韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 18집 제 1호, 2004. 1. 73-87.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 18, No. 1, Jan. 2004. 73-87.

자연수의 곱셈에 대한 교수-학습지도 방안 고찰

정 승 진 (우만초등학교)

현장에서 수업을 하다 보면 의외로 학생들이 곱셈구구는 잘 외우고 있지만 곱셈의 개념에 대해서는 잘 모르고 있다는 것을 많이 발견할 수 있다. 이것은 곱셈에 대한 개념을 도입할 때 학생들이 왜 곱셈을 배우는가에 대해서 스스로 절실하게 생각해 보고 발견해 보는 경험이 부족했기 때문이라고 생각한다. 곱셈이 왜 필요하고 곱셈식으로 나타내는 것이 얼마나 좋은 방법인지 학생들이 깨달아 덧셈구조에서 곱셈구조로의 개념의 변화가 일어날 수 있도록 지도한다면 이러한 문제점을 어느 정도 해결할 수 있지 않을까 생각해본다.

따라서, 본 연구에서는 자연수의 곱셈에 대한 이론적 배경과 교육과정을 알고 이를 바탕으로 수학교육 이론에 근거한 자연수의 곱셈의 교수-학습 지도 방안에 대하여 거시적 입장에서 고찰해 보고자 한다.

Ⅰ. 서 론

곱셈은 덧셈과 함께 기본 연산의 한가지로 다루어지고 있다. 곱셈은 같은 수를 여러 번 더하는 것을 간단하게 하려는 생각에서 출발하였기 때문에 덧셈보다는 그 역사가 비교적 짧다고 할 수 있다. 또한 10과 10의 합은 20이지만, 10과 10의 곱은 100이 되듯이 곱셈 연산의 결과가 덧셈 연산의 결과에 비해 상대적으로 크기 때문에 덧셈에 비해 계산 과정이 복잡하고 계산에 수반되는 여러 가지 인지적 부담이 가중된다. 이러한 여러 가지 이유에도 불구하고 곱셈 연산을 가르치는 것은 곱셈이 동수누가를 효율적으로 빠르게 계산해 낼 수 있는 아주 좋은 도구이기 때문이다.

제 7차 수학과 교육과정에서는 2-가, 2-나, 3-가, 3-나 단계에서 자연수의 곱셈을 지도하고 있다. 2-가 단계에서는 곱셈을 도입하고 2-나 단계에서는 곱셈구구와 곱셈의 활용, 3-가 단계에서는 두 자리 수와 한 자리 수의 곱셈, 3-나 단계에서는 세 자리 수와, 두 자리 수끼리의 곱셈을 학습한다(1997, 교육부). 그러나 현장에서 수업을 하다 보면 의외로 학생들이 곱셈구구는 잘 외우고 있지만 곱셈 개념에 대해서는 잘 모르고 있는 것을 많이 발견할 수 있다. 즉 앵무새처럼 곱셈구구는 잘 외우지만 곱셈구구의 원리가 무엇이고 곱셈구구를 왜 외우는지 그 이유에 대해서는 잘 모른다. 이것은 곱셈 개념을 도입할 때 학생들이 왜 곱셈을 배우는가에 대해서 스스로 절실하게 생각해 보고 발견해 보는 경험이 부족했기 때문이라고 생각한다. 곱셈이 왜 필요하고 곱셈식으로 나타내는 것이 얼마나 좋은 방법인지 학생들이 깨달아 덧셈구조에서 곱셈구조로의 개념의 변화가 일어날 수 있도록 지도한다면 이러한 문제점을 어느 정도 해결할 수 있지 않을까 생각해본다.

따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 곱셈에 대한 이론적 배경을 살펴보고, 수학교육이론에 근거한 자연수의 곱셈의 교수-학습 지도 방안으로 곱셈에 대한 개념적 지식의 지도, 곱셈을 다양하게 표현하기, 곱셈구구의 지도, 특수아지도에 대해서 살펴보고자 한다.

Ⅱ. 자연수 곱셈에 대한 이론적 배경

1. 곱셈의 정의

대수적 구조에서 곱셈에 대한 정의는 이항연산으로 정의하고 있으나 초등학교에서는 다음과 같은 동수누가(repeated addition)에 의하여 정의하고 있다(배종수, 1999).

a, b (≠0)를 임의의 두 범자연수라고 하면,
$a\times b=a+a+\cdots+a$ (b개 더하기)
만일 b=1이면 $a\times b=a\times 1=a$, 모든 a에 대하여 $a\times 0=0$ 이다.

여기서, $a\times b$를 a와 b의 곱(product)이라 부르고 a, b를 $a\times b$의 인수 (factors)라 부른다. a는 $a\times b$의 피승수, b는 승수이다. b=1일 경우를 정의한 이유는 $3\times 1=3$인데 3이 하나 밖에 없어 동수누가를 할 수 없기 때문이다. 그러나 $1\times 3=1+1+1=3$은 가능하다. $a\times 0=0$을 정의한 이유 역시 $a\times 0$에 동수 누가를 적용할 수 없기 때문이고 $0\times 3=0+0+0=0$은 가능하다.

