韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 18집 제3호. 2004. 9. 57-71

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 18 No 3, Sep. 2004. 57-71

초창기(1935~1940년대) 모스크바 수학 경시대회와 영재교육

한 인 기 (경상대학교)

러시아는 오래 전부터 성공적으로 수학 경시대회를 운영해 오고 있기 때문에, 러시아의 수학 경시대회의 발생 배경, 초창기의 수학 경시대회의 정착 및 발전 과정에 대한 체계적인 분석은 우리 나라 수학 경시대회의 위상을 정립하고 앞으로의 발전 방향을 모색하는데 의미로울 것이다. 본 연구에서는 러시아의 대표적인 수학 경시대회의 하나인 모스크바 수학 경시대회의 발생 배경, 초창기 운영 방법, 수학 경시대회의 성격 및 목적, 수학 경시대회의 교육적 측면, 수학 경시대회와 연결된 수학동아리 활동을 체계적으로 분석하였다.

1. 서 론

우리 나라에서는 학회, 대학교, 교육에 관련된 민간기관을 중심으로 다양한 수학 경시대회가 개최되고 있으며, 최근 들어서는 우리 나라 대표팀이 국제수학올림피아드에서 우수한 성적을 거두고 있는 것은 수학교육의 주목할만한 성과라 할 수 있을 것이다. 그러나, 우리 사회의 일부에서는 경시대회의 체계적인 준비를 위한 정보의 부족, 경시대회의 성격 및 목적에 대한 인식 부족, 일부 경시대회의 상업적인 성격으로 인하여 경시대회에 대한 부정적인 인식을 가지고 있는 경우도 적지 않다.

제 7차 교육과정의 구성 방침들 중의 하나가 '학생의 능력, 적성, 진로를 고려하여 교육 내용과 방법을 다양화'하는 것이다. 수학 경시대회는 수학적으로 뛰어난 재능을 가진 학생들을 발굴하여, 이들의 재능에 상응하는 교육의 내용과 방법을 제공하는데 중요한 기회가 될 수 있다는 것을 감안하면, 제 7차 교육과정의 성공적인 구현을 위해서도 수학 경시대회에 대한 다각적인 분석과 개선 방안의 모색은 중요하다고 할 수 있다. 특히, 수학 경시대회는 학생들에게 정규 교육과정의 수준을 넘어 좀 더 심화되고 다양한 수학 학습의 기회를 제공하며, 경시대회의 시상을 통해 계속적인 수학적 탐구 활동의 동기를 부여하며, 교사들에게는 경시대회를 대비한 수학 지도를 통해 전문성 향상의 기회를 제공할 수 있다.

수학 경시대회에 관련된 국내의 연구들을 살펴보면, 박한식·최영한(1987, 1988a, 1988b, 1989, 1990, 1991)은 국제 수학 올림피아드를 분석하면서 우리 나라의 적극적인 역할 및 활동을 주장하였고, 최영한(1994a, 1994b)은 국제 수학 올림피아드에 대한 체계적인 분석을 수행했으며, 최영한(1995)은 한국 수학 올림피아드의 활성화 방안을 모색했으며, 조승제(1999)는 국제 수학 올림피아드에 관련하여 우리 나라의 수학교육을 분석하였고, 방승진(2000)은 다양한 수학 올림피아드를 대비한 수학 지도 방법을 제시하였고, 한인기(1998)는 러시아 수학 경시대회의 의의 및 다양한 수준의 경시대회를

체계적으로 분석하였으며, 한인기(2001a)는 팀별 경시대회인 수학전쟁의 방법 및 교수학적 의의를 분석하였다. 이들 연구를 통해, 우리 나라 수학 경시대회의 활성화 방안을 모색하고, 국제 수학 경시대회에서 우리 나라의 위상을 정립할 수 있는 바탕이 마련되었다는 측면에서 그 가치를 높게 평가할 수 있을 것이다. 그러나, 수학 경시대회의 목적, 수학 경시대회의 발전 방향, 수학 경시대회의 교육적 측면 등은 아직 체계적으로 분석되지 못했으며, 이들 문제에 관련된 논의도 활발하게 진행되고 있지 못한 실정이다.

러시아는 오래 전부터 성공적으로 수학 경시대회를 운영해 왔기 때문에, 러시아의 수학 경시대회가 발생하게 된 배경, 수학 경시대회의 목적 및 성격, 초창기 수학 경시대회의 운영 방법, 수학 경시대회의 정착과 발전 등에 대한 체계적인 분석은 우리 나라의 수학 경시대회에 대한 위상을 정립하고 앞으로의 발전 방향을 모색하는데 의미로운 시사점을 줄 수 있을 것이다.

본 연구에서는 러시아의 대표적인 수학 경시대회의 하나인 모스크바 수학 경시대회에 대한 다양한 문헌을 분석하여 수학 경시대회의 발생 배경, 초창기 운영 방법, 경시대회의 성격 및 목적, 경시대회의 교육적 측면, 경시대회와 연결된 수학동아리 활동을 체계적으로 고찰할 것이다. 이를 통해, 우리 나라 수학 경시대회의 발전 방향, 성격 및 목적의 규정, 수학 경시대회의 체계화를 위한 의미로운 시사점을 모색할 수 있을 것으로 기대된다.

2. 초창기(1935~1940년대) 모스크바 경시대회

가. 제 1회 모스크바 수학 경시대회

1930년대에 러시아의 수학자들은 중등학교 학생의 수학 영재교육에 많은 관심을 기울였다. 그 결과, 1934년에는 레닌그라드국립대학교 주최로 수학 경시대회가 열렸으며, 모스크바에서는 1934년부터 러시아과학아카데미의 수학연구소에서 정기적으로 중등학교 9~10학년[1] 학생들을 대상으로 수학을 강의하는 수학동아리를 운영하기 시작하였다. Boltyanski & Yaglom(1965)에 의하면, 수학연구소의 동아리에서는 러시아의 대표적인 수학자들이 강의했지만, 학생들의 수준은 상당히 낮았고, 이때까지 중등학교 수학 영재학생들에 대한 효과적인 교육의 방법은 발견되지 못했다.

1935년에 모스크바 수학회에서 모스크바 수학 경시대회의 개최를 의결하였는데, Tihomirov(1988)에 의하면, 조직위원회는 모스크바의 저명한 수학자들과 교수학자들로 구성되었다. 조직위원장은 모스크바 수학회의 회장인 Aleksandrov이며, 수학자 Kolmogorov, Butyagin, Shnirelman, Sobolev, Lyusternik, Glagolev, Yanovskya, Tumarkin, Kurosh 등이 조직위원으로 참여했으며(이들은 대부분 모스크바국립대학교 교수임), 조직위원장 Aleksandrov의 중등학교 선생님인 Eiges, 교수학자인 Berezanskaya 등도 조직위원으로 참여했다.

1) 1930년대와 1940년대에 러시아의 중등학교는 1학년에서 10학년까지로 되어 있었고, 10학년을 마치고 대학에 진학하였음.

