

## 테크놀로지를 활용한 교수학적 환경에서 대수적 연산 오류 지도에 관한 연구

박 용 범 (부경대학교)

탁 동 호 (부산사상중학교)

본 연구는 중학교 1학년생을 대상으로 일차방정식의 풀이 과정에서 나타나는 오류를 분석하고 그래핑 계산기를 활용하여 오류의 교정 과정을 제시하였다. 오류의 유형을 개념적 이해 미흡 오류, 등식의 성질에 대한 오류, 이항에 대한 오류, 계산 착오로 인한 오류, 기호화에 의한 오류로 분류하였으며, 이 중에서 등식의 성질에 대한 오류와 개념적 이해 미흡으로 인한 오류를 많이 범하고 있었다. 학생들이 TI-92를 활용하여 일차방정식의 해를 구할 때, Home Mode에서 Solve 기능을 이용하여 단순히 결과만을 보는 것 보다 Symbolic Math Guide를 이용하여 풀이 과정을 선택하여 대수적 알고리즘을 형성하면서 해를 구하는 것을 선호하였다. 그리고 학생들의 정의적 및 기능적 측면을 고려해야 할 필요성을 느끼게 되었다.

### I. 서론

현재 지필 위주의 환경에서 대수 분야의 학습은 주로 계산과 기능위주로 학습을 하도록 하고 있다. 방정식이 진정한 문제해결 수단으로 수학적인 힘의 바탕이 되려면 단순히 기계적인 것이 되어서는 안되며, 그 원리에 대한 충분한 이해와 그것을 전제로 한 문제 해결에서의 적용 능력이 필요한 것이다.

최근 컴퓨터의 도입으로 대수 학습의 분야에도 변화를 볼 수 있다. “기술공학은 학교 대수의 강조점을 기호 조작으로부터 개념적인 이해, 기호 감각, 그리고 수학적 모델링으로 옮겨가도록 하고 있다.”는 것이 NCTM의 주장이다. (장경윤, 1998) 구성주의(Constructivism)에 입각한 학습자의 자기주도적 학습 또는 소집단 협력학습을 통한 교육이 강조되고 있다. 현대수학교육의 문제점으로 강의 중심의 교육과정, 교과서 중심의 획일적인 교육, 문제해결의 능력을 길러주는 자료의 빈약성, 학습진도의 고정화, 지나친 언어 중심적 강의 등을 지적하면서, 이러한 제반 수학교육의 문제를 해결하기 위한 가장 중요한 방법으로 컴퓨터의 활용을 적극 권장하였다. (신동선·류희찬, 2000)

우리나라 7차 교육과정에서도 테크놀로지의 적절한 활용과 도구화를 적극 권장하고 있다. 테크놀로지를 활용하는 학습환경은 학생들의 창의적 사고력과 문제해결력의 배양을 목적으로 다양한 탐구 활동과 문제해결 과정에서 풍부한 경험을 제공한다. 현재 각 교실에 놓여 있는 컴퓨터 한 대 만으로 수업을 하고자 할 때에는 교과서 내용을 그대로 프로젝트 화면에 옮겨 놓거나, 또는 어떤 수학적 성

질을 시각적으로 제시만 하는, 극히 제한된 사용이 이루어지고 있어 테크놀로지 활용의 근본 취지가 현장학습에 반영하지 못하고 있다.(고상숙, 2000)

본 연구의 목적은 새로운 교육용 테크놀로지를 활용한 교수학적 환경하에서 학생들로 하여금 일차방정식 풀이 오류를 교정하는 가능성을 확인하고, 수학에 대한 자신감과 긍정적인 생각을 갖도록 하는데 있으며 그 구체적인 내용은 첫째, Technology를 활용하는 수업을 통하여 수학적 개념을 발견하고 이해하는 수학을 가르치고자 한다. 둘째, 일차방정식 풀이에 대한 오류의 경향을 분석한 후, 테크놀로지를 활용하여 오류가 변화되는 과정을 살펴보고자 하였다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수학적 오류의 특성 및 분류

오류들은 종종 '놀라운' 것이거나, 매우 '지속적인' 것이거나, '체계적'이거나 '임시적'일 수 있다. 그리고, 종종 오류들은 '의미를 무시한다' 그리하여 분명히 틀린 답이 문제시되지 않는 경우도 있다.

류한영(1999)은 중학교 3학년과 고등학교 1학년 학생을 대상으로 방정식을 푸는 과정에서 학생들이 범하는 오류의 유형을 기본 지식의 결여에서 오는 오류, 조건을 잘 이용하지 못하는 오류, 등식의 미수에 따른 오류, 애매한 오류, 실수나 부주의로 인한 오류 등 다섯 개의 오류로 분류하였다.

김차숙(2003)은 중학교 1학년을 대상으로 일차방정식 문제 해결 과정에서 나타나는 오류를 이해의 오류, 처리 기술의 오류, 요구되지 않은 해답, 애매한 오류로 분류하였다.

