

## 흑백퍼즐의 선형대수학적 해법을 통해 본 영재 교육<sup>1)</sup>

이 상 구 (성균관대학교)

박 종 빈 (성균관대학교)

양 정 모 (포항공과대학교)

수학적인 깊은 지식을 갖지 않은 저학년 학생이 단지 기초적인 수학적 지식만을 이용하여 잘 알려진 “흑백퍼즐”에서 자연스럽게 제기된 3가지 질문에 대하여 완전한 선형대수학적 해법을 제공하였다. 이 내용의 수학적 부분은 ICME 10에서 소개하였다. 본 발표에서는 흑백퍼즐의 선형대수학적 해법과 알고리즘을 소개하고 이어서 이 해법을 얻는 과정에서 경험한 내용을 영재 교육의 관점에서 접근한다.

결론적으로 한국 교육 여건에서 실제 교육이 가능한 환경은 초등학교와 대학이라고 생각하며, 특히 적당한 기초 수학지식을 갖춘 진지한 대학생에게 효과적인 연구 경험을 제공하는 것은 현재 우리에게 가장 필요한 부분으로 한국의 대학수학교육에서 꼭 다루어져야 할 부분이다.

본 논문은 “시각적 이해(Visualization, Intuition)-시행(trial)-착오(error)-사색(speculation)-예상(conjecture)-증명(proof, 설명)’ 과정”을 통한 대학에서의 수학교육 문제의 하나로 학부 과정의 수학 지식이 주위의 문제해결에 얼마만큼 중요한 열쇠가 되는지를 보여준다. 중요한 것은 선형대수학 입문 과정의 지식만으로 흥미를 끄는 실제 문제에 대해 학부학생이 구체적인 답을 주었다는 것이다. 더구나 개발한 알고리즘을 이용하여 구체적인 결과물도 만들었다. 본 연구과정은 학생의 연구 참여 경험을 주었다는 의미에서 미국과학재단(NSF)의 학부생을 위한 연구경험 프로그램과 같은 교육적 효과를 보여준다.

기본적인 흑백 게임의 규칙에 따라 일부의 바둑알이 뒤집힌 상태로 주어진 초기 패턴에 따라서 답이 있는 문제와 답이 없는 문제가 존재하는가? 그런 존재성을 수학적으로 증명할 수 있을까? 즉 홈페이지 관리자가 ‘상대가 이길 수 없는 초기조건(영원히 이길 수 없는 문제)’을 제시할 수 있을까? 그렇지 않다면 이 문제는 어떠한 초기조건이 주어져도 반드시 답이 존재하는 그런 부류의 문제일까? 만약 그렇다면 “그런 사실에 대한 증명은 가능한가?” 하는 해의 존재성에 대한 문제가 제기되었으며 위의 세 가지 질문에 대한 완전한 답이 제공되었다. 이와 관련한 내용은 Journal of Korean Soc.

1) 이 논문은 한국수학교육학회 시리즈 D <수학교육연구> 제 8권 제3호 (통권 19호)에 게재된 논문인 Activity of a Gifted Student Who Found Linear Algebraic Solution of Blackout Puzzle를 요약 번역한 것입니다.

Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education, Feb. 2004, Vol. 43, No. 1, 87-96을 참고하기 바란다. 그리고 개발한 알고리즘을 이용해 저자가 C++ 언어로 만든 프로그램은 다음 사이트에서 다운받아 사용할 수 있다.

<http://matrix.skku.ac.kr/sglee>

/blackout\_win.exe

본 연구는 실제 생활에서 찾을 수 있는 많은 수학적 모델에 대한 엄밀한 수학적 증명과 연관 지식의 융합을 통해 새로운 도구를 개발하는 모델로서 수학의 응용 및 활용에 대한 새로운 의미를 준다. 더 나아가 위의 연구의 주요 부분이 학부생의 아이디어에 근거한다는 것은 적당한 기초 수학지식을 갖춘 진지한 대학생에게 효과적인 연구 경험을 제공한다는 측면에서 접근할 부분이다. 특히 미국 NSF 의 REU 프로그램과 대비되는 한국적 영재 교육의 모델의 제시가 가능하다.

## 참 고 문 헌

- 신항균·이광연·이상구·천기상 (1998). 선형대수학과 응용, 서울: 경문사.
- Stiller, L. (1996). Multilinear Algebra and Chess Endgames, *Games of No Chance*, **Volume 29**, pp.151-192. Berkeley: MSRI Publications
- Tuckur, A. (1988). *A Unified introduction to linear algebra: Models, methods and Theory*, New York: Macmillan Pub. Inc.
- Uhl, J. & Davis, W. (1999). Is the mathematics we do the mathematics we teach?, *Contemporary issues in mathematics education*, **Volume 36**, pp.67-74, Berkeley: MSRI Publications
- JAVA 프로그램 by Universal studio and Dream Works, 영화 뷰티풀 마인드 흑백(Blackout)게임 (2001). <http://www.abeautifulmind.com>