경시대회 조직위원회는 1935년 2월말에 학생들에게 경시대회를 공고하고, 경시대회를 준비할 수 있도록 하는 수학 문제들을 인쇄물로 준비하여 배포하였다. 수학 경시대회는 예선전의 성격을 띈 제 1라운드와 결승전의 성격을 띈 제 2라운드로 구성된다. 제 1라운드는 1935년 3월 30일에 개최되었으며 314명의 학생이 참가했다. Tihomirov(1998)에 의하면, 이들 참가자 중에서 227명은 중등학교 학생들이고, 65명은 노동자들을 위한 대학 예비학교 학생들이며, 나머지는 대학의 예비학교에 다니는 학생들이었다. 경시대회 참가자들의 연령은 14세에서 29세까지로 다양했으며, 평균 연령은 18.2세였다.

제 1라운드에서는 일반적인 중등학교 수준의 문제들이 출제되었다. 조직위원회는 세 문제로 구성된 네 종류의 문제 세트를 준비하여, 학생들이 이들 중에서 한 세트를 풀도록 하였다. Tihomirov(1998)에 의하면, 제 1라운드에 참여한 314명중에서 일정 수준의 문제를 해결하여 제 2라운드에 참가할 자격이 주어진 학생은 131명이었다[2]. 한편, 제 1라운드에 제시된 문제 세트들 중에서 하나를 살펴보면, 다음과 같다.

문제 1. 기차가 관찰자를 t_1초 동안 통과하였으며, 길이가 lm인 다리를 t_2초 동안 통과하였다. 기차가 다리를 통과하는 시간은 기차의 앞부분이 다리에 접어드는 순간부터 끝부분이 다리를 벗어나는데 걸린 시간을 의미한다. 기차의 길이와 속도를 구하여라.

문제 2. 세 꼭지점이 주어진 세 평행한 직선에 각각 속하는 정사각형을 작도하여라.

문제 3. 정사각뿔에서 밑면의 한 변이 a이며, 꼭지점에서의 평면각은 옆모서리와 밑면이 이루는 각과 같다. 이때, 정사각뿔의 부피를 구하여라.

제 1라운드를 통과한 학생들에게 조직위원회는 러시아과학아카데미의 수학연구소가 운영하는 동아리에 참여하도록 권고하였으며, 모스크바국립대학교에서는 '수학자와의 상담'을 개설하였으며, 유명한 몇몇 수학자들은 이들에게 현대수학의 내용을 강의하였다. 예를 들어, Aleksandrov는 '수학에서 무한', Kolmogorov는 '대칭과 군', Kurosh는 '대수적 조작에 대해', Glagolev는 '논리와 기하학의 형식', Yanovskaya는 '완전귀납법'을 강의하였다.

제 2라운드는 1935년 6월 6일에 개최되었으며, 120명의 학생이 참가하여, 52명이 성공적으로 과제를 수행하였다. 이들 중에서 3명은 1등상을, 5명은 2등상을 받았고, 나머지 44명은 인증서를 받았다.

제 2라운드에서는 기하 문제들, 대수 문제들, 조합 문제들을 각각 A, B, C의 세 시리즈로 나누어 제시하였고, 학생들이 각 시리즈에서 한 문제씩 선택하여 풀도록 하였다. 각 시리즈에 제시된 문제들은 다음과 같다.

2) 제 1회 모스크바 경시대회에서는 제 1라운드 성적으로 제 2라운드에 참여할 수 있는 학생을 선발했지만, 후에 모스크바 수학 경시대회는 제 1라운드에서 일정 수준의 문제를 해결한 학생과 제 2라운드에 참가를 희망하는 학생 모두에게 개방되었음.

<시리즈 A>

문제 1. 삼각형의 한 꼭지점에서 중선, 각의 이등분선, 수선을 그어, 이들 선분의 연장선과 외접원의 교점이 각각 주어졌다. 처음 삼각형을 작도하여라.

문제 2. 정육면체의 표면의 점과 정육면체의 대각선이 이루는 각을 생각하자. 이때, 최소의 각을 가지는 정육면체 표면의 점을 구하여라.

<시리즈 B>

문제 1. 다음 연립방정식은 몇 개의 실근을 가지는가?

$$\begin{cases} x+y = 2 \\ xy-z^2 = 1 \end{cases}$$

문제 2. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^3-y^3 = 2b \\ x^2y-xy^2 = b \end{cases}$$

문제 3. 합 $1^3+3^3+5^3+\cdots+(2n-1)^3$을 계산하여라.

<시리즈 C>

문제 1. 정육면체의 각 면을 주어진 여섯 가지 색으로 각각 칠하려 한다. 서로 다른 면을 다른 색으로 칠해야 한다면, 정육면체의 면을 색칠하는 서로 다른 방법의 수는 몇 가지인가? 단, 정육면체를 회전시켜 색칠이 일치하는 경우는 서로 다른 경우로 보지 않는다.

문제 2. 수 n을 세 양의 정수의 합으로 나타내는 방법의 수를 구하여라.

문제 3. 수 a, b, c, …, k의 최소공배수를 M(a, b, …, k)로 나타내고, 최대공약수를 D(a, b, …, k)로 나타내자. 이때, 다음을 증명하여라.

(a) $M(a,b)\cdot D(a,b) = ab$;

(b) $\dfrac{M(a,b,c)}{D(a,b,c)}\cdot D(a,b)\cdot D(b,c)\cdot D(a,c) = abc$.

경시대회 문제를 세 가지 영역으로 나누어 출제한 것은 Kolmogorov의 제안에 의한 것으로, Kolmogorov는 수학적인 영재성을 기하학적인 영재성, 알고리즘적인(대수적인) 영재성, 조합-논리적인 영재성으로 분류하였다. Galperin & Tolpygo(1986)에 의하면, Kolmogorov는 학생들에게 자신의 수학적 영재성의 다양한 측면을 드러낼 수 있는 기회를 제공하기 위해 문제를 세 가지 시리즈로 나누어 제시하였으며, 학생들은 각각의 시리즈에서 한 문제씩을 선택하여 풀었다. Kolmogorov가 주장한 수학적 영재성의 다양한 측면에 대한 논의는 한인기(2001b), 한인기 · Kombarov(2004)에 상세히 제시되어 있다.

Tihomirov(1998)에 의하면, 제 1회 모스크바 수학 경시대회에서 1등상은 남학생인 Zverev와 Korobov, 여학생인 Myshkis가 받았다. 이들은 모두 모스크바국립대학교의 공학-수학학부(faculty of mechanics and mathematics)에 입학하여, 후에 Zverev와 Korobov는 모스크바국립대학교 공학-수학학부의 교수가 되었고, Myshkis는 1940년대에 전쟁터에서 전사하였다.