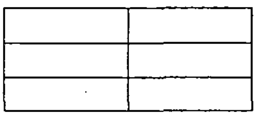
2-가 단계의 교과서(교육인적자원부, 2002a)에서의 정의를 살펴보면 다음과 같이 약속하기를 통하여 정의하고 있다.

5씩 4묶음은 5×4라고 합니다.
5×4를 5 곱하기 4라고 합니다.
5+5+5+5=20
5×4=20

2. 곱셈의 다른 접근 방법

곱셈은 여러 가지 접근 방법을 이용하여 나타낼 수 있는데, 직사각형, 순서쌍, 수형도 등으로 표현할 수도 있다.

1) 직사각형 배열



(2×3)

- 곱셈의 교환법칙 설명시 효과적임
- 약수를 구할 때 보조수단으로 설명 가능

2) 순서쌍(Cartesian product)의 접근

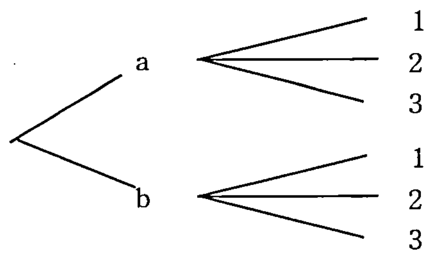
- a, b를 범자연수라고 할 때, a=n(A) b=n(B)이면 a×b = n(A×B)
- A={a, b} B={1, 2, 3}

A×B={(a, 1), (q, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)}

n(A)=2, n(B)=3 n(A×B)=6 이므로 2×3=n(A×B)

3) 수형도 (tree diagram) 접근

수형도 접근 방법은 확률과 경우의 수에서 유용하게 사용되는 것으로 곱셈의 다른 표현의 인식이 될 경우 쉽게 경우의 수를 구할 수 있게 된다.



3. 곱셈의 성질

곱셈의 성질에 대하여 몇 가지 성질을 살펴보면 다음과 같다.

1) 범자연수는 곱셈에 대하여 닫혀 있음(Closure property)

2) 교환법칙(Commutative property)이 성립한다.

교환법칙은 직사각형 모델을 이용하여 쉽게 이해를 시킬 수 있는 성질로 다음과 같이 곱을 쉽게 구하는 방법으로 활용할 수 있다. 또한, 교환 법칙을 이해하고 있다면, 곱셈구구를 외울 때 외워야할 대상이 그 만큼 적어지게 되어 인지적 부담을 줄여 줄 수 있다.

2×7×5=(2×5)×7=10×7=70, 7×5=5×7=35

3) 결합법칙(Associative property)이 성립한다.

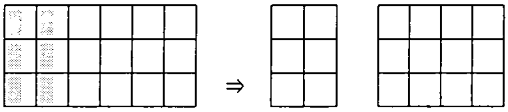
결합법칙은 직육면체 모델을 이용하여 이해가 가능하고 다음과 같이 곱을 쉽게 구할 수 있는 전략으로 사용할 수 있다.

6×2×5=6×(2×5)=6×10=60

4) 크기와 관련된 곱셈의 성질 : a, b가 범자연수 a 〈b 이면 ac 〈 bc

5) 덧셈과 뺄셈에서 곱셈의 분배 법칙이 성립한다.

위에서도 언급하였듯이 곱셈의 성질들을 초등학교에서는 공리적으로 이용하기보다는 계산 전략으로 이용하는 것도 좋은 방법이다. 특히, 이러한 분배 법칙은 두 자리 수 이상의 곱셈의 교수-학습에서 곱을 구하는데 있어 중요한 역할을 한다.



$3\times(2+4)$ $\quad$ $3\times2 + 3\times4$

• $24\times2=(20+4)\times2$

$4\times2=8$

$20\times2=40$

$24\times2=48$에도 분배법칙이 적용됨

• $3\times3\times3.14+4\times4\times3.14$

$=9\times3.14+16\times3.14=(19+16)\times3.14$

$=35\times3.14$

$=109.9$

4. 곱셈을 배우는 이유

수학을 배우는 이유는 크게 두 가지 측면에서 살펴 볼 수 있다. 첫째는 수학의 모태가 되는 일상 생활과의 연관을 통해 수학을 실용적으로 이용하는 것이고, 둘째는 수학이라는 학문 자체의 필요성 때문이다. 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

1) 생활에서 이용

· 동수누가인 상황에서 전체의 양을 곱셈으로 쉽게 이해

· 배로 표현되는 양을 곱셈으로 쉽게 이용

· 같은 수를 여러 번 더하는 계산을 쉽게 하기

2) 학문에서 이용

· 곱셈은 거듭 제곱의 기초

· 곱셈은 나눗셈의 역연산의 정의에 이용

· 십진 기수법의 표기에 곱셈 이용

· 배의 개념을 나타내는데 곱셈 이용

· 계산의 중추적인 역할

5. 교육과정 분석

제 7차 수학과 교육과정(교육부, 1997)에서 자연수의 곱셈과 관련된 내용을 살펴보면 다음과 같다.

