韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 18집 제3호. 2004. 9. 243-253

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E
Communications of Mathematical Education
Vol. 18 No 3, Sep. 2004. 243-253

수학적 응용을 통한 창조성 개발[1)]

John D. Donaldson (호주 타스매니아 대학교)[2)]
최 영 한·김 호 식 (한국과학기술원) 공역

수학은 그 근본이 창조적인 활동이다. 창조성은 그것의 본질적인 아름다움을 통해서나 현실 세계문제에 응용되는 방식 중의 하나로 개발될 수 있다. 수많은 위대한 수학자들은 수학의 응용에 진실로 흥미를 가져왔으며, 물리적 현상의 수학적 규명으로부터 새로운 수학이론개발의 영감을 얻어왔다. 우리는 이번 연구에서 수학적 모델이 어떻게 형성되고 사용되는지를 살펴보고 수학의 응용 단계에 대하여 연구해 볼 것이다. 그 수학의 응용 예시로써 스포츠, 환경, 인구에 대해 다루어 볼 것이다.

1. 서 론

2004년 5월 수학분야의 두 번째 Abel 상은 Index Theorem에 대해서 연구한 Michael Atiyah (University of Edinburgh)와 Isadore Singer(MIT)에게 수여되었다. 본 연구는 수학문제들의 특정한 한 집합 내에 존재하는 해의 개수와 관련된 것이다. 이 이론은 고에너지물리학(High-energy physics)과 같은 분야에서 널리 응용될 수 있고, 몇몇의 중요한 문제들에 대한 해답을 얻을 수도 있다는 것이 밝혀졌다.

Singer는 이후의 강연에서 수학은 패턴과 상호관계에 대한 연구로서 그 자체가 본질적으로 아름다운 것이라는 것을 강조했다. 이 같은 연구가 응용에 대한 재정적인 문제로 간과되어서는 안 된다는 것이다.

좀더 일반적으로 과학은 패턴의 학문이고 수학은 과학의 언어이다. 그 결과 수학의 응용은 미래 사회에 있어서 대단히 중요하다고 볼 수 있다. 실제로 위대한 수학자들은 현실세계에 지대한 관심을 가져왔다. 그 대표적인 수학자로 Hansen(1971)이 있다. 행성의 궤도에 대한 Newton의 연구와 Gauss가 남긴 자연은 나의 여신이니 나의 모든 일로 그대의 법칙에서 벗어나지 못하게 묶여 있다. ('Thou, nature, art my Goddess: to thy laws my services are bound')라는 말은 우리에게 깊은 확신을 준다.

---

1) 이 논문은 한국수학교육학회 시리즈 D <수학교육연구> 제8권 3호 (통권 19호)에 게재된 논문인 Development of Creativity through Mathematical Applications를 번역한 것입니다.
2) 영국 에딘버르 대학교에서 학사 (B. Sc. Hons.) 학위를 받았고, 호주 타스매니아 대학교에서 박사 (Ph. D.) 학위를 받았으며, 타스매니아 대학교 과학·공학부 교수로 재직 중이며, 현재 한국과학기술원 자연과학부 응용수학전공 방문교수로 있다.

세계를 향한 진정으로 창조적인 공헌은 실존하는 대상으로서의 수학에 대한 연구로부터 비롯된다. 그리고 이 같은 연구에 있어서 수학은 수학 그 자체뿐만이 아니라 수학의 응용범위까지도 포함한다.

노벨상을 수상한 미국의 작가 Pearl(1973)는 그녀의 딸이 수학에 관심을 갖도록 도와주는 데 바로 수학이 다양한 관계들의 상직적인 언어이며 여기서 말하는 관계란 인생의 핵심적인 의미까지도 포함한다는 것을 설명해준다.

