

◎ 논문

엇갈림형 스크류 채널 내부의 스톱스 유동과 혼합특성 해석

서 용 권*

Analysis of the Stokes Flow and Stirring Characteristics in a Staggered Screw Channel

Y. K. Suh

The three-dimensional Stokes flow within a staggered screw channel is obtained by using a finite volume method. The geometry is intended to mimic the single screw extruder having staggered arrangement of flights. The flow solution is then subjected to the analysis of the stirring performance. In the analysis of the stirring performance, the stretching-mapping method developed by the author is employed for calculating the materials' stretching exponents, which are to be used in quantification of the mixing effect. The numerical results indicate that the staggered geometry gives indeed far much better stirring-performance than the standard (nonstaggered) flight geometry. It was also shown that care must be given to the selection of the basis planes for evaluating the local stretching rate, and it turns out that the best method (H-method) has its basis plane just on the half way between the past and future evolution of fluid particles subjected to the deformation. In evaluating the stretching exponent, the expansion ratio must be considered which is one of the characteristic differences of the actual three-dimensional flows from the two-dimensional counterparts. The larger axial pressure-difference causes in general the smaller stirring performance while the flow rate is increased. The smaller channel length also increases the stirring performance.

Key Words: 스톱스 유동(Stokes Flow), 엇갈림형 스크류 채널(Staggered Screw Channel), 혼돈적 교반(Chaotic Stirring), 물질신장(Material Stretching), 신장사상법(Stretching-Mapping Method), 물질신장 지수(Material-Stretching Exponent)

1. 서 론

스크류 압출기(screw extruder)는 플라스틱 성형이나 식품제조에서 매우 빈번히 사용되는 가공기계이다. 스크류 압출기의 중요 구성품은 회전하는 스크류 축(screw shaft)과 그 외부에서 스크류를 감싸는 고정된 바렐(barrel)이다. 스크류 축에는 나선형

날개(즉 플라이트, flight)가 있고 날개와 날개 사이의 통로(즉 채널, channel)를 통해 고체 또는 유체가 이송되면서 동시에 혼합된다. 플라스틱 가공의 경우 스크류 축의 입구를 통해 주입되는 물질은 고체 형태이며, 이를 용해시키기 위해 바렐을 통해 열이 가해진다. 스크류 압출에 대한 보다 자세한 설명은 관련 문헌[1]을 통해 알아볼 수 있다.

이러한 스크류 압출기에서 가장 중요한 요소는 혼합이다. (플라스틱 가공공정의 경우에는 물론 열

* 2004년 9월 3일 접수

* 정회원, 동아대학교 기계공학과

전달도 매우 중요한 요소이지만, 열전달 특성 자체가 혼합과 밀접한 관계가 있고 양호한 혼합이 양호한 열전달 특성을 가져오기 때문에 결국 가장 중요한 요소는 혼합이라 말할 수 있다.) 스크류 압출기의 혼합효과를 개선하기 위한 연구는 옛부터 지금까지 꾸준히 이어지고 있다. 최근의 연구를 보면, Yao 등[2]은 핀(pin) 형태의 장애물을 스크류 축 상에 설치함으로써 개선된 혼합효과를 얻을 수 있음을 보였다. Yeh와 Jaw[3]는 세 가지 형태의 스크류 플라이트 곡선에 따른 혼합효과를 비교하였으며, Iwe 등[4]은 단일 스크류 축의 다양한 운전조건 변화에 따른 혼합효과의 변화를 비교분석하였다. Seker[5]는 위의 Yao 등[2]과 유사하게 스크류 축에 핀을 설치함에 따른 효과를 습기 많은 전분(starch)의 혼합에 응용한 결과를 보고하였다. Chuang과 Yeh[6]는 식품가공 공정에서 스크류 곡선의 형태에 따른 혼합효과를 분석하였다.

그러나 위 연구들은 대부분 잔류시간(residence time)의 분포를 사용하여 혼합효과를 분석한 것으로서, 혼돈동역학의 개념을 사용하여 스크류 채널 내의 혼합효과를 분석한 예는 흔치 않다. 서 등[7]은 압출용 스크류를 2차원화한 모델의 연구를 통해 스크류 채널의 깊이를 크게 하여도 탁월한 혼합효과를 기대할 수 있는 새로운 설계형태 즉 엇갈림형 스크류(staggered screw)를 제안하였으며, 혼돈동역학의 도구들을 적용함으로써 혼합효과를 정량화할 수 있는 방법을 제안하였다. 최근, Hwang 등[8]은 스크류 채널 내에 새로운 플라이트들을 주기적으로 배열하는 설계구조를 제안하고 이의 혼합효과를 혼돈동역학의 개념을 염두에 둔 실험/수치해석 방법에 의해 분석하였다. 압출용 스크류 채널 유동은 아니지만 이와 유사한 유동에 대해 Rodrigo 등[9]과 Mizuno & Funakoshi[10]가 혼돈동역학의 개념을 적용하여 혼합효과에 관한 연구를 수행한 바 있다.

