韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 18집 제 2호, 2004. 7. 473-482

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 18, No. 2, July. 2004. 473-482

코펜하겐의 수학산책

박 혜 숙 (서원대학교)

Ⅰ. 서론

Freudental은 수학은 무엇이며, 수학의 가장 본질적인 특성은 무엇인가를 탐색함으로써 수학에 가장 적절한 학습-지도 방법을 구안하고자 하였으며, 수학화를 중시하는 재발명 방법을 제시하고 있다. 그는 수학을 '기성 수학'과 활동으로서의 수학, 곧 '실행 수학'으로 구분하고 활동으로서의 수학을 강조하고 있다. 따라서 학생들에게 이미 조직화된 수학을 부과하는 것이 아니라 학습자에게 적절한 현실적인 현상을 제공하여 학생 스스로 창조적 활동을 통해서 직접 현실을 수학적으로 조직하는 경험을 제공하고자 하였으며, 이런 경험을 통해 수학을 진정으로 이해하게 하고, 필요한 상황에서 수학을 응용할 수 있는 발전적 조작 가능성을 갖도록 하는 것이 수학교육에서 무엇보다도 중요시되어야 할 것으로 생각하였다(정영옥, 1997).

Freudental의 이런 생각을 실천에 옮긴 것이 현실적 수학교육(Realistic Mathematics Education; RME)으로, 현실적 수학교육에서 가장 중요한 것은 수학화의 근원이자 응용의 근원으로 삼고 있는 현실 상황에 관한 문맥을 찾아내는 것이다. 실생활의 상황뿐만 아니라 자연과학, 사회과학, 공학, 의학, 경영·경제학 등 여타 학문에서 활용되는 상황, 그리고 수학적 원리와 법칙이 발명된 역사적 상황 등 다양한 문맥 상황을 경험함으로써 학생들은 문제속 변인 사이의 관계를 이해하고, 수학적 모델을 만들어내며, 자기 나름의 비형식적 수학 구성에서 이른바 형식적 수학으로 나아갈 수 있기 때문이다(Streefland, 1990; 김원경·백경호, 2004 재인용).

이와 같은 맥락을 적용하기 위한 교수-학습 자료의 개발은 정영옥(1999), 김용성(2000), 이승희(2002), 권오남 외(2002), 김원경·백경호(2004) 등에 의하여 이루어져 왔다.

한편, 게임이나 활동은 학생들의 흥미 유발에 긍정적인 효과가 있으며, 수학적 개념의 본질과도 관련이 있다. Piaget에 의하면, 수학적 개념은 발생적, 조작적 본성을 지니고 있다(Beth and Piaget, 1961; 우정호, 1998). 또한, Brousseau(1997)의 교수학적 상황론에 따르면, 수학 학습은 수학적 개념이 실제로 기능하는 게임 상황을 통해서 이루어지는 것이 바람직하다. 가르치고자 하는 수학 내용의 본질이 살아서 기능하는 게임 상황 속에서 학생들은 '행동-형식화-타당화-제도화'의 단계를 따라 자연스럽게 수학을 학습하게 된다.

실제로, 지루한 수학 교과 내용을 다루기보다 재미있는 게임을 통하거나 실생활 속에서의 체험을 통하여 자연스럽게 수학으로 유도할 수 있는 프로그램을 운영하여 중·하위 그룹의 학생들을 대상으

로 캠프를 실시한 결과 학생들의 수학적 성향과 태도가 긍정적으로 변화하였음을 알 수 있었다(박혜숙 외, 1999).

이와 같이, 학생들의 수학 교과에 대한 거부감을 줄이고 친밀감을 갖게 하여, 자신도 할 수 있다는 자신감을 심어주는 것이 필요할 것이다. 덴마크의 수학교사협의회에서는 이와 같은 관점에서 수학산책(Mathematical Walk)을 기획하였다. 그들은 코펜하겐 시내를 거닐면서 다양한 건축물과 거리풍경을 보고, 그 대상에서 기하학적 모양과 패턴을 학생 스스로 찾아내어 관찰하고 토론하도록 유도하고 있다. 이를 통하여 학생들로 하여금 수학적 아름다움을 느끼게 하며, 실생활에서 얼마든지 수학을 확인할 수 있음을 깨닫게 하고 있다.