한번은 인터넷 칼럼에 한 부모의 글이 올라왔다. 음악의 창조성에 푹 빠져있던 어린 자식이 수학에는 창조성이 없다는 생각을 갖게 된 이후로 수학을 왜 공부하는지에 대해 의심을 품고 심지어는 수학을 싫어하는 아이가 되었다는 내용의 글이었다. 이 글에 대해 Bogomolny(2000)는 그 부모가 수학이 풍부한 상상력을 요구하고 창조적이며 무엇보다 재미있다는 것을 보여줄 만한 수단을 찾고 있다고 말한다.

미국 (National Research Counci)의 Mathematical Sciences Education Board National Research Council는 창의적이면서 생명력 넘치는 프로그램 개발의 필요성과 수학의 활용에 대해 언급해왔다. 그리고 Steen(1990)은 다음 세기에 수학교육과정에 창조적인 접근이 이루어져야 함을 강조했다. 그들은 수학계의 현재와 미래의 연구들이 수학 교육을 구체화시켜야 함을 주장했다. Steen은 그 가능한 5가지 사례를 제안한 것이다.

본 연구논문에서 우리는 현실세계에서 일어나는 현상에서 수학을 패턴에 적용하는 과정을 생각해 볼 것이다. 우리는 어떤 종류의 정보들이 수학적 모델을 개발하는데 기여할 수 있는지 그리고 이 같은 정보의 사용이 주는 이점을 생각해 볼 것이다. Kim & Lee(2001)는 수학적 모델을 구성하고 분석하고 사용하는 일련의 과정을 반영하는 이해력, 직관력, 통찰력, 일반화의 상호작용처럼 수학과 관련된 창의성의 정의를 제시한다.

2. 다양화의 필요성

우리는 이미 수학에는 크게 두 가지의 문제인 근본적인 수학 문제와 수학의 응용과 관련된 문제가 있다는 것을 알았다. 우리는 수학의 응용에 대해 관심이 있다. 그리고 여기에는 가능한 관심분야의 목록이 계속해서 증가하고 있다. 그 사례들에는 예술학, 점성학, 미학, 음악, 시, 종교, 윤리, 경제, 정부, 게임, 문화, 문학, 철학, 과학, 자연, 환경, 스포츠 등 다양하다. Chick & Watson (1994)은 논설이나 기사와 같은 글도 예술학, 음악, 자연과 더불어 앞에서 제시된 주제들과 함께 수학에 포함시킨다. 이 주제들은 수학의 아름다움과 힘을 보여준다고 할 수 있다.

2.1 학생과 선생님의 관심

중대한 화제의 하나로 선생님과 학생이 함께 관심을 갖는 것을 말할 수 있다. 일반적으로 학생들은 적은 경험을 가지고 있을 것이다. 그리고 그들의 관심분야는 그들의 선생님과 비교해서 제한될

것이다. 어떤 학생은 음악에 관심을 가지고 있을지 모르고 다른 학생은 미술에 또 다른 학생은 스포츠에 관심을 가지고 있을지 모른다. 학생들이 선호하는 주제에 수학을 적용하는 창조적인 활동을 할 수 있도록 학생들에게 필요한 자료들을 제공하여 관심을 불러일으키는 것이 바로 선생님의 몫이다.

그러나 불행히도 선생님들은 그들만의 특별한 관심분야를 가지고 있다. 그리고 그들은 학생들의 관심분야에 함께 관심을 가져주지 않는다. 선생님들은 창조성을 개발할 수 있는 한 가지 방식으로 학생들이 관심분야 안에서 그들의 수학지식을 개발할 기회를 제공해주어야 한다. 그러고 나서 학생들은 더 넓은 범위의 분야에 소개될 수 있다. 그래서 이 같은 분야는 학생들에게 지식을 전달해줄 수 있고 학생들이 그 분야에서 창의적인 접근을 통해 용기를 얻을 수 있게 도와준다.