그러나, 이들 연구에서 가장 기본적인 문제점은 혼합효과의 정량화에 사용되는 물질신장지수를 구함에 있어서 입자 추적(particle tracking)에 의한 방법을 적용하기 때문에 계산시간이 많이 소요된다는 점이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 서[11]는 물질신장 사상법(material-stretching method)을 도입하여 2차원 비정상 유동에 적용함으로써 계산시

간의 현격한 단축을 도모한 바 있다.

본 연구에서는 이미 탁월한 혼합효과를 가지는 것으로서 새로이 제안된 엇갈림형 스크류 압출기의 채널 내 3차원 스톱스 유동에 대해 물질사상법을 적용함으로써 혼합효과를 정량화하는 방법을 제시하며, 채널의 길이와 압력 구배에 따른 혼합효과의 특성변화를 분석하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 취급 대상 유동장의 정의와 더불어 채널 내 Stokes 유동의 해를 구하는 수치해석 방법을 제시하며, 3장에서는 물질신장 사상법으로 물질 신장지수를 구하는 과정에 대해 설명한다. 4장에서는 이를 적용한 수치해석 결과를 제시하며, 5장에서는 검토 결과를 요약하여 제시한다.

2. 스크류 채널내 스톱스 유동

본 연구에서 대상으로 하는 엇갈림형 스크류의 축은 Fig. 1에서 보인 바와 같다. 보통의 단일 스크류 날개로부터 일정한 간격에 일정한 길이만큼 날개를 잘라내어 만든 형태이다. 이러한 형태에서는 바렐과 스크류 축의 상대운동에 의해 물질이 축방향으로 이송되면서 그림의 화살표로 표시한 바와 같이 잘려진 날개 선단에서부터 양분되기 때문에 양호한 혼합을 기대할 수 있는 것이다.

본 연구에서 대상으로 삼을 유동은 이러한 엇갈림형 스크류 설계에서 날개 즉 플라이트(flight) 사이의 공간(채널)을 따라 흐르는 점성이 매우 큰 비압축성 유동이다. 해석의 편이를 위해 축의 곡률효과는 무시하고 Fig. 2와 같이 단순화된 모양의 채널을 대상으로 한다. 여기서 x 는 채널을 가로지르는 방향, y 는 채널의 높이 방향의 좌표를 나타내며 z 는 하류방향(그림에서는 직접 표시하지 않았지만 w_z 의 방향)을 나타내며, u , v , w 는 각각 x , y , z 방향의 속도성분을 나타낸다. 본 연구에서는 z -방향으로 공간주기적인 3차원 정상 유동을 대상으로 한다. 단, 윗 식에서 l 은 3차원 유동의 공간 주기를 나타내며 실제로는 플라이트 하나의 길이(Fig. 2 참조)에 해당한다.

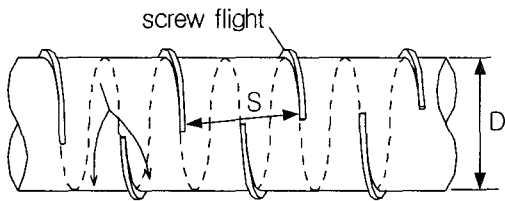


Fig. 1 Staggered screw design.

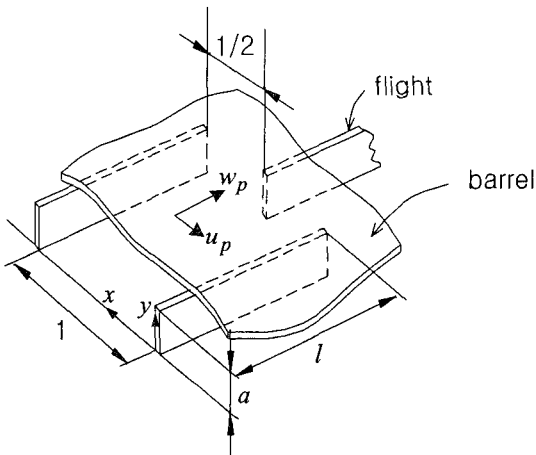


Fig. 2 Screw channel under investigation and the coordinates for analysis.

$$\begin{aligned} u &= u(x, y, z) = u(x', y, z+l) \\ v &= v(x, y, z) = v(x', y, z+l) \\ w &= w(x, y, z) = w(x', y, z+l) \end{aligned} \quad (1)$$

그리고 x' 은 $x' = \text{mod}(x+1/2)$ 로서 플라이트가 주기적으로 엇갈린 형태로 배열되는 것을 나타낸다.

본 연구에서 모든 길이는 채널의 폭 S 로 무차원화하였으며, 속도는 바レル의 채널 길이 방향 속도성분으로 무차원화하였다. 그러면 날개 하나의 실제 길이 L 과 스크류 나선각 ϕ 를 사용하여 무차원 날개 길이 l 과 무차원 속도 u_p 를 구하는 식은 아래와 같다[7].

$$l = L/S = 1/(2 \tan \phi) \quad (2a)$$

$$u_p = \tan \phi \quad (2b)$$

Table 1은 5가지 l 에 대해 이 관계식으로 계산한 ϕ 와 u_p 를 나타낸 것이다.

