

퍼지 이론을 이용한 강구조물의 다목적 최적설계

Multi-Objective Optimization of Steel Structures Using Fuzzy Theory

김기욱*

Kim, Ki-Wook

박문호**

Park, Moon-Ho

Abstract

The main objective of this study is to develop a multi-objective fuzzy optimum design program of steel structures and to verify that the multi-objective fuzzy optimum design is more reasonable than the single objective optimum design in real structural design. In the optimization formulation, the objective functions are both total weight and deflection. The design constraints are derived from the ultimate strength of serviceability requirement of AISC-LRFD specification. The structural analysis was performed by the finite element method and also considered geometric non-linearity. The different importance of optimum criteria were reflected with two weighting methods : membership weighting method and objective weighting method. Thus, designers could choose rational optimum solution of structures with application of two weighting methods.

요 지

본 연구에서는 구조물의 최적설계에서 나타나는 여러 가지 불확실성을 고려하기 위해 퍼지이론을 도입한 다목적 강구조 퍼지 최적설계에 관한 연구로, 다목적 퍼지 최적설계가 단일 목적의 최적설계보다 합리적인 설계가 됨을 보이는데 목적이 있다. 최적설계에 사용된 목적함수는 구조물의 중량과 처짐을 최소화하는 다목적 함수로 취하였고, 제약조건은 하중저항계수설계법(AISC-LRFD, 1994)의 설계규준을 따랐으며, 구조해석은 기하학적인 비선형을 고려한 유한요소해석법을 이용하였다. 성질이 서로 다른 다목적용 가지는 최적문제를 다루기 위하여 소속중요도 적용법과 목적중요도 적용법을 이용하여 다양한 최적해를 구함으로써, 사용자에게 현실여건에 알맞는 합리적인 최적해를 선택할 수 있는 가능성을 제시하였다.

Keywords : Fuzzy, Multi-Object, Optimum design, Membership weighting method, Objective weighting method, AISC-LRFD

핵심 용어 : 퍼지, 다목적, 최적설계, 소속중요도, 목적중요도, 하중저항계수설계법

* 정회원, 경북대학교 방재연구소 연구원, 공학박사

** 정회원, 경북대학교 토목공학과 교수, 공학박사

E-mail : ce5@korea.com 010-7979-8255

• 본 논문에 대한 토의료 2004년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 2005년 4월호에 토론회결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

일반적인 강구조물은 탄성영역만이 고려된 허용응력 설계법에 의해 설계되고, 부재자체의 기하학적 변형과 구조물의 횡변위를 고려하지 않아서 전체 구조거동의 정확성에 대한 문제가 제기되고 있다.

구조물의 최적설계 측면에서도 문제 자체가 복잡해지고 대형화됨으로써 많은 설계요소들을 고려해야 하며, 이러한 설계요소들 중에는 여러가지 불확실성이 포함된다. 불확실성은 크게 무작위(randomness)에 기인한 불확실성과 모호성(fuzziness)에 기인한 불확실성 두가지로 나누어 지는데 일반적으로 무작위성을 갖는 불확실성은 확률론적인 개념으로 처리될 수 있으나, 모호성을 갖는 불확실성은 확률론적인 개념으로 처리할 수 없다. 이러한 문제의 모호성을 처리할 수 있는 이론적 바탕을 제공하는 것이 바로 퍼지이론⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾으로 현재 전자·기계·컴퓨터공학 분야⁽⁵⁾에서 많은 연구가 이루어지고 있다.

또한 기능이 서로 다른 구조로 결합된 구조물의 설계문제들은 서로 성질이 상충되는 여러개의 목적함수와 제약조건식이 포함되어 있어 다목적 계획^{(1),(6),(8)} (MOP : Multi Objective Programming)의 원리 또는 Pareto의 최적개념을 도입한 다목적 최적화 방안을 이용함으로써 좀더 합리적인 설계^{(1)-(4),(8)}를 할 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 구조물의 전체거동에 대한 정확성을 보완하기 위해 해석시 기하학적 비선형 효과를 고려하고, 구조물의 실제 거동에 접근하기 위하여 최적설계 문제를 다룰 때 나타나는 불확실성을 고려하는 동시에, 성질이 서로 상충되는 여러개의 목적함수를 다루기 위해 다목적 퍼지 최적화 방안을 제시하였다. 그리고 이를 적용하기 위한 최적설계 프로그램을 개발하고, 중요도를 적용함으로써 실제 구조물 설계시 다목적 퍼지 최적화가 단일 목적의 최적화보다 합리적인 설계가 가능함을 증명하는데 목적이 있다.

2. 강구조물의 유한요소해석

유한요소해석에 포함되는 행렬연산의 전산처리를 위

하여 다음 일련의 과정을 거치며, 이 중에서 가장 중요한 단계는 근사해를 선택하는 과정으로, 유한요소법에 대응한 정확한 해를 얻기 위하여 가상일의 원리에 의한 미분방정식을 이용하였다.