수학의 적용을 포함하는 과정에서 소개는 특정 분야에서 지식을 얻게 하기위해 단단한 기초를 제공한다. 특히 수학적 모델을 형성하는 곳에는 기초가 튼튼한 단계적인 접근이 따른다. 각각의 단계는 질문에 응답을 제공하는데 있어서 창의적인 모델작성자를 요구한다. 그렇다고 그 응답이 반드시 유일무이하고 특별할 필요는 없다. 다음 내용에서 우리는 수학적 모델을 형성하면서 이루어지는 일반적인 단계들을 고려해볼 것이다. 그리고 이러한 수학적 모델을 사용하면 어떤 이점이 있는지 알아볼 것이다.

3. 수학적 모델링

수학적 모델을 형성하기 위해 거치는 단계들은 매우 명확하고 응용수학 참고서적에 잘 소개되어 있다(Lin & Segal 1994; Logan 1987). 우선 이미 분석된 물리적 상황이 선택된다. 그리고 다음과 같은 과정을 거친다.

- 특정 패턴 확인하기.
- 그 패턴을 표현하는데 필요한 변수 선택하기.
- 앞에서 선택된 변수들에 의해 만족되는 관계 알아내기. 여기서 관계란 변수들의 변화를 표현하는 함수나 방정식을 말한다.
- 앞에서 말한 관계들로부터 더 상세한 정보 알아내기. 함수에 대한 좀더 자세한 정보나 방정식의 해법을 의미한다. 여기서 새로운 수학이 요구된다.
- 물리적 상황과 새로운 정보 비교하기.

마지막 단계에서 만약 정보가 물리적 상황과 부합되지 않는다면 그 모델은 문제가 있는 것이다. 그러므로 앞쪽의 단계들로 돌아가서 그 모델을 재개발해야 한다. 이 과정이 종종 반복되고 수차례의 재개발과 각 단계에 대해 창조적이고 변화된 접근이 요구된다.

만약 수학적 모델링의 결과와 물리적 상황이 완벽하게 들어맞는다면 그 모델은 다음과 같은 목적으로 사용된다.

- 물리적 상황에 대한 좀더 깊이 이해하기. 새로운 패턴 찾아내기.
- 미래 예측하기
- 물리적 상황 통제하기
- 더욱 복잡한 물리적 상황으로 문제를 확대하기.

이와 같은 과정의 각 단계는 유일무이한 것이 아니다. 모델이 실제적임을 확인하는 것의 궁극적인 목표 안에는 다른 결과의 가능성을 허용하는 각 단계를 종종 다른 방식들이 조절할 수 있다는 내용이 포함된다.

4. 모델의 이점

수학적 모델의 사용은 우리가 매우 다양한 조건에서 물리적 상황과 관련된 테스트를 수행하는 것을 허용한다. 굉장히 다양한 환경에서 실제적인 실험을 수행하는 것은 비용, 시간의 상당한 소비로 이어진다. 만약 우리가 프로펠러 날개와 배의 선체를 테스트하기 원한다고 실제 크기와 동일하게 복제하고 그것들의 성능을 평가하기 위한 일련의 실험을 하는 것은 비현실적이다.

꽤 다른 모델들에서 비슷한 수학이 발견될 수 있고 하나의 물리적 상황에서 이루어진 행동패턴이 다른 물리적 상황에서 발견될 수도 있다. 열의 흐름을 나타내는 방정식 또한 random walk를 서술하는 데 사용될 수 있고 금융시장에서 주식의 가격을 나타내는 데 사용될 수도 있다.

수학적 모델을 만드는 것의 또 다른 이점은 수학적 모델은 종종 우리들에게 물리적 상황에서 새로운 통찰력을 주고 새로운 아이디어와 새로운 생각의 고리를 만들어낸다. 최근에 RNA(ribonucleic acid) 변형의 수학적 모델들에 의해 분자결합의 접힘과 펴짐 그리고 RNA구조의 갑작스런 변화가 설명되었다. 흥미로운 점은 동일한 모델이 나노다발의 안정성을 설명하는데 사용된다는 것이다.