1) 2-가 단계

① 목표 : 곱셈의 개념을 이해한다.

② 내용

곱셈의 도입 - 실생활 장면에서 같은 수 더하기와 배의 개념을 통하여 곱셈을 이해한다.

③ 용어와 기호 : 곱, 곱셈, ×

2) 2-나 단계

① 목표 : 곱셈구구를 이해하고, 곱셈을 익숙하게 사용할 수 있다.

② 내용
곱셈구구 - 곱셈구구를 이해하고, 한 자리 수의 곱셈을 익숙하게 할 수 있다.
곱셈을 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있다.
③ 용어와 기호 : 곱셈구구
④ 학습 지도상의 유의점 : 1의 단 곱셈구구와 0의 곱은 실제 생활과 관련지어 지도한다.

3) 3-가 단계
① 목표 : 곱셈을 안다.
② 내용
두 자리 수와 한 자리 수의 곱셈을 익숙하게 할 수 있다.
곱셈을 실생활 문제에 활용할 수 있다.

4) 3-나 단계
① 목표 : 곱셈을 할 수 있다.
② 내용 : 세 자리 수와 한 자리 수, 두 자리 수끼리의 곱셈을 익숙하게 할 수 있다.

Ⅲ. 수학교육이론에 근거한 자연수의 곱셈의 교수-학습 지도 방안

1. 곱셈에 대한 개념적 지식의 지도

개념적 지식은 "~을 아는" 지식으로 1/2은 전체를 양분한 것 중에서 하나를 의미한다는 것을 아는 것과 같다. 이러한 개념적 지식은 사실, 심상, 명제를 포함하는 한 영역의 지식에 대한 어떤 사람의 직관과 이해로 구성되어 있고, 관계가 풍부한 지식으로 관계들이 잘 연결되어 있는 지식망이며, 독립된 단위로 존재하는 것이 아니라 다른 개념과 관련되어 존재한다(Anderson, 1980; Hiebert, 1986; Resnick & Ford, 1981).

이러한 개념적 지식을 다음과 같이 발달하는 특성이 있으므로 정보 사이의 관계를 결합할 수 있는 활동이 필수적이다.

- 정보와 정보 사이의 관계를 형성함으로써 발달
- 기억하고 있는 정보와 정보 사이의 관계에 의해 발달
- 기존의 정보와 새로운 정보 사이의 결합을 통해 발달

1) 2-가 교과서 분석

2-가 단계는 곱셈 개념을 도입하는 단계로 교과서(교육인적자원부, 2002a)에서는 다음과 같이 구성되어 있다.

- 1차시 : 사전활동으로 묶어 세기
- 2차시 : 동수누가에 의하여 곱셈을 정의
- 3차시 : 곱셈식을 정의
- 4차시 : 몇 배를 곱셈식으로 나타내기
- 5차시 : 곱셈식 활용

2) 수학학습 이론을 이용한 지도 방안

현장에서 수업을 하다 보면 의외로 학생들이 곱셈구구는 잘 외우고 있지만 곱셈의 개념에 대해서는 잘 모르고 있다는 것을 많이 발견할 수 있다. 이것은 곱셈에 대한 개념을 도입할 때 학생들이 왜 곱셈을 배우는가에 대해서 스스로 절실하게 생각해 보고 발견해 보는 경험이 부족했기 때문이라고 생각한다. 곱셈이 왜 필요하고 곱셈식으로 나타내는 것이 얼마나 좋은 방법인지 학생들이 깨달아 덧셈구조에서 곱셈구조로의 개념의 변화가 일어날 수 있도록 지도한다.

▣ Piaget의 3단계의 평형화 이론에 의한 지도(정승진, 2003).

▷ 1 단계 : 저차원의 수준에서의 인지적 평형

다음과 같이 같은 수를 여러 번 더하게 한다.

2+2+2+2+2+2+2=

5+5+5+5+5+5+5=

10+10+10+10+10+10+10+10=

▷ 2단계 : 인지적 불균형이나 갈등 경험

다음과 같이 아주 지루하고 복잡한 계산을 통해서 같은 수의 덧셈에 대한 갈등을 경험하게 한다.