- (1) 연속체의 이산화 및 유한요소망의 선택
- (2) 요소행렬의 구성⁽⁷⁾
- (3) 계방정식의 조합
- (4) 경계조건의 도입
- (5) 계방정식의 해
- (6) 근사해로부터 2차적인 해석결과와의 계산

그리고, 비선형의 보-기동에 대한 유한요소법은 큰 회전각이 발생하는 경우에는 정확한 해에 수렴되지 않기 때문에 본 연구에서는 맥급수에 의한 보-기동의 강성합수식을 식 (1)과 같이 사용하였다.

$$\begin{bmatrix} \overline{N}_1 \\ \overline{S}_1 \\ \overline{M}_1 \\ \overline{N}_2 \\ \overline{S}_2 \\ \overline{M}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_1^2}{I} & 0 & 0 & -\frac{A_1^2}{I} & 0 & 0 \\ & 12\phi_1 & 6\phi_2 & 0 & -12\phi_1 & 6\phi_2 \\ & & 4\phi_3 & 0 & -6\phi_2 & 2\phi_4 \\ & & & \frac{A_1^2}{I} & 0 & 0 \\ & & \text{sym} & & 12\phi_1 & -6\phi_2 \\ & & & & & 4\phi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ v_1 \\ \alpha_1 \\ z_2 \\ v_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\left(\frac{A_1^2}{2I}\right) \frac{1}{I} \int_0^l v_{\alpha}^2 dx \\ -\frac{\overline{P}_y}{2} \\ -\left(\frac{\overline{P}_y}{12}\right) \left[\frac{3}{(2\phi_3 + \phi_4)} \right] \\ + \left(\frac{A_1^2}{2I}\right) \frac{1}{I} \int_0^l v_{\alpha}^2 dx \\ -\frac{\overline{P}_y}{2} \\ \left(\frac{\overline{P}_y}{12}\right) \left[\frac{3}{(2\phi_3 + \phi_4)} \right] \end{bmatrix} \quad (1)$$

식 (1)중에서 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ 및 ϕ 는 다음과 같다.

$$\phi_1 = \frac{1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)!} (-N_1)^m}{12\phi} \quad (2)$$

$$\phi_2 = \frac{\left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+2)!} (-\bar{N}_1)^n \right]}{6\phi} \quad (3)$$

$$\phi_3 = \frac{\left[\frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+1)}{(2n+3)!} (-\bar{N}_1)^n \right]}{4\phi} \quad (4)$$

$$\phi_4 = \frac{\left[\frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} (-\bar{N}_1)^n \right]}{2\phi} \quad (5)$$

$$\phi = \frac{1}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+1)}{(2n+4)!} (-\bar{N}_1)^n \quad (6)$$

여기서, ϕ 는 항상함수이고, $\bar{N}_1, \bar{S}_1, \bar{M}_1$ 와 $\bar{N}_2, \bar{S}_2, \bar{M}_2$ 는 Node 1·2에서 발생하는 축력, 전단력, 모멘트이며, 식 (1)의 강성함수식을 유도하기 위해 사용한 좌표계는 Fig. 1과 같다.

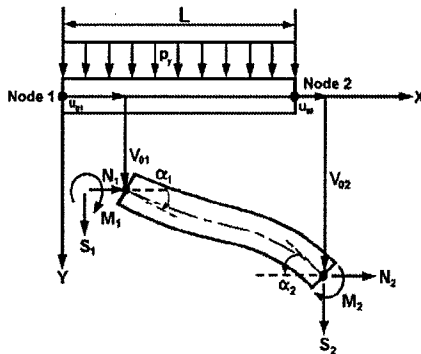


Fig. 1 등분포하중 P_y 를 받는 부재의 좌표계

3. 다목적 퍼지 이론의 적용

3.1 퍼지 의사결정에 의한 구조 최적화

구조물 최적설계에서 의사결정 문제란 주어진 제약 조건과 목적함수에 대하여 하나의 계획을 선택하는 것이다. 그러나, 현실적으로 제약조건과 목적함수 모두 모호성을 포함하고 있기 때문에 이를 해결하기 위하여 퍼지 의사결정 문제를 도입하였다.

다목적 퍼지 최적화 문제에서 개개의 목적함수 $f_k(X)$ 는 퍼지 제약식의 허용오차에 의해 일정한 범위 내에서 변화하므로 퍼지 목적함수 \hat{C}_k 를 구성할 수 있다. 그리고, \hat{C}_k 의 소속함수 $\mu_{\hat{C}_k}(X)$ 는 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_{\hat{C}_k}(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } f_k(X) < m_k \\ \frac{M_k - f_k(X)}{M_k - m_k} & \text{if } m_k \leq f_k(X) \leq M_k \\ 0 & \text{if } f_k(X) > M_k \end{cases} \quad (7)$$

여기서, $\mu_{\hat{C}_k}(X) \in [0, 1]$ 이 되고, m_k, M_k 는 각각 $f_k(X)$ 의 가능한 최솟값과 최댓값이다. 퍼지 의사결정 방법은 교의사결정(Intersection Decision)방법과 볼록의사결정(Convex Decision)으로 나누어지며, 본 연구에서는 교의사결정방법을 이용하여 다목적 최적화 문제를 적용하였다.

교의사결정법이란 식 (8)과 같이 퍼지 목적함수 \hat{C} 와 퍼지 제약식 \hat{C} 의 교집합으로 간주한다.

$$D = \hat{C} \cap \hat{C} \quad (8)$$

다목적 퍼지 최적화 문제일 경우 교의사결정방법은 식 (9)와 같이 정식화 된다.

$$\hat{C} = \bigcap_k \hat{C}_k, \quad \hat{C} = \bigcup_i \hat{C}_i, \quad \bigcap_j \hat{C}_j \quad (9)$$

다목적 퍼지 최적화 문제를 교의사결정방법을 이용하여 식 (10)의 단일목적 비퍼지 최적화 문제로 전환할 수 있다.