5. 컴퓨터

닫혀있는 형태에서 수학의 해를 구하는 것은 종종 불가능할 때가 있다. 이 같은 상황에서는 컴퓨터를 이용한 계산에 의존해야 한다. 그러나 컴퓨터의 계산 능력을 사용하는데 있어서 한 가지 짚고 넘어가야 할 것은 전적으로 컴퓨터의 연산을 통해 구한 결과들을 아무런 의문 없이 받아들여도 되겠느냐는 것이다.

- 컴퓨터의 계산 능력을 통해 구한 결과는 그 패턴을 주의 깊게 살펴봐야 한다.
- 이미 알려진 해와 비교해보아야 한다.
- 매개변수를 사용하는 컴퓨터에 의한 계산 결과는 물리적 상황에 대한 경향이나 개념을 보여줄지 모른다.(allowing for a closer look at mathematical)

컴퓨터는 실제로 우리가 어떻게 수학적 모델들을 연구하는가에 따라 무시할 수 없는 영향력을 가진다. 그리고 숫자들을 가지고 하는 실험을 통해서 창의성의 끊임없는 원천이 존재하는 것이다. 컴퓨터의 계산능력은 우리가 어떤 현상을 더욱더 세밀하게 탐구할 수 있도록 도와준다. Newton의 계산방식은 태양과 지구 이렇게 단지 두 입자의 운동만을 다룬다. 그러나 컴퓨터는 우리가 다른 행성의 운동효과와 심지어 달의 운동효과까지 설명할 수 있도록 해준다.

컴퓨터를 사용하는 수학은 이제 날씨의 패턴이나 오염이 기후에 오랜 기간동안 미치는 영향력 그리고 온실효과와 같은 더욱더 복잡한 모델까지 다룰 수 있다. 컴퓨터는 흥미를 끌고 있는 무질서의 세계에 대한 연구를 돕고 있다. 여기서 무질서의 예로 인구연구에서 주기가 배로 증가하는 효과나 the Mandlebrot set 등을 들 수 있다.

6. 예제

마지막 장에서 우리는 스포츠에서 한 가지 예제를 들어 수학적 모델링을 보이고 수학적 모델의 고찰로부터 내려진 창의적인 결정을 지적하는 인구모델링으로부터 한 가지를 보일 것이다. 이 모델들은 학교에 다니는 어린 아이들의 수학적 계산능력의 수준을 고려하여 선택된 것이다.

6.1 수학과 스포츠

스포츠에는 수학의 흥미로운 응용들이 많이 있다. 한계를 가진 응용대상으로 바로 이해하기 쉬운 것들은 높이 점프하기, 멀리 점프하기 이 두 가지와 관련이 있다.

높이 점프하기를 생각해보자. 가장 높은 지점에 막대기가 있다. 이 패턴은 뛰는 물체가 어떤 특정한 속도로 땅에서 뛰어올라 최고점에서 도달하면 위쪽 방향의 속력이 0이 된다는 것이다. 첫 번째 사례에서는 에너지에 의해서 올바른 답이 주어질 것으로 보인다. 여기서 에너지를 고려하면 우리는 다음과 같은 방정식을 얻는다.

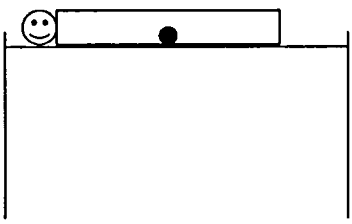
$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = c$$

이 식에서 m은 질량, v는 속력, g는 중력가속도, h는 높이, c는 상수를 의미한다. 그럼 우리는 다음과 같은 해답을 얻을 수 있다.

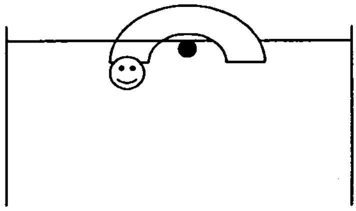
$$h = (c - \frac{1}{2}mv^2)$$

우리는 이 결과를 공기 중에서 공을 위쪽으로 수직하게 던짐으로써 테스트할 수 있다. 이제는 좀 더 유심히 관찰하고 창의적인 생각을 해보도록 하자. h는 무엇인가? 이것은 물체의 무게 중심의 높이를 말한다. 이것은 우리가 얼마나 높이 우리의 무게중심을 올릴 수 있는지를 가리키는 것으로 막대기의 높이보다 더 의미있는 것이다.