Table 1. Numerical values of the screw angle ϕ and the crosswise velocity of the top plate u_p for various channel lengths l .

l	ϕ [deg]	u_p
1.0	26.6	0.50
1.5	18.4	0.33
2.0	14.0	0.25
2.5	11.3	0.20
3.0	9.5	0.17

본 유동에 대한 지배방정식은 정상 비압축성 3차원 스톱스 방정식이다. 이의 수치해를 구하기 위해 여기서는 비정상 접근법(unsteady approach)을 적용하였으며, 세 개의 속도성분과 압력이 모두 서로 다른 점에서 정의되는 엇갈림형 격자계를 채용하였다. 공간적으로는 2차 정밀도를 가지는 중심차분법으로 차별화하였으며 시간적으로는 프로그래밍이 가장 손쉬운 양적 오일러법을 사용하여 처리하였다. 압력 방정식의 해를 구할 때는 D-ILU의 전처리에 의한 ICCG(Incomplete Cholesky Congugate Gradient)방법을 적용하였다. 수치해석 기법은 잘 알려진 것들이므로 별도의 설명은 생략한다.

3. 혼합특성 해석

스크류 채널 내의 스톱스 유동에 의한 혼합특성을 물질신장 사상법(method of material-stretching mapping)을 사용하여 분석한다. 이 방법은 저자가 고안한 것으로서 참고문헌 [11]에 자세히 설명되어 있다.

혼합특성 해석을 위해 가장 먼저 추구해야 할 것이 유체입자의 궤적 $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ 이며, 이는 운동방정식

$$\frac{dx}{dt} = u(x, y, z) \quad (3a)$$

$$\frac{dy}{dt} = v(x, y, z) \quad (3b)$$

$$\frac{dz}{dt} = w(x, y, z) \quad (3c)$$

의 적분에 의해 구해진다. 위 방정식의 해를 수치해석적 방법으로 구하려고 할 때 가장 근본적인 문제점은 고체 경계에서 유속이 0이므로 입자가 고체

경계 근처에 있을 때는, 시간 간격 Δt 를 일정하게 유지하는 경우, 매우 많은 시간 스텝 수를 요하게 된다. 이를 해결하기 위한 방법은 입자궤적의 좌표를 시간 t 가 아닌 공간 좌표 z 의 함수로 가정하는 것이다; $x=x(z)$, $y=y(z)$. 그러면 윗 식은

$$\frac{dx}{dz} = U(x, y, z) \equiv u/w \quad (4a)$$

$$\frac{dy}{dz} = V(x, y, z) \equiv v/w \quad (4b)$$

와 같이 되어 정상 3차원 유동의 문제가 비정상 2차원 유동의 문제로 치환된다. 단, 변환 속도성분 U , V 는 비압축성 연속방정식을 만족하지 못하기 때문에 압축성 유체의 유동으로 간주해야 한다는 점이 다르다. 윗 식에 의한 입자궤적 추적방법의 또 다른 이점은 입자가 공간적으로 주기적인 채널 내를 흐를 때 입자의 위치를 정확히 제어할 수 있다는 점이다. 이는 Poincare 단면과 물질신장지수가 하나의 공간주기를 단위로 하여 계산되기 때문이다. 한편, 식 (3c)는 입자가 z 좌표에 의해 지정되는 어떤 지점에 도달할 때까지의 시간을 구하는 데 사용할 수 있다:

$$\frac{dt}{dz} = \frac{1}{w} \quad (5)$$

위 방정식 (4a), (4b), (5)의 적분은 4개의 Runge-Kutta법을 적용하여 처리하였다. 수치해석에 의해 구한 속도장은 3차원 공간 상의 격자점에서만 정의되므로 격자점과 격자점 사이의 임의의 지점에서의 속도는 선형 보간법에 의해 구하였다.

위의 입자궤적 추적법은 곧바로 Poincare 단면과 물질신장 지수를 구하는 데 사용할 수 있다. 그러나 문헌 [11]에서 지적한 바와 같이 물질신장 지수의 계산에서는 이러한 입자궤적 추적법만으로는 계산시간이 많이 소요되기 때문에 문제가 있다. 따라서 기 개발된 물질신장 사상법을 동원하여 이를 해결한다. 이에 대한 자세한 설명은 문헌 [11]에 주어져 있으므로 생략하고 본 연구에서 필요한 부분만을 제시한다.

m 번 째 주기에서 위치 $\mathbf{x}^{(m)}$ 에 부착시킨 유체의 미소 선분요소 $\delta\mathbf{x}^{(m)}$ 은 그 다음 주기에서

$$\delta\mathbf{x}^{(m+1)} = \mathbf{D}(\mathbf{x}^{(m)})\delta\mathbf{x}^{(m)} \quad (6)$$

의 식에 의해 정해진다. 여기서 \mathbf{D} 는

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} \quad (7)$$

이며, 물질의 변형사상(deformation map) 텐서 혹은 신장사상(stretching map) 텐서이다. 이 텐서를 구하는 과정은 문헌 [11]에서 설명한 바와 같다.