수학자, 교육학자, 대학생들, 박사과정 학생들의 헌신적인 노력으로 제 1회 모스크바 수학 경시대회는 성공적으로 마무리되었으며, 이로부터 얻은 경험을 바탕으로 러시아는 체계적인 수학 영재교육을 위한 획기적인 전환점을 맞이하게 된다. 특히, 제 1회 모스크바 수학 경시대회의 성공을 바탕으로 하여, 모스크바국립대학교에는 러시아의 초창기 수학 영재교육의 요람이라 할 수 있는 수학동아리가 만들어져 많은 수학자를 배출하게 된다.

나. 모스크바 수학 경시대회의 정착 및 발전

제 1회 모스크바 수학 경시대회의 성공적인 개최는 러시아에서 수학 경시대회의 체계적인 발전, 수학 영재교육의 체계화 및 활성화라는 측면에서 중요한 의의를 가진다. 초창기 모스크바 수학 경시대회의 체계적인 발전에 대해 살펴보도록 하자.

제 1회 모스크바 경시대회에서 경시대회를 제 1라운드와 2라운드로 나눈 것은 모스크바 수학 경시대회의 전통이 되어, 지금까지도 모스크바 수학 경시대회는 1차 경시대회와 2차 경시대회로 나누어 실시되고 있다. 제 1회 경시대회에서는 제 1라운드를 3월말에, 2라운드를 6월초에 개최하였는데, 그 이후의 경시대회들은 두 라운드를 시간적으로 연결하여 3월말에서 4월에 걸쳐 일요일에 모두 치르도록 하였다.

제 1라운드의 성격은 제 1회 경시대회에서와 마찬가지로, 포괄적인 학생 선별의 성격을 가졌으며, 보통 4~6문제가 출제되며 난이도는 중등학교에서 접하는 정규적인 수학교육의 수준을 크게 벗어나지 않으며, 4~5시간동안 문제를 풀게 된다. 제 1라운드에 참가한 학생의 30~50%가 2라운드로 진출했는데, 보통 2문제를 풀면 2라운드로 진출할 수 있는 것으로 알려져 있다. 그렇지만, 제 2라운드의 참여가 제 1라운드의 결과만으로 한정된 것은 아니었다. Galperin & Tolpygo(1986)에 의하면, 경시대회 조직위원 한 명의 추천을 받으면 제 1라운드에 참여하지 않고도 2라운드에 참가할 수 있으며, 학생 개인의 불가피한 사정(예를 들어, 질병이나 사고)으로 1라운드에 참가하지 못한 경우에도 학생이 원하면 2라운드에 참가할 수 있으며, 학생이 2라운드의 참가를 간절하게 원하는 경우에도 2라운드에 참가할 수 있었다[3].

3) 현재 모스크바 수학 경시대회는 제 1라운드인 모스크바 권역 경시대회(모스크바 인근의 여러 대학과 중등학교들에서 동시에 같은 문제를 가지고 시험을 치름)와 2라운드인 도시 경시대회(모스크바국립대학교에서 시험을 치름)로 이루어져 있는데, 제 1라운드와 2라운드 모두 개방되어 있어, 원하는 학생은 누구나 시험을 치를 수 있도록 되어 있다. 특히, 2라운드의 경우에 1라운드의 참가에 관계없이 원하는 학생은 누구나 참가할 수 있다. 2004년도에 모스크바 수학 경시대회의 제 1라운드는 1월 24일(5~7학년)과 2월 1일(8~11학년)에 열렸으며, 제 2라운드는 2월 29일에 있었다. 제 2라운드에는 8학년 학생이 630명 정도 참가했고, 9학년은 656명,

제 1라운드를 치르고 1주일 후에 경시대회 문제에 대한 강평이 열렸다. 강평에서는 문제에 대한 다양한 풀이, 학생들이 범한 전형적인 오류들이 소개되었고, 경시대회의 결과가 학생들에게 공지되었다. 그리고 나서, 1주일 후에 제 2라운드의 경시대회가 열리며, 4~6문제를 4~5시간에 풀게 된다. 난이도는 제 1라운드보다는 훨씬 어려우며, 제 2라운드의 모든 문제를 성공적으로 푼 학생은 지금까지 거의 없었다고 한다. 그러나, 모스크바 경시대회에 제시되는 문제들 중에서 경시대회에 참여한 학생들이 해답을 구하지 못한 문제는 거의 없었다고 한다. 그래서, 경시대회 조직위원들은 '이번엔 페르마의 정리를 출제해 보자'는 이야기를 나누기도 했다고 한다.

제 1회 모스크바 수학 경시대회의 제 2라운드에서는 문제들을 A, B, C의 세 시리즈로 나누어 학생들이 각 시리즈에서 한 문제씩 선택하여 풀도록 했지만, 제 2회 경시대회부터는 문제들을 시리즈 A, B, C로 나누지 않았다. 그러나, 출제되는 문제의 내용 자체는 제 1회 경시대회와 같이, 대수학, 기하학, 조합수학의 내용을 골고루 포함하여 출제되었다. 예를 들어, 제 2회 모스크바 수학 경시대회의 제 2라운드 문제는 다음과 같다.

문제 1. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y = a \\ x^5+y^5 = b^5 \end{cases}$$

문제 2. 180°보다 작은 각, 각의 외부점 M이 주어졌다. 점 M을 지나며 각의 두 변과 교차하는 직선을 그어, 각의 꼭지점을 한 꼭지점으로 하며 각의 변들과 직선의 두 교점을 꼭지점으로 하는 삼각형을 생각하자. 삼각형이 주어진 둘레를 가지도록 직선을 작도하여라.

문제 3. 직사각형의 변들과 대각선이 정수이면, 직사각형의 넓이는 12의 배수인 정수임을 증명하여라.

문제 4. 1000000을 세 자연수의 곱으로 나타내는 방법의 수를 구하여라. 단, 인수분해의 결과 인수의 순서만 차이가 나는 것은 같은 분해로 간주한다.

문제 5. 공간에 세 평면과 구가 있다. 주어진 세 평면, 주어진 구와 접하도록 새로운 구를 공간에 놓으려 한다. 새로운 구를 공간에 놓는 서로 다른 방법의 수를 구하여라.

이들 문제에서 문제 1과 3은 제 1회 수학 경시대회의 시리즈 B에 관련되며, 문제 2와 5는 시리즈 A에 관련되며, 문제 4는 시리즈 C에 관련됨을 알 수 있다.

모스크바 수학 경시대회의 제 2라운드가 끝나고, 1주일 후에(즉, 다음 주 일요일에) 문제 강평이 열린다. 문제 강평은 제 1라운드와 같은 방법으로 진행되는데, 특히 제 2라운드의 강평에는 유명한 수학자들이 참석한다(Kolmogorov는 문제 강평에 정기적으로 참여함). 문제 강평에서 이들은 경시대회의 참가 학생에 의해 제시된 풀이를 현대수학의 다양한 주제와 연결시키고 이들을 수학적 확장시키는 것에 관련된 강연을 하기도 했다.