다른 종류의 점프는 무게중심의 최고높이에서 차이를 보인다. 배면뛰기 <그림 1b>에서 위로 뛰어 오른 물체의 몸은 막대기를 몸의 일부가 항상 막대기의 아래쪽에 위치한 상태로 유연하게 넘는다. 시대에 뒤떨어진 가위뛰기 <그림 1a>에서 몸의 모든 부분은 최고높이에서 막대기 위에 위치할 것이고 이와 마찬가지로 무게중심도 최고높이에서 막대기 보다 위에 위치한다. 첫 번째 사람의 점프가 동일한 초기속력을 가진다고 했을 때 보다 높은 높이까지 성공하리라는 것은 명백하다.

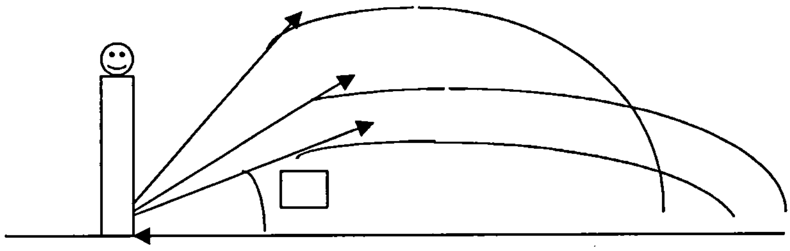


<그림 1a> 막대기 위에 있는 가위뛰기선수의 무게 중심



<그림 1b> 막대기 아래에 있는 가위뛰기선수의 무게 중심

멀리뛰기에서 멀리뛰기 선수는 어떤 속력 v로 점프할 것이다. 그리고 점프 각도를 b라고 하자. 멀리뛰기 선수는 최대수평거리 x에 도달할 것이다. 이것은 측량 변수이다. 그리고 이 값을 우리는 수평방향에 대해 b의 각도로 v의 속도를 가지고 뛰어서 얻는 것이다. <그림 2>를 보아라.



<그림 2> 멀리 뛰기. 뛰어오른 각도 $b=\pi/4$ 일 때 최대이동거리

그러면 수평방향의 초기속도는 $v\sin b$이고 수직방향의 속도는 $v\cos b$이다. 가속도의 법칙을 적용하면, t초 후에 멀리뛰기선수의 위치는 $x=v\cos bt$, 중력의 영향으로 $y=vsinbt-1/2gt^2$가 된다. 멀리뛰기선수는 $y=0$이고 $t=2vsinb/g$일 때 땅에 도달하며 수명이동거리는 $x=2v^2\sin bcos\frac{b}{g}$ 가 된다.

멀리뛰기선수는 주어진 속도에 대해서 각도의 선택권이 있다. 수평이동거리는 각도 $b=\pi/4$ 또는 45°일 때 최대이다. 그러나 이 각도는 선수에 의해서 얻을 수 가 없다. 왜냐하면 수직방향의 속력이 제한을 받아서 선수들은 약 23°까지만 도달할 수 있기 때문이다. 그러나 문제의 해답은 각도를 45°까지 올릴수록 더욱 좋은 나온다는 것을 알려준다.

각각의 경우 학생들은 공기저항이나 중력의 변화가 영향을 미치는 것에 대해서 의문을 가질 수 있다. 컴퓨터에 의한 계산은 이같이 좀더 복잡한 모델에 대해서 테스트할 때 필요한 것이다.

6.2 무질서가 따르는 인구모델

인구모델들은 지속적인 관심의 대상으로 가장 효과적으로 수학적 모델링의 창의적인 활동을 설명할 수 있게 도움을 준다.

무엇보다도 우리는 단일한 종의 모델에서 초기 단계에 인구가 꽤 바르게 증가하고 점차 증가율이 감소하는 패턴에 대해서 안다.

