

## 수학적 창의성의 개념

유 윤 재 (경북대학교)

수학적 창의성의 개념을 과정적 정의로서 창의적 문제해결력으로 규정하여 수학적 영재의 판별을 문제 발견의 창의성과 문제해결의 창의성으로 나누고 각각에 대한 판별검사 도구에 대하여 논의하였다.

### I. 서 론

영재교육진흥법에 의하여 영재교육이 법적 기반을 가지면서 영재교육은 대학의 영재교육원으로 부터 확산되어 교육청 주관의 영재교육으로 정착되고 있다. 영재교육이 본연의 목적을 달성하기 해서는 판별의 정교화가 이루어져야 하고 충실한 교육프로그램이 수반되어야 하며 지도교사의 질적 우수함이 전제되어야 한다. 이에 2003년부터 현재까지 각 시도에서는 영재교육 시설을 보완, 정비하고 지도교사의 실무연수를 수행하고 있다. 그러나 보다 세부적으로 관찰하면 영재교육에 필요한 제반 제도나 기술적 면에서 많은 혼선과 시행착오가 나타나고 있는데 이러한 원인은 영재교육이 실천적인 면에서 비교적 생소한 분야라는 것에 기인한다. 이에 영재교육의 목표에 부합하는 방법론과 실천적 방안들이 우리의 환경에 최적화되도록 체계적으로 정리되어야 필요성이 제기된다.

영재교육에서 특별한 관심을 가지게 되는 개념 중 하나는 창의성이다. 창의성은 영재교육의 전유물만은 아니며 교육이 지향하는 보편적 가치로서 존재함에도 불구하고 영재교육에서 창의성이 부각되는 이유는 기존의 학교교육이 창의성을 심각한 수준으로 간과하고 있었기 때문이다. 일반 학교교육에서 창의성이 간과되고 있다면 보다 치열하게 전개되고 있는 국가경쟁력 제고에 심각한 문제를 야기하는바 수월성 교육에서는 창의성을 함양하는 교육으로 나아가야 한다는 위기의식이 영재교육으로 하여금 창의성을 강조하게 된 동기라고 할 수 있다.

창의성에 대한 연구는 학자, 사회, 문화, 역사 및 국가의 정책이념 등 다양한 관점에서 접근되고 있다. 창의성의 개념적 다양성을 고려한다면 창의적 인간에 대한 기준도 달라지므로 창의성 계발을 우선시하는 영재교육에서는 영재의 판별이 보다 신중하게 논의되어야 한다. 그러나 현재 국내에서 수학영재를 판별하는 창의성 검사도구는 주로 Guilford의 확산적 사고능력의 측정과 같은 심리측정법에 근거를 두어 있어 단편성을 극복하지 못하고 있으며 그나마 창의성 판별도구도 확산적 사고능력과 수학문제를 연합한 형태의 모형을 사용하고 있기 때문에 창의적 인간의 인지과정을 이해하기에는 부족한 면이 있다. 즉 확산적 사고기반의 심리측정법에 의한 접근법은 확산적 사고요소들의 상호작용에 대한 설명이 없다는 이론적 약점을 가지고 있으며 다른 한편으로는 창의성의 사회 문화적 요소, 즉 수학적 산출물이 가지는 수학사회의 문화적 성격을 고려하지 않기 때문에 창의성의 환경적 영향을 간과하고 있다.

본 연구는 이러한 취지에서 기존 검사의 문제점을 분석하고 그 대안을 제시한다. 논의의 전개는 먼저 창의성에 대한 일반 이론을 개관한 후 그 다양한 이론들의 수학적 함의를 논의할 것이며 이어 수학적 창의성에 관련된 기존 검사도구의 문제점을 분석하고 마지막으로 대안적 방법을 제시하겠다.

## II. 본 론

### 1. 창의성에 대한 개념과 함의

창의성과 관련된 연구를 메타분석 결과에 의하면 창의성의 정의는 심리측정법, 산출물에 의한 정의, 과정적 정의로 분류된다.<sup>1)</sup> 이 세 가지 정의를 수학적 창의성과 지필형 판별검사도구의 관점에서 논의할 수 있다. 특히 판별검사는 미래에 있어서 창의적 생산자로서 기대할 수 있는 개인적 잠재력을 측정하는 도구에 비중을 두며 동시에 창의성의 교육적 측면 즉 창의성은 교육될 수 있다는 점이 논의될 것이다. 위에서 언급한 3가지 분류를 볼 때 심리측정법은 인과론에 기초를 두며 산출물에 의한 정의는 결과에 의한 정의로서 사회문화적 특성이 반영되어 있고 과정적 정의는 이미 언급한 성향과 결과물을 연결하는 메카니즘으로 이해된다. 먼저 이 세가지 유형의 성격을 간단하게 논의하자.