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize } \mu_D(X) = \lambda \\ \text{subject to } \mu_{\hat{C}_k}(X) \geq \lambda, \quad k = 1, 2, \dots, m \\ \mu_{\hat{C}_i}(X) \geq \lambda, \quad i = 1, 2, \dots, p \\ \mu_{\hat{C}_j}(X) \geq \lambda, \quad j = 1, 2, \dots, q \\ 0 \leq \lambda \leq 1 \end{array} \right\} \quad (10)$$

3.2 다목적 최적화 문제의 중요도 적용

(1) 다목적 퍼지 시스템

일반적인 다목적 최적설계는 벡터값을 가지는 목적 함수 $f(x)$ 를 최소화시키는 식 (11)과 식 (12)로 나타낼 수 있다.

$$\min_{x \in D} f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T \quad (11)$$

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad (12)$$

설계변수 벡터는 다른 기준을 침해하지 않고서는 바뀔 수 없으므로 Fig. 2와 같은 Pareto(9) 최적해를 얻을 수 있다. 이것은 두가지 목적함수에 의해서 잘 나타나며 적합한 해와 Pareto해의 구간이 Fig. 2에 잘 나타나 있다.

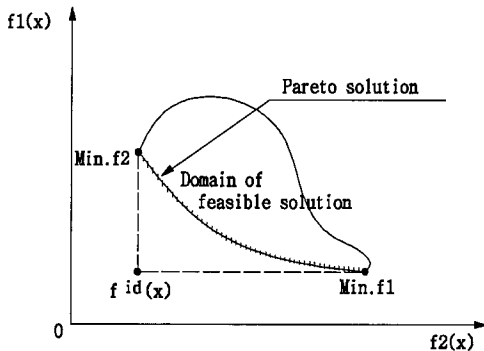


Fig. 2 두개의 목적함수를 가지는 문제의 Pareto 해

(2) 소속(Membership) 중요도 적용방법

소속 중요도는 단일목적일 때 각 기준들의 상대적인 만족도에 근거한 함수로서 다목적 퍼지의 경우 중요도나 단일목적 함수는 다루지 않지만, 소속함수의 값으로 i 번째 기준의 적절한 소속 중요도 계수 w_i 를 정의할 수 있다.

소속 중요도 계수 w_i 는 식 (13)과 같다.

$$\left. \begin{aligned} w_i &= \mu_{f_i} / \left(\sum_{j=1}^k \mu_{f_j} \right) \\ \sum_{i=1}^k w_i &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(3) 목적(Objective) 중요도 적용방법

목적중요도 방법은 다목적 최적화 문제를 이상적인 해와 최적해 사이의 거리를 나타내는 함수로 변환시켜 최소화함으로써 최적해를 얻는 방법이다. 일반식은 식 (14)와 같고, 식 (15)와 식 (16)은 목적중요도의 적용식들이다.

$$\left. \begin{aligned} &\text{minimize } \beta \\ &\text{subject to } g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ &\quad \quad \quad g_k(X) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p \\ &\quad \quad \quad g_l(X) \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (15)$$

$$w_i \left| \frac{f_i(X) - f_i^*(X)}{f_i^*(X)} \right| - \beta \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (16)$$

여기서, β 는 실변수이고, w_i 는 i 번째 목적함수의 목적중요도 계수이고, 그리고 $f_i^*(X)$ 는 i 번째 목적함수의 이상적인 해이다.

4. 강구조물의 다목적 퍼지 최적화

4.1 최적화 문제형성

구조물의 최적설계에서 실제로는 많은 퍼지 정보와 요소들을 고려하고 처리해야 하는데, 그 이유는 골구조물의 저항력, 허용응력, 작용하중 및 구조의 설계목적 등이 모두 애매 모호한 퍼지성을 갖고 있기 때문이다.

이처럼 명확한 판정기준으로 분별하지 못하는 퍼지성을 포함하고 있는 퍼지 환경에서 식 (17)과 같이 퍼지 최적화 문제를 정식화 시킬 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} & \text{minimize } F(X) \\ & \text{subject to } g_i(X) \leq b_i^n, \quad i=1, 2, \dots, p \\ & \quad \quad \quad g_j(X) \geq b_j^l, \quad j=1, 2, \dots, q \end{aligned} \right\} (17)$$

여기서, -부호는 퍼지 제약임을 의미한다.

본 논문에서는 대상 구조물의 강재 중량 및 처짐을 목적함수로 사용하였으며 제약조건들은 하중-저항계수 설계시방서(LRFD⁽⁶⁾ 1994)를 기준으로 하여 제약조건식을 형성하였다.

4.2 원형강관 및 W형강의 설계변수

원형강관 및 W형강에 사용한 설계변수는 Fig. 3과 같다.

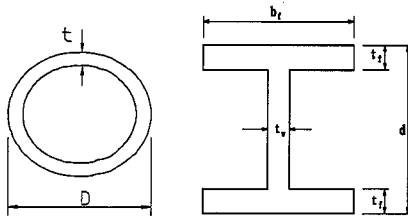


Fig. 3 형강의 단면 재원

4.3 목적함수

대상 구조물의 퍼지 최적설계에 있어서 중량에 대한 목적함수는 식 (18)과 같다.

$$\alpha f_1 = \rho V = \rho \sum_{i=1}^n V_i, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

여기서, $V_i = A_i \cdot l_i$ 이다. 또한 퍼지 최적설계에서 다목적의 최적설계를 고려할 경우 중량 이외에도 구조물의 변위(수평변위 또는 처짐)를 최소로 하는 목적함수를 선택할 수 있는데, 본 연구에서 적용한 트러스 및 뼈대 구조물의 처짐에 대한 목적함수는 식 (19) 및 식 (20)과 같다.

$$\alpha f_2 = \Delta = \sum_{i=1}^n \frac{w_i S_i}{EA_i} L_i, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

$$\alpha f_2 = \Delta = \sum_{i=1}^n \frac{m_i M_i}{EI_i}, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (20)$$

4.4 퍼지 제약 조건식

하중저항계수설계 시방서(LRFD⁽⁶⁾ 1994)를 기준으로 다음의 퍼지 제약식을 유도하였다.