본고에서는 이러한 수학산책을 소개하고, 한국에서의 수학산책도 몇 가지 제시하고자 한다.

Ⅱ. 본 론

1. 코펜하겐의 수학산책

코펜하겐 시는 1167년에 압살론(Absalon) 주교에 의하여 처음으로 성이 세워져서 그를 코펜하겐 시의 창설자라고 생각하고 있다. 그 후 크리스티안(Christian) 4세 왕에 의하여 코펜하겐 시의 구 시가지 및 많은 건물들이 세워지게 되었는데, Round Tower와 Rosenborg Castle 등이 그 대표적인 예이다. 그 후 세 차례에 걸친 화재로 많은 건물들이 불에 타고 1800년 이후에 새로운 건물들이 많이 지어지게 된다. 따라서 코펜하겐 시내를 거닐어 보면 다양한 건축양식을 발견할 수 있고, 이를 통하여 도형과 패턴에 대한 수학적 표현을 할 수 있게 된다.

즉, 건축물과 조형물 모양의 다양한 형태를 표현하기 위하여 수학적 용어를 사용하며, 건축물 속에 포함된 기하학적 모양을 찾아서 이를 수학적 용어로 표현할 수 있고, 또한 건축물 속에 포함된 기하학적 모양에 대한 자율적인 논의를 통하여 도형의 동형과 닮음, 변환 및 두 도형의 기하학적 차이에 대하여도 깨닫는 등의 다양한 수학적 경험을 함으로써 수학적 아이디어와 사고를 계발할 수 있도록 하는데 수학산책의 목적이 있다고 할 수 있다.

이 때 사용할 수 있는 수학적 용어들은 다음과 같다.

- 선 : 직선, 곡선, 평행선, 꼬인 위치, 선분의 길이
- 평면도형 : 정다각형, 다각형의 종류, 다각형의 일부, 테셀레이션, 다각형의 넓이,
- 입체도형 : 다면체, 다면체의 종류, 다면체의 부피
- 각 : 예각, 둔각, 직각, 각의 크기
- 변환 : 점대칭, 선대칭, 닮음변환, 합동변환, 회전이동

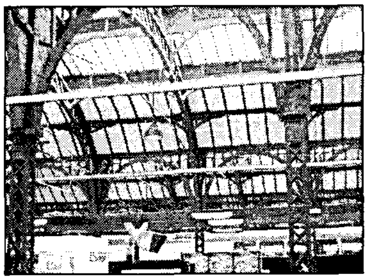
이제, 코펜하겐의 건물 또는 공공시설을 이용한 수학산책을 소개하기로 한다.

가. Central Station

1903년에 세워진 코펜하겐 중앙역 지붕은 나무로 골격을 이루고 있고, 많은 수학적 도형을 찾아볼 수 있다.

1) 중앙역 지붕

우선, 지붕을 이루고 있는 나무골격에서 서로 다른 호의 종류를 찾아보도록 하고, 각 호를 일부분으로 하는 원의 반지름을 추정하도록 하며, 지붕에 사용되고 있는 삼각형의 종류를 찾고, 삼각형이 사용된 이유를 설명하도록 한다.



<사진 1> 코펜하겐 중앙역

2) 창문

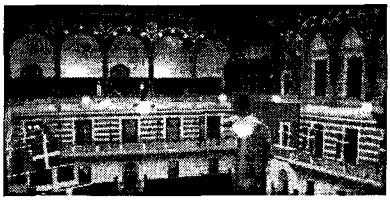
코펜하겐 중앙역의 창문과 창틀은 여러 가지 형태를 하고 있다. 이 때, 몇 종류의 창틀이 사용되었는지 돌아다니며 확인하도록 하고, 창에는 모두 몇 개의 유리 조각이 사용되었는지 추정해 보도록 한다. 또한 정사각형 모양의 유리창은 모두 몇 개인지 확인하도록 한다.

3) 바닥

중앙역의 바닥을 이루고 있는 타일 모양의 이름과 종류를 말하도록 하고, 사용된 타일의 넓이를 비교하게 한다. 또, 모눈용지에 여러 가지 도형을 사용한 테셀레이션을 하여 학생 스스로 자신만의 바닥꾸미기를 하여 보도록 유도한다.