문헌 [11]의 Fig. 1에서 보인 바와 같이 유체물질은 사상 (6)에 의하여 회전과 동시에 신장/수축을 동반한다. 그러나 본 연구에서 사용된 변환 속도성분 U , V 는 앞에서도 언급한 바와 같이 비압축성 연속방정식을 만족시키지 않기 때문에 추가적인 변형이 동반된다. 즉, 문헌 [11]에서는 순수한 비압축성 2차원 유동을 대상으로 하였기 때문에 \mathbf{D} 의 행렬식은 0이 되지만 본 유동에서는 0이 되지 않는다. 그 절대값을 여기서는 팽창비라 부르고 r 로 표기하기로 한다;

$$r = |\det(\mathbf{D})| \quad (8)$$

단면 (x, y) 에서 보았을 때, 1보다 큰 r 은 물질의 팽창을 1보다 작은 r 은 물질의 수축을 의미한다. 즉, (x, y) 단면에서 보았을 때, 본 연구에서는 물질의 회전, 신장(수축)과 동시에 팽창(압축)도 발생하는 것이다. 곧 밝혀지겠지만 이러한 압축성 때문에 물질신장 지수를 구할 때는 특별한 주의를 요한다.

불변다양체 방향으로의 신장비를 구하는 방법도 문헌 [11]에 자세히 설명되어 있다. 간략히 개념적으로 그 방법을 설명한다면 다음과 같다. 우선, 주어진 공간을 일정한 간격의 격자로 분할한다. 그리고 각 격자점 $\mathbf{x}_p^{(1)}$ 에 유체입자를 하나씩 위치시킨다. P-법에서는, 각 입자가 1주기 전의 위치 $\mathbf{x}_{p0}^{(0)}$ 에서부터 출발하여 지정된 현재의 기준 지점 $\mathbf{x}_p^{(1)}$ 에 도달할 때까지의 변형을 추적한 뒤 이로부터 사상텐서 \mathbf{D} 를 얻는다. 다음, $\mathbf{x}_{p0}^{(0)}$ 에 임의의 방향을 갖는 미소 벡터 $\delta\mathbf{x}_{p0}^{(0)}$ 을 부착시킨 뒤 한 주기 후 변형된 미소벡터 $\delta\mathbf{x}_p^{(1)}$ 를 \mathbf{D} 를 사용하여 구한다. 이 미소벡터는 그 다음 주기의 계산을 위한 초기

벡터 $\delta \mathbf{x}_{p0}^{(1)}$ 를 구하는 데 사용된다(보간법 이용). 그러면, 한 주기 동안의 국소신장지수 $\Lambda_{i,j}$ 는

$$\Lambda_{i,j} = \frac{1}{T} \ln \left| \frac{\delta \mathbf{x}_p^{(1)}}{\delta \mathbf{x}_{p0}^{(0)}} \right| \quad (9)$$

으로 구할 수 있다. 여기서 하첨자 i, j 는 격자점의 인덱스를 나타낸다. 다음, 이의 공간적분으로부터 공간평균 신장지수 Λ_m 를 구한다. 여기서 하첨자 m 은 m -번째 주기임을 의미한다. 그리고 초기 천이 과정을 거치면 Λ_m 는 평균치에서 변동하는 양상을 보이므로 천이 과정 후의 Λ_m 데이터로부터 시간평균한 값 $\bar{\Lambda}$ 가 중요한 의미를 가지며, 이는 바로 주어진 유동에 대한 총체적인 신장지수이며 이것이 바로 혼합효과를 대변하는 것으로 생각할 수 있다. F-방법에서는 이와 반대로 기준 시점을 현재로 잡고 한 주기 뒤 시점까지의 경로에서 발생한 변형으로부터 신장비와 신장지수를 구하며, H-방법에서는 반 주기 앞과 반 주기 뒤의 경로에서 발생한 변형으로부터 계산한다.

앞에서도 언급한 바와 같이, 본 유동모델에서는 변환 속도성분 U, V 가 (x, y) 공간 상에서 비압축성 유체의 연속방정식을 만족시키지 못하므로 이를 고려한 신장지수의 정의가 필요하다. 다르게 표현하자면, 단순히 사상텐서 D 로부터 구한 신장지수는 2차원 공간 상에서의 순수한 신장과 동시에 z -방향으로의 유체물질의 압축에 따른 팽창도 포함되어 있는 것이다. 그러나 혼합효과를 분석하는 목적에서는 z -방향의 변형에 따른 팽창이 신장지수에 포함되어서는 안된다는 것을 이해할 필요가 있다. 예로서, 반경 ϵ_r , 길이 ϵ_z 의 원통형 유체가 z -방향으로 길게 놓여져 있을 때 시간의 경과와 더불어 이것이 반경 $1.25\epsilon_r$, 길이 $0.8\epsilon_z$ 의 원통형으로 변형되었다면 분명히 신장비는 1.25가 된다. 그러나 (x, y) 단면에서 보았을 때 그 원형의 모양은 변하지 않았기 때문에 물질이 신장되었다고 볼 수는 없다. 따라서 이러한 점을 고려하여 새로운 신장지수로서

$$\Lambda_{i,j}^r = \frac{1}{T} \ln \left| \frac{\delta \mathbf{x}_p^{(1)}/r}{\delta \mathbf{x}_{p0}^{(0)}} \right| \quad (10)$$