#### 1-1. 심리측정법에 의한 접근법

Guilford의 확산적 사고를 창의성과 동일 개념을 간주한다. 확산적 사고는 유창성, 유연성, 독창성, 정교성으로 세분된다. 이 정의를 따르면 창의성은 학습될 수 있기 때문에 교육적 장점을 지니고 있다. 그러나 창의성의 최근 연구는 과제의존성을 중시하는 경향이 있는데 확산적 사고는 과제의존성에 대하여 언급하지 않는다. 즉 이 개념에 의하면 수학적 창의성과 예술적 창의성을 구별할 수 있는 잣대가 없다는 단점이 있다. 그러므로 영역별 영재를 판별할 때 이 검사법의 타당성이 문제시 된다. 또 창의성은 신기성을 우선시하므로 독창성이 확산적 사고의 다른 요소보다 우위에 있는 개념이며 유창성과 유연성은 창의성을 이해하는 측면에서 고려될 수 있는 요소이다. 정교성은 예술 및 기초과학에서는 독창성에 비하여 의미가 약화되지만 기술공학에서는 여전히 지지받는 요소이다.

판별도구의 측면에서 볼 때 독창적인 산출물을 생산할 수 있는 사람의 특성과 확산적 사고요소검사의 상관을 측정할 자료가 없다. 뿐만 아니라 확산적 사고요소를 특정 영역에 검사도구화 하였을 때 제시된 문항들의 타당성이 검증된 것이 없다. 현재 사용되고 있는 검사방법도 여전히 문제가 된다. 이 점은 나중에 상세하게 논의될 것이다.

확산적 사고요소의 검사는 나이를 고려해야 한다. 즉 어린애의 창의성과 성인의 창의성을 비교할 경우 전자는 산출물이 없기 때문에 부득이 하게 창의성을 확산적 사고요소로 검사할 수밖에 없다고

1) Rhode(1961)은 창의성에 대한 64개의 정의를 분석한 다음 사람, 과정, 산출, 환경 등 4개의 관점에서 분류하고 있다. 김영채(2001)에서 재인용

해도 성인의 경우 창의성은 자신이 속한 학술 예술 사회에서 산출물에 의하여 결정되는 방법이 신뢰성이 높다. 초등학생이나 유아의 경우 그들이 가진 학문적 개념이 적기 때문에 확산적 사고요소에 의한 검사를 인정한다고 하더라도 영역별 특성을 요구하는 중학교의 경우에는 확산적 사고요소의 무지향성은 여전히 비판적이다.

각각의 학문이나 예술의 영역은 고유한 문화를 가지고 있다. 이 문화는 산출물에 대한 가치를 결정한다. 한편 한 영역의 문화의 특성은 심리적 결과가 아니라 역사적, 사회적 합의에 의한 것으로서 확산적 사고요소가 측정할 수 있는 한계를 벗어난다.

### 1-2. 산출물에 의한 접근법

산출물에 의한 검사는 산출물의 신기성(novelty)이나 유용성에 가치를 둔다.<sup>2)</sup> 이 방법은 창의성이 산출물에 의하여 직접적으로 확인되므로 창의성을 쉽게 이해할 수 있는 장점이 있다. 그러나 이 방법은 지적 산출물이 없는 발달 단계에 있는 학생에게는 적용할 수 없는 것이므로 창의적 능력의 가능성을 검사하는 도구로서는 부족하다. 각 학문은 고유의 가치체계와 그 가치를 유지하기 위한 사회문화적 규준에서 창의성의 이해되어야 한다는 점에서 볼 때 어떤 학문영역 내에서 신기성이나 유용성은 그 영역에 속해 있는 당사자 간의 협약주의적 성향이 강하게 작용한다. 이러한 협약주의적 특성은 역사적이고 사회문화 의존적이므로 심리측정법과는 현저하게 다른 개념이 될 수도 있다.

### 1-3. 과정적 접근법

이 정의에 의하면 창의성은 기존의 지식이나 정보를 특정한 조건에 부합될 수 있도록 재조직할 수 있는 능력으로 본다. 즉 이 경우에 창의성이란 창의적 문제해결을 의미하며 해결과정에 대한 여러 이론이 있지만 문제발견단계와 문제해결단계의 두 부분으로 구분된다. 수학에서 상세하게 연구된 것은 문제해결단계이나 보다 본질적으로는 문제발견단계에 관련된 능력이 중요하다.

과정적 맥락에서 수학자 포앙카레와 아다마르는 직관과 통찰을 강조한 초기 연구와 더불어 그들의 연구를 정리한 Wallas(1926)는 이 정의를 형태주의적 입장에서 관찰하고 있다. 폴리아는 문제해결 단계에 필요한 메타인지적 전략을 그의 저서 문제해결기법(How to solve it)에서 상세하게 논하고 있으며 Schoenfeld에 의하여 보다 정교하게 발전되었다.