나. The City Hall

코펜하겐 시청건물은 1982~1905년 사이에 지어진 것으로서, 건축가 Martin Nyrup이 이태리에 여행하던 중에 Siena의 시청을 보고 영향 받아 지은 것이라 한다. 이 건물의 양쪽에는 대칭이 되는 탑이 있고, 제일 높은 종탑을 제외하면 대체로 대칭을 이루는 건물 모양을 하고 있으며 많은 부분에 금박을 입혀 놓아 아름다운 형태를 하고 있다.



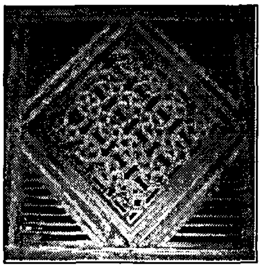
<사진 2> 시청 내부

1) 문틀

시청의 문틀과 창틀에는 많은 호와 문양이 사용되고 있는데, 중앙홀에서 볼 수 있는 호의 종류를 찾아보도록 한다. <사진 2>는 시청 중앙홀을 3층에서 내려다 본 것으로, 2층과 3층에는 시의원 사무실이 있다.

2) 문양

시청 건물에는 특히 전통 문양을 포함한 여러 문양이 사용되고 있는데, 이 건물에 사용된 문양의 종류를 파악하도록 한다. <사진 3>은 바이킹 시대의 매듭을 본떠서 만든 노르웨이의 오래된 전통 문양이 사용된 시청 바닥을 보여주고 있다.



<사진 3> 전통문양

다. Our Lady's Church : The Cathedral of Copenhagen

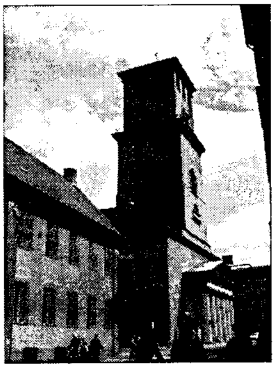
이 건물은 1811~1826년 사이에 새로 지어진 것으로, 넬슨제독이 1807년 코펜하겐에 포격을 가하여 원래 종탑은 무너지고 건축가 Hansen에 의하여 지금과 같은 사각기둥 모양의 종탑을 가진 건물로 대체되었다(<사진 4> 참조).

1) 종탑

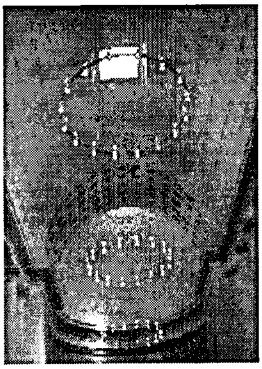
이 종탑의 밑면의 둘레와 높이의 비를 추정해 보도록 한다.

2) 샹들이에와 아치형 천정

회당의 중앙 통로를 실제로 걸어가면서 샹들리에가 원에서 타원으로 변하는 모습을 보도록 하고, 정확하게 원으로 보이려면 어디에 서 있어야 하는지 그 위치를 찾도록 한다. 또, 이 샹들리에의 반지름을 추정해 보며, 반구형 천정의 부피도 계산해 본다.



<사진 4> 성마리아교회



<사진 5> 교회 천정

라. The Round Tower

이 건물은 1642년에 크리스티안 4세가 천문대로 쓰기 위하여 지어진 것으로, 건물 꼭대기에 망원경을 설치하여 실제로 화성을 관측하였다고 한다.

1) 원형탑

원형탑의 둘레와 높이 중에서 어느 것이 더 크겠는지 추측하도록 하고, 원형탑의 모양이 달력과 관계가 있다는 주장의 근거를 추측하도록 한다.

2) 내부 나선형 길

<사진 6> 원형탑

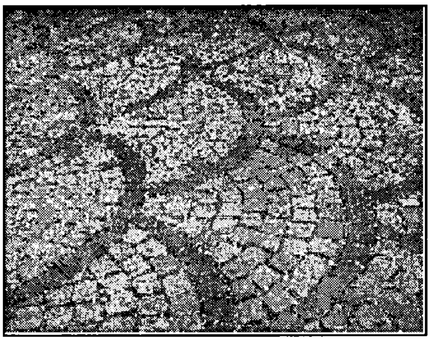
크리스티안 4세가 말을 타고 그대로 올라 갈 수 있도록 하기 위하여 계단 대신에 경사진 나선형의 길을 만들었다고 하는데, 이 길의 꼭대기에서 공을 굴렸을 때 바닥에 닿는 것은 몇 초 후가 되겠는지 핸드폰 등을 이용하여 정확한 시간을 재어 보도록 한다. 또, 공이 굴러가는 곡선 길을 어떻게 표현할 것인지 설명하도록 한다.