### 2. 대수 능력에 관한 중요한 요소

Heugl은 근본적인 대수능력에 관한 중요한 요소를 표현과 형식을 찾는 능력, 구조와 같은 표현으로 변환하는 인지능력, 질적 검증에 관한 능력, 계산능력, 시각화 능력, 모듈을 사용할 수 있는 능력, 도구 사용에 관한 능력으로 일곱 항목에 대하여 설명하고 있다. 이러한 요소들을 고려함으로써 교사 중심의 수업에서 소그룹의 학생 중심의 수업으로, 연역적 방법에서 귀납적 방법으로 교수 형태의 변화를 생각할 수 있다. (허만성, 2001)

### 3. TI-92 그래핑 계산기의 특징

- 가. 양손에 들고 간편하게 사용할 수 있으며, Key를 조작하면서 결과를 관찰할 수 있다.
- 나. 수학 지식을 서로 토론, 비판하고 학생 상호간의 수학적 정보를 교환할 수 있다.
- 다. 실생활의 자료들을 수집하여 실험을 통하여 해석하는 수학적 사고능력을 배양한다.

- 라. 다양한 방법을 통하여 인지하여 수학적 문제해결능력을 배양할 수 있다.
- 마. 계산 실수의 부담을 경감시켜 줄 수 있다.
- 바. 옳고, 그름을 판단하여 잘못된 부분을 교정하여 수학적 알고리즘을 발견하게 할 수 있다.
- 사. 수학적 아이디어를 기하, 대수, 해석의 표상간의 이동이 가능하다.
- 아. 통계 분석 및 통계 그래프를 나타낼 수 있어 실제 생활 자료를 가지고 통계학습을 할 수 있다.

4. 그래핑 계산기 Home Mode에서의 일차방정식 풀이

<그림 1>과 같이 식을 입력하고 학생들이 등식의 성질을 이용하여 학생 스스로 풀이 과정을 습득 이해할 수 있고, F2의 Solve기능을 이용하여 정답을 즉각적으로 구할 수도 있다.

양변에  $x$ 를 빼면  $\rightarrow$   $3 \cdot x + 1 = x - 2$   
 양변에 1을 빼면  $\rightarrow$   $(3 \cdot x + 1 = x - 2) - x$   
 양변에 2를 나누면  $\rightarrow$   $(2 \cdot x + 1 = -2) - 1$   
 $\rightarrow$   $\frac{2 \cdot x = -3}{2}$

$3 \cdot x + 1 = x - 2$   
 $2 \cdot x + 1 = -2$   
 $2 \cdot x = -3$   
 $x = -3/2$   
 $x = -3/2$

$\blacksquare$  solve( $3 \cdot x + 1 = x - 2, x$ )  
 $\blacksquare$  solve( $3 * x + 1 = x - 2, x$ )

<그림 1> Home Mode에서의 일차방정식 풀이 화면

5. 그래핑 계산기의 Symbolic Math Guide를 활용한 일차방정식 풀이

[APPS]를 누르고 Symbolic Math Guide프로그램을 열어 Variable에 원하는 파일명을 저장하고, [F2]를 누른 후 다시 [F2]의 Solve 기능에서 일차방정식을 풀이 할 수 있다.

SELECT TRANSFORMATION  
 $3 \cdot x + 1 = x - 2$

1: add ? to each side  
 2: subtract ? from each side  
 3: multiply each side by ?  
 4: divide each side by ?  
 5: switch sides  
 6: enter subexpr selection

TYPE OR USE  $\leftrightarrow$   $\rightarrow$   $\leftarrow$   $\leftarrow$  [ENTER]=OK AND [ESC]=CANCEL

<그림 2> Symbolic Math Guide에서 일차방정식 풀이 화면

문제를 입력하고 [F4]의 Trans를 누르면 대수적 알고리즘을 학생들이 스스로 탐색할 수 있는 화면이 나온다. 비슷한 구조가 있고 전혀 다른 구조도 있다. 학생들은 여러 가지 단계를 선택하면서 풀이 과정을 이해 할 수 있다. 한편, 구해진  $x$ 의 값이 해가 되는지 [F7] 6: Verify Solution으로 검사도 가능하다. 본 논문에서는 그래핑 계산기에 내장되어 있는 Symbolic Math Guide 프로그램을 활용하여 대수적 연산 능력을 기르고자 하였다.

### III. 연구의 방법 및 절차

#### 1. 연구의 대상

본 연구의 대상은 부산광역시에 소재한 남자 중학교 1학년 1학급 34명을 대상으로 조사 연구 하였다. 학생들 가정의 사회·경제적 지위는 부산시 중에서 중하위권이다.