(1) 트러스 구조물의 퍼지 제약조건식

1) 인장 및 압축강도 퍼지 제약조건식

$$G_i(1) = (\phi_t P_n)_i - (P_n)_i \geq 0 \quad (21)$$

2) 폭-두께에 대한 퍼지 제약조건식

$$G_i(2) = \frac{D}{t} - \frac{2070}{F_y} \geq 0 \quad (22)$$

$$G_i(3) = \frac{13000}{F_y} - \frac{D}{t} \geq 0 \quad (23)$$

3) 세장비에 대한 퍼지 제약조건식

$$G_i(4) = 200 - \left(\frac{KL}{r}\right)_i \geq 0 \quad (24)$$

(2) 보의 퍼지 제약조건식

1) 보 단면의 폭-두께비 퍼지 제약조건식

$$G_{ij}(5) = \frac{65}{\sqrt{F_y}} - \left(\frac{b_f}{2t_f}\right)_{ij} \geq 0 \quad (25)$$

$$G_{ij}(6) = \frac{640}{\sqrt{F_y}} - \left(\frac{d}{t_w}\right)_{ij} \geq 0 \quad (26)$$

2) 보의 휨모멘트 퍼지 제약조건식

$$G_{ij}(7) = (\phi_b M_n)_{ij} - (M_n)_{ij} \geq 0 \quad (27)$$

3) 보의 전단에 관한 퍼지 제약조건식

$$G_{ij}(8) = (\phi_v V_n)_{ij} - (V_n)_{ij} \geq 0 \quad (28)$$

(3) 기둥의 퍼지 제약조건식

1) 기둥 단면의 폭-두께비 퍼지 제약조건식

$$G_{ij}(9) = \frac{65}{\sqrt{F_y}} - \left(\frac{b_f}{2t_f}\right)_{ij} \geq 0 \quad (29)$$

$$G_{ij}(10) = \frac{253}{\sqrt{F_y}} - \left(\frac{h_c}{t_w}\right)_{ij} \geq 0 \quad (30)$$

2) 기둥의 압축(인장)-휨 강도 퍼지 제약조건식

$$G_{ij}(11) = (\phi_c P_n)_{ij} - (P_n)_{ij} \geq 0 \quad (31)$$

3) 기둥의 전단강도에 관한 퍼지 제약조건식

$$G_{ij}(12) = (\phi_v V_n)_{ij} - (V_n)_{ij} \geq 0 \quad (32)$$

4) 압축 기둥의 세장비 제약조건식

$$G_{j(13)} = 200 - \left(\frac{KL}{r_y}\right)_{j_f} \geq 0 \quad (33)$$

(4) 단면형상의 퍼지 제약조건식

1) 원형강관의 단면형상에 관한 퍼지 제약조건식

$$G_{j(14)} = (d)_j - 0.147 \geq 0 \quad (34)$$

$$G_{j(15)} = (D)_j - 0.840 \geq 0 \quad (35)$$

$$G_{j(16)} = 0.500 - (t)_j \geq 0 \quad (36)$$

$$G_{j(17)} = 12.750 - (D)_j \geq 0 \quad (37)$$

2) W형강의 단면형상에 관한 퍼지 제약조건식

$$G_{j(18)} = (t_w)_j - 0.17 \geq 0 \quad (38)$$

$$G_{j(19)} = (d)_j - 9.87 \geq 0 \quad (39)$$

$$G_{j(20)} = (b_f)_j - 3.94 \geq 0 \quad (40)$$

$$G_{j(21)} = (t_f)_j - 0.205 \geq 0 \quad (41)$$

$$G_{j(22)} = 3.74 - (t_w)_j \geq 0 \quad (42)$$

$$G_{j(23)} = 5.12 - (t_f)_j \geq 0 \quad (43)$$

$$G_{j(24)} = 17.99 - (b_f)_j \geq 0 \quad (44)$$

(5) 처짐에 대한 퍼지 제약조건식

$$G_j = \left(\frac{J}{350}\right)_j - A_j \geq 0 \quad (45)$$

4.5 구조물 최적화 알고리즘

강구조의 최적설계문제는 대개의 경우 목적함수와 제약조건이 고차의 설계변수 함수로 구성되는 비선형 계획문제로 형성된다.

비선형의 부등제약 조건을 갖는 비선형계획문제를 최적화하는 GRG(Generalized Reduced Gradient Method)법¹⁵⁾¹⁶⁾은 변수들의 미소한 변화에 대해 주제약조건을 찾고 변수 탐색 방향을 결정하므로써 최적해에 수렴해 가는 방법으로 만일 변수의 변화로 인하여 어떤 비선형의 주제약조건이 만족하지 않는다면 다음 변수 값의 수정은 Newton-Raphson법¹⁵⁾¹⁶⁾에 의해서 부등제약 조건의 경계치 값으로 수정하게 된다.

5. 다목적 퍼지 최적설계의 적용 및 결과

앞에서 전개한 다목적 퍼지 최적화 알고리즘을 바탕으로 원형강관으로 이루어진 3부재 평면 트러스 및 25부재 공간 트러스 구조물에 적용하고 W형강으로 이루어진 2층 1경간의 골조 구조물에 다목적 퍼지 최적설계를 수행하고 중요도 계수를 적용하였다.