마. 거리의 풍경

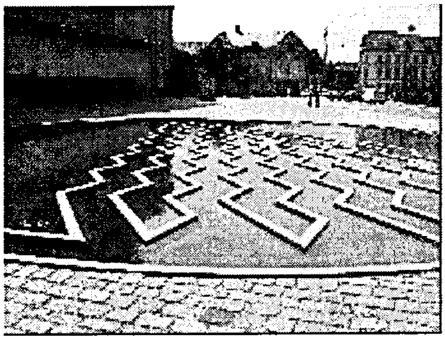
코펜하겐 시의 구 시가지를 거닐면 옛 건축물이 다양하게 병풍처럼 드리워져 있는데, 건축물의 세부 구성 요소에는 다양한 기하학적 요소가 사용되고 있음을 알 수 있으며, 건물뿐만 아니라 주위를 주의 깊게 살펴보면 가구나 도로(<사진 7> 참조)에서도 기하학적 구조를 찾을 수 있다.

바. Thorvaldsen's Museum

이 박물관은 사각형 공간에 들어간 것으로 착각할 정도로 사각형을 기본으로 하는 패턴을 적용한 여러 가지 테셀레이션으로 바닥과 천정을 꾸미고 있음을 알 수 있다(<사진 8> 참조). 이런 테셀레이션에서 사용된 도형의 요소와 각 도형의 변환관계 등을 살펴보며, 박물관에 전시된 수학자들의 흉상의 개수와 그들의 생존 연대에 대한 통계를 내어 보도록 한다.



<사진 7> 보행자도로



<사진 8> 박물관 밖 연못

사. Tivoli Gardens

이것은 원래 1843년에 Carstensen에 의하여 도시를 지키는 요새로서 만들어진 것으로서, 현재는 놀이공원으로 쓰이고 있다(<사진 9> 참조).

1) 티보리공원의 인파

공원 내의 인파 중에서 일부를 표집하여 평균연령을 논의하고, 남자와 여자 중 누가 많은지 설명한다. 또, 어린이와 어른의 수를 비교한다.

2) 다양한 건물

이 공원에서는 안데르센 동화에 나오는 여러 건물들을 찾을 수 있는데, 이러한 건물의 높이를 추정하고 그 평균을 내어 본다.

3) 놀이기구와 문양

놀이공원에 있는 회전관람차의 속도를 계산해 보고, 가장 인기있는 놀이기구는 어떤 것인지 조사하도록 한다. 혹은 이 놀이공원에서 찾을 수 있는 여러 가지 패턴들을 조사해 본다.

<사진 9> 티보리공원

<사진 10> 온도계

아. 온도계

시청앞 광장 건너편의 건물 모서리에는 벽면에 눈금이 그어져 있고, 실제 온도를 나나내는 온도계가 설치되어 있다. 또, 온도계의 꼭대기에는 비가 오면 우산 쓴 여자가 앞으로 나오고, 해가 나면 자전거를 탄 남자가 앞으로 나오도록 건물 관리인이 수동으로 조절하는 것이 있다(<사진 10> 참조).

2. 한국의 수학산책

이상에서 살펴본 바와 같이 코펜하겐 시는 수학적으로 많은 것을 이야기 할 수 있는 건물이나 조형물들을 시내 여기저기에서 찾을 수 있다. 따라서 방과 후나 방학 중에 시내에 모여서 학생들로 하여금 수학적 대상이 될 수 있는 건물의 일부분이나 시내 풍경들을 발견할 수 있고, 또 그 대상으로 수학적 활동을 쉽게 할 수 있다. 그러나 이와 같은 상황은 코펜하겐뿐만 아니라 사실 어느 곳에서도 가능한 것이라 할 수 있다. 다만 다양한 형태의 활동이 한 곳에서 가능한 장소를 찾는 것이 어려울 수도 있다.