이 정의에 의하면 각 학문영역의 메타인지능력을 산출할 수 있다는 전제하에서 지필형 판별검사도구를 만들 수 있다. 더욱이 이 정의는 교육적으로서 다양한 영역에서 활용될 수 있다. 실제로 창의적 문제해결의 창시자라고 할 수 있는 Osborn(1953)과 그의 동료 Parnes(1967)의 후속 연구에 이어 이에 관련된 Isaksen & Treffinger (1985)의 연구는 이 정의를 보다 구체화 한 것으로 교육적 특성을 가지고 있다.

2) MacLane(1986)은 조망성, 심오성, 필요성 또는 효율성, 독창성을 수학적 창의성의 산출물의 기준으로 제시하였다.

## 2. 기존 창의성 검사도구의 정합성

### 2-1. 현존 수학적 창의성 검사도구의 타당성 문제

현재 사용되고 있는 수학 창의성 검사도구는 Guildford의 확산적 사고를 창의성으로 동일시한 정의에 근거를 두고 있으며 이에 근거한 수학적 창의성 검사를 보면 셈이나 초등기하등에 관련된 문항들이 주류를 이루고 있다. (Silver, Leung & Cai, 1995; 김홍원, 김명숙, 송상현, 1996; 송상현,1998) 먼저 국내 기존 연구에서 나타난 검사문항을 예로 들어 문제점을 분석하자.

문제1. 다음의 세 규칙을 이용하여 계산의 결과가 30이 되는 문제 또는 식을 많이 만들어보라.

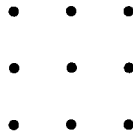
규칙 1: 아래에 주어진 수들의 전체 또는 일부분만을 사용해야 한다.

규칙 2: 여러분이 알고 있는 모든 수학 기호를 이용해도 좋다.

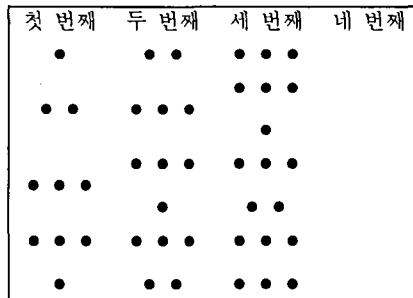
규칙 3: 하나의 식에서는 아래에 주어진 수를 꼭 한번만 쓸 수 있다.

10, 1/2, 2.5, 1/3, 60, 1.5, 3.5, 20, 150, 1/5

문제2. 다음과 같이 가로-세로의 방향으로 한 칸이 1cm인 9개의 점이 있다. 이 9개의 점 안에 넓이가  $2\text{ cm}^2$ 인 도형을 될 수 있는 한 많이 그려 보라.<sup>3)</sup>



문제3. 바둑돌이 다음과 같이 놓여져 있다.



똑같은 방법으로 바둑돌을 계속 놓았다고 할 때 네 번째 그림에는 몇 개의 바둑돌이 있는지를 세려고 한다. 셀 수 있는 여러 가지 좋은 방법을 가능한 한 많이 소개하라.

3) 송상현(1998)

이에 대비하여 다음과 같은 문제를 보자.

문제4. 연필로 할 수 있는 모든 것을 나열하라.

문제5.  $y = \frac{x^2+1}{x^4+2x^2+3}$  의 최대, 최소를 구하는 방법을 모두 말하라.

**2-2. 확산적 사고요소의 비등가성 문제**

Guilford의 확산적 사고에서 가장 중요한 요소는 독창성인데 독창성이 초등학교나 중학교에서 나타나기란 매우 희귀한 현상이고 보면 초, 중학교과정에서 독창성은 발견되기 어렵기 때문에 결과적으로 측정되기 어려운 요소다. 또 독창성이란 많은 습작과정을 통하여 자신의 아이디어와 기존의 아이디어가 비교되고 평가된 후 그 결과로 부터 판정되므로 지필검사와 같은 시간제한형 검사로는 측정될 수 있는 성질이 아니며 장기적 관찰이 필요하고 그 결과에 대해서도 학문영역의 전문가에 의한 일치된 견해가 필요하다. 정교성도 충분한 시간과 노력이 반영된 경우에 측정가능한 요소로서 독창성과 같은 맥락에서 이해된다. 2-1의 검사법에서는 독창성과 정교성 검사도구는 보이지 않거나 미미하다. 반면에 유창성과 유연성은 창의성의 본질이라기보다는 창의성을 이해하기 위한 성질들이다. 이와같이 Guilford의 확산적 사고요소들은 동일한 수준의 것이 아니며 특히 독창성은 다른 요소와 동격의 위치에 둘 수 없는 것이다. 그럼에도 불구하고 창의성 검사에서 유창성과 유연성은 언급되고 독창성과 정교성은 간과되어 있는 것은 이 방법에 의한 독창성과 정교성의 검사가 쉽지 않다는 것을 시사한다.