이 패턴을 서술하는데 사용되는 변수로는 인구 p가 있다. 그럼 우리는 시간에 따라 변화하는 인구를 $p=p(t)$라고 슬 수 있다. 우리는 p가 어떻게 변화하느냐에 관심이 잇다. 우리는 변화의 비율을 의미하는 dp/dt로부터 정보를 얻을 수 있다. 또는 시간 구간에서의 인구변화를 표현해 시간은 dt, 인구는 $p(n+1)-p(n)$이 되며 여기서 시간 t는 dt의 크기로 n번 경과한 만큼으로 $t=ndt$이다.

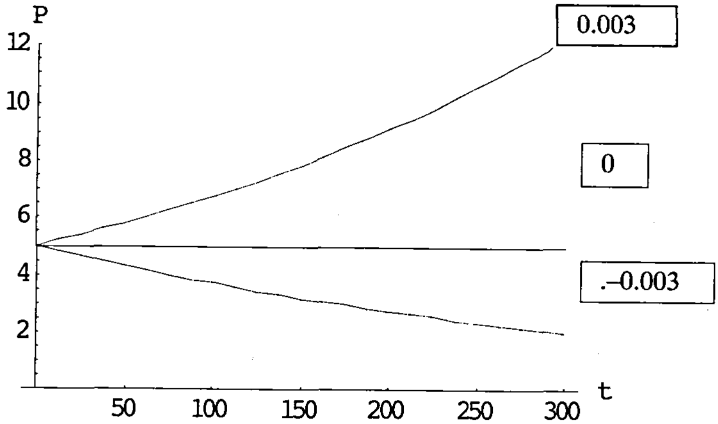
$$\frac{dp}{dt} f(p) \quad or \quad p(n+1)-p(n)=g(n)dt$$

두 번째 방정식에서의 변화는 시간의 구간에 의존할 것이다.

가장 간단한 형태로 함수 f, g는 인구에 비례해서 선형적으로 증가하는 구간을 가질 것이다. 그러면 이곳에는 또한 경쟁적인 요인도 있을 것이다. 이 요인은 인구의 제곱에 대해 비례하는 것이며 이 같은 관계는 자원을 두고 인구의 각각의 구성원들이 서로 다른 구성원들과 경쟁하면서 이루어진다. 그래서 f, g함수의 형태에 대해 이차근사를 취해보면 아래와 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dp}{dt}=ap-bp^2 \quad or \quad p(n+1)-p(n)=(cp(n)-dp(n)^2)dt$$

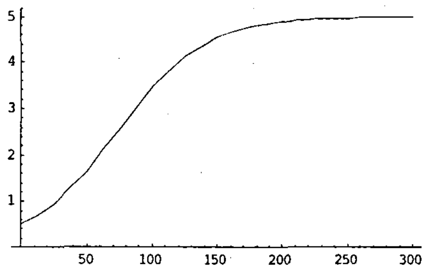
만약 우리가 p^2항을 무시하고 $a>0$이라는 조건하게 방정식을 풀면 인구는 갑작스런 증가 없이 양쪽의 인구를 모두 증가시킨다는 것을 알 수 있다. $a<0$인 조건에서 인구는 감소한다. 인구가 $a=-0.003$라는 값으로 인해 감소하는 동안 인구가 $a=0.003$ 값으로 인해 증가하면 이 변화는 참으로 작다. 그러나 최종 결과는 꽤 차이가 난다는 것을 알 수 있다. 작은 변화는 인구의 증가율이 점차 감소하는 움직임에서도 매우 큰 차이를 만든다.