#### 2. 연구의 절차

단계	구분	추진내용	시기
계획 단계	문헌 연구	· 문헌 연구 · 연구주제 설정	2002 .01 02
	기초 조사	· 설문지 작성 · 실태조사 및 분석, 실행목표 설정	03 03
	계획 수립	· 연구계획서 작성	04
실행 단계	실행 1단계	· 그래핑 계산기를 활용한 수업설계 · 학습지 개발 · 교수학습 모형 개발	03~05 03~05 05
	실행 2단계	· 연구자 수업연구 · 수업 실시 · 진단평가 실시	05 06~07 06
정리 단계	검증 및 평가	· 연구결과 검증 및 분석 · 연구결과의 평가	10~12
	연구 논문	· 연구 논문 작성	2003.01~03

#### 3. 오류의 분석

오류의 분석은 연구 대상자들이 진단평가지에 직접 기록한 풀이 과정을 보고 분석하였다. 연구자는 오류를 분석하기 위해 류한영의 오류 분석과 김차숙이 제시한 오류 분석을 참고하여 본 연구에서는 5가지로 오류의 유형을 분류하였다.

- ① 개념적 이해 미흡 오류 : 일차방정식 풀이에 필요한 기본적인 개념, 이해를 몰라 전혀 문제를 풀지 못한 경우를 말한다.
- ② 등식의 성질에 대한 오류 : 등식의 성질을 이해 못하거나 등식의 성질을 잘못 적용하는 경우를 말한다.
- ③ 이항에 대한 오류 : 이항의 뜻을 모르거나, 이항을 하였는데 틀린 경우를 말한다.
- ④ 계산 착오로 인한 오류 : 계산을 잘못하여 틀린 경우, 동류항 계산이 잘못된 경우를 말한다.
- ⑤ 기호화에 의한 오류 : 정답은 맞아도 기호를 빠뜨리거나 등호를 잘못 사용하는 경우, 기초적인 대수 기호를 다루는데 있어서의 오류를 말한다.

<표 1> 문항별 오류 유형 조사

문항 \ 오류유형	①에 대한 오류	②에 대한 오류	③에 대한 오류	④에 대한 오류	⑤에 대한 오류	오류율 (%)
1. $x+5=11$	2 (6.3%)	1 (3.1%)			2 (6.3%)	5 (15.6%)
2. $x-3=7$	2 (6.3%)	1 (3.1%)			1 (3.1%)	4 (12.5%)
3. $3x=-9$	2 (6.3%)				1 (3.1%)	3 (9.4%)
4. $-\frac{x}{4}=3$	2 (6.3%)	2 (6.3%)	1 (3.1%)	1 (3.1%)	1 (3.1%)	7 (21.2%)
5. $7x-50=3x+11$	4 (12.5%)	5 (15.6%)		1 (3.1%)	3 (9.4%)	13 (40.6%)
6. $-3x+7=8x-5$	3 (9.4%)	4 (12.5%)		3 (8.4%)	1 (3.1%)	11 (34.4%)
7. $4(x-1)=2x+8$	3 (8.4%)	2 (6.3%)		5 (15.6%)	3 (9.4%)	13 (40.6%)
8. $0.2x-3=0.5x$	5 (15.6%)	3 (9.4%)		4 (12.5%)	1 (3.1%)	13 (40.6%)
9. $\frac{x-8}{5}=\frac{x}{3}$	4 (12.5%)	9 (28.1%)		5 (15.6%)		18 (56.3%)
10. $\frac{1}{2}x-0.75x=\frac{2x-7}{6}$	4 (12.5%)	12 (37.5%)		5 (15.6%)	1 (3.1%)	22 (68.8%)
오류율(%)	31 (28.4%)	39 (35.8%)	1 (0.9%)	24 (22.0%)	14 (12.8%)	

일차방정식을 문항별로 오류 유형을 조사한 내용은 <표 1>과 같이 등식의 성질에 대한 오류가 35.8%, 전혀 문제를 못 푸는 개념 이해에 대한 오류가 28.4%를 보여, 개념적 혼돈과 절차적 방법, 알고리즘, 그리고 규칙의 적용에서 나온 오류를 많이 범하고 있었다.