또한 본 연구의 다목적 퍼지 최적화 문제의 신뢰도를 검증하기 위하여 Rao¹²⁾가 제안한 다목적 퍼지 최적설계 결과를 3부재 평면 트러스의 다목적 퍼지 최적설계 결과와 비교·검토하였다.

5.1 3부재 트러스

Fig. 4는 하중 P를 받고 지지점이 핀인 3부재 평면 트러스에 대한 치수와 하중 조건을 나타낸 그림이다. 여기서 참고문헌(2)의 Rao 연구 결과와 비교하기 위해 하중 P=20, H=1, 탄성계수 E=1이라 가정하였고, 설계변수는 부재의 단면적으로 하였다.

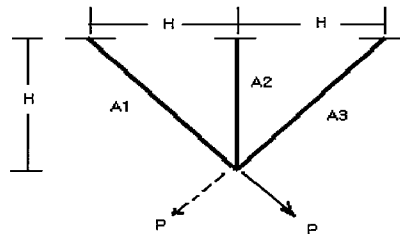


Fig. 4 하중 P를 받는 3부재 트러스

3bar-truss의 중량과 처짐에 대한 다목적 퍼지 최적화 문제는 다음의 식 (46)에서부터 식 (52)와 같이 정식화된다.

$$\text{minimize } f_1(X) = 2\sqrt{2}A_1 + A_2 \quad (46)$$

$$f_2(X) = \frac{FH}{E} \left[\frac{1}{A_1 + \sqrt{2}A_2} \right] \quad (47)$$

subject to

$$\sigma_1 = P \left(\frac{A_2 + \sqrt{2}A_1}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} \right) \leq 20 + 4(1-\lambda) \quad (48)$$

$$\sigma_2 = P \left(\frac{1}{A_1 + \sqrt{2}A_2} \right) \leq 20 + 4(1-\lambda) \quad (49)$$

$$\sigma_3 = -P \frac{A_2}{\sqrt{2A_1^2 + 2A_1A_2}} \geq -15 - 3(1-\lambda) \quad (50)$$

$$0.1 - 0.02(1-\lambda) \leq A_i \leq 5 + 1.0(1-\lambda) \quad i=1,2 \quad (51)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (52)$$

식 (46)에서 식 (52)와 같이 두 개의 목적함수로 구성된 최적화문제의 최적결과는 Table 1과 같다.

두 개의 목적함수식 f_1 과 f_2 의 가능한 최소치 f_{1min} , f_{2min} 혹은 최대치 f_{2max} , f_{1max} 를 구하기 위하여 f_1 , f_2 를 각각 단일목적함수로 둔 퍼지 최적화는 다음과 같다.

Table 1 $f_1(X)$ 와 $f_2(X)$ 의 최소치와 최대치

| item | Min Weight | | 비교 % | Min deflection | | 비교 % |
|------|--------------------------|----------|---------|--------------------------|----------|---------|
| | S. S. Rao ¹²⁾ | 본 연구의 결과 | | S. S. Rao ¹²⁾ | 본 연구의 결과 | |
| A1 | 0.7850 | 0.7886 | 0.4 | 5.0178 | 5.0000 | -0.3 |
| A2 | 0.4082 | 0.4082 | 0.0 | 4.9846 | 5.0000 | 0.3 |
| f1 | 2.6286 | 2.6389 | 0.3 | 19.1771 | 19.1421 | -0.2 |
| f2 | 14.6807 | 14.5927 | -0.6 | 1.6574 | 1.3568 | 0.03 |

따라서, f_1 과 f_2 의 소속함수는 식 (53)과 식(54)와 같이 구성할 수 있다.

$$\mu_{\tilde{c}_1}(X) = \begin{cases} 1, & \text{if } f_1 < 2.6389 \\ \frac{19.1421 - f_1}{16.5032}, & \text{if } 2.6389 \leq f_1 \leq 19.1421 \\ 0, & \text{if } f_1 > 19.1421 \end{cases} \quad (53)$$

$$\mu_{\tilde{c}_2}(X) = \begin{cases} 1, & \text{if } f_2 < 1.6568 \\ \frac{14.5927 - f_2}{12.9357}, & \text{if } 1.6567 \leq f_2 \leq 14.5927 \\ 0, & \text{if } f_2 > 14.5927 \end{cases} \quad (54)$$

퍼지제약에 관한 식 (46)에서 식 (52)의 소속함수는 다음의 식 (55) 부터 식 (58)과 같이 정식화된다.

$$\mu_{\sigma_j} = \begin{cases} 0, & \text{if } \sigma_j < 20 \\ \frac{24 - \sigma_j}{4}, & \text{if } 20 \leq \sigma_j \leq 24 \quad j=1, 2 \quad (55) \\ 1, & \text{if } \sigma_j > 24 \end{cases}$$

$$\mu_{\sigma_3} = \begin{cases} 1, & \text{if } \sigma_3 > -15 \\ \frac{18 + \sigma_3}{3}, & \text{if } -18 \leq \sigma_3 \leq -15 \quad (56) \\ 0, & \text{if } \sigma_3 < -18 \end{cases}$$

$$\mu_{x_i} = \begin{cases} 1, & \text{if } x_i > 0.1 \\ \frac{x_i - 0.08}{0.02}, & \text{if } 0.08 \leq x_i \leq 1.0 \quad (57) \\ 0, & \text{if } x_i < 0.08 \end{cases}$$

$$\mu_{x_i} = \begin{cases} 1, & \text{if } x_i < 5 \\ \frac{6.0 - x_i}{1.0}, & \text{if } 5 \leq x_i \leq 6.0 \quad (58) \\ 0, & \text{if } x_i > 6.0 \end{cases}$$

3부재 트러스의 다목적 퍼지 최적문제의 최적화결과와 신뢰성 검증결과는 Table 2와 Fig. 5와 같다.