- 2를 30번 더하고 식으로 나타내기
- 4를 20번 더하고 식으로 나타내기
- 7을 20번 더하고 식으로 나타내기

▷ 3단계 : 갈등 상태를 해결하는 방식으로 인지구조 재구성하기

위의 방법을 쉽게 해결할 수 있는 방법으로 곱셈과 곱셈식을 정의하면 학생들은 덧셈구조에서 곱셈구조로의 전환을 통해 관계가 풍부한 지식을 형성할 수 있고, 무의미하게 곱셈식을 정의하기보다는 곱셈식이 얼마나 편리하고 효율적인지를 학생 스스로 깨닫게 할 수 있다.

▣ Freudenthal의 교수학적 현상화에 따른 수학화 이론(현상을 수학적 수단인 본질로 조직하기)

▷ 현상 : 생활에서 동수누가를 할 수 있는 여러 가지 경험을 덧셈을 통하여 나타내기

▷ 본질 : 동수누가는 같은 수를 여러 번 더하는 과정이라는 이해를 통해서 곱셈식을 도입하기

▣ 흥미 유발 이야기 자료

다음과 같은 이야기 자료를 통하여 곱셈적 생각을 키울 수 있고, 학생들의 흥미를 유발할 수 있다. 특히 생활 속의 문제를 곱셈을 이용하여 쉽게 해결할 수 있음을 알 수 있는 좋은 자료이다.

어느 날 스님이 길을 가다가 근심 어린 얼굴로 서 있는 아주머니를 만났다. 스님이 아주머니에게 무슨 걱정이 있는지 물어 보았더니 아주머니는 다음과 같이 남편에 대한 이야기를 들려주었다.

"평상시에 남편은 성실하고 좋지만 술만 먹으면 나를 때려 걱정이 많습니다."

그 이야기를 듣고 스님은,

"아주머니와 남편은 전생에 소와 농부의 인연이었기 때문에 소였던 남편이 전생에 맞은 매를 전부 되갚을 때까지 아주머니를 때릴 것입니다."

라고 말하였다.

아주머니는 더욱 근심 어린 얼굴이 되어 스님에게 좋은 방법이 없겠느냐고 물었다.

여러분 같으면 어떻게 이 문제를 해결하겠습니까?

2. 곱셈을 다양하게 표현하기

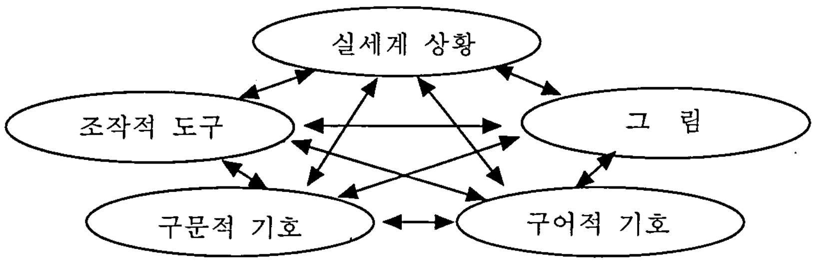
1) 표현 활동

Bruner는 아동의 지적 발달을 구체적 표현(enactive representation), 영상적 표현(iconic representation), 상징적 표현(symbolic representation)의 순서로 표현 수단의 증대와 그 사이의 조정 능력의 증대로 보고 있다. 학문의 기본 원리나 구조를 아동의 능력에 맞추어 구체적인 활동적 양식으로 제시할 수도 있고, 시각적 표현이나 추상적인 기호적 표현을 하여 제시할 수도 있다는 것이다. 이때 학문의 기본원리나 구조 자체는 마찬가지이고 그 표현양식만이 바뀌었다고 생각할 수 있다(김응태 외, 1988).

Mason(1987)은 브루너의 이론을 보충하여 표현 활동을 다음과 같이 단계화 하였다.

- E(손 조작 가능한 표현 사용)
- I(표상 분석에 기초한 영상적 수준의 활동)
- S(상징적 기록을 통한 기호적 표현의 사용)
- 개념형성

Nakahara(1994)는 실제적 표현(실세계의 대상을 사용한 표현)→조작적 표현(인위적인 대상을 사용한 표현)→그림 표현(정적인 그림, 도형을 사용한 표현)→언어적 표현(문어적인 일상 언어를 사용한 표현)→기호적 표현(수학기호를 사용한 표현)으로 단계화하였으며, Lesh는 Bruner의 활동적 표현을 실세계 상황으로, 영상적 표현을 조작적 도구와 정적인 그림 모델로, 상징적 표현을 구어적 기호와 구문적 기호로 세분화하고, <그림 Ⅲ-1>과 같이 각각의 표현들 간에 상호 작용을 중요시하였다(장혜원, 1997에서 재인용).