**2-3. 검사결과에 해석에 대한 문제**

창의성 검사도구는 여러 가지의 답이 나올 수 있는 문항으로 구성하기를 권고한다. 그러나 여기서 여러 가지의 답에 대한 정의가 분명하게 언급되어 있지 않다. 여러 가지의 답은 다음과 같이 3가지로 구분된다.

여러 가지 답의 종류	답의 원천이 될 수 있는 문제의 유형	답의 성질
평등 복수적 답	문제 1, 문제 2	답들이 동등한 가치를 가짐
비평등 복수적 답	문제 3, 문제 5	답들이 질적 차이를 가짐
다양한 답	문제 4	답에 대한 맥락적 이해가 요구함

먼저 평등 복수적 답은 동일한 맥락에서 이해될 수 있는 답으로서 그 답의 풀이가 대략 동일한 절차와 방법을 통하여 얻은 것을 의미하며 비평등 복수적 답은 동일한 맥락에서 이해될 수 있되 풀이과정의 질적 차이를 가진다. 반면에 다양한 답이란 다른 맥락에서 이해될 수 있는 것이다. 확산적 사고에서 의미하는 답이란 유창성과 유연성으로 이해되어야 하기 때문에 복수적 답이 아니라 다양한 답을 의미하게 된다.

그러나 수학에서는 어떤 문제에 대하여 제시된 풀이들을 비교하면 사고의 경제학이라는 관점에서 상호 비교 가능한 것이 많으므로 수학적 답이란 비평등 복수적 답의 범주에서 이해된다. 그런데 실제로 어떤 문제에 대한 풀이 과정을 보면 개인이 생각할 수 있는 최선의 방법에 해당되는 것이 많다.<sup>4)</sup> 따라서 비평등 복수적 답이 나올 수 있는 문제는 위의 예에서 주어진 형식으로 질문하는 것이 아니라 **다음 문제를 풀어**라는 형식으로 제시되어야 하며 수학적 창의성은 그 풀이 과정의 신기성으로부터 평가되어야 된다.

이제 방금 논의한 바와 같이 답의 성격을 근거로 기존의 창의성 검사를 논의하자. 먼저 문제 1에서 학생들이 주어진 요건을 만족하는 답을 될 수 있는 데로 많이 구성한 것으로부터 유창성과 유연성을 검사할 것이다. 그러나 문제 1은 계산능력이 무엇보다도 우선적이므로 결국 이 문제는 계산능력의 측정이 강조된다. 그러나 단순 계산능력이란 수학적 재능과는 상관관계가 없다. 약간 비유적으로 말하면 다양한 음표를 제시하고 그 음표를 이용하여 두 박자가 되는 방법을 쓰라고 해서 음악적 창의성을 검사하는 것은 아닐 것이다.

문제 2에서 보면 학생들은 시행착오를 통하여 넓이가 2가 되는 도형을 만들어 나갈 것이다. 그러나 그 학생이 수학적 재능이 있다면 이렇게 단순한 방법을 사용할 것이 아니라 분석적 태도를 취할 것이다. 즉 넓이가 2라면 그것보다 작은 넓이를 가진 기본적 도형을 구상하고 그러한 기본도형을 조립하는 방법을 택하는 것이 보다 창의적일 것이다. 따라서 수학적 창의성은 이러한 분석능력이 있는가를 우선적으로 검사해야 할 것이다.

문제 3은 비평등 복수적 답에 해당하는 문제이므로 위에서 언급한 바와 같이 최선의 풀이과정을 측정하기 위한 질문으로 대체되어야 한다.

전체적으로 볼 때 확산적 사고검사의 문항들은 수학문제임에도 불구하고 비수학적 사고방법으로 접근하고 있으며 학생들이 이 검사 문제를 수학적 사고방법으로 접근했다고 해도 위의 형식의 문제로는 확인할 방법이 없다.