10학년은 900명 이상, 11학년은 993명이 참가했다.

제 1회 모스크바 수학 경시대회에서 제 5회 경시대회까지는 학년 구분없이 경시대회를 진행했으나, 6회 경시대회부터는 7~8학년, 9~10학년으로 나누어 실시하였다. 그리고, 1952년의 제 15회 모스크바 수학 경시대회부터는 각 학년별로 나누어 경시대회를 진행했는데, 일부 문제들은 모든 학년의 학생에게 동시에 출제되기도 했다. 물론, 학생의 희망에 따라 자신의 학년보다 상급 학년의 경시대회에 응시할 수도 있다.

수학 경시대회를 참가하는 학생의 연령에 관련하여, Kolmogorov(1986, p.4)는 '처음에 모스크바 수학 경시대회는 9~10학년을 대상으로 했으며, 1940년부터는 7학년과 8학년 학생들도 참가할 수 있게 되었다. 내 생각에, 경시대회에 처음 참가하는 연령에 대한 그러한 결정은 근거가 있는 것으로 보인다. 이 시기에는 수학에 대한 성향과 재능이 선명하게 드러나기 시작한다'고 했으며, 다른 연구(Kolmogorov, 1988, p. 16)에서는 '12-13세에서 수학에 대한 흥미는 종종 일시적이며, 전적으로 고학년에 나타나기도 한다. 이것은 특히, 여학생의 경우가 많다. 13-14-15세에 수학에 끌리는 학생들과는 해볼만하다. 숙련된 교육을 통해, 이들의 재능은 점차로 계발되어지며, 일반적으로 실패하지는 않는다. 물론, 많은 예외가 있다. 수학에 대한 매우 진지한 흥미가 좀더 늦게 나타날 수도 있다'고 주장했다. 13세 정도이면, 7~8학년에 해당되며, 모스크바 수학 경시대회를 7학년부터 시작하는 것은 Kolmogorov의 주장과 일맥상통한다고 할 수 있다. 수학에 대한 성향, 흥미, 재능을 어느 시기부터 체계적으로 계발해야 하는가에 대한 Kolmogorov의 주장에서 한 가지 흥미로운 것은, 이들 특성이 기술한 연령보다 늦게 나타날 수 있다고는 했지만, 조기에 나타날 수 있는 가능성은 Kolmogorov의 주장은 어디에서도 찾아볼 수 없다는 것이다.

한편, 수학 경시대회에서 1등상, 2등상, 3등상, 인증서를 받는 학생의 수가 미리 정해진 것은 아니며, 각 경시대회마다 수상자의 수가 변동된다. 보통, 1등상은 각 학년별로 4~6명 정도, 2등상은 1등상의 두 배정도, 3등상은 2등상의 두 배정도가 수상하며, 몇 십명 정도가 인증서를 받는다.

모스크바 수학 경시대회의 조직위원회에서 위원장은 보통 모스크바국립대학교 교수가 맡으며, 위원은 수학동아리의 지도교수들, 대학생들(주로 모스크바 수학 경시대회에 참가했던 경험이 있는), 대학원생들로 구성되며, 전체 인원수는 10~12명 정도가 된다.

3. 모스크바 수학 경시대회의 성격

모스크바 수학 경시대회의 성격과 관련하여, Tihomirov(1998, p.45)는 제 1회 모스크바 수학 경시대회 위원장인 Aleksandrov의 다음과 같은 주장을 Bonchkovski의 '1935년과 1936년의 모스크바 수학 경시대회'라는 책자로부터 인용하여 제시하였다: '과학의 미래를 위해, 어느 한 사람의 수학적인 천부적 소질도 헛되어 낭비해서는 안된다. 청소년들의 재능에 충분히 관심을 가져야 하며, 러시아 정부와 사회는 이들에게 모든 가능한 측면의 도움과 지지를 보내야 한다. 청소년의 재능 계발을 위해 현실적으로 가장 실효성있는 도움의 하나는 경시대회, 즉 수학에 재능이 있고 수학에 흥미를 가진

모든 학생들이 참여할 수 있는 포괄적인 경쟁 시합을 만드는 것이다. 이 경쟁 시합은 뛰어난 학생들이 스스로를 수학자라고, 미래의 학자라고 느끼도록 해야 한다. 경쟁 시합은 이들의 자기 신뢰를 확고히 하도록 해야 하며, 학문적인 열정에 불을 지피도록 해야 하며, 오직 꾸준하고 지속적인 노력만이 자신들을 목적 달성으로 인도하고 훌륭한 수학자의 대열로 인도한다는 생각을 갖도록 해야 한다'.

Aleksandrov의 주장에 모스크바 수학 경시대회의 목적 및 성격이 상세히 드러나 있다. Galperin & Tolpygo(1986, p. 6)는 모스크바 수학 경시대회의 목적을 '가장 재능있는 학생들을 발굴하고, 많은 학생들이 현대수학의 중요한 문제와 방법에 관심을 기울이도록 하며, 우리의 수학자들이 무엇에 대해 연구하며, 어떤 결과를 밝혀냈으며, 어떤 문제에 대해 고민하고 있는가를 보여주는 것'이라고 규정하였다. Aleksandrov와 Galperin & Tolpygo의 주장을 바탕으로, 모스크바 수학 경시대회의 성격으로 첫째, 수학적으로 재능이 있는 학생들의 발굴, 둘째 훌륭한 수학자의 양성을 들 수 있다.

가. 뛰어난 수학적 재능을 가진 학생의 발굴

수학적으로 뛰어난 재능을 지닌 학생을 발굴하기 위해, 모스크바 수학 경시대회에서는 경시대회를 개방적으로 운영하였다. 모스크바 경시대회가 제 1라운드, 제 2라운드로 운영되는데, 제 2라운드의 진출을 제 1라운드의 결과로만 한정하지 않고, 조직위원의 추천, 학생 개개인의 희망을 존중하여 제 2라운드에 참여할 수 있는 가능성을 열어 놓았다. 제 2라운드의 수상자는 제 1라운드의 성적을 완전히 배제하고 제 2라운드의 성적만으로 결정된다. 이것은 뛰어난 재능을 가진 수학자의 발굴 및 양성이라는 모스크바 수학 경시대회의 성격에 부합되는 수상 방법이라 할 수 있다. 모스크바 수학 경시대회에서는 상대적으로 쉬운 문제가 출제되는 제 1라운드에서는 학생이 일정 수준에 도달했는가를 확인하고, 보다 높은 수준의 수학적 탐구 능력과 수학적 재능이 요구되는 제 2라운드의 문제해결 결과에 초점을 맞추어 수상자를 선발한다고 할 수 있다[4].