본고에서는 우리나라에서 가능한 수학산책의 장소를 몇 군데 추천하기로 한다.

가. 롯데월드

원기둥, 원뿔, 다각기둥 모양의 건물들을 쉽게 찾아 볼 수 있으며, 놀이동산에서는 여러 가지 놀이기구들이 있으므로, 코펜하겐의 티보리공원과 같은 수학적 활동을 유도할 수 있다(<사진 11> 참조, 출처: 롯데월드 홈페이지).

나. 서울랜드

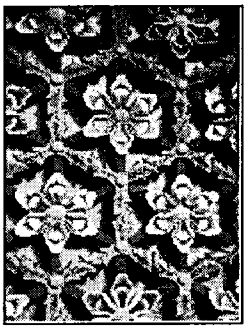
롯데월드와 마찬가지의 활동을 할 수 있으며, 특히 롯데월드 내의 '아찔입체관'이나 '착각의 집'과 같은 기하학적 조형물을 찾아 볼 수 있다(<사진 12> 참조, 출처: 서울랜드 홈페이지).

<사진 11> 롯데월드

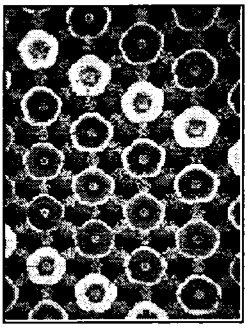
<사진 12> 서울랜드 아찔입체관

다. 금산사

경상북도 김제에 위치한 금산사에서는 특히 여러 가지 문양을 하고 있는 창살을 찾아 볼 수 있다. 대웅보전이나 나한전, 조사전을 둘러 보면서 각 건물에 쓰여진 창살의 문양을 조사해 본다. 또, 모눈종이를 이용하여 사찰의 창살에 적합한 문양으로 테셀레이션을 해 보도록 한다. 또한 각 건물의 지붕의 모양도 살펴보도록 한다.



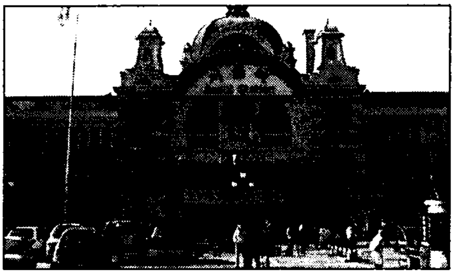
<사진 13> 금산사1



<사진 14> 금산사2

라. 서울역

1920년대에 지어진 서울역 건물에서도 여러 가지 모양의 호를 찾을 수 있으며, 고속철도가 완성된 후 증축된 신 역사에서는 코펜하겐 중앙역에서와 같이 호의 모양이나 특히 여러 종류의 삼각형을 찾을 수 있다. 또, 평행인 직선과 꼬인 위치의 직선도 찾아볼 수 있다.



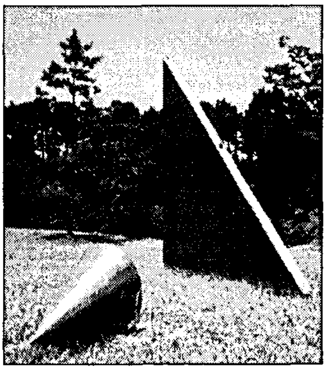
<사진 15> 서울역

마. 올림픽공원

올림픽공원에는 여러 나라 사람들이 제작한 조각물들을 찾아 볼 수 있는데, 그 중에서도 특히 벨기에 사람이 만든 '움직이는 분수'(<사진 16> 참조, 출처: 올림픽공원 홈페이지)와 이스라엘 사람이

만든 ‘이등변삼각형’이라는 제목이 붙여진 조각(<사진 17> 참조, 출처: 올림픽공원 홈페이지)은 완전히 수학적 모형을 이용한 것이라 할 수 있다. 그 외에도 모래시계 모양의 조형물에서는 뫼비우스 띠를 찾을 수 있고, 세계 평화를 기원하는 조각물에서는 반지름의 길이가 서로 다른 원을 여러 개 찾을 수 있다. 또, 여러 가지 호를 찾을 수 있는 작은 다리도 있다.