#### 2-4. 요소측정법의 구조적 문제

Guilford의 확산적 사고요소의 검사는 과거 IQ검사가 가진 결함을 여전히 반영하고 있는데 그것은 Binnet의 지능검사에 있어서 지능요소의 산출이 적절하다고 하더라도 실제 사고과정에서 그러한 지능요소들의 입출력 및 상호결합에 대한 인지과정의 반영이 되지 않았기 때문에 지능과 실제적 학습능력과의 상관관계가 불확실하다는 점이다. Guilford의 확산적 사고요소도 실제 인지과정의 기작이 기술되지 않고 있다는 점에서 지능검사와 동일한 평가를 내릴 수밖에 없으며 따라서 단순 요소측정법은 재고되어야 한다. 한편 Silver, Leung & Cai(1995)의 연구나 송상현(1998)의 연구는 확산적 사고의 검사항목이 위에서 예시된 수학문제와 같은 형식으로 구성되면 충분하다는 논리에 기반을 두고

4) 여기서 최선의 답이라고 간주한 후 약간의 반성의 기회를 가지면 자신의 풀이를 좀 더 개선하여 더 나은 풀이과정을 도출할 수 있을 것이다.

있는데 이것은 다음과 같은 이유에서 문제점을 가지는데 다음과 같은 비유를 통해서 설명할 수 있다. 이 비유를 작곡의 창의성으로 하였다.

다음 4마디의 곡을 작곡하려고 한다. 음표는 4분 음표와 8분 음표를 사용하며 박자는 4/4이다. 여러분이 할 수 있는대로 많은 곡을 만들어라

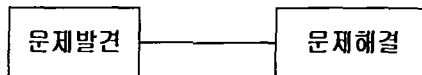
이 문제에 대하여 수학의 경우와 동일한 방법으로 확산적 사고요소를 측정할 수 있을 것이다. 그러나 이것은 어느 음악영재를 발굴하는데도 적용하지 않는 방법이다. 사실 위대한 곡을 볼 때 그 속에는 주제가 다양한 변주로 나타나지만 화성이나 음조의 일관성을 유지하고 있다.

### 2-5. 학문적 특성의 고려

Silver, Leung & Cai(1995)의 연구나 이에 따른 송상헌(1998)의 연구에서 보면 확산적 사고에서 가장 중요한 요소인 독창성을 간과하고 있다. 수학적 사실 2-1에서 주어진 문항들은 수학적 독창성과 어떤 연결고리를 가지고 있거나 그러한 측정법에서 우수한 결과를 얻었다고 하더라도 이후 수학에서 독창적인 결과를 산출하였다는 증거가 없다. 실제로 수학에서 독창성이나 정교성은 수학자 사회의 협약주의적 성격과 관련이 있고 그러한 협약주의적 상황은 수학자간의 간주관적 결정체이므로 결과적으로 인위적이며 따라서 인지적 결과에 의존하는 심리요소 측정법과는 다른 성격을 가진다. 그러므로 학문적 다양한 특성에 의존하는 창의성을 단순히 심리측정법으로만 적용한다는 것은 무리가 있다.

### 3. 창의적 문제해결의 개념과 구조

본고에서 다룬 수학적 창의성은 과정적 정의로 규정하며 따라서 수학적 창의성을 창의적 문제해결과 동일시한다. 창의적 문제해결은 먼저 학자에 따라 다양한 방법으로 설명되나 기본적으로는 문제발견과 문제해결의 구조를 가지고 있다.



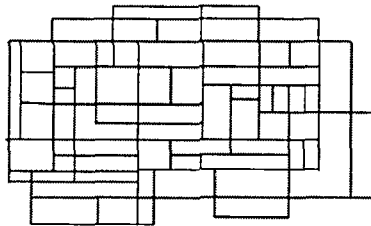
창의성을 과정적 개념으로 규정한 Wallas의 연구나<sup>5)</sup> Polya의 문제해결 전략에서 나타난 연구들은 주로 해결과정의 창의성을 다루고 있으나 문제발견 부분은 언급하지 않고 있다. 그러나 Torrance의 모형에는 문제발견 단계가 포함되어 있으며 마찬가지로 Osborn의 CPS(Creative Problem Solving) 연구와 이 연구를 발전시킨 Isaksen & Treffinger(1985)의 연구에는 문제발견 단계를 분명하게 진술

5) Wallas는 창의적 사고과정을 준비, 부화, 발현, 검증의 4단계로 나누고 있는데 준비단계는 아이디어를 산출하는 단계로서 창의적 문제해결의 이론에서 말하는 문제의 발견에 해당하는 개념은 아니다.

하고 있다.

문제의 발견에서 좋은 문제의 준거는 무엇일까? 먼저 좋은 문제의 기준은 모든 사람이 이해할 수 있는 평범한 개념으로 구성되어 있되 그 답이 자명하지 않은 문제를 말한다. 예를 들면 사과가 왜 땅으로 떨어지는가라는 뉴턴의 질문, 적열된 숯의 색깔이 온도에 따라서 변하는 이유는 무엇인가라는 Planck의 질문이나 빛의 속도로 날라 가면 빛이 어떻게 보일까라는 아인슈타인의 질문 등은 모두 평범한 질문에 속하면 그 답은 각각 만유인력의 발견, 양자역학의 창시, 상대론의 창시를 이끌어 내었다. 수학에서도 날고 있는 파리의 위치를 기술하는 방법은 없을까라는 질문에서 데카르트는 해석 기하를 창시하였고 속도의 순간적 변화를 어떻게 표현할 수 있을까라는 질문으로부터 미분법이 창시되었다. 이와 같이 문제발견의 창의성은 전문적 개념으로 구성된 문장을 만들지 않더라도 관찰될 수 있으며 검사도구로 활용될 수 있다.

