number.

반해, 양력 변동폭은 상당히 큰 것을 알 수 있다. 또한, 본 결과는 상하 교대하는 와동으로 인해 항력 계수의 진동수가 양력계수 진동수의 2배가 된다는 잘 알려진 사실[9]을 확인시켜주고 있다.

Fig. 5는 레이놀즈수에 따른 전체항력계수  $C_D$  및 압력항력계수  $C_{Dp}$ 의 예측결과를 나타낸다. 본 예측결과는 조밀한 격자계를 사용한 기존의 수치해석적 연구결과[8]와 상당히 잘 일치하고 있다. 또한 결과를 보면 레이놀즈수가 증가할수록 전체항력에 대한 압력항력의 영향이 마찰항력의 영향에 비해 점차 커지며, 전체항력계수는 단조적으로 감소하지만, 압력항력계수는 정상유동에서는 감소하고, 비정상유동에서는 증가한다. 이것은 와류유출이 압력항력을 상당히 증가시키는 것을 의미한다.

Fig. 6은 레이놀즈수에 따른 r.m.s. 양력계수  $C_L$ 의 예측값을 나타낸다. 본 예측결과는 본 연구에서와 같이 2-D로 계산한 기존의 수치해석 결과 [2]와 비교할 때 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러나 기존의 실험결과로부터 구한 경험적 함수값[2] 과 비교할 때  $Re < 250$ 에서는 상당히 잘 일치하고 있으나, 그 이상에서는 상당한 차이를 나타내고 있다. 즉 2차원적으로 계산한 본 결과 및 기존의 수치해석 결과는 거의 대부분 레이놀즈수와 함께 증가하는데 반해, 실험결과는 그림에서와 같이

감소하는 경향을 보이고 있다. 이것은 전술한 바와 같이 이 레이놀즈수 영역에서 난류에 의한 영향 및

Table 1 R.m.s. drag and lift coefficients.

$Re$	$C_D$	$C_{D_p}$	$C_{D_f}$	$C_L$	$C_{L_p}$	$C_{L_f}$
60	0.0008	0.0006	0.0001	0.0967	0.0825	0.0165
100	0.0065	0.0060	0.0007	0.2324	0.2066	0.0304
120	0.0102	0.0094	0.0010	0.2832	0.2543	0.0341
140	0.0146	0.0136	0.0014	0.3346	0.3028	0.0374
250	0.0390	0.0365	0.0029	0.5432	0.5034	0.0458
500	0.0757	0.0722	0.0040	0.7788	0.7372	0.0468

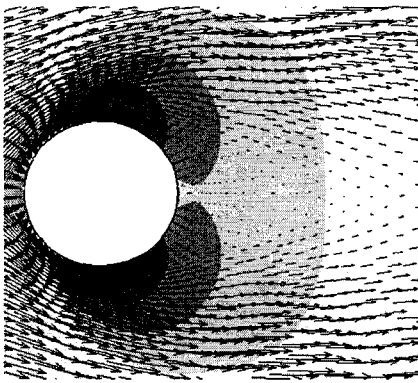


Fig. 7 Velocity fields and pressure contour at  $Re = 20$ .

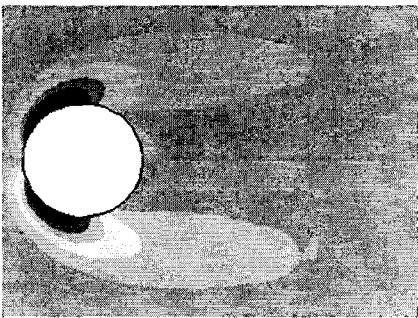


Fig. 8 Vorticity contour at  $Re = 20$ .

3차원 특성을 반영시키지 못한 것으로 사료되며, 향후 이에 대한 연구가 필요하다.

Table 1은 검토된 레이놀즈수에서의 r.m.s. 변동항력 및 변동양력계수에 대한 예측값을 나타낸다.