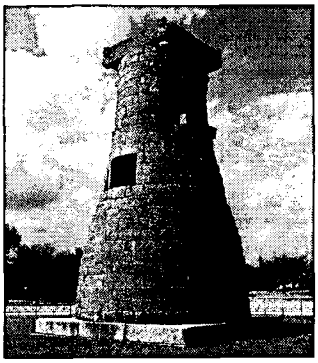
<사진 16> 움직이는 분수



<사진 17> 이등변삼각형

바. 첨성대

경주에 있는 첨성대는 신라 선덕여왕 16년(647년)에 만들어진 것으로, 하늘은 둥글고 땅은 네모나다는 옛날 사람들의 생각에서 원과 정사각형이 쓰이고 있다(<사진 18> 참조, 출처; 문화재청 홈페이지). 이 첨성대의 기단과 높이의 비는 4:5이고, 첨성대 위의 원과 밑의 원의 지름의 비는 3:5로서, ‘3, 4, 5’라는 피타고라스의 세 수가 쓰이고 있음을 알 수 있다. 또한, 사용된 돌의 개수와 몸체의 단의 수 등에서 1년 366일과 12월 24절기 등이 나타나고 있다고 한다.



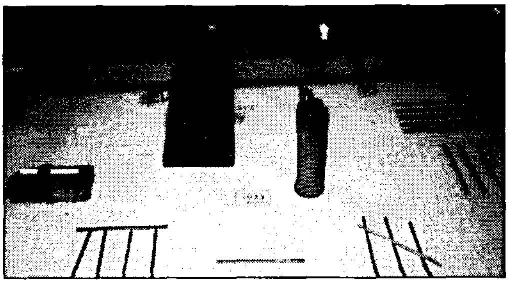
<사진 18> 첨성대

사. 온양 민속박물관

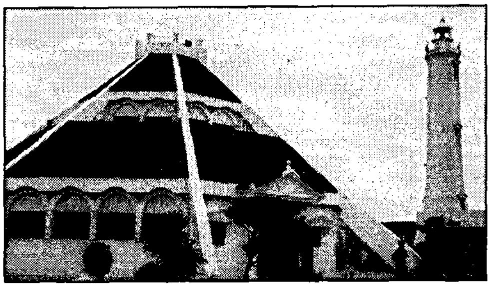
온양 민속박물관에서는 여러 가지 수를 나타내고 있는 산가지를 찾을 수 있다(<사진 19> 참조).

아. 포항 장기곶 등대박물관

경상북도 포항의 장기곶에 위치한 아름다운 형태의 건물인 등대박물관의 1층과 2층의 창문을 이루는 원주가 이루는 원의 반지름과 지붕의 경사각 등을 측정하여 보도록 한다(<사진 20> 참조).



<사진 19> 온양 민속박물관 산가지



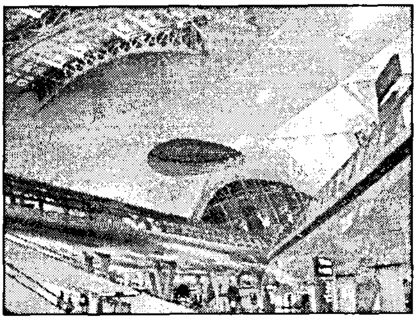
<사진 20> 포항 장기곶 등대박물관

자. 그 외

새로 지어진 인천공항은 코펜하겐의 중앙역에서와 같이 원과 호, 삼각형 등이 많이 사용되고 있으며, 그 외에도 여러 가지 입체도형을 찾을 수 있다.

또한, 한빛탑으로 유명한 대전의 엑스포공원에서도 삼각뿔, 직육면체, 원뿔대, 구 등 여러 가지의 다면체 모양을 하고 있는 건물들을 찾을 수 있으며, 삼각형과 원, 구로 이루어진 조형물도 찾을 수 있다.

그 외에 어린이 대공원과 같은 놀이동산에서는 여러 모형을 한 놀이기구를 찾을 수 있고, 회전관람차의 속도 측정 등을 할 수 있다.