<그림 III-1> Lesh의 표현들 간의 상호 작용

2) 교과서(교육인적자원부, 2002b)에서의 곱셈 표현

- 구체물로 표현하기
- 덧셈식으로 표현하기
- 몇 배로 표현하기
- 표로 표현하기
- 모눈종이로 표현하기
- 그림으로 표현하기
- 곱셈식(가로, 세로)으로 표현하기
- 언어적으로 표현하기
- 수모형으로 표현하기

3) Bruner의 EIS 학습이론에 따라 다양한 표현 활동하기

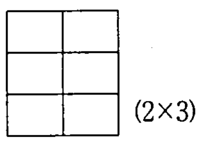
곱셈에 대한 다양한 표현을 관계적으로 이해할 수 있도록 지도한다. 현장에서 보면 각각의 표현활동이 연결되어 있지 않아 이해에 도움을 주기보다는 또 다른 암기의 대상이 되는 경우가 많다. 표현수단의 증대에 따른 조정능력을 증대시키고, 경제성 수준에서 활동적 표현양식보다는 영상적 표현양식이, 영상적 표현보다는 상징적 표현양식이 보다 함축적으로 경제성이 높음을 학생들이 인식할 수 있도록 지도한다.

- 활동적 표현(enactive representation)

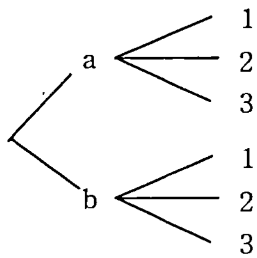
구체물(수모형, 모눈종이, 바둑돌, 물건 등)을 이용하여 곱셈의 원리를 깨닫고 구체물로 표현하기

- 영상적 표현(iconic representation),

곱셈 상황을 반구체물로 나타내기, 시각적, 기하학적으로 표현하기



직사각형으로 나타내기



나뭇가지로 나타내기

영상적 표현을 할 때에는 구체물을 이용한 학습보다 효과적일 수 있도록 전략 사용

- 상징적 표현(symbolic representation)

곱셈 상황을 언어적 대수적 기호로 다양하게 표현하도록 함

3. 곱셈구구의 지도

1) 교과서 분석(교육인적자원부, 2002b).

- 1차시 : 2, 5의 단
- 2차시 : 3, 4의 단
- 3차시 : 2, 3, 4, 5의 단 익히기
- 4차시 : 6, 7의 단

- 5차시 : 8, 9의 단
- 6차시 : 6, 7, 8, 9의 단 익히기
- 7차시 : 1의 단, 0의 곱
- 8차시 : 두 수 바꾸어 곱하기
- 9차시 : 곱셈표 만들기
- 10차시 : 곱셈 활용
- 11차시 : 곱셈에서 규칙 찾기

2) 수학학습 이론을 이용한 지도 방안

우리 나라에서 초등학교 2학년을 담임한 선생님의 목표는 학생들에게 곱셈구구를 암기하게 하는 것이다. 이러한 현상으로 인하여 현장에서는 곱셈구구의 원리를 이해하지 못한 체 무의미하게 곱셈구구를 이해하고 있는 학생들이 많다. 실제로 곱셈구구를 외우고 있으면서도 문제를 해결하지 못하는 학생들이 많다. 곱셈구구를 외우는 것은 필요할 경우 즉각적으로 이용하기 위한 것인데 그렇지 못하다. 곱셈구구의 원리를 이해하고 발견하는 과정에서 곱셈구구를 활용할 수 있는 능력을 기를 수 있도록 활동을 통하여 학생 스스로 곱셈구구의 관계적 지식을 발견하여 구성해볼 수 있도록 해야한다.

▣ 활동주의 교육 원리에 의한 곱셈구구의 이해

곱셈구구의 원리를 구체물을 통한 활동으로 발견할 수 있도록 지도한다. 예를 들면, 모눈종이에 색칠하기 활동을 통해서 시각적으로 곱셈구구의 규칙성을 인지할 수 있다.

▣ 구성주의에 입각한 학생 중심적 개별화 학습, 의미지향적 학습, 반영적 추상화 학습

곱셈구구를 외우게 하기보다는 학습의 주체가 학생이 되어 곱셈구구에 대한 의미 있는 지식을 구성할 수 있도록 다양한 활동을 마련하고 각자 자기의 활동에 대하여 반드시 반성해 보게 한다.

▣ 심리 발생적 측면의 고려

학생들의 심리적 측면을 고려하여 곱셈구구의 제시 순서를 5 → 2, 4, 8 → 3, 6, 9 → 7 단 순서로 지도해 보는 것도 좋다.

▣ 홍대용의 담헌서에 나타난 곱셈구구 지도

담헌 홍대용이 저술한 담헌서 외집 4권에는 구구수(九九數)라는 제목으로 곱셈구구에 대하여 다음과 같이 언급하고 있다(민족문화추진회, 1982).