한편, '수학적으로 뛰어난 재능, 영재성이란 무엇인가'라는 물음에 대해 나름대로의 고유한 관점(수학 영재성에 대한 Kolmogorov의 주장)을 바탕으로, 모스크바 수학 경시대회에서는 출제되는 문제들이 수학적 영재성의 다양한 측면을 평가할 수 있도록 하였다. 모스크바 수학 경시대회에 출제되는 문제들에 대한 흥미로운 측면을 Galperin & Tolpygo(1986, p.12)의 주장에서 볼 수 있는데, '경시대회에 출제되는 모든 문제들은 비정형적이다. 이들 문제의 새로움과 매력은 일정부분 이들이 현대수학의 신선한 아이디어를 포함하며, 각각의 문제가 문제해결자를 새로운 지평으로 인도하는 작은 학술적 연구의 의미를 띈다는 것과 관련된다. 많은 문제들은 수학, 물리, 공학의 다양한 분야와 관련된다'. 즉, 모스크바 경시대회에 출제되는 문제의 일부는 초등수학의 관점에서 출발하여 현대수학의 아이디어와 방법을 접할 수 있는, 일종의 현대수학으로의 학술적 여행에 관련되며, 이러한 여행은 경시대회

---

4) 이러한 학생 선발 체계는 러시아의 대학 입시에서도 볼 수 있는데, 예를 들어 모스크바국립대학교의 공학-수학학부의 입학시험에서는 중등학교의 수학 성적은 전혀 고려하지 않으며, 수학 경시대회에서와 같이 5~6문제를 4~5시간 동안 푼 결과만을 학생 선발에 고려한다.

가 끝난 후에 열리는 수학자와의 문제 강평으로 마무리된다. 수학 경시대회 문제의 이러한 학술적 가치의 측면은 Kolmogorov(1986, p.3)가 기술한 '러시아의 유명한 수학자 중의 한 사람인 Delone는 훌륭한 학술적인 발명과 좋은 경시대회 문제의 차이점은 경시대회 문제의 해결에는 5시간이 걸리지만 훌륭한 학술적 결과는 5000시간의 노력이 필요하다는 것 뿐이라고 주장했다'는 것과도 그 맥을 같이 한다고 할 수 있다.

수학 경시대회의 목적으로 '뛰어난 수학적 재능을 가진 학생의 발굴'을 염두에 둔다면, 현대수학의 방법과 아이디어를 포함하는 학술적인 탐구의 가치가 있는 경시대회 문제를 출제하는 것은 타당한 접근이라 할 수 있을 것이다. 이것은 한인기 · Kombarov(2004)가 주장한 수학 영재교육의 교수학적 원리에서 학습자료의 학술적 가치의 원리와도 일맥상통한다고 할 수 있다.

나. 훌륭한 수학자의 양성

모스크바 수학 경시대회의 중요한 특징 중의 하나는 장래의 수학자를 발굴 뿐만 아니라 미래의 훌륭한 수학자를 양성하기 위한 모스크바 수학자들의 노력이 경시대회와 결합된다는 것이다. 모스크바 수학 경시대회가 훌륭한 수학자의 양성을 지향한다는 것은 경시대회의 발생과 관련된 Boltyanski & Yaglom(1965, pp. 5-7)의 다음과 같은 견해로부터 알 수 있다: '수학 영역에서의 연구는 일정수준의 지적인 유연성, 추상적인 사고 능력, 일정한 논리적인 소양을 필요로 한다. 그런데, 이들을 대학에 입학하기 전까지 갖추지 못하면 대학을 다니면서 꾸준히 노력을 해도 이를 보완하는 것은 불가능하다. ...이들 지적인 특성은 어떤 특별한 준비없이도 일반학교의 교육을 받으면서 계발될 수 있을 것이다. 이러한 수학적인 천부적 소질의 자연발생적인 발현을 어디에서든지 접할 수 있다. ...1930년대에 접어들면서 그러한 자연발생적인 발현은 뛰어난 수학자에 대한 사회적인 수요를 충족시키지 못했다. ...이러한 환경은 수학자들을 학생들과의 공동 활동에 참여시키는 계기가 되었다'. 수학자들이 학생들과의 공동 활동에 참여한다는 것은 수학자들이 미래의 훌륭한 수학자 양성에 적극적인 노력을 기울인다는 것을 의미한다.

수학자 양성을 위한 모스크바 수학자들의 노력으로 얻어진 대표적인 결실이 모스크바 수학 경시대회이며, 경시대회를 성공적으로 운영하는 바탕이 되고 체계적으로 미래의 수학자를 길러낸 것은 모스크바국립대학교의 수학동아리이다. 모스크바 수학 경시대회와 모스크바국립대학교의 수학동아리가 초창기의 러시아 수학 영재교육을 대표한다고 해도 지나침이 없을 것이다.

4. 모스크바국립대학교의 수학동아리

제 1회 모스크바 수학 경시대회가 열리기 전에도 몇몇 교수들, 대학생들은 중등학교 학생들을 대상으로 수학동아리를 운영했으며, 러시아과학아카데미의 수학연구소에서도 수학동아리를 운영하였다. 그러나, 모스크바 수학 경시대회가 성공을 거두고 모스크바국립대학교에 수학동아리가 생기면서, 수학

영재교육을 위한 이러한 노력은 모스크바국립대학교의 수학동아리를 중심으로 통합되어 운영되었다.

모스크바국립대학교의 수학동아리는 Lyusternik, Shnirelman, Gelfand 등의 교수가 중심이 되어, 모스크바국립대학교의 대학생들, 대학원생들이 적극적으로 참여하여 운영되었다. 동아리 활동은 전체 강연과 분과 활동으로 구성된다. 수학동아리의 각 분과에서 분과의 리더는 보통 대학생들이나 대학원생들이 맡았다. 개설되는 분과의 개수는 정해진 것이 아니며, 참여 학생의 수나 희망하는 리더의 수에 따라 유동적인데, 1940년에는 15개의 분과가 운영되었다. 분과는 특정한 수학적 주제를 중심으로 다루는 분과도 있었으며, 수학의 일반적인 주제들에 대해 다루는 분과도 있었다.

가. 전체 강연

전체 강연은 한 달에 두 번씩 격주로 일요일마다 열렸으며, 강사는 유명한 수학자들이었다. 공식적으로 강의시간은 2시간으로 규정되었지만, 강의는 보통 3~4시간 정도 계속되었으며, 각각의 강의는 독립적으로 운영되었다. 일반적으로, 각각의 강의에서는 강의 주제가 완결되며, 다음에 오는 강의와 주제가 연결되는 경우는 많지 않았다.

전체 강연의 초창기에는 학년 구분없이 모든 학생들을 대상으로 강의가 진행되었으나, 1940년부터 7~8학년을 대상으로 하는 강의, 9~10학년을 대상으로 하는 강의로 나뉘어진다. 중등학교 학생들을 대상으로 대학의 교수들이 수학을 강의하는 전통은 지금까지도 모스크바국립대학교에 남아서, 모스크바국립대학교의 교수들이 중등학교 학생들을 대상으로 수학의 다양한 주제에 대한 강연을 하며 그 내용을 정리하여 시리즈로 발간하고 있다.