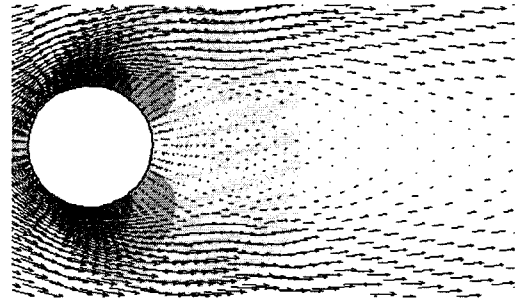


Fig. 9 Velocity fields and pressure contour at  $Re = 40$ .

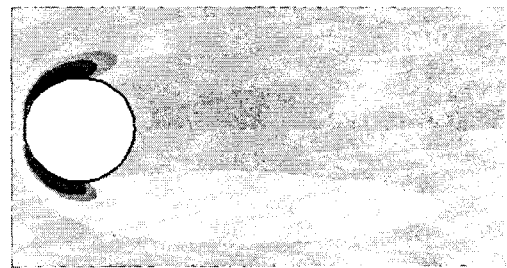


Fig. 10 Vorticity contour at  $Re = 40$ .

$C_D$ ,  $C_{D_p}$  및  $C_{D_f}$ 는 각각 전체변동항력계수, 변동압력항력계수 및 변동마찰항력계수 값을 나타내고,  $C_L$ ,  $C_{L_p}$  및  $C_{L_f}$ 는 각각 전체변동양력계수, 변동압력양력계수 및 변동마찰양력계수 값을 나타낸다. 결과를 보면 2-D 계산에서는 레이놀즈수가 증가할수록 모든 변동항력 및 양력이 증가함을 알 수 있으며, 전체변동항력에 대한 변동압력항력의 영향이 변동마찰항력의 영향에 비해 점차 커진다. 또한 Table 1로부터 변동항력 및 양력은 주로 변동압력으로부터 생기며 레이놀즈수와 함께 증가한다. 다만  $Re=500$ 에서의 변동양력계수값은 Fig. 6에서 보는 바와 같이 실험결과와 큰 차이를 나타내고 있다.

Fig. 7부터 Fig. 10에는 정상유동 상태인  $Re = 20$  및  $40$ 에서의 원형실린더 주위 유동장 및 압력등고선과 와도  $w_z$ 의 등고선을 각각 나타내고 있다. 먼저, Fig. 7과 Fig. 9의 결과를 보면 실린더 기저로부터 시간평균한 주류속도가 0이 되는 곳까지의 거리를 나타내는 시간평균된 박리버블길이(separation bubble length)가  $Re = 20$ 인 경우는 약  $1D$ 이고,

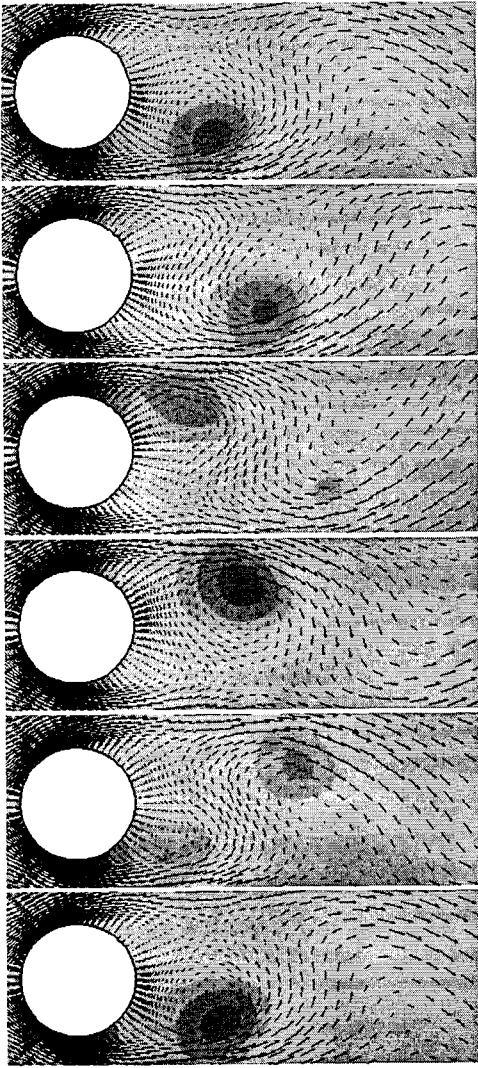


Fig. 11 Instantaneous velocity fields and pressure contours at  $Re=100$  (time interval = 1.2).