9×9-81, 8×9-72, 7×9-63, …, 1×9-9
8×8-64, 7×8-56, …, 1×8-8
7×7-49, 6×7-42, …, 1×7-7
6×6-36, 5×6-30, …, 1×6-6
5×5-25, 4×5-20, …, 1×5-5

4×4-16, 3×4-12, …, 1×4-4
3×3-9, 2×3-6, 1×3-3
2×2-4, 1×2-2
1×1-1

곱셈 구구를 위와 같이 나타낸 것은 곱셈의 교환법칙을 이용한 것으로 만약 학생들이 교환 법칙을 이해하고 있다면 외워야 할 곱셈 구구의 개수는 많이 줄어들 것이다.

4. 곱셈에 대한 절차적 지식 지도

절차적 지식은 "~하는 방법"에 대한 지식으로 전체를 1/2로 등분하는 방법을 아는 것이다. 특히, 그 영역의 지식에 따라 행하기 위한 기계적 절차, 수행법칙, 발견술적 전략, 알고리즘을 모두 절차적 지식이라고 할 수 있으며, 수학적 과제를 순서적으로 처리할 수 있는 능력, 기능과 형식에 관련이 있다. 절차적 지식은 절차 실행의 조건이 맞으면 발생하고, 기본적인 기능의 숙달에 의해서 발달할 수 있다(Anderson, 1980; Hiebert & LeFevre, 1986; Resnick & Ford, 1981).

1) 교과서 분석

교과서(교육인적자원부, 2002c)에서 이루어지는 곱셈 절차는 다음과 같은 순서에 의해서 진행되고 있다.

- 수모형으로 알아보기
- 덧셈식으로 알아보기
- 곱셈식으로 나타내기
- 수모형의 계산과정 반성하기
- 세로셈으로 형식화하기

2) 수학학습 이론을 이용한 지도 방안

곱셈 개념을 이해하고 곱셈구구를 암기하여 받아올림이 있는 (두 자리 수)×(한 자리 수)의 곱셈을 유의미하게 할 수 있는 학생들은 어떤 곱셈이 주어지더라도 쉽게 이해하고 해결할 수 있는 능력이 있다. 고학년에서 곱셈을 잘 못하는 학생들은 곱셈 개념, 곱셈구구, 받아올림이 있는 (두 자리 수)×(한 자리 수) 중 어느 하나가 제대로 이루어져 있지 않은 경우가 대부분이다. 그렇지 않은 경우에는 절차적 지식에 대한 기능이 느린 경우이다.

▣ 각각의 순서 사이에 관계 형성을 통한 유의미 학습

각각의 순서 사이에 관계를 형성하면서 절차를 수행하면 의미 있는 학습이 이루어질 수 있다. 3-가 단계에서 두 자리 수와 한 자리 수의 곱셈에 대한 절차가 유의미하게 구성되어 있다면, 3-나 단

계의 세 자리 수와 한 자리 수, 두 자리 수끼리의 곱셈에 대한 절차는 쉽게 획득된다. 그러나 절차의 순서를 암기에 의해서 수행하면 기계적 학습이 되어 오히려 학생들에게 나쁜 영향을 줄 수도 있다.

▣ 훈련과 연습을 통한 기능의 숙달

절차 사이의 관계가 형성되어 있을 지라도 기능이 숙달되어 있지 않아 문제해결 속도가 느려진다. 따라서 정확성과 속도를 높일 수 있도록 훈련과 연습을 해야한다.

▷훈련과 연습

- 훈련 - 정형적인 방법을 익혀서 정확성을 높임
- 연습 - 기능을 숙달 시켜서 속도를 높임
- 훈련과 연습의 장점 - 정형적인 문제의 해결력을 높임
  - 다양한 문제의 연습을 통해서 유추적 사고의 기틀을 제공
- 훈련과 연습의 단점 - 비정형적인 특수한 사고를 요하는 문제 해결에는 도움이 안될 수도 있음

▷ 기억의 원리

- 연습은 짧게, 매일
- 연습기간에는 절차를 의미있게 기억하도록 지도
- 짧은 수업 시간에 많은 절차를 다루지 말 것
- 절차를 언어로 표현(의사 소통)하도록 하고 즉각적인 피드백 제공
- 기능이 진보되는 과정을 기록하고, 잘하는 것에 대해 보상을 할 것

5. 특수아 지도하기

수학학습에서 특수아는 영재아와 학습 부진아로 분류할 수 있다. 요즘 영재교육의 활성화로 인하여 영재교육 프로그램에 이용할 수 있는 소재가 많이 필요한데 수학의 역사 속에서 그 소재를 찾아보는 것도 좋다고 생각한다. 또한, 역사-발생적 측면에서 보았을 때, 학습부진아가 겪고 있는 인지적 장애 역시 수학의 역사 속에서 충분히 발생 가능한 것이므로 수학사를 통하여 이러한 장애를 극복하기 위한 소재들을 찾을 수 있다.