을 도입하였다. 여기서 r 은 팽창비로서 식 (8)로써 구한다.

4. 수치해석 결과 및 검토

본 연구에서는 중형비를 $a=0.3$ 으로, 레이놀즈수를 $Re=1$ 로 고정시킨 상태에서 유동해를 구하고 혼합특성을 분석하였다. 유동해는 $l=2$ 에 대해서는 세 가지 격자망 즉 $33 \times 17 \times 69$, $49 \times 25 \times 103$, 및 $73 \times 37 \times 153$ 에서 구하였으며, 다른 l 에 대해서는 z -방향의 격자 수만 달리 하여 수치해석을 수행하였다. 혼합특성 해석은 각각의 유동격자망에 대해 (x, y) 공간 상에서 40×21 , 60×31 , 80×41 , 및 120×61 의 격자망에서 수행하였다.

Fig. 3은 채널 길이 방향의 압력차 ΔP_z 가 0인 상태에서, 초기에 $(x, y) = (0.3, 0.1)$ 에 위치한 한 변의 길이가 0.05인 정사각형 유체물체(10000개의 입자로 표현)가 10주기 동안 변형된 모습을 하나의 (x, y) 공간 상에서 나타낸 것이다. Fig. 3(a)는 비엇갈림형의 표준 스크류 채널에 대한 것이며, Fig. 3(b)는 엇갈림형 스크류 채널에 대한 것이다. 표준형 채널의 경우에는 유체물체가 단순히 전단변형만을 일으키기 때문에 그 길이는 시간과 더불어 선형적으로 증가할 것임을 이해할 수 있다. 그러면 이 경우 신장지수는 0이 되는 것이다. 그러나, 엇갈림 스크류의 경우(Fig. 3b)에는

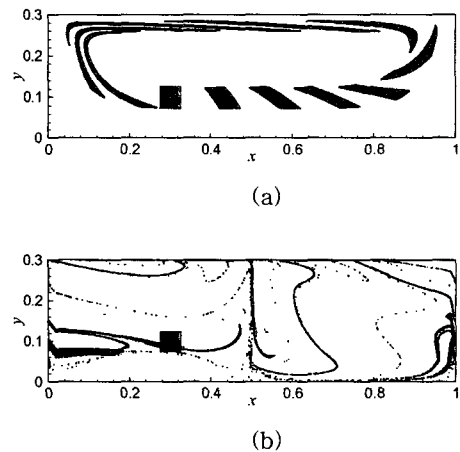


Fig. 3 Dispersion of fluid materials of square shape given from the numerics for $l=2$ and $\Delta P_z=0$; (a) standard, (b) staggered-flight geometry.

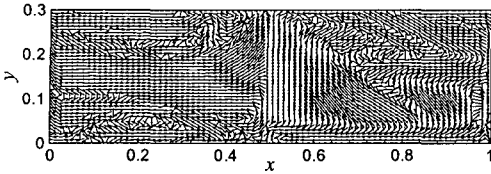


Fig. 4 Direction vectors representing the unstable manifold for $l=2$ and $\Delta P_z=0$ given by the F-method with 80×41 meshes.

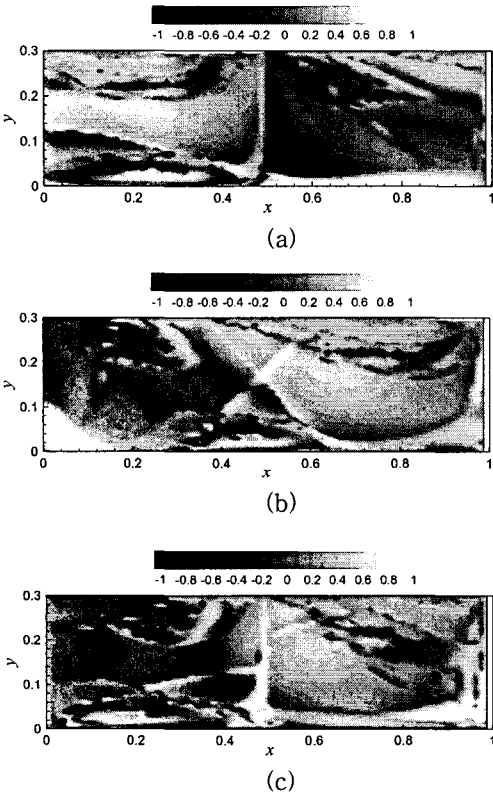


Fig. 5 Distribution of $\Lambda_{i,j}^r$ for $\Delta P_z=0$, $l=2$ at 30th period after starting the computation. Values greater than 1 is colored white and those less than -1 black.