### IV. 연구의 실행

#### 1. Technology를 활용한 수업설계

시간:90분	1학년 7-가 단계 IV. 일차방정식			
학습 목적		추론	연결	의사소통
	개념형성과 이해	●		
	절차적 지식			●
	문제해결			
실생활에서 생기는 문제를 방정식으로 나타내어 풀게 함으로써 방정식이 우리 생활과 밀접한 관계를 가지고 있음을 깨달아 수학에 흥미를 갖는다.				
학습목표	TI-92의 Symbolic Math Guide를 활용하여 일차방정식을 풀 수 있다.			
과제분류	closed형(절차에 따라 개념적 이해에 이르는 표현 행위 활동 유형의 과제)			
과제범위	일차방정식과 그 해			
과제 설정	준비 단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>· (일차방정식)=0의 꼴로 나타나는 방정식을 일차방정식임을 확인한다.</li> <li>· 등식의 성질을 상기하면서 일차방정식의 풀이를 이해하도록 한다.</li> <li>· 간단한 일차방정식에서 복잡한 일차방정식의 해를 구한다.</li> <li>· Symbolic Math Guide를 이용하여 푼 것과 비교해 볼 수 있도록 한다.</li> </ul>		
	실행 단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 주어진 문제의 오류를 찾아내어 옳게 고쳐 본다.</li> <li>· Symbolic Math Guide를 이용하여 일차방정식의 해를 구해 본다.</li> <li>· 학생이 원하는 풀이 방법의 단계를 선택한다.</li> <li>· 구한 <math>x</math>의 값이 해가 되는지 검산하여 확인한다.</li> <li>· 각 조별로 여러 가지 일차방정식을 풀어 발표한다.</li> </ul>		
결과 평가	교사 (동료 교사 와 함께 평가)	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 일차방정식 풀이 방법을 공식처럼 외우지 않고 문제풀이 과정의 순서에 맞게 알고리즘화하여 풀게 했는가?</li> <li>· 방정식이 해를 구한 후 검산을 하여 상황에 맞는 옳은 해를 구했는지 확인하는 습관을 갖도록 지도하였는가?</li> <li>· 여러 가지 유형의 일차방정식을 각 유형에 맞는 풀이방법에 따라 풀 수 있도록 지도하였는가?</li> <li>· 학습자에게 적절한 수준의 수학적 요구였는가?</li> <li>· 적절한 교수 전략이었는가?</li> <li>· 설정한 주제를 학습자가 모두 다루었는가?</li> <li>· 활용된 수학개념을 학습자가 충분히 이해하였는가?</li> </ul>		
	학 습 자	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 괄호를 풀 때에는 부호를 주의하고, 괄호 속의 수에 곱했는지 확인하였는가?</li> <li>· 등식의 성질을 충분히 이해하지 못한 채 일차 방정식을 기계적으로 암기하여 풀고 있는 것이 아닌가?</li> <li>· 서술내용을 보고 오류를 발견하는가?</li> <li>· 연필로 종이에 써서 풀이 할 때와 계산기의 버튼으로 풀 때의 차이점에 대해 느끼는가?</li> </ul>		

## 2. 수학활동 학습지 제작

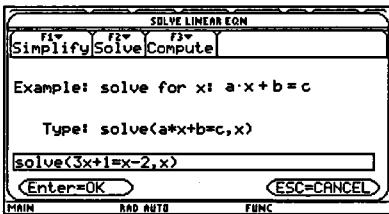
TI-92로 수업하기에 적합한 중학교 수준의 학습자료가 양적, 질적으로 부족하므로 다양한 수업모형 구현과 학생들의 흥미를 이끌어 문제 해결 활동을 적극적으로 할 수 있는 자기 주도적 학습 능력을 신장시키기 위한 학습지를 제작하고자 하였다.

분류기호	단원명	학습 주제	학습일자	학번	이름
1-IV-2	IV.일차방정식의 풀이	Symbolic Math Guide를 이용한 일차방정식 풀이	월		
소요시간			일		
90분			교시		

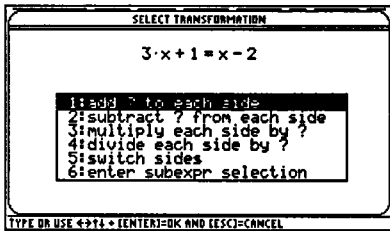
Symbolic Math Guide를 이용해 일차방정식을 풀어보자.

1. 일차방정식  $3x+1=x-2$ 을 풀어라.

1) 아래와 같이 문제를 입력한 후, 풀이과정을 생각하면서 진행하자.



2) 식을 입력하고 [F4]Trans를 누르면 아래의 화면이 나온다.



· 단계마다 선택한 내용과 그 결과를 아래에 적으면,

[ON]

▶[APPS]를 눌러 1: FlashApps...

[Enter]

Symbolic Math Guide ▶New Variable에 원하는 파일명 저장 [Enter] [Enter]

▶활용 방법

- Simplify, Solve, Compute 중 풀고자 하는 문제유형을 선택한 후, 문제 입력
- 원하는 풀이 방법의 단계를 생각한다.
- [F4]Trans를 누른다.
- 원하는 풀이방법의 단계를 선택한다.  
선택에 의해 나타난 결과를 확인한다.
- 나타난 결과의 값을 간단히 정리(simplify)하고자 할 때는 [Enter]를 누른다.
- 단계 선택이 잘못된 부분이 발견되면, 그 부분에 cursor를 두고, [F1] 7: Delete Step을 이용해 삭제한다.
- 다른 풀이방법을 적용해 보고자 할때는 그 부분에 cursor를 두고 [F4]Trans 방법을 선택해 본다.

양변에 1을 빼면,  $3x+1-1=x-2-1$

간단히 하면,  $3x=x-3$

양변에  $x$ 를 빼면,  $3x-x=x-3-x$

간단히 하면,  $2x=-3$

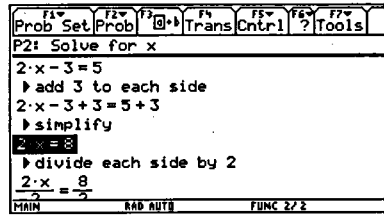
양변에 2를 나누면,  $x=-\frac{3}{2}$

· 구해진  $x$ 의 값이 해가 되는지 [F7] 6: Verify Solution 으로 검사하자.