강의 주제는 강사에 따라 다양하며, 몇몇 강연에서는 유명한 수학적 결과들을 흥미롭게 재구성하여 강의하였고, 몇몇 강연에서는 현대수학의 학술적 성과들을 강의하기도 하였다. 전체 강연의 몇몇 주제와 강사를 Boltyanski & Yaglom(1965)의 연구를 중심을 살펴보면, 다음과 같다: Shnirelman-다중차원기하학(multi-dimensional geometry); Lyusternik-볼록도형; Gelfand-집합론의 기본 개념들; Delone-일곱 개의 크리스탈 체계로부터의 결론들; Kolmogorov-대수학의 기본정리; Sobolev-수리물리학이란 무엇인가; Aleksandrov-초월수; Yanovskaya-문제를 푼다는 것은 무엇을 의미하는가; Dubnov-기하학의 증명에서 오류들; Kibel-기상 예측의 수학적 방법들; Shnirelman-군론과 3차방정식의 해결에서 군론의 활용; Golubev-비행기가 왜 나는가; Hinchin-연분수; Markushevich-차분방정식; Gelfand-소수; Delone-부정방정식의 기하학적 풀이 등등.

이들 강연의 내용은 1950년부터 'Mathematics popular lecture series'로 출판되기 시작하여 1992년까지 62권의 책이 출판되었다. Popular lecture series에 포함된 주제들의 일부가 한인기(2000)의 연구에 소개되어 있다. Beskin(1957)은 popular lecture series의 주제 및 내용 기술의 특징으로, 이 시리즈의 주제 및 자료는 중등학교의 정규 교육과정에 바탕을 두고 수학의 위대한 업적들, 현대수학의 방법이나 아이디어에 대한 흥미를 불러일으키며, 이러한 흥미가 수학적 이론의 발전, 수학적 논증 능력의 육성 등으로 이어질 수 있도록 구성되었다고 했다.

전체 강연의 강사들, 주제들, Mathematics popular lecture series에 포함된 책자의 내용들, Beskin의 주장으로부터, 전체 강연에서는 수학의 발전에서 중요한 개념들, 성공적인 수학적 탐구 활동을 위해 필요한 수학적 사고 및 능력의 배양에 관련된 주제들, 현대수학의 새로운 발명들, 수학 발전에서 중요한 수학적 방법들 및 아이디어들을 중등학교 교육과정에 바탕을 두고 간결하고 흥미로운 형태로 진술하여 미래의 수학자가 될 청소년들에게 수학적인 식견을 넓히고 독자적인 수학 탐구의 태도 및 방법을 기를 수 있는 기회를 제공했음을 알 수 있다.

나. 분과 활동

모스크바국립대학교 수학동아리의 초창기 분과 활동은 학생들의 보고서나 논문(분과 리더의 도움을 받아 작성된)의 발표가 중심이 되었다. 그러나, 시간이 지나면서 이러한 보고서 발표 중심의 분과 활동은 효과적인 방법이 아니라는 생각이 넓게 퍼지게 되었다. 그 이유로, Boltyanski & Yaglom(1965, pp. 20-21)는 '좋은 발표를 하는데 있어, 수학 서적에 제시되거나 분과의 리더가 설명한 단편적인 내용을 완전히 이해하는 것만으로는 부족하다. 훌륭한 발표는 청중들의 주의를 집중시키고 이들이 들은 것에 대해 깊이 생각하도록 만들어야 한다. 여기에는 고찰하는 문제들이 명료하게 진술되어야 하며, 문제의 해결에 깔려있는 주된 생각들이 표현되어야 하며, 증명의 아름답고 원천적인 부분들이 명료하게 그려져야 한다. 훌륭한 강사는 자료를 알고 이해하는 것 뿐만 아니라 강의 방법들, 충분히 큰 목소리, 발표에서 시간상 생략한 부분에 대해 청중들이 그 타당성을 의심하지 않도록 하는 능력을 가지고 있어야 한다. ...그러나, 학생들에 의한 보고서와 발표는 모든 동아리 학생들(아마도 발표자만을 제외하고)에게 흥미롭지 못했으며 지루하게 만들었다'.

수학동아리에서 분과 활동의 운영에서 획기적인 전환을 가져온 것은 모스크바국립대학교의 학생이며 1938~1941년에 분과의 리더였던 Shklyarski였다. Shklyarski는 분과 활동에서 학생들의 보고서 발표를 없애고, 분과를 다른 방법으로 운영하려 시도했다.

우선, 분과 리더가 수학이론의 몇몇 주제들을 완결된 형태로 강의하고, 그리고 나서 상당히 많은 시간을 학생들의 문제해결과 이것에 대한 발표의 시간으로 할애했다. 분과 활동에서 다루었던 문제들은 주로 이전 시간에 분과 리더가 강의 주제로 다루었던 것에 관련된 문제들, 학술적인 성격을 띤 수학이론의 작은 주제에 관련된 것들이었다. 가끔씩 어려운 정리를 분해하여 작은 문제들로 나누어 제시하기도 하였으며, 이들 정리에 대한 증명을 찾는데는 일주일, 한달 혹은 1년이 걸리기도 했으며, 간혹 분과의 리더조차도 알지 못했던 새로운 문제해결 방법이 분과 활동을 통해 밝혀지기도 했다. 그러한 예로, 1940년에 8학년이었던 Boltyanski는 '두 각의 이등분선이 같은 삼각형은 이등변삼각형'이라는 Steiner-Lehmus의 정리에 대한 새로운 기하학적 증명을 찾아내기도 했다.

분과 활동에서 제시되었된 문제를 해결한 학생은 칠판에 나와서 자신의 풀이를 설명할 수 있는 기회가 주어졌는데, 이것에 대해 학생들은 커다란 자부심을 가졌고, 칠판에 나와 자신의 풀이를 설명하려는 경쟁적인 분위기가 형성되었다. 종종 Shklyarski는 학생의 풀이를 다시 한번 반복하여 설명하

였다. 이를 통해, 풀이를 듣는 학생들은 좀더 잘 문제의 풀이를 이해할 수 있었고, 칠판에서 자신의 풀이를 발표했던 학생은 청중 앞에서 자신의 생각을 표현하는 효과적인 발표 방법에 대한 교훈을 얻을 수 있었다. 그 결과 Shklyarski의 분과에 참여한 학생들은 새로운 수학적 사실이나 문제해결의 경험 뿐만 아니라 청중의 앞에 서서 강의하는 방법도 터득할 수 있었다. Shklyarski의 분과에는 리더를 보조하는 몇몇의 보조리더를 두어, 분과 활동을 하는 동안에 강의실을 순회하면서 학생들을 도울 수 있도록 하였다.