앞과 비교하여 물질의 신장이 월등히 빠른 속도로 진행되고, 곧 알게 되겠지만 이는 양의 신장지수를 가져온다. 즉, 혼돈적 교반의 상태에 있는 것이다.

Fig. 4는 Fig. 3(b)와 동일한 파라미터에서 F-방법에 의해 구현한 불안정 다양체로서 30주기 후의

모양이다. Fig. 3(b)의 변형모양을 잘 따르고 있음을 알 수 있으며, 이는 본 연구에서 개발한 사상법과 프로그램 코드의 타당성을 입증하는 것이다.

Fig. 5는 세 가지 방법에 의해 구현한 국소 신장지수 $\Lambda_{i,j}^r$ 의 분포를 나타내고 있다. 매끈한 분포를 보이는 지역은 불안정 다양체의 모양도 매끈한 분포를 보인다(Fig. 5c와 Fig. 4의 $(0.6, 0.1)$ 근처 및 $0 \leq x \leq 0.5$ 에서 $y=0.15$ 부근 지역). 이 영역은 혼돈영역(chaotic region)에 속하며 양호한 교반이 예상된다. 반면, 분포가 매끄럽지 않은 지역에서는 $\Lambda_{i,j}^r$ 값 자체가 계속 변동하는 양상을 보인다. 또한 이 영역에서는 수렴된 불안정 다양체를 구하기 어려우며, 이는 보다 근본적인 문제로서 추후의 과제로 남겨져 있다[11]. 이 영역은 정규영역(regular region)으로서 양호한 교반을 기대할 수 없는 영역이다.

Fig. 6은 앞과 같은 파라미터 조건에서 세 가지 방법으로 구한 Λ_m 의 주기 변화에 따른 거동을 보여주고 있다. 식 (9)로 구한 Λ_m (속이 빈 기호)은 확실히 방법의 선택에 따라 상당한 차이를 보이고 있다. 구체적으로는, P-법에 의한 값이 매우 크고 F-법에 의한 값이 매우 작으며 H-법에 의한 것은 그 사이의 값을 보인다. 이와 같이 P-법과 F-법이 일관성 있게 서로 큰 차이를 보이는 이유는 본 유동이 z -방향으로 상당한 신장과 동시에 수축을 동반하기 때문이다. 이를 이해하기 위해서는 우선 지역에 따라서 유체입자는 z -방향으로 신장되기도 하고 수축되기도 한다는 점을 주지할 필요가 있다. Fig. 7은 대표적으로 두 개의 물질 A, B가 한 주기 동안 신장 및 수축하는 과정을 스케치한 것이다. 이 그림에서 보면 알 수 있듯이 물질 A는 z -방향으로 신장되기 때문에 $z=0$ 에서는 큰 면적을 $z=l$ 에서는 상대적으로 작은 면적을 차지한다. 반면 물질 B는 수축하기 때문에 그 반대의 형태를 보인다. P-법에 의한 Λ 는 한 주기 전의 시점 즉 $z=0$ 에서부터 현재의 시점 즉 $z=l$ 까지의 변형을 나타내며 현재 시점 $z=l$ 에서 입자들이 (x, y) 공간 상에서 골고루 분포되어 있기 때문에 물질 B의 영향이 주

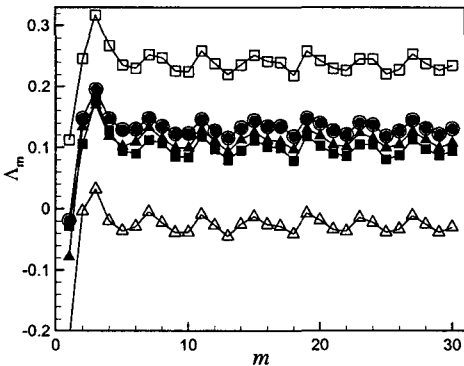


Fig. 6 Evolution of spatially averaged stretching exponent Λ_m for $\Delta P_z=0$, $l=2$. Square; P-method, circle; H-method, delta; F-method. Open symbols are obtained by using eq. (9), while solid symbols by eq. (10).

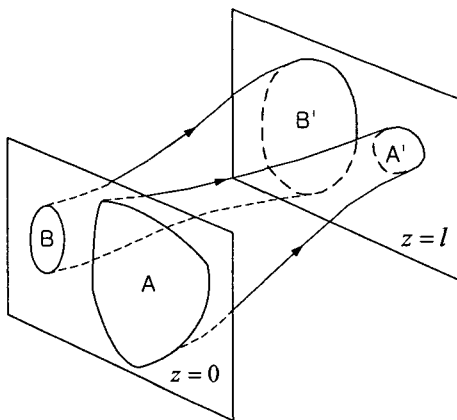


Fig. 7 Schematic of the material deformations between the two sectional planes $z=0$ and $z=l$.