2. 일차방정식  $2x-3=5$ 를 풀어라.

풀이방법	결과

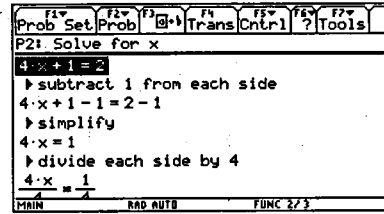
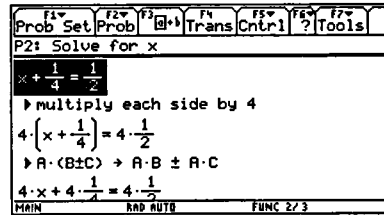
2.  
▶ [F2] 1: New Problem



3.  
▶ [F2] 1: New Problem

3. 일차방정식  $x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ 을 풀어라.

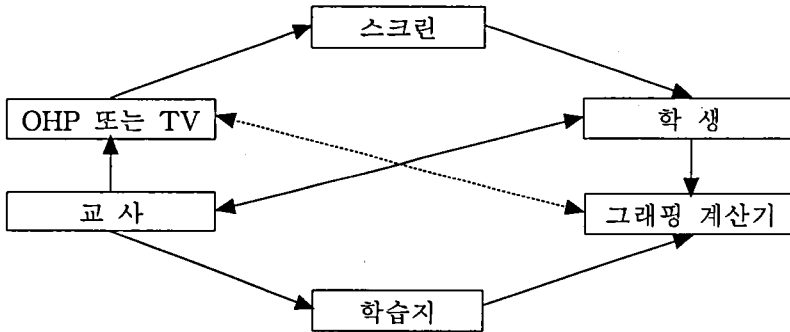
풀이방법	결과





### 3. 교수-학습의 실제

조편성을 4인 1조로 하여 조별로 상호 토론하면서 학생 스스로 문제를 해결하고, 그 결과를 얻을 수 있게 하였다. 학생이 학습활동의 주체가 되고, 교사는 보조자로서 역할을 하는 수업 형태가 되도록 하였다. <그림 3>과 같은 그래핑 계산기의 활용을 위한 수업모형으로 수업을 진행하였다.



<그림 3> TI-92 활용 수업 모형도

학생들의 수업관찰에서 방정식의 해를 구할 때 Home Mode에서 Solve로 결과만 보는 것보다 Symbolic Math Guide에서 과정을 선택하면서 해를 구하는 것을 더 선호하는 경향을 가진 학생들이 2/3정도 눈에 띄었다. 그러나 1/3 정도는 계산기를 사용하지 않고 연필로 풀려고 하였다.

### 4. 오류 유형의 설정

본 연구에서는 일차방정식 풀이 과정에 있어 5개의 오류 유형을 설정하였으며, 각 유형별 예를 학생들의 protocol을 이용하여 다음과 같이 제시하였다.

#### 가. 개념적 이해 미흡 오류

일차방정식 풀이에 필요한 기본적인 개념, 이해를 몰라 전혀 문제를 풀지 못한 경우를 말한다. [그림 4]는 양변에 10을 곱할 때에 3에는 곱하지 안 했고, 동류항 계산을 할 때에도 오류가 있으며,  $3x=3$ 에서 3을 나누어야 할 것을 이항과 혼돈을 하여 우변에서 3-3을 하였다.

#### 나. 등식의 성질에 대한 오류

등식의 성질을 이해 못하거나 등식의 성질을 잘못 적용하는 경우를 말한다. <그림 5>는 등식의 성질을 무시한 채 양변에 상수항  $-12$  를 나누어 생긴 오류라고 볼 수 있다.

**다. 이항에 대한 오류**

이항의 뜻을 모르거나, 이항을 하였는데 틀린 경우를 말한다. <그림 6>은 좌·우변의  $-50$ 과  $3x$ 를 이항 할 때에 부호를 바꾸지 않고 이항을 하여 계산을 한 오류라고 볼 수 있다.

**라. 계산 착오로 인한 오류**

계산을 잘못하여 틀린 경우, 동류항 계산이 잘못된 경우를 말한다. <그림 7>은 마지막 부분에서  $-3x=30$ 의 양변을  $-3$ 으로 나누었을 때 부호 계산을 잘 못하여 생긴 오류라고 볼 수 있다.

**마. 기호화에 의한 오류**

정답은 맞아도 기호를 빠뜨리거나 등호를 잘못 사용하는 경우, 기초적인 대수 기호를 다루는데 있어서의 오류를 말한다. [그림 8]은 앞부분에 등호를 붙이지 말아야 할 곳에 등호를 붙인 경우이다.