Table 2 μ_D 및 설계변수의 퍼지 최적화결과

| No. | item | Result | | 비교 % |
|-----|------|---|-------------------------------------|---------|
| | | S. S. Rao ¹²⁾ (A-formulation) | 본 연구의 결과 (Intersection decision) | |
| 1 | ND | 0.8485 | 0.8485 | 0.00 |
| 2 | x1 | 0.5796 | 0.5793 | -0.05 |
| 3 | x2 | 3.4871 | 3.5007 | 0.40 |
| 4 | f1 | 5.1264 | 5.1391 | 0.20 |
| 5 | f2 | 3.6291 | 3.6166 | 0.30 |
| 6 | o1 | 19.0690 | 19.0710 | 0.01 |
| 7 | o2 | 3.6291 | 3.6166 | -0.30 |
| 8 | o3 | -15.4400 | -15.4544 | -0.09 |

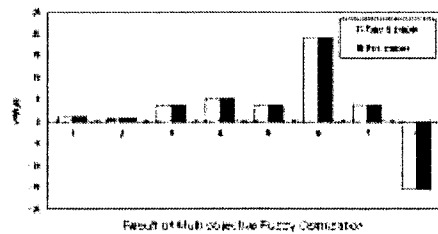


Fig. 5 다목적 퍼지 최적설계 결과 비교

5.1.1 평면 트러스의 중요도 적용결과

5.1절의 다목적 퍼지 최적화 설계 프로그램의 신뢰성 검증을 토대로 각각 소속중요도와 목적중요도를 적용한 결과는 Fig. 6과 같다.

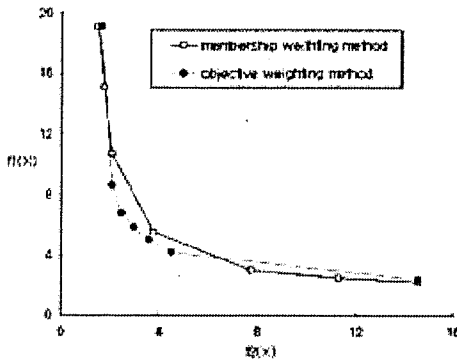


Fig. 6 3부재 트러스에 중요도 적용시 최적결과 비교

5.1.2 목적 중요도 적용시 퍼지화에 따른 최적결과 3부재 트러스를 20% 퍼지화 시켰을 때와 퍼지화 하지 않았을때의 최적결과를 비교하였다.

목적함수의 경향을 비교하기 위하여 목적중요도를 각각 (0.20:0.80) ~ (0.80:0.20)인 데이터를 토대로 비교하였으며, 결과는 Fig. 7과 같다.

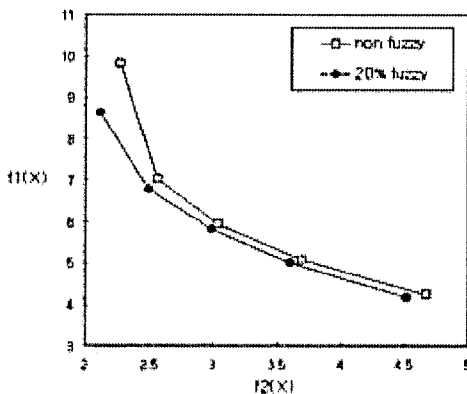


Fig. 7 3부재 트러스의 퍼지화하지 않았을 때와 20% 퍼지화 했을때의 목적중요도 적용에 대한 최적결과 비교

5.2 25부재 공간 트러스

공간 트러스의 구조해석 및 퍼지 최적설계를 수행하기 위하여 Fig. 8과 같은 10개의 절점과 25개의 원형 강관으로 이루어진 25부재 공간 트러스 구조물을 대상으로 다목적 퍼지 최적설계를 적용하였다. 사용된 설계조건은 Table 3과 같고, 하중조건은 Table 4와 같다.

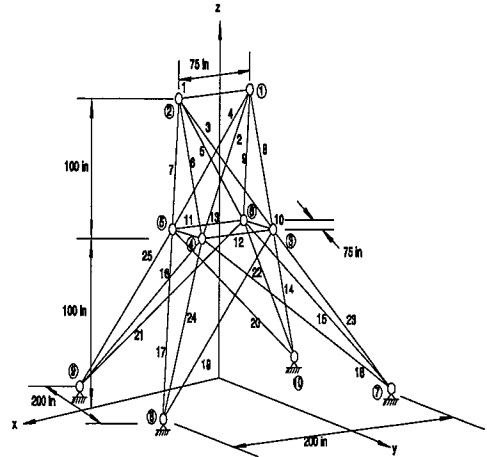


Fig. 8 25부재 공간 트러스 구조물의 구조형상

Table 3 설계 조건

| | | | |
|------|--------------------------|--------|--------|
| 단위강량 | 0.284 lb/in ³ | 최소항복응력 | 50 ksi |
| 탄성계수 | 29000 ksi | 최소인장응력 | 65 ksi |

Table 4 하중조건

| 절점 번호 | 하중조건(lb) | | |
|-------|----------|--------|-------|
| | X 방향 | Y 방향 | Z 방향 |
| 1 | 1000 | 10000 | -5000 |
| 2 | - | -10000 | -5000 |
| 3 | 500 | - | - |
| 6 | 500 | - | - |

이와 같은 조건하에서 두 개의 목적함수의 f_1 과 f_2 의 퍼지 최적결과는 Table 5와 같다.