도적이다. 즉, P-법에서는 (x, y) 공간 상에서 보았을 때 물질의 팽창에 의한 신장효과가 크다고 말할 수 있다. 따라서 신장지수는 이 때문에 큰 값을 보인다. 반면, F-법에서는 (x, y) 공간 상에서 보았을 때 물질의 수축이 지배적이므로 신장지수는 상당히 낮은 값을 보이게 되는 것이다. 한편, Fig. 6에서 식 (10)에 의해 구한 신장지수 Λ_m (속이 찬 기호)은 세 가지 방법이 모두 상호 유사한 값을 제공하고 있다.

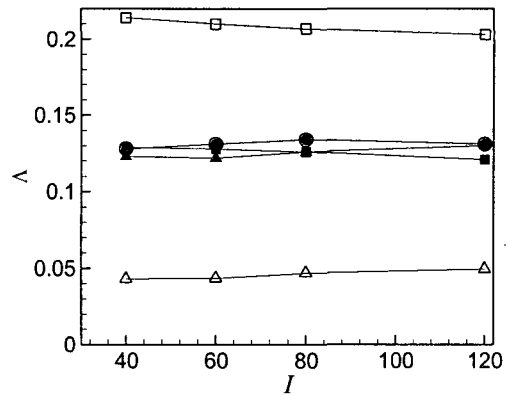


Fig. 8 Averaged stretching exponent for different number of x -grids for $\Delta P_z=62$ and $l=2$.

이는 (x, y) 공간 상에서의 교반효과를 정량화할 때는 식 (9)보다는 식 (10)이 더 타당함을 보이는 결과이다. 그리고 H-법에 의한 신장지수의 값은 식 (9)와 (10)로 구한 값들이 서로 일치하고 있다. 이는 H-법에 의한 공간평균 팽창비 \bar{r}_H 는 늘 1을 유지하고 있기 때문이며 (Table 2에서 제시), H-법이라면 식 (9)와 (10) 모두 타당함을 입증하는 결과이다.

Fig. 8은 혼합특성 해석을 위한 x -방향 격자 수 I 의 변화에 따른 신장지수의 변화를 나타낸 그림이다. 식 (9)에 의한 신장지수는 격자 수의 증가에 따라 P-법으로 구한 값은 조금씩 감소하고 F-법에 의해 구한 값은 조금씩 증가하여 문헌 [11]의 결과와 유사한 경향을 보이고 있다. 그러나 이보다 더 중요한 사실은 두 값의 차이가 격자 수가 증가하여도 거의 줄어들지 않는다는 것이다. 반면에, 식 (10)에 의한 값들은 격자 수의 변화에 거의 무관하게 일정한 값을 보이고 있고 또 방법의 차이에 따른 영향도 매우 적은 편이다. H-방법은 어떠한 식을 사용하더라도 값의 차이가 거의 없다. 이는 H-법이 다른 방법에 비해 더 보편타당하다는 사실을 입증하고 있다.

Table 2는 압력차이 ΔP_z 의 변화에 따른 H-법의 시간평균 신장지수 Λ_H , 공간평균 팽창비 \bar{r} 및 유량 Q 의 변화를 나타내는 데이터들이다. 압력차이가 0인 경우와 62인 경우에는 신장지수의 차이가 크지 않지만, 이후 압력차가 증가할수록 신장지수

는 감소한다. 이는 혼합효과는 압력차의 증가와 더불어 감소함을 의미한다. 그리고 H-법에 의한 축방향 평균 팽창비 \bar{r}_H 는 압력차와 무관하게 일정한 값 1.000을 유지하며, \bar{r}_P 와 \bar{r}_F 는 압력차의 증가에 따라 서서히 1에 접근한다. 이는 압력차의 증가가 축방향으로의 물질신장을 감소시킴과 동시에 (x, y) 공간상에서의 혼합성능을 떨어뜨린다는 사실을 암시한다. 유량은 물론 압력차에 비례하여 증가한다. 따라서 유량과 혼합효과는 압력차에 따라 서로 상반되는 결과를 보이므로 설계시 이를 고려하여 적절히 파라미터를 결정해야 할 것이다.

Table 2 Averaged stretching exponent Λ_H , averaged expansion ratio \bar{r} and the flow rate Q for various pressure difference ΔP_z .