4.  $0.2x - 3 = 0.5x - 5$   
 $2x - 5x = 3$   
 $-3x = 3$   
 $x = 0$

<그림 4> 개념적 이해 미흡 오류 예시

6.  $-3x + 7 = 8x - 5$   
 $-3x - 8x = -5 - 7$   
 $-11x = -12$   
 $x = \frac{12}{11}$

<그림 5> 등식의 성질에 대한 오류 예시

5.  $7x - 50 = 3x + 11$   
 $7x + 3x = -50 + 11$   
 $10x - 39 = 0$   
 $10x = 39$   
 $x = \frac{39}{10}$

<그림 6> 이항에 대한 오류 예시

8.  $0.2x - 3 = 0.5x$   
 $2x - 30 = 5x$   
 $2x - 5x = 30$   
 $-3x = 30$   
 $x = 10$

<그림 7> 계산 착오로 인한 오류 예시

1.  $x + 5 = 11$   
 $= x + 5 = 11$   
 $= x = 11 + 5$   
 $= x = 6$

<그림 8> 기호화에 의한 오류 예시

**5. Symbolic Math Guide를 활용한 오류 교정지도**

대체로 개념 이해의 오류를 보인 학생은 절차적 처리 기술의 오류도 범하는 경향을 보였다. 따라서, 암기와 숙달에 앞서 개념과 원리에 대한 완전한 이해가 전제된 후에 방정식 풀이를 숙달시키는 것이 필요한 것이다. 다음은 학생이 틀린 문제에 대하여 Symbolic Math Guide를 활용하여 개념 형성 오류 지도와 절차적 오류를 지도할 때 본 연구자와 학생간의 토의 중 일부이다.

교사: 네가 틀린 문제를 계산기의 Symbolic Math Guide를 이용하여 과정을 알아보자. 프로그램을 열어 식을 입력하여 보렴.

학생: 예. (아래 그림과 같이 프로그램을 열어 식을 입력한다.)

교사: 먼저 무엇을 해야 될까?

학생: 좌변의 4를 오른쪽으로 이항을 해야 돼요.

교사: 이 계산기에는 이항이라는 것이 없는데 어떻게 하지? 그 대신에 [F4]를 눌러 찾아보렴 해를 구하는 방법이 있을 테니까?

학생: ([F4]를 누르고 생각한다.) 1번을 해 볼까요?

교사: 그래. 한 번 해보렴.

학생: ([Enter]하고 4를 누르고 [Enter], [Enter]를 누른다.) 어, 양변에 4씩 더해지는데요.

교사: 그렇게 되면 어떻게 될까?

학생: 좌변의 상수항이 자꾸 커지는데요. [F4]의 2번을 해볼까요?

교사: 그래. 스스로 찾아봐.

학생: (커서를 위로 올려 원래의 식  $-3x + 4 = -2$  위에 놓고 [F4]를 누르고 2번을 선택하여 4를 누르고 [Enter], [Enter]를 누른다) 어, 양변에 4씩 빼지네요. 2번이 맞네요.

교사: 그래. 잘했어.

학생: 선생님 그러면, 1번은 안되나요?

교사: 글썸. 될 것도 같은데. 한 번 찾아볼래?

학생: (커서를 다시 위로 올려 원래의 식  $-3x + 4 = -2$  위에 놓고 [F4]를 누르고 1번을 선택하여 많은 숫자를 누르면서 찾아본다.) 선생님 못 찾겠어요. 힌트 하나만 주세요.

교사: 반대로 생각을 하여 보렴. 양수의 반대 숫자는 무엇이지?

학생: (-4를 눌러본다.) 아하, -4를 더하면 돼는구나?

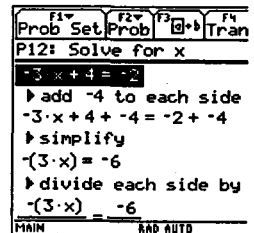
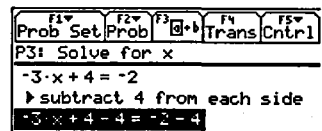
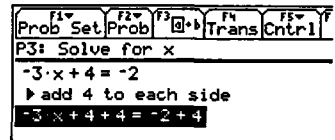
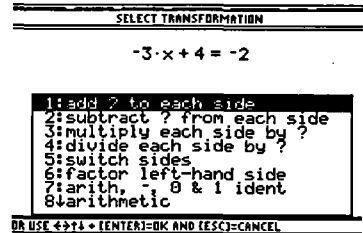
교사: 잘했어. 4를 뺀다는 의미와 -4를 더한다는 의미는 같다는 사실을 유리수의 뺄셈에서 배웠잖아.

학생: 기억나요. 선생님, 다음 단계는 어떻게 하면 되나요.

교사: 그것도 [F4]를 눌러서 생각해 보렴.