설계가능한 최소치 f_{1min} , f_{2min} 혹은 최대치 f_{1max} , f_{2max} 를 구하기 위하여 f_1 , f_2 를 각각 단일 목적함수로 두었다.

Table 5 $f_1(X)$ 와 $f_2(X)$ 의 최소치와 최대치

| item | Min Weight | Min deflection |
|----------|------------|----------------|
| $f_1(X)$ | 3737.19 | 7124.49 |
| $f_2(X)$ | 0.09433 | 0.04952 |

퍼지제약식의 소속함수는 4절에 주어진 제약조건식에 10% 퍼지화를 실시하여 소속함수를 구성하였고, 다목적 퍼지 최적화를 위하여 교의사결정기법을 이용하여 Table 6과 같은 다목적 퍼지 최적화 결과를 산출하였다.

Table 6 μ_{F_i} 및 설계변수의 퍼지 최적화결과

| item | result |
|-------|---------|
| f_1 | 5527.09 |
| f_2 | 0.06919 |

5.2.1 공간 트러스의 소속중요도와 목적중요도 적용 결과

평면 트러스 구조물에서와 마찬가지로 다목적 퍼지 최적설계 알고리즘의 결과를 토대로 25부재 공간 트러스에서 소속중요도와 목적중요도를 적용했을 때의 결과값에 대한 비교는 Fig. 9와 같다.

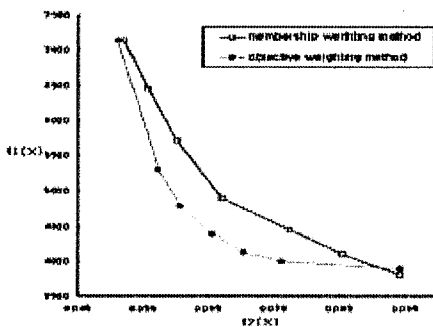


Fig. 9 25부재 공간 트러스에 소속중요도와 목적중요도 적용시 최적결과 비교

5.3 2층 1경간 골조 구조물

지점부가 고정된 2층 1경간의 골조 구조물에 대하여 다목적 퍼지 최적설계를 수행하였다. 설계에 대한 구조물의 형상은 Fig. 10과 같다.

처짐에 대해서는 기둥의 횡방향 변위와 보의 수직 처짐을 목적함수로 구성하여 각각에 대해 다목적 퍼지 최적설계를 수행하였다. 또한 사용된 설계조건은 Table 7과 같다.

Table 7 골조 구조물의 설계 조건

| | | | |
|------|--------------------------|--------|--------|
| 단위중량 | 0.284 lb/in ³ | 최소항복응력 | 36 ksi |
| 탄성계수 | 29000 ksi | 최소인장응력 | 65 ksi |

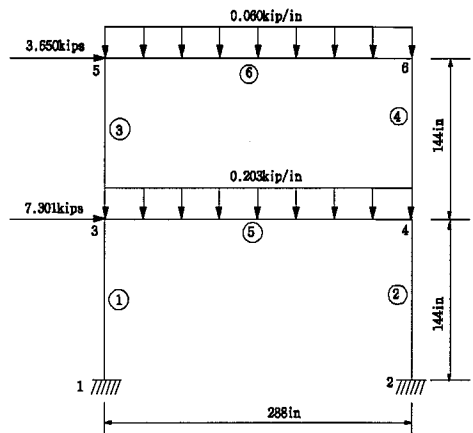


Fig. 10 2층 1경간 골조 구조물

5.3.1 횡방향 변위를 목적함수로 취했을 경우

5.3절 같은 조건하에서 중량 및 횡방향 처짐을 목적함수로 하는 f_1 과 f_2 의 가능한 최소치 f_{1min} , f_{2min} 혹은 최대치 f_{1max} , f_{2max} 를 구하기 위하여 f_1 , f_2 를 각각 단일목적함수로 둔 퍼지 최적화 결과는 Table 8과 같다.

Table 8 횡방향 처짐을 고려했을 경우 단일 목적함수에 대한 퍼지 최적화 결과

| Item | Min Weight | Min deflection |
|-------|------------|----------------|
| f_1 | 2.1769 | 11.7013 |
| f_2 | 0.8602 | 0.01154 |

퍼지제약식의 소속함수는 4절에 주어진 제약조건식에 10% 퍼지화를 실시하여 소속함수를 구성하였다. 또한 다목적 퍼지 최적화를 위하여 교의사결정기법을

이용하여 Table 9와 같은 다목적 퍼지 최적화 결과를 얻었다.

Table 9 골조 구조물의 다목적 퍼지 최적화결과
(횡방향 변위 고려시)

| Item | result |
|-------|---------|
| f_1 | 10.5407 |
| f_2 | 0.6431 |

5.3.2 횡방향 변위 고려시 소속중요도와 목적중요도의 적용결과

다목적 퍼지 최적설계 알고리즘의 결과를 토대로 소속중요도를 구하기 위해 소속함수식을 이용하여 i 번째 목적함수에 대해서 각기 다른 값의 소속중요도 w_i 및 w_j 를 적용시켰다.

횡방향 변위를 목적함수로 2층 1경간 골조 구조물에 대해 소속중요도와 목적중요도를 적용한 결과값을 도출하면 Fig. 11과 같다.