ΔP_z	Λ_H	\bar{r}_P	\bar{r}_H	\bar{r}_F	Q
0	0.132	1.322	1.000	0.756	0.123
62	0.134	1.175	1.000	0.851	0.178
162	0.076	1.117	1.000	0.895	0.267
362	0.054	1.085	1.000	0.922	0.445
862	0.043	1.069	1.000	0.935	0.890

이제 압력차를 0으로 고정시킨 상태에서 채널의 무차원 길이 l 의 영향을 살펴보았다. Fig. 9는 그 결과로서, 길이의 증가와 더불어 신장지수는 감소하고 있다. 이는 채널의 길이가 감소하면 채널을 가로지르는 방향의 유속이 증가하여(Table 1에서 u_p 가 증가하기 때문임) 혼합을 촉진시키기 때문으로 파악된다. 따라서, 짧은 길이일수록 혼합효과는 증가할 것임을 예측할 수 있다. 그러나, 이와 동시에 채널의 길이가 감소하면 스크류를 회전시키는 데 소요되는 동력도 증가할 것이므로 이 점에 유의하여 설계파라미터들을 결정해야 할 것이다.

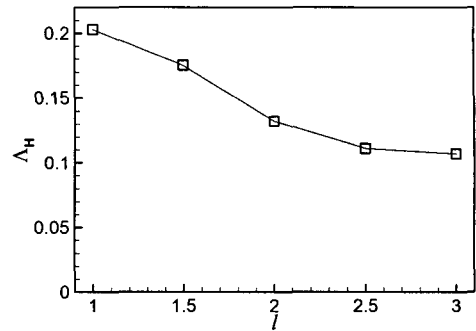


Fig. 9 Averaged stretching exponent for various nondimensional channel-lengths.

5. 결 론

본 연구는 엇갈림형 스크류 채널 내의 3차원 스톱스 유동으로부터 얻을 수 있는 혼합효과의 분석에 관한 것으로서, 스톱스 유동의 해는 유한체적법으로 구하였으며, 혼합효과의 해석에는 신장사상법을 적용하였다 지금까지 제시한 계산결과 및 검토 결과를 바탕으로 요약한 결론은 아래와 같다.

- (1) 엇갈림형 스크류 채널은 표준 채널에 비해 교반효과가 탁월하다.
- (2) 스크류 채널 내 3차원 유동의 경우는 2차원 유동과 달리 축방향으로 물질이 신장되는 효과가 있으므로 물질 신장지수를 산정할 때는 이 효과를 반드시 고려할 필요가 있다.
- (3) 혼합효과를 대변하는 물질신장 지수를 구하는 세 가지 방법(P-, H- 및 F-법)을 비교분석한 결과 H-법이 가장 타당하다.
- (4) 채널내 길이방향 압력차가 감소할수록 유량은 감소하지만, 물질의 채널 길이방향 팽창비가 증가하며 아울러 혼합효과도 향상된다.
- (5) 채널의 길이가 감소하면 채널을 가로지르는 방향의 유속이 증가하기 때문에 혼합효과가 증가한다.

후 기

이 논문은 2003학년도 동아대학교 학술연구비(공모과제) 지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- [1] Tadmor, Z., & Gogos, C.G., 1979, "Principles of Polymer Processing", SPE.
- [2] Yao, W.G., Takahashi, K., Koyama, K. and Dai, G.C., "Design of a new type of pin mixing section for a screw extruder based on analysis of flow and distributive mixing performance", Chem. Engng. Sci., Vol. 52, No. 1, (1997) pp. 13-21.
- [3] Yeh, A.-I. and Jaw, Y.-M., "Modeling residence time distribution for single screw extrusion process", J. Food Engng., Vol. 35, (1998) pp. 211-232.
- [4] Iwe, M.O., van Zuilichem, D.J., Ngoddy, P.O. and Ariahu, C.C., "Residence time distribution in a single-screw extruder processing soy-sweet potato mixture", Lebensm-Wiss. u.-Technol., Vol. 34, (2001) pp. 478-483.
- [5] Seker, M., "Residence time distribution of starch with high moisture content in a single-screw extruder", J. Food Engng., (2004) (to appear).
- [6] Chuang, G.C.-C. and Yeh, A.-I., "Effect of screw profile on residence time distribution and starch gelatinization of rice flour during single screw extrusion cooking", J. Food Engng., Vol. 63, (2004) pp. 21-31.
- [7] 서용권, 김용균, 문종춘, "압출용 스크류 모델에서의 혼돈적 교반", 대한기계학회논문집, Vol. 21, No. 12, (1997) pp. 1615-1623.
- [8] Hwang, W.R., Jun, H.S. and Kwon, T.H., "Experiments on chaotic mixing in a single screw channel", AIChE J., Vol. 48, No. 8, (2002) pp. 1621-1630.
- [9] Rodrigo, A.J.S., Mota, J.P.B., Lefevre, A., Leprevost, J.C. and Saadjan, E., "Chaotic advection in a three-dimensional Stokes flow", AIChE J., Vol. 49, No. 11, (2003) pp. 2749-2758.
- [10] Mizuno, Y. and Funakoshi, "Chaotic mixing caused by an axially periodic steady flow in a partitioned-pipe mixer", Fluid Dyn. Res., (2004) to appear.
- [11] 서용권, "물질신장 사상법에 의한 혼합효과의 정량화", 한국전산유체공학회지, Vol. 9, No. 4, (2004) pp. 20-33.