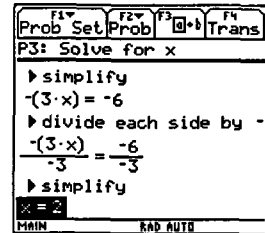
학생: (커서를  $-3x = -6$ 위에 놓고 [F4]를 누르고 3번을 선택하여 찾아본다.) 3번은 양변에 숫자가 곱하여 저서 숫자가 자꾸 커지는데요. 4번을 눌러 찾아보겠습니다. ([F4]의 4번을 선택하여 찾아본다.) 4번은 양변에 숫자가 나누어지네요. 양변을 나누는 것이 맞네요. 【교정】

학생: 선생님, 숫자가 넘어가면 부호가 바뀌지 않아요.



교사: 글썸다. 모든 수가 그렇지는 않을텐데. 다른 문제를 입력하여 찾아보렴. 뽀셈과 음수는 다를 텐데?

학생: (새로운 문제를 만들어 찾아본다.) 아하, 덧셈, 뽀셈은 등호를 넘어가서 반대로 계산하면 되고,  $x$  앞의 숫자는 곱셈이 생략되었으므로 나누어야 되는군요. 【교정】



## V. 연구 검증 결과 및 분석

### 1. 학업성취도 변화

본교의 1학기 중간고사와 기말고사 점수의 평균은 사전검사 보다 사후검사가 8.1점 향상되었고, 표준편차는 사후검사의 표준편차가 낮은 것으로 보아 계산기를 활용한 수업이 학생들의 학력 신장에 효과가 있었다고 볼 수 있다.

〈표 2〉 학업성취도 사전·사후 검사 점수의 비교

집 단	사 전 검 사(중간)			사 후 검 사(기말)		
	학생수	평균	표준편차	학생수	평균	표준편차
연구반	34	57.3	26.5	34	65.4	22.8

### 2. 수학의 정의적 특성에 대한 학생의 반응도

계산기를 활용한 수업의 흥미도는 '아주 재미있었다.'와 '재미있었다.'가 76.5%로 연구전 수학교과 흥미도 조사의 59% 보다 17.5% 향상되었다. 수업내용에 대한 이해도 반응에서는 54.9%가 이해가 잘 된 것으로 반응하였다. 수업에 참여한 정도는 61.8%가 적극적으로 참여하였다고 하였으며, 학습의욕의 변화는 70.6%가 학습의욕이 높아졌다고 하였다. 계산기 수업이 학력신장에 미친 효과는 82.4%가 효과가 있었다고 하였다. 이는 기호 연산 조작이 가능한 새로운 수업매체인 TI-92 계산기의 활용으로 학생들의 흥미를 자극하여 적극적인 수업참여와 스스로의 탐구·조작활동이 학생들의 수업내용 이해를 도와 학습의욕을 높여 주었다고 볼 수 있다.

### 3. Symbolic Math Guide를 활용한 수업에 대한 학생의 반응도

Symbolic Math Guide를 활용한 수업이 재미있었다고 응답한 학생이 67.7%로 나타났다. 수업의 이해도의 질문에는 '이해가 잘되었다.'고 응답한 학생이 50%이고 '보통이다.'라고 응답한 학생이 38.2%로 나타난 것은 교수·학습 지도 방법에 더 많은 연구가 필요하다. 과정을 안내해주기 때문

에 Symbolic Math Guide를 활용하는 수업이 쉽다고 하였고, 중학교 1학년 학생들에게는 영어로 되어 있어서 어려운 것으로 나타났다. 메뉴가 한글화로 되어 있으면 더 쉽게 접근이 가능할 것이다.

#### 4. 계산기 활용시의 유의점

학교 수학의 전통적인 표기 방식과 계산기의 표기 방식에서의 차이점이 학생들에게 혼란을 야기할 수 있다. 예컨대, 일차방정식  $2x+3=7$ 을 TI-92 계산기의 Home Mode에서 풀려고 할 때, 양변에 3을 빼면 계산기 화면에  $(2x+3=7)-3$ 으로 나타난다. 어떤 학생들은 지필 환경에서  $2x+3=7-3$ 으로 푸는 학생을 발견하였다. 계산기 활용 시간을 너무 많이 주었더니 학생들의 통제가 힘이 들었고, 장난하고 노는 학생들이 많이 생겨 본시 학습의 목표를 달성하지 못하는 시간이 많았다. 교사의 적절한 설명과 학생들의 계산기 활동이 함께 잘 조화되었을 경우에 계산기의 효과가 배가된다고 할 수 있다. 계산기 활용 수업을 성공적으로 이끌기 위해서는 무엇보다도 교사의 치밀한 사전 계획과 준비가 필요하다는 사실을 알 수 있었다. 사전 준비가 철저하면 수업 시간에는 교사의 역할은 주로 보조자의 역할을 하면 된다.

## VI. 결론 및 제언

### 1. 결론

본 연구의 연구 과정과 연구 결과의 검증을 통하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

가. 방정식의 해를 구할 때 Home Mode에서 Solve로 결과만 보는 것 보다 Symbolic Math Guide에서 과정을 선택하며 해를 구하는 것을 더 선호하였다.