Shklyarski의 분과 운영 방법은 성공적인 결과를 얻었는데, 1938년 제 4회 모스크바 수학 경시대회에서 Shklyarski가 이끄는 분과의 학생들이 전체 수상자의 절반을 차지했으며, 1등상은 모두 Shklyarski의 분과에서 나왔다. 그리하여, 다른 분과들도 Shklyarski의 분과 운영 방법을 따랐으며, 수학동아리에서 분과 활동의 전형적인 모범이 되어, 지금도 Shklyarski의 체계에 따라 수학동아리를 운영하고 있다. Shklyarski의 교수-학습 체계는 수학-물리학교의 교수-학습 방법에도 큰 영향을 끼쳤으며, 현재 모스크바국립대학교 부설의 Kolmogorov 수학-물리학교에서는 Shklyarski의 교수 방법에 따른 수학교육이 이루어지고 있다. 한인기 · Kombarov(2004)는 Kolmogorov 수학-물리학교에서의 교수-학습 경험과 수학 영재교육에 대한 다양한 문헌 분석을 바탕으로, 수학 영재교육에 관련된 교수학적 원리로 정기적인 자율학습의 원리, 학습 주제의 상호관련성 원리, 자기학습 능력의 원리, 자기조절 및 반성의 원리, 다양한 풀이의 원리, 학습자료의 학술적 가치의 원리, 수학적 사고의 계발 및 육성의 원리 등을 추출하였는데, 이들 원리는 Shklyarski의 교수-학습 방법과도 밀접한 관련이 있다고 할 수 있다.

처음 14회까지의 모스크바 수학 경시대회의 문제들과 수학동아리에서 다루어졌던 문제들은 '초등수학의 정선된 문제와 정리들'이라는 시리즈로 3권의 책으로 1950년대에 출판되었다. 한편, 러시아의 수학동아리 활동에 관련된 다양한 자료들은 'library of mathematical circle'시리즈로 출판되어, 현재까지 19권이 나와있다: Shklyarski, Chentsov, Yaglom I.M.-초등수학의 정선된 문제와 정리들: 산술과 대수, 평면기하학, 공간기하학; Yaglom I.M., Boltyanski-볼록도형; Yaglom I.M., Yaglom A.M.-비초등적인 문제의 초등적인 기술; Dynkin, Uspenski-수학적 토론; Yaglom I.M.-기하학적 변환 1, 2; Balk-무게중심에 대한 개념의 기하학적 활용; Rademaher, Teplits-수와 도형. 수학적 사고의 경험; Yaglom I.M.-갈릴레이의 상대성이론과 비유클리드 기하학; Shklyarski, Chentsov, Yaglom I.M.-기하부등식과 최대, 최소 문제들; Shklyarski, Chentsov, Yaglom I.M.-기하학적 평가와 조합기하학의 문제들; Kokseter, Greittser-기하학과의 새로운 만남; Prasolov-기하학 문제 1, 2; Basilev, Egorov-전연방 수학 경시대회 문제들; Prasolov, Sharygin-공간기하학 문제들.

5. 결 론

러시아는 오래 전부터 성공적으로 수학 경시대회를 운영해 왔기 때문에, 러시아의 수학 경시대회의 발생 배경, 초창기의 수학 경시대회의 정착 및 발전 과정에 대한 체계적인 분석은 우리 나라 수학 경시대회에 대한 위상을 정립하고 앞으로의 발전 방향을 모색하는데 의미로운 시사점을 줄 수 있을 것이다. 본 연구에서는 러시아의 대표적인 수학 경시대회의 하나인 모스크바 수학 경시대회의 발생 배경, 초창기 운영 방법, 수학 경시대회의 성격 및 목적, 수학 경시대회의 교육적 측면, 수학 경시대회와 연결된 수학동아리 활동을 체계적으로 분석하였다.

1930년대에 러시아의 수학자들은 중등학교 학생의 수학 영재교육에 많은 관심을 기울였다. 1935년에 모스크바 수학회는 모스크바 수학 경시대회의 개최를 의결하고 조직위원회를 구성하였으며, 1935년부터 모스크바 수학 경시대회가 개최되어 지금에 이르고 있다. 모스크바 수학 경시대회는 제 1라운드와 제 2라운드로 구성된다. 제 1라운드는 포괄적인 학생 선별의 성격을 가지며, 보통 4~6문제가 출제되며 난이도는 중등학교에서 접하는 정규적인 수학교육의 수준을 크게 벗어나지 않으며, 4~5시간동안 문제를 풀게 된다. 제 1라운드에 참가한 학생의 30~50%가 2라운드로 진출하지만, 제 2라운드의 참가를 위한 여러 가지 다른 가능성도 열려있었다. 제 1라운드를 치르고 1주일 후에 경시대회 문제에 대한 강평이 열리며, 강평에서는 문제에 대한 다양한 풀이, 학생들이 범한 전형적인 오류들이 소개되며, 경시대회의 결과가 학생들에게 공지된다. 그리고 나서, 1주일 후에 제 2라운드의 경시대회가 열리며, 4~6문제를 4~5시간에 풀며, 난이도는 제 1라운드보다는 훨씬 어렵다. 제 2라운드가 끝나고, 1주일 후에 문제 강평이 있는데, 특히 제 2라운드의 강평에는 유명한 수학자들이 참석하여 경시대회의 참가 학생에 의해 제시된 풀이를 현대수학의 다양한 주제와 연결시키고 이들의 수학적 확장에 관련된 강연을 행하기도 한다.

한편, 제 1회 모스크바 수학 경시대회의 제 2라운드에서는 문제들을 A, B, C의 세 시리즈로 나누어 학생들이 각 시리즈에서 한 문제씩 선택하여 풀도록 했다. 이것은 Kolmogorov의 제안에 의한 것으로, Kolmogorov는 수학적인 영재성을 기하학적인 영재성, 알고리즘적인(대수적인) 영재성, 조합-논리적인 영재성으로 분류하였으며, 학생들에게 자신의 수학적 영재성의 다양한 측면을 드러낼 수 있는 기회를 주기 위해 문제를 세 가지 시리즈로 나누어 제시하였고, 학생들은 각각의 시리즈에서 한 문제씩 선택하여 풀었다. 그러나, 제 2회 경시대회부터는 문제를 시리즈 A, B, C로 나누지는 않았지만, 출제되는 문제 자체는 수학적 영재성에 대한 Kolmogorov의 주장을 반영한 내용이 출제되었다.

본 연구에서는 모스크바 수학 경시대회의 성격을 수학적으로 재능이 있는 학생들의 발굴, 훌륭한 수학자의 양성으로 규정하였다. 뛰어난 수학적 재능을 가진 학생의 발굴하기 위해, 모스크바 수학 경시대회는 융통성있게 운영되었으며, 수학적 재능에 대한 Kolmogorov의 주장을 바탕으로 경시대회에서는 출제되는 문제들이 수학적 영재성의 다양한 측면을 평가할 수 있도록 노력하였다. 특히, 경시대회에 출제되는 문제들 중에서는 초등수학의 관점에서 출발하여 현대수학의 아이디어와 방법을 접할

수 있는, 일종의 현대수학으로의 학술적 여행에 관련된, 학술적으로 가치가 있는 수학 문제들이 많이 출제되었다.