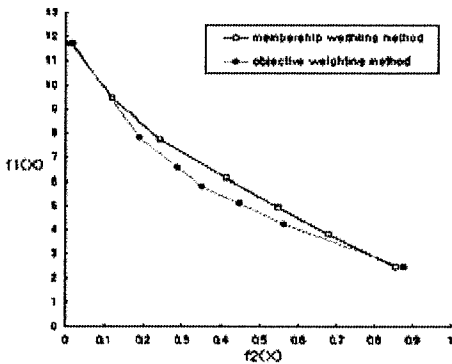


Fig. 11 횡방향 변위를 고려한 골조 구조물의 중요도 적용시 최적결과 비교

5.3.3 수직처짐을 목적함수로 취했을 경우

횡방향 변위를 고려했을 경우와 같은 조건하에서 횡방향 변위 대신 수직처짐을 목적함수로 2층 1경간 골조 구조물의 소속중요도와 목적중요도의 결과값을 도출하면 Fig. 12와 같다.

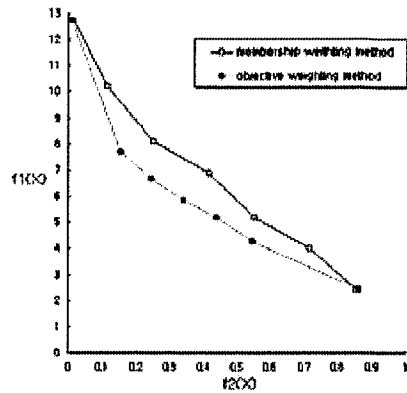


Fig. 12 수직처짐을 고려한 골조구조물의 중요도 적용시 최적결과 비교

6. 결론

본 논문은 기하학적 비선형을 고려한 강구조물의 최적화에 다목적 퍼지 이론을 도입하여 퍼지 최적설계를 수행하고 중요도를 적용한 결과들을 비교·검토했었다.

- 1) 기하학적 비선형 효과와 부재 자체의 기하학적 변형과 횡변위를 동시에 고려하여 해석하는 구조해석 알고리즘을 사용하고, 퍼지이론을 이용하여 성질이 서로 상반되는 종량과 처짐을 동시에 최적화할 수 있는 강구조물의 다목적 퍼지 최적설계 프로그램을 개발하였다.
- 2) 퍼지이론을 이용한 다목적 퍼지 최적설계 프로그램을 사용하면 지금까지 강구조물의 설계시 화물론적인 개념으로 처리하기 곤란한 불확실성의 설계요소들을 해결할 수 있음을 확인할 수 있었다.
- 3) Fig. 6, Fig. 9, Fig. 11 및 Fig. 12에서와 같이 중요도(Weighting Method)를 결정하는데 있어 소속중요도(Membership Weighting Method)와 목적중요도(Objective Weighting Method) 적용 방법을 사용하였는데, Fig. 2의 Pareto 곡선과 비교해볼 때 소속중요도를 적용하였을 때는 중요도 값에 따라서 Pareto 곡선을 따라 고르게 분포된 해를 얻을 수 있었고, 목적중요도를 적용했을 때는 Pareto 곡선상에서 이상적 해에 근접한 값들을 얻을 수 있었다.

- 4) Fig. 7에서와 같이 퍼지화 한 경우(20% fuzzy)와 퍼지화 하지 않은 경우(non fuzzy)를 비교·검토한 결과, 퍼지화 된 경우가 퍼지화 되지 않은 경우보다 퍼지의 유연성으로 인하여 더 작은 최적값으로 수렴함을 알 수 있었다. 그리고, Table. 5, Table. 6, Table. 8, 및 Table. 9의 결과와 같이 구조물의 설계시 다목적 퍼지 최적화가 단일 목적의 최적화보다 합리적인 설계가 됨을 알 수 있었다.
- 5) Fig. 6, Fig. 9, Fig. 11 및 Fig. 12에서와 같이 목적함수의 가중치(중요도)에 따라 성질이 서로 다른 중량과 치질의 목적함수 및 애매함이 포함된 제약조건식을 동시에 만족하는 다양한 최적해를 구함으로써 사용자가 현실여건에 부합된 합리적인 최적해를 선택할 수 있으며, 이렇게 선택된 최적해에 해당되는 설계변수들로 시공을 하면 보다 합리적인 설계 및 시공이 이루어지리라 판단된다.

단위환산

$$1 \text{ lb} = 0.4536 \text{ kgf}, 1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}, 1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$$

$$1 \text{ ksi} = 1,000 \text{ psi} = 1,000 \text{ lb/in}^2$$

참고문헌

1. Brown, C.B. and J.T.P. Yao, "Fuzzy Set and Structural Engineering", ASCE, 1983, pp. 1211-1225.
2. S.S. Rao and K. Sundararaju, "Multi-Objective Fuzzy Optimization Techniques for Engineering Design", Computers & Structures, Vol. 42, No. 1, 1992, pp. 37-44.
3. Hitoshi Furuta, "Fuzzy Optimization Theory and Its Applications", Proceeding of the Korea-Japan Joint Seminar on Structural Optimization, 1992, pp. 18-20.
4. Wang, G.Y. and W.Q. Wang, "Fuzzy Optimum Design of Structures", Engineering Optimization, Vol. 8, 1985, pp. 291-300.
5. 박문호, 조효남, 류연선, "구조물의 최적설계", 한국전산구조공학회 출판, 373 pages, 1991.
6. Jasbir S. Arora, "Introduction to Optimum Design", McGraw-Hill Book Co., 633 pages, 1994.
7. 허택영 "전산구조해석", 엔지니어즈, 342 pages, 1994.
8. American Institute of Steel Construction's "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings", AISC-LRFD, 1994.
9. Horn, J. "A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization" IEEE Conference on Evolutionary Computation, 1994.

(접수일자 : 2004년 4월 22일)