나. 교과서 내용을 재구성한 수학활동 학습지의 사용으로 개인차에 따른 일차방정식 풀이의 오류를 줄일 수 있었다.

다. 수학활동 학습지는 자기주도적으로 수학적 개념 형성과 자기 반성, 동기유발, 그리고 수학의 가치와 수학에 대한 태도, 학습자의 정서적 변화 상태를 관찰 할 수 있었다.

라. 지필 환경에서 보다 계산기의 실행조작으로 인한 교수·학습이 대수적 알고리즘을 잘 이해하였다.

마. 학생들로 하여금 수학에 대한 태도, 흥미 유발, 자신감과 긍정적인 생각을 가질 수 있게 하였다.

## 2 제언

이상의 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

가. 본 연구에서는 이미 형성된 수학적 오류들에 대한 교정을 위해 교육용 테크놀로지를 활용한 교수학적 환경의 변화를 시도하였다. 이 과정에서 기존의 오류들이 어느 정도 교정되기는 하였으나, 반면에 새로운 오류들이 발생하기도 하였다. 그러므로 테크놀로지가 지닌 교수학적 한계점을 인식하고 새로운 교수학적 환경하에서의 오류를 교정하기 위한 교수·학습 방법에 대한 논의가 더 이루어져야 한다.

나. 테크놀로지를 활용한 수업이 창의력과 문제해결력을 키우기 위해서는 학습목표에 도달할 수 있는 Open형 과제의 학습지 개발이 필요하다.

다. 기존의 지필환경하에서 전개되었던 수학 학습 내용을 테크놀로지적 환경에 맞도록 재구성하는 연구가 체계적으로 이루어져야 할 것이다.

라. 계산기를 활용한 방정식 풀이방법이 학생들에게 좀더 유용하려면 테크놀로지를 활용하는 수학 교육 방법에 대한 교사의 신념의 변화가 필요하므로 교사의 전문성 향상을 위한 효율적인 교사 재교육의 기회가 필요하다.

마. 대수 교육의 새로운 장을 열게 하는 소프트웨어와 하드웨어가 우리의 기술과 언어로 제작되어 학교교육 현장에 보급될 수 있도록 다방면의 지원과 협조가 요구된다.

## 참 고 문 헌

- 신동선·류희찬 (2000). 수학교육과 컴퓨터, 서울 ; 경문사.
- 고상숙 (2000). 우리의 현장은 변하고 있는가? 수학수업에서 교사의 당면과제, 대한수학교육학회 2000년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, pp.87-111.
- 김부윤 외 3인 (1998). 중등수학교육에서 Symbolic Graphing Calculator를 활용한 수업모형과 IT's 작성, 대한수학교육학회 1998년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, pp.325-347.
- 김차숙·류희찬 (2002). 중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 오류 분석과 교정에 관한 연구, 대한수학교육학회 2002년도 동계 수학교육학연구발표대회 논문집, PP. 405-426
- 류희찬 (1998). 컴퓨터를 활용한 수학교육의 이론과 실제, 대한수학교육학회 1998년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, pp.29-43.
- 박용범 외 2인 (1999). 수학개념의 자기주도적 구성을 위한 교수·학습 모델 개발, 한국수학교육학회지 시리즈E 수학교육논문집, 제9집, pp.97-114.
- 부산대학교 부설 중등교육연수원 (2001). 제7차 교육과정에서 그래픽 계산기(TI-92)의 수학과 교수·학습의 실제 심화과정 교재, 부산대학교.

- 이월숙 (2002). 그래픽 계산기 활용 및 학습과제를 통한 함수 영역의 이해력 증진, 한국교총 현장교육연구보고서.
- 이종영 (1999). 컴퓨터 환경에서의 수학 학습-지도에 관한 교수학적 분석, 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- 장경운 (1998). 대수교육에서의 컴퓨터 활용과 전망, 대한수학교육학회 1998년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, pp.45-64
- 허만성 (2001). 중등학교 수학교실에서 컴퓨터 대수와 동적기하를 포함한 Tool과 그 개념을 활용한 Technology에 관한 연구, 대한수학교육학회 2001년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, pp.961-982.
- Balacheff, N., Cooper, M., Shutherland, R., & Warfield, V. (1997). *Theory of Didactical Situation in Mathematics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Helmut, H. (1999). The Necessary fundamental algebraic competence in the age of Computer Algebra System, *Proceedings of the 5th ACDC Summer Academy*.
- Kaput, J., & Roschelle, J. (1999). *The Mathematics of change and variation form a millennial perspective*: New content, new context. In C. Hoyles, C. Morgan, G. Woodhouse (Eds.). *Studies in Mathematics Education Series 10, Rethinking the Mathematics Curriculum*. London. Falmer press.
- Texas Instruments (2000). *TI-89/TI-92 Plus Guidebook Symbolic Math Guide*, Texas Instruments