<사진 21> 인천공항

Ⅲ. 결론

수학산책을 하면서 학생들에게 하나의 건물 또는 조형물을 지칭하고 그 속에 포함된 수학적 내용을 직접적으로 질문하여 그 답을 찾아내도록 할 수도 있지만, 그보다는 학생들 스스로 수학적 내용이 포함된 대상을 찾도록 하고 또 그 속에서 수학적 질문을 스스로 만들어 보는 활동을 하도록 유도하는 것이 더 중요하다.

이러한 것은 개방형 문제의 한 형태로 볼 수 있는데, 개방형 문제는 정답이 여러 개인 문제로서 여러 가지 답을 생각하는 과정에서 학생들이 다양하고 독창적인 사고를 경험할 가능성이 높아진다. 또한 좋은 개방형 문제는 다양한 수준의 학생들이 각자의 수준에서 나름대로 전략을 구사하여 문제를 해결할 수 있는 기회를 제공하기 때문에 이러한 문제를 사용하여 다양한 학생들이 서로의 해결 전략을 공유하는 동안 자연스럽게 사고가 확장될 수 있다. 이러한 사고는 수학적 창의력의 주요 구성 요소인 유창성, 융통성, 독창성과 관련될 수 있다(권오남 외, 2004).

Mathematical Walk의 안내책자에서는 코펜하겐 시내를 걸어다니며 수학에 대한 아이디어를 얻고 각자가 자신의 나라에 돌아가서 인근 지역의 도시나 공공시설에서 이와 같은 수학산책을 할 수 있는 자료를 찾을 수 있기를 권장하고 있다. 이렇게 함으로써 학생들은 자신이 살고 있는 주변환경을 활용한 '수학적 소풍'을 경험할 수 있을 것이다. 이 때, 이러한 수학산책의 대상이 되는 건축물과 장소 등은 담당 교사뿐만 아니라 학생들도 함께 물색하는 것이 보다 새로운 시각에서 학생 입장에서 찾을 수 있을 것이다. 이것은 학생들로 하여금 수학이 주위 환경 속에 스며들어 있다는 것을 느끼게 하고, 학생 자신이 문제를 설정하고 해결하는 활동을 하는 기회도 가질 수 있는 좋은 수업이 될 것이다.

참 고 문 헌

권오남 · 신경희 · 신은주 · 김영신 · 최효진 (2002). 대학 미분방정식의 교수-학습의 새로운 방향: RME 접근, 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, **12(3)**, pp.389-408.

권오남 · 박정숙 · 조영미 · 박지현 · 김영실 (2004). 개방형 문제 중심의 수학적 창의력 신장을 위한 프로그램 개발 연구-중학교 1학년을 중심으로-, 대한수학교육학회지 <수학교육학논총>, **25**, pp.97-123

김용성 (2000). 문제상황을 기초로 한 수학화 경험이 수학적 신념과 문제해결력에 미치는 효과, 한국교원대학교 석사학위 논문.

김원경 · 백경호 (2004). 고등학교 확률과 통계영역에서 현실적 수학교육의 적용을 위한 문맥 연구, 한국수학교육학회 시리즈E <수학교육 논문집>, **18(1)**, pp.137-155.

박혜숙 · 박기양 · 김영국 · 박규홍 · 박윤범 · 임재훈 (1999). 학습 부진아의 수학적 성향 제고를 위한 수학캠프, 한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, **38(2)**. pp.129-144.

우정호 (1998). schème의 구성과 반영적 추상화, 운강 김연식교수 정년기념논총. pp.3-21.

이승희 (2002). Freudental의 수학화 활동을 위한 중학교 기하영역의 학습 자료 개발, 한국교원대학교 석사학위 논문.

정영옥 (1997). Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구, 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

정영옥 (1999). 현실적 수학교육에 대한 고찰-초등학교의 알고리듬 학습을 중심으로, 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, **9(1)**, pp.81-110.

Beth, E. W. & Piaget, J. (1961). W. Mays(trans.) (1966). *Mathematical Epistemology and Psychology*. D. Reidel Publishing Company.

Brousseau, G.(1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer academic press.

Schwingendorf, K.; Hawks, J. & Beineke, J. (1992). Horizontal and vertical growth of students' conception of function. In E. Dubinsky & G. Harel(Eds.), *The concept of function : Aspects of epistemology and pedagogy* pp.133-150, MAA Notes and Report Series. U.S.A. : Mathematical Association of America.