1) 수학의 역사 발생적 측면을 고려한 영재아 지도

고대 이집트와 러시아의 곱셈을 영재아에게 지도할 수 있는 내용은 각각의 곱셈 방법 이해하기, 각각의 곱셈 방법을 이용하여 곱셈하기, 각각의 방법의 원리 탐구하기, 각각의 방법이 가지는 장점과 단점 평가하기 등으로 생각해 볼 수 있다.

▣ 고대 이집트의 곱셈

	1	33	
∨	2	66	
	4	132	왼쪽수의 합이 26이
∨	8	264	되는 수를 ∨해서,
∨	16	528	∨된 오른쪽 수들의
			합을 구하면 된다.

66+264+528=858

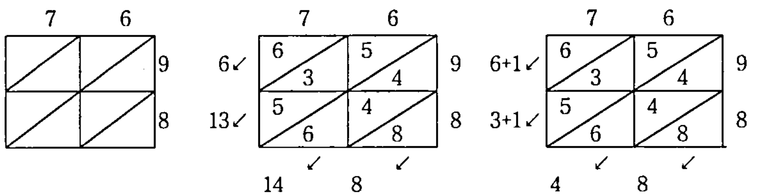
▣ 러시아 농부들의 곱셈

	18 ×	25	
∨	9	50	왼쪽 열에서 홀수인 경우
	4	100	∨표시를 하고, 같은 항의
	2	200	오른쪽 수를 모두 더한다.
∨	1	400	

50+400=450

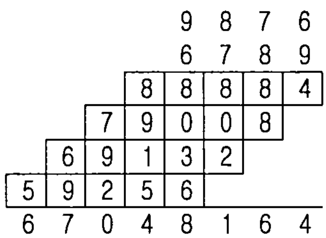
2) 수학의 역사적 심리적 발생 측면을 고려한 부진아 지도

▣ 격자법 : 격자법은 받아 올림이 있는 곱셈에서 받아올림을 쉽게 지도할 수 있는 소재로 특히 6차 교육과정에서는 많이 이용되었다.



76 × 98 = 7448

▣ 장기판법 : 장기판법은 세로셈에서 곱을 각각의 자리에 혼동하지 않고 나타낼 수 있는 좋은 방법으로 곱을 삐뚤게 적거나 각각의 자리 값을 모르는 학생들에게 좋은 지도 방법이다.



장 기 판 법

▣ 그리스의 곱셈법

$$
\begin{array}{rl}
 & 24 \\
\times & 53 \\
\hline
1000 & 60 \\
200 & 12 \\
\hline
1200 & 72 = 1272
\end{array}
$$

그리스의 곱셈법은 세로셈에서 자리값의 원리를 직접 경험해 볼 수 있는 방법으로 세로셈을 이해하지 못하는 학생들에게 지도하면 좋을 방법이다.

▣ 고대의 손가락을 이용한 곱셈

손가락의 개수가 10개이기 때문에 10진법이 발생했을 것이라고 생각할 정도로 인간은 셈을 하는데 신체를 이용하였다. (한 자리 수)×(한 자리 수), 간단한 (두 자리 수)×(두 자리 수)의 역시 손가락을 이용하여 간단하게 구할 수 있다.

(한 자리 수)×(한 자리 수)인 6×8을 손가락으로 구해 보자. 6을 왼손가락으로 세면 1개가 서있고 4개가 구부려져 있다. 8을 오른손가락으로 세면 3개가 서있고 2개가 구부려져 있다. 6과 8의 곱은 (서 있는 손가락의 수×10)+(왼손과 오른손에 구부려져 있는 손가락수의 곱)과 같다.

▣ 인도 멜빵법

학습 부진 학생들을 보면 너무나 당연한 절차를 생략하거나 잊어버려서 생기는 계산상의 오류가 많음을 볼 수 있다. 곱셈의 경우에도 곱하는 순서를 무시한다거나 빼먹는 경우가 있는데 이때 좋은 방법이 인도 멜빵법이다. 멜빵에서 알 수 있듯이 멜빵법은 다음과 같이 순서적으로 하나씩 곱하는 과정을 표시하는 방법이다.

$$
\begin{array}{cccc}
 & 2 & 3 & 4 \\
\times & & 4 & 8
\end{array}
$$

▣ 심리적 측면을 고려한 세로 셈

가로셈의 경우에는 12×3=12+12+12와 같이 곱셈의 개념과 원리를 직접 표현하는 활동들이 포함되어 있다. 그러나 세로셈의 경우에는 이러한 과정이 생략되어 있어 어려움을 겪는 학생들이 있다. 다라서 다음과 같은 방법을 이용해 보는 것도 좋을 것이다.

$$
\begin{array}{rr}
 & 12 \\
\times & 3 \\
\hline
 & 12 \\
 & 12 \\
 & 12 \\
\hline
 & 36
\end{array}
$$

■ 근접발달지역 이론에 근거한 학습 특수아 지도

학생의 근접발달 영역 안에서 학습 활동이 이루어지도록 학생의 발달 상태를 관찰, 면담, 지필평가 등을 활용해서 정확히 파악하고 이를 바탕으로 상한계를 너무 높게 잡지 않는 범위에서 곱셈이 이루어지도록 한다. 특히, 학생들의 오류를 분석하면 체계화시킴으로써 발달 지역에 따라 학생들의 학습 지도를 다음과 같이 단계별로 진행할 수 있다.