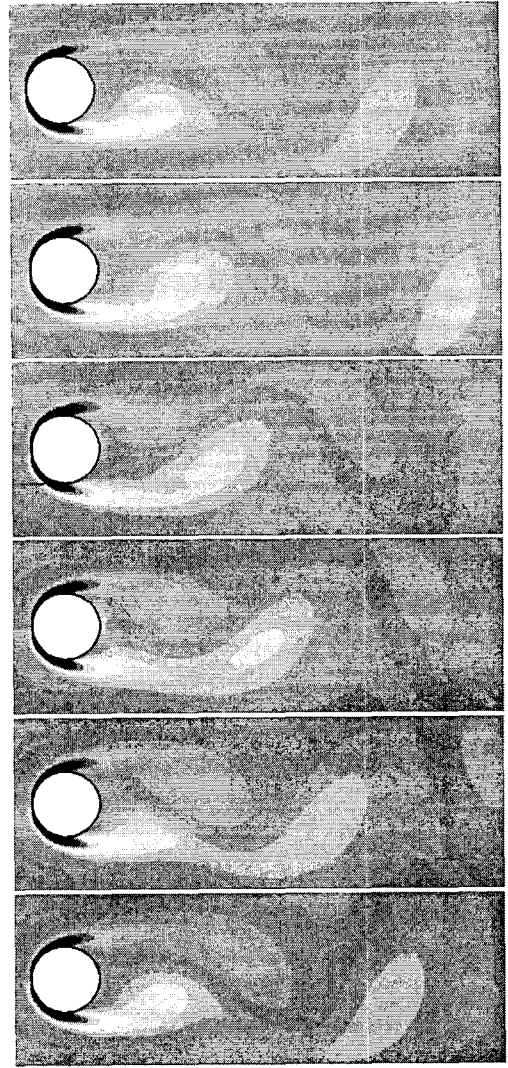


Fig. 12 Instantaneous vorticity contours at  $Re = 100$  (time interval = 1.2).

$Re = 40$ 인 경우는 약  $2.3D$ 로 기존의 기존의 실험적 결과[4] 및 수치해석적 결과[8]와 매우 잘 일치하고 있다. 또한, 속도장, 압력 및 와도 등고선 결과로부터 유동이 박리되는 위치가 레이놀즈수가 증가함에 따라 후방 정체점에서 점차 앞으로 이동하며, 압력 및 와도 등고선이 대칭을 이루고 있으며, 압력이 최소가 되는 위치 부근에서 와도의 강도도 최대가 되는 것을 확인할 수 있다. 이와 함께 와도는 레이놀즈수가 증가함에 따라 와류꼬리도 길어짐

을 확인할 수 있다. 이 와류꼬리는 레이놀즈수가 더욱 증가하면 긴 와류꼬리를 유지하지 못하고 비정상적인 유동상태가 자발적으로 생겨, 유동이 대칭성을 잃어버리고 실린더 뒤쪽에 규칙적인 모습으로 번갈아 일어나는 와류유출(vortex shedding 또는 와류발산)이 생기게 되는 것으로 사료된다.