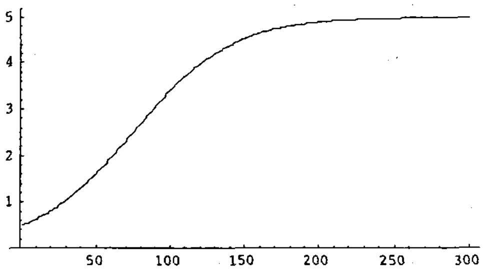
<그림 3> 인구변화에서 작은 변화가 결론적으로 큰 효과로 나타나다.

a>0인 경우, 현실세계는 인구는 계속해서 증가만할 수는 없다는 것을 말하고 있다. 그렇기 때문에 p^2항에 경쟁적인 요소를 포함시켜야 한다. 그 결과는 <그림 3a>와 <그림 3b>를 보면 알 수 있듯이 인구증가에서 관찰된 패턴을 반영한다. 그래프로 그려진 결과들은 거의 동일하다.

이 단계에서 우리는 문제에 대한 좀더 심도있는 질문이 필요하고 창의적일 수 있다. 예를 들어 새의 인구에 무슨 일이 발생했는가? 그들의 인구비율은 1년을 주기로 순환한다. 만약 종과의 경쟁이 존재하면서 새와 벌레의 인구가 동일한 환경에 살고 있었다면 어떻게 되었을까? 섬으로 제안된 공간의 제약에 대해서 우리는 뭐라고 말할 수 있을까?



<그림 3a> 미분방정식의 해



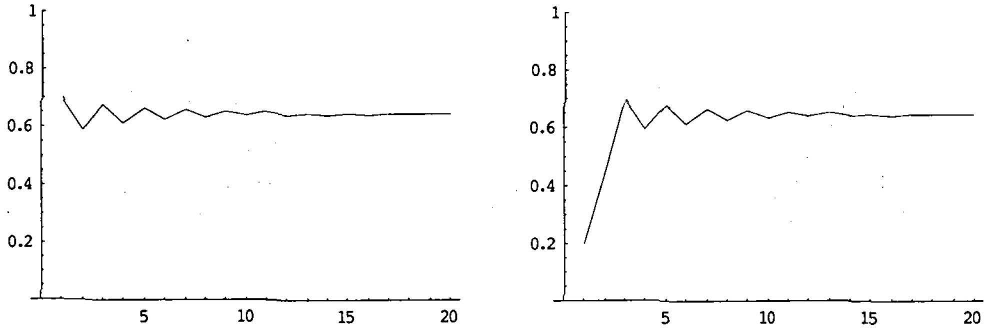
<그림 3b> 반복관계(recurrence relation)의 해

여기서 마지막 질문은 미적분학을 사용하지 않고는 학생들에게 매우 어려운 문제이다. 그러나 우리는 두 번째 관계식을 통해 생각해볼 수 있다. 왜냐하면 두 번째 관계식은 순환방정식 또는 수열을 제공하는 방정식이기 때문이다. 변수에서의 단순한 변화를 가지고 다음과 같이 쓸 수 있다.

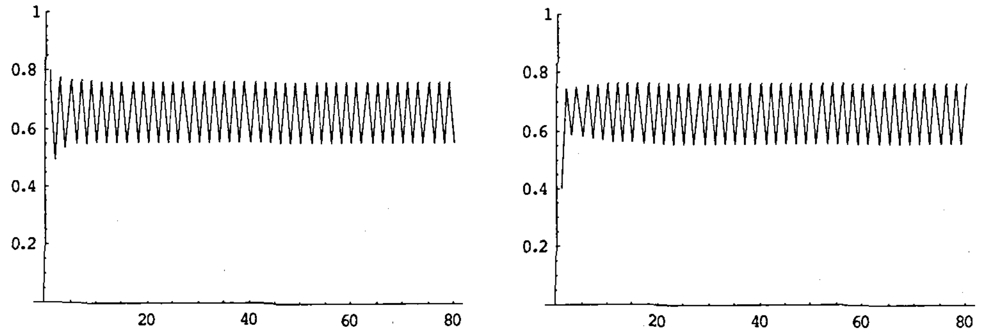
$$P(n+1) = kP(n)(1-P(n)),$$

여기서 k는 인구성장률과 관련이 있으며 $P(n)$는 $0<P(n)<1$일 때, $p(n)$은 인구에 비례하는 관계를 갖고 있다. 만약 우리가 $P(0)$을 안다면 $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, …을 결정할 수 있을 것이다. 이제 우리가 다양한 k값을 잡고 실험할 때 무슨 일이 일어나는지 생각해보자. 첨부된 그림들은 눈에 띄게 다양한 결과들의 집합을 가리킨다. 고도의 계산 속도를 내는 장비를 사용하지 않고 이 같은 연구를 하는 것은 사실상 불가능 하나든 면에서 매우 주목할 만하다.