모스크바 수학 경시대회에서는 훌륭한 수학자의 양성을 위해, 모스크바국립대학교의 수학동아리와 유기적인 관계를 맺었다. 모스크바국립대학교의 수학동아리 활동은 전체 강연과 분과 활동으로 구성된다. 전체 강연은 한 달에 두 번씩 격주로 일요일마다 열렸으며, 강사는 유명한 수학자들이었다. 공식적으로 강의시간은 2시간으로 규정되었으며, 각각의 강의는 독립적으로 운영되었다. 강의 주제는 강사에 따라 다양했으며, 몇몇 강연에서는 유명한 수학적 결과들을 흥미롭게 재구성하여 강의하였고, 몇몇 강연에서는 현대수학의 학술적 성과들을 강의하기도 하였다.

한편, 수학동아리의 초창기 분과 활동은 학생들의 보고서나 논문의 발표가 중심이 되었지만, 시간이 지나면서 발표 중심의 분과 활동이 효과적이지 못하다는 생각이 넓게 퍼졌다. 수학동아리의 분과 운영에서 획기적인 전환을 가져온 사람이 Shklyarski이다. Shklyarski의 방법에서는 분과 리더가 수학이론의 몇몇 주제들을 완결된 형태로 강의하고, 상당히 많은 시간을 학생들의 문제해결과 이것에 대한 발표에 할애했다. 분과에서 제시된 문제를 해결한 학생은 칠판에 나와서 자신의 풀이를 설명할 수 있는 기회가 주어졌는데, 이것에 대해 학생들은 커다란 자부심을 가졌고, 칠판에 나와 자신의 풀이를 설명하려고 경쟁하였다. 종종, Shklyarski는 학생의 풀이를 다시 반복하여 설명하였는데, 이를 통해 풀이를 듣는 학생들은 좀더 잘 풀이를 이해할 수 있었고, 칠판에서 자신의 풀이를 발표했던 학생은 청중 앞에서 자신의 생각을 표현하는 효과적인 발표 방법에 대한 교훈을 얻을 수 있었다. Shklyarski의 분과에는 리더를 보조하는 몇몇의 보조리더를 두어, 분과 활동을 하는 동안에 강의실을 순회하면서 학생들을 도울 수 있도록 하였다. 이러한 Shklyarski의 분과 운영 방법은 성공적인 결과를 얻었고, 다른 분과들도 Shklyarski의 분과 운영 방법을 따랐으며, 수학동아리에서 분과 활동의 전형적인 모범이 되었다.

모스크바 수학 경시대회와 비교했을 때, 우리 나라의 수학 경시대회는 학생의 선발이라는 측면에 초점이 맞추어져 있는 경우가 많다. 어떤 학생을 선발할 것이며, 이들을 어떻게 체계적으로 교육시킬 것인가에 대한 경험과 교수-학습 자료는 매우 부족한 실정이다. 그러나, 살펴본 바와 같이 모스크바 수학 경시대회는 어떠한 수학적 주제와 탐구 활동을 통해 수학적으로 뛰어난 재능을 가진 학생을 선발할 것이며, 이들을 어떠한 교수-학습 체계로, 어떠한 내용을 가지고 지도할 것인가에 대한 오랜 경험이 축적되어 있다. 모스크바 수학 경시대회의 경험을 그대로 우리의 교육 현실에 접목하는 것은 많은 문제가 야기될 수 있지만, 외국의 다양한 경험들을 토대로 우리 나라의 수학 경시대회에 관련된 다양한 교육적 문제의 해결을 위한 진지한 연구가 필요할 것이다.

참 고 문 헌

박한식 · 최영한 (1987). 우리도 국제 수학 경시대회에 참가하여야 한다, 수학교육 **25(2)**, pp.1-11.

박한식 · 최영한 (1988a). 1987년도 국제 수학 올림피아드, 수학교육 **26(2)**, pp.1-7.

박한식 · 최영한 (1988b). 1988년도 국제 수학 올림피아드, 수학교육 **27(1)**, pp.1-8.

박한식 · 최영한 (1989). 1989년도 국제 수학 올림피아드, 수학교육 **28(2)**, pp.93-101.

박한식 · 최영한 (1990). 1990년도 국제 수학 올림피아드, 수학교육 **29(2)**, pp.95-108.

박한식 · 최영한 (1991). 1991년도 국제 수학 올림피아드, 수학교육 **30(3)**, pp.1-24.

방승진 (2000). 수학 올림피아드 소개 및 지도 방법, 2000년도 과학분야 특기 · 적성교육 지도교사 연수 교재, pp.28-34(아주대학교 과학영재교육센터).

조승제 (1999). 국제 수학 올림피아드에 비춰 본 한국의 수학교육, 수학교육학술지 **4**, pp.263-270.

최영한 (1994a). 국제 수학 · 과학 올림피아드의 성적은 올바른 과학 정책의 지표이다, 대한수학교육학회논문집 **4(1)**, pp.155-168.

최영한 (1994b). 제 35회 국제 수학 올림피아드에서 나타난 문제점과 결과 분석, 대한수학교육학회논문집 **4(2)**, pp.129-138.

최영한 (1995). 한국 수학 올림피아드의 활성화, 수학교육 **34(2)**, pp.207-220.

한인기 (1998). 러시아의 수학 올림피아드, 수학교육세미나 *2*, pp.*109-123*.

한인기 (2000). 러시아 수학 영재교육에 관한 실제적 고찰, 수학교육논총 **18**, pp.121-155.

한인기 (2001a). 팀별 수학 경시대회 "수학전쟁"에 관한 연구, 수학교육학술지 **6**, pp.103-114.

한인기 (2001b). 콜모고로프와 수학적 재능에 관한 그의 이론, 한국수학사학회지 **14(1)**, pp.73-82.

한인기 · Kombarov (2004). 수학 영재교육에서 기하학의 역할 및 지도, 수학교육논문집 **18(2)**, pp.265-276.

Beskin (1957). O serii <Popukyarnye lektsii po matematike>, *Matematichskoe prosveshenie* **2**, pp.275-290.

Boltyanski & Yaglom (1965). Shkoknyi matematichecki kruzok pri MGU i Moskovskie matematicheskie olimpiady, In Eds. Boltyanski & Leman, *Zbornik zadach Moskovskih matematicheskih olimpiad*, pp.3-50.

Galperin & Tolpygo (1986). *Moskovskie matematicheskie olimpiady*, Moskva: Prosveshenie.

Kolmogorov (1986). Predislovie, In Galperin & Tolpygo, *Moskovskie matematicheskie olimpiady*, pp.3-4.

Kolmogorov (1988). *Matematika-nauka i professiya*, Moskva: Nauka.

Tihomirov (1998). Razmyshleniya o pervyh moskovskih matematicheskih olimpiadah, *Matematicheskoe Prosveshenie* **2**, pp.41-51.