문제해결의 인지과정은 문제해결공간의 개념으로 재정의 될 수 있다(<그림 2>). 문제해결공간은 아래 그림과 같이 가로 세로로 얽힌 마치 직물의 조직과 같은 구조를 가지고 있다. 가로선은 확산적 사고에 해당하며 세로선은 수렴적 사고에 해당한다. 문제해결공간에서 가장 위의 선들은 가정에 해당하고 가장 아래의 선은 결론에 해당하는 관련된 명제들이 되겠다. 문제해결은 문제해결공간에서 가정과 결론은 이어주는 논리적 연결선을 찾는 것으로 정의된다.



<그림 2> 문제해결공간의 구조

3-1. 문제발견의 창의성

문제발견의 창의성은 수확화에 기초를 둔다. 즉 수학적 창의성이란 주어진 현상으로부터 수학적 문제를 발견할 수 있는 능력으로 정의된다. 이렇게 정의할 때 수학적 창의성은 현실세계에서 나타나는 여러 현상으로부터 수학적 성질을 추출하는 것과 기성 수학으로부터 새로운 수학적 성질을 발견하는 것으로 구분할 수 있다.<sup>6)</sup>

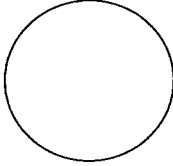
본고에서는 수학적 발견의 창의적 능력요소로서 수확화 능력, 귀추능력, 유추능력, 일반화 능력 등을 제시한다. 이러한 능력들은 복합적으로 나타날 수도 있고 단일한 형태로 나타날 수도 있다. 판별의 실제 문제로서 다음과 같은 예를 보자.

---


6) Freudenthal(1973)은 전자를 수평적 수확화라고 하고 후자를 수직적 수확화라고 하였다.



예 1. 다음 원을 보고 자신이 해결할 수 없거나 의문이 나는 문장을 가능하면 많이 만들어라.



예 2. 다음 도형을 보고 자신이 해결할 수 없거나 의문이 나는 문장을 가능하면 많이 만들어라.



실제로 이러한 문제로부터 Guilford의 확산적 사고 중에서 유창성과 유연성을 검사할 수 있는 도구를 작성할 수 있다. 그러나 예1에서와 같이 "내가 해결할 수 없는"이라는 제약조건을 구체적으로 확인할 필요가 있을 때는 검사형식이 지필형식이 아니라 개인 면담형식으로 제공될 때 신뢰도를 향상시킬 수 있을 것이다. 한편 이러한 문제는 자신이 이해할 수 없는 의문을 제시하므로 그들이 제시한 문장 속에서 나타난 개념들을 분석함으로써 피검사자의 지적 능력을 추측할 수 있다.

위의 예 1과 예2는 수평적 수확화의 능력을 검사하는 도구이다. 수평적 수확화는 전학년에서 걸쳐 적용될 수 있지만 수직적 수확화를 검사하는 도구는 보다 수학적 개념이 포함된 문장이나 대상으로부터 새로운 발견을 요구하므로 저학년에는 적당하지 않다.

본 연구에서 문제발견의 창의성에 대한 검사법의 종류는 다음과 같다.

- (1) 수확화 능력: 여러 가지 수학적 현상으로부터 수학적 문제를 발견할 수 있는 능력을 검사함. 이 능력은 수직적 수확화 능력과 수평적 수확화 능력으로 세분된다.
- (2) 수학적 개념 결합능력: 일련의 수학적 개념을 열거한 것으로부터 적당한 개념을 추출하여 유의미한 수학적 명제를 만드는 능력을 검사함. 여기서 유의미한 수학적 명제란 검사자의 능력 수준과 부합된 명제를 말한다.
- (3) 수학적 사실 확장능력<sup>7)</sup>: 기존의 수학적 명제를 확장하거나 일반화할 수 있는 능력을 검사함. 귀추능력과 유추능력 및 일반화 능력이 여기에 해당된다.

7) 일반적으로 이러한 과정을 포괄적 확장원리(principle of generic extention)라고 한다.