Fig. 11에는 비정상유동 상태가 자발적으로 생긴  $Re=100$ 에서의 실린더 주위 유동장 및 압력 등고선을, Fig. 12에는 와도  $w_z$ 의 등고선을 약 한 주기에

걸쳐 각각 나타내고 있다. 두 그림으로부터 규칙적인 와류유출이 시작되고, 유동이 대칭성을 완전히 잃고 있음을 알 수 있다. 또한 결과로부터 와류유출이 시작되는 위치는 실린더 벽면 근방의 최소압력 (Fig. 9에서 진한 색 영역) 위치와 다소 위상차이는 있으나 같고, Karman 와열은 압력장과 함께 와동의 대류 및 확산이 교대로 형성되며 하류로 진행되어 나감을 명확하게 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 원형 실린더 주위 비정상 층류 및 난류 와류유출 유동에 대한 수치해석적 방법을 체계적으로 확립시키기 위한 연구의 첫 번째 단계로, 비정렬격자계를 사용하고 유한체적법에 기초하여 열/유체 유동문제를 해석할 수 있도록 자체 개발한 코드(PowerCFD)를 사용하여 비교적 낮은 레이놀즈 수( $Re \leq 500$ )에서의 원형 실린더 주위의 정상 및 비정상 층류 와류유출 유동을 2차원적으로 해석하여, 수치해석방법 및 코드의 적합성 확인과 함께 와류유출 현상을 파악하였다. 특히, 공학적으로 중요한 Strouhal 수, 항력계수 및 양력계수에 대한 레이놀즈수의 의존성에 대해 기존의 실험 및 수치해석 결과와 비교하였다.

연구결과, 본 연구에서 사용한 수치해석방법 및 해석코드는 기존의 수치해석적 연구와 비교해 매우 적은 격자점을 사용하면서도, 비교적 작은 레이놀즈 수 영역인 완전한 층류유동 범위에서 공학적으로 중요한 Strouhal 수, 항력계수 및 양력계수와 같은 물리량에 대해 정확하게 예측할 수 있으며, 또한 와류유출 현상을 적절하게 예측하고 있음이 확인되었다.

향후, 본 연구를 통해 자체 개발한 코드(PowerCFD) 및 수치해석방법의 적합성이 확인되었으므로, 난류의 효과 및 3차원성 효과를 고려해 주어야 하는  $Re > 250$ 에서의 연구를 진행할 예정이다.

#### 참고문헌

- [1] Blevins, R.D., Flow-Induced Vibration, 2nd edition, Van Nostrand Reinhold, New York (1990).
- [2] Norberg, C., "Fluctuating Lift on a Circular Cylinder: Review and New Measurements." J. of Fluids and Structures, Vol.17, (2003), pp.57-96.
- [3] Jordan, S.K., Fromm, J.E., "Oscillatory Drag, Lift, and Torque on a Cylinder in a Uniform Flow," Physics of Fluids, Vol.15, (1972), pp.371-376.
- [4] Nishioka, M. and Sato, H., "Mechanism of Determination of the Shedding Frequency of Vortices behind a Cylinder at Low Reynolds Numbers," J. Fluid Mech., Vol.89, (1978), pp.49-60.
- [5] Roshko, A., "On the Wake and Drag of Bluff Bodies," J. Aeronaut. Sci., Vol.22, (1955), pp.124-132.
- [6] Williamson, C.H.K. and Roshko, A., "Measurement of Base Pressure in the Wake of a Cylinder at Low Reynolds Numbers," Z. Flugwiss. Weltraumforsch., Vol.14, (1990), pp.38-46.
- [7] Norberg, C., "An Experimental Investigation of the Flow around a Circular Cylinder: Influence of Aspect Ratio." J. Fluid Mech., Vol.258, (1994), pp.287-316.
- [8] Park, J., Kwon, K. and Choi, H., "Numerical Solutions of Flow past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 160," KSME Int. J., Vol.12, (1998), pp.1200-1205.
- [9] Braza, M., Chassaing, P. and Ha Minh, H., "Numerical Study and Physical Analysis of the Pressure and Velocity Fields in the Near Wake of a Circular Cylinder," J. Fluid Mech., Vol.165, (1986), pp.79-130.