· 곱셈의 의미 이해
· 다양한 곱셈 상황을 통한 곱셈구구의 이해
· 받아 올림이 없는 두 자리 수×한 자리 수 곱셈
· 받아 올림이 있는 두 자리 수×한 자리 수 곱셈
· 받아 올림이 있는 두 자리 수×두 자리 수 곱셈

Ⅳ. 결 론

지금까지 살펴본 것처럼 본 연구에서는 자연수의 곱셈에 대한 이론적 배경과 교육과정을 알고 이를 바탕으로 수학교육이론에 근거한 자연수의 곱셈의 교수-학습 지도 방안에 대하여 거시적 입장에서 고찰해 보았다. 본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 곱셈에 대한 정의를 알고 이를 바탕으로 곱셈을 여러 가지 방법으로 접근할 필요가 있고, 특히 곱셈을 배우는 이유에 대하여 학생들이 생활과 학문에서 알 필요가 있으며 곱셈의 성질을 교과서에서 구체적으로 다루지 않지만 곱셈을 쉽게 하는 전략적 측면에서 다룰 필요가 있다.

둘째, 곱셈에 대한 개념을 단순히 제시하기보다는 왜 곱셈이 필요하고 곱셈식이 얼마나 좋은 것인지 깨달을 수 있도록 하여 덧셈과 곱셈을 연결할 수 있도록 해야 한다. 이러한 연결성은 Piaget의 평형화이론과 Freurenthal의 수학화를 통해서 강조할 수 있다.

셋째, 곱셈을 다양하게 표현하는 능력은 곱셈에 대한 이해뿐만 아니라 문제해결 과정에서 문제 이해와 직결되는 만큼 각각의 표현의 효율성과 편리성을 알고 필요에 따라 다양하게 표현할 수 있는 능력을 길러 주어야 한다.

넷째, 곱셈구구의 암기는 곱셈 문제해결에서 중요하지만 곱셈구구를 배우는 단계에서는 암기보다는 곱셈의 원리를 바탕으로 발견할 수 있도록 지도해야 하며, 학생들의 심리적인 발달 측면을 고려하여 여러 가지 방법으로 지도해야 한다.

다섯째, 곱셈에 대한 절차적 지식은 각각의 단계에 따라 유의미한 연결을 바탕으로 지도해야 하고 훈련과 연습을 통하여 체득화시킬 필요가 있다.

여섯째, 곱셈의 역사를 통하여 얻을 수 있는 다양한 알고리즘을 영재아와 부진아 지도에 적용함으로써 학생들의 심리적, 인지적 특성에 맞게 지도 해야 한다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 초등학교 7차 교육과정, 서울: 대한교과서주식회사.

교육인적자원부 (2002a). 수학 2-가, 서울: 대한교과서주식회사.

교육인적자원부 (2002b). 수학 2-나, 서울: 대한교과서주식회사.

교육인적자원부 (2002c). 수학 3-가, 서울: 대한교과서주식회사.

김응태 · 박한식 · 우정호 (1988). 수학교육학개론, 서울: 서울대학교출판부.

민족문화추진회 (1982). 고전국역총서 담헌서 III, 서울: 재단법인 민족문화추진위.

배종수 (1999). 초등수학교육 내용지도법, 서울: 경문사.

장혜원 (1997). 수학학습에서의 표현 및 표상에 관한 연구 : 표상 모델 개발을 중심으로, 서울: 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

정승진 (2003). 발전적 관점에 따른 수학 교수-학습 지도에 관한 연구, 서울: 단국대학교 대학원 박사학위 논문.

Anderson, J. R. (1980). *Cognitive Psychology and its Implication.* San Francisco: W.H. Freeman and company

Hiebert, J. (ED). (1986). *Conceptual and Procedual Knoeledge: The Case of Mathematics.* NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hiebert, J. & LeFevre. (1986). Conceptual and Procedual Knoeledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert(ED), *Conceptual and Procedual Knoeledge: The Case of Mathematics*(pp. 1-27). NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mason, J. (1987). Representing : Notes following the conference, In C. Janvier. (Ed.), *Problem of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics.* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Nakahara, T. (1994). Study of the Representation System in Mathematics Education, *Hiroshima Journal of Mathematics Educational* **2**, pp.59-67.

Resnick, L. B. & Ford, W. W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instruction.* NJ: Lawrence Erlbaum Associates.