### 3-2. 문제해결의 창의성

문제해결의 창의성은 문제해결기법의 메타인지능력을 검사하는 방식으로 이미 연구되었으며<sup>8)</sup> 이 결과들이 본 연구에서 보다 구체화 되었다. 문제해결 부분에서 먼저 가능성 있는 가정을 찾는 것은 통찰과 직관과 같은 큰 범위를 탐색하는 사고활동이 있고 보다 좁은 영역에서 방향을 찾아주는 사고활동의 요소들이 있을 것이다. 다음은 해결과정에서 적용될 수 있는 인지 활동의 요소들이다.

사고수준	인지활동 요소	문제해결공간에 의한 해석
1차 인지 요소	통찰, 직관	문제해결공간에서 해결 통로의 개략적 설계
2차 인지 요소	추론 <sup>1)</sup> , 통합, 분석 <sup>2)</sup> , 재정 <sup>3)</sup> , 특수화 <sup>4)</sup> , 동치 변형 <sup>5)</sup>	한 마디에서 다음 마디로의 이행을 하기위한 메타수학적 기능
3차 인지 요소	형식화 <sup>1)</sup> , 도식화 <sup>2)</sup>	한 마디에서 다음 마디로의 이행을 하기위한 수학적 기능들
4차 인지 요소	계산, 정리의 이해와 적용	한 마디에서 다음 마디로의 이행을 준비하기 위한 수학적 기능

여기서 열거된 인지활동 요소 중 2차 3차 인지요소들은 그 자체로서 문제 해결력 검사도구로 적용 된다. 그러나 1차 인지요소들에 대응하는 검사 도구는 본 연구에서 제시하지 못하고 있으며 향후 연구과제로 남겨둔다.<sup>9)</sup>

### 4. 창의적 문제해결의 검사도구

창의적 문제해결의 검사 도구의 인지요소 및 검사요소를 표로 나타내면 다음과 같다. 이 표에 제시된 검사요소의 정의는 다음과 같이 상세하게 다룬다.

	인지요소	검사요소
발견능력	수학화 능력	유창성
		유연성
		독창성
		정교성
	개념결합능력	유창성
		유연성
		독창성
		정교성
	수학적 확장능력	유추능력
		귀추능력

8) 유윤재(2002,2003)

9) 수학자 코시는 복소수에 대한 논리적 이해가 부족한 상태에서 복소함수론의 기초를 만들었다. 코시의 이러한 능력은 직관이 창의성에 함의하는 바를 적절하게 시사하고 있다.

해결능력	1차 인지요소	통찰력
		직관력
	2차 인지 요소	특수화 능력
		추론능력
		재정의 능력
		동치변형 능력
		분석능력
	3차 인지요소	형식화 능력
		도식화 능력
	4차 인지요소	수학적 지식

**4-1. 문제 발견능력의 검사도구**

**1) 수학적 능력 영역**

수학적 능력은 주어진 현상으로부터 수학적 명제를 창출할 수 있는 능력이다. 이것은 일반적 수학 현상과 자연현상 및 사회현상에 포괄적으로 나타난다. 검사방법은 주어진 대상으로 발견된 사실들을 문장으로 기술하게 하고 그 문장으로부터 확산능력을 검사한다. 예를 들면 원을 그려놓고 그 것으로부터 문제를 만들라고 했을 때 검사자는 관련된 문장을 나열할 것이다. 문제의 유형은

- i) 도형으로부터 문제발견
- ii) 주어진 개념으로부터 수학적 명제 창출
- iii) 자연 및 사회현상으로부터 문제발견

등을 고려한다. 검사요소로서 유창성, 유연성, 독창성, 정교성을 제시하고 그것을 다음과 같이 정의한다.

- i) 유창성: 기술된 문장의 개수 또는 기술된 개념의 갯수
- ii) 유연성: 기술된 문장의 유목화 또는 기술된 개념의 유목화의 다양성
- iii) 독창성: 기존 사실에 비하여 독창적 내용을 가진 문장
- iv) 정교성: 유의미한 문장의 개수

**2) 수학적 개념결합능력 검사도구**

개념결합능력은 주어진 다수개의 제시된 개념으로부터 수학적으로 유의미한 명제를 창출할 수 있는 능력이다. 검사유형은

- i) 기본 결합: 제시된 개념이 모두 수학적 개념으로 이루어진 것과
- ii) 확장 결합: 제시된 개념들이 수학적인 것과 비수학적인 것이 혼재되어 있는 것

을 제시한다. 이 때 검사요소는 확산적 사고능력의 검사로 이루어지되 확산적 사고요소의 정의는 다음과 같다.

- i) 유창성: 기술된 문장의 개수 또는 기술된 개념의 개수
- ii) 유연성: 기술된 문장의 유목화 또는 기술된 개념의 유목화의 다양성
- iii) 독창성: 기존 사실에 비하여 독창적 내용을 가진 문장
- iv) 정교성: 유의미한 문장의 개수

### 3) 수학적 확장능력 검사도구

주어진 자료로부터 보편적 명제를 창출할 수 있는 능력을 말하며 검사요소는 다음과 같다.

- i) 귀납추리력
- ii) 유추능력

### 4-2. 문제 해결능력 검사도구

1차 인지요소에 해당하는 직관력과 통찰력의 검사에 대한 신뢰도를 충족시키는 객관적 방법을 찾기 위한 추후 연구가 필요하다고 보며 본 연구에서는 제외하였으며 2, 3, 4차 인지요소는 다음과 같은 방법으로 검사한다.

#### 1) 2차 인지요소의 검사

- i) 특수화 능력: 주어진 문제를 단순한 형태로 환원하거나 변인을 축소하여 단순한 형태로 귀착시킬 수 있는 능력
- ii) 추론 능력: 형식논리를 구사할 수 있는 능력
- iii) 재정의 능력: 주어진 문제를 자신이 이미 알고 있는 개념으로 재구성할 수 있는 능력
- iv) 동치 변형 능력: 주어진 명제를 동치인 다른 명제로 구성할 수 있는 능력
- v) 분석능력: 사물의 성질을 추출할 수 있는 능력

#### 2) 3차 인지요소의 검사

- i) 형식화 능력: 도형 또는 시각적 정보를 언어적 정보로 변형할 수 있는 능력
- ii) 도식화 능력: 언어적 정보를 시각적 정보로 변형할 수 있는 능력

#### 3) 4차 인지요소의 검사

- i) 단순한 공식의 암기와 계산 능력
- ii) 정리 내용의 숙지 여부

### III. 결론과 제언

본 연구의 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 1) 수학문제 해결에는 복잡한 인지과정과 다양한 전략을 구사되고 있기 때문에 수학적 창의성의 측정시에도 그러한 요소들이 충실하게 반영되어야 한다. 그러한 요소들은 수학적인 경우와 메타수학적인 요소로 분류될 수 있으며 그 위에 직관력과 통찰력이 있다.
- 2) Guilford의 요소측정법은 학문의 영역에 따라 중요도가 다르게 평가되므로 창의성검사의 방법으로는 부족하다.
- 3) Guilford의 요소측정법에는 학문이 가진 역사/문화적 특성이 반영되지 않고 있다. 그러나 각 학문은 역사적 관점에서 볼 때 확산적 사고요소의 역할이나 중요도가 다르게 평가되므로 창의성의 검사에는 학문의 특성이 고려되어야 한다.
- 4) 본 연구는 지필검사를 중심으로 논의된 것이다. 수학적 영재의 판별이나 수월성 교육을 위한 검사준거로 충분한 신뢰도를 얻기 위해서는 지필검사를 포함한 다양한 검사법이 활용되어야 할 것이다.<sup>10)</sup>

### 참 고 문 헌

- 김영채 (2001). 창의적 문제해결. 교육과학사.
- 김홍원·김명숙·송상헌 (1996). 수학 영재 판별도구 개발 (I: 기초 연구편), 한국교육개발원 연구보고, CR96-26.
- 송상헌 (1998). 수학 영재성 특성과 판별에 관한 연구, 서울대학교 박사학위 논문.
- 유윤재 (2002). 수학적 창의성 검사, 한국수학교육학회 시리즈 F <수학교육학술지> 7, pp.1-22, 서울: 한국수학교육학회.
- 유윤재 (2003). 창의적 수학문제 해결력 검사도구의 요소, 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육논문집> 17, pp.159-168, 서울: 한국수학교육학회.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*, Dordrecht. The Netherland: Reidel Publishing Co, 401-511.
- Isaksen, S. G. & Treffinger, D. G. (1985). *Creative problem solving: The basic course*, Bearly Ltd. Buffalo, New York.

10) 2004년도 여름방학 중 직접 방문을 통하여 콜모고로프 영재학교 교장과의 대담을 통하여 얻은 정보에 의하면 러시아의 콜모고로프 영재학교의 입학은 지필고사와 면접으로 되어 있는데 여기서 지필고사는 고난도의 수학문제로 구성된 시험이다.

- MacLane S. (1986) *Criteria for excellence in mathematics*, *Bull. de la Soc. Belg. Serie A*, **38**, pp.301-302.
- Osborn, A. F. (1953). *Applied Imagination: Principles and procedures of creative problem-solving*, Charles Scribner's son, New York.
- Parnes, S. J. (1967). *Creative behavior guidebook*. Charles Scribner's son, New York
- Silver, E. A.; Leung, S. S. & Cai, J. (1995). Generating multiple solution for a problem: A comparison of the responses of U. S. and Japanese students, *Educational Studies in Mathematics* **26**, pp.35-54.
- Wallas, G. (1926). *The Art of Thought*, Harcourt Brace.