$k<3.1$에 대해서 우리는 우리가 기대하는 것을 발견한다. <그림 3c>, <그림 3d>에서 확인할 수 있듯이 그림 인구가 초기조건, $p(0)$에 무관한 고정된 값으로 수렴하였기 때문이다. $k=3.1$에 대해서는 <그림 3e>, <그림 3f>처럼 인구가 특정한 두 값의 사이에서 진동하는 것을 확인할 수 있다. 그리고 $k=3.5$일 때는 <그림 3g>처럼 특정한 4가지 인구수를 사이에 두고 진동하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이 그림에서는 주기가 두 배로 늘어난 것을 확인할 수 있다. $k=3.56$일 때는 <그림 3e>, <그림 3f>처럼 전보다 두 배로 들어난 8가지의 특정 인구수를 사이에 두고 진동하는 것이 보인다. 그리고 <그림 3e>, <그림 3f>의 그래프는 우선 2주기 형태이며 두 그래프 모두 초기조건에 대해 무관하다는 것을 보여준다.

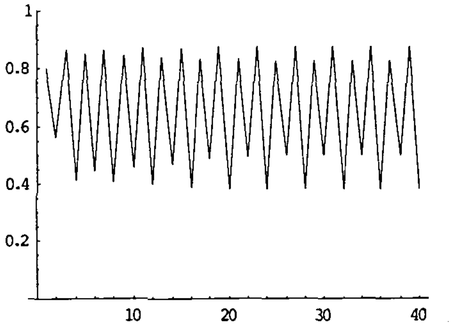


<그림 3c> <그림 3d> $k=2.8$에서의 안정된 상태는 초기조건과 무관하게 이루어진다.

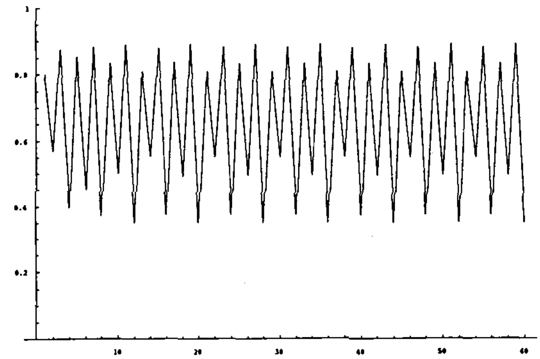


<그림 3e> <그림 3f> $k=3.1$일 때의 초기조건에 무관한 2주기 해

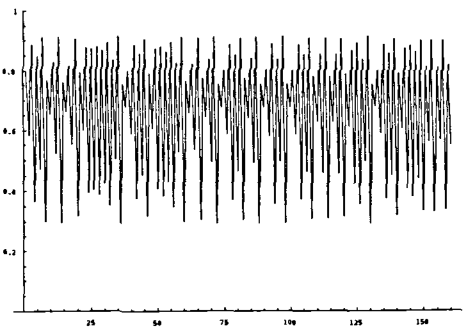
$k=3.7$일 때는 더 이상 눈에 띄는 패턴의 반복이 확인되지 않는다. 행동이 무질서하고 긴 구간에 걸친 결과가 더 이상 초기값에 무관하지 않다. 실제로 초기값이 $p(0)=0.8$에서 $P(0)=0.80000001$까지 매우 조금 변했지만 그림 3i, 3j에서 확인할 수 있듯이 꽤 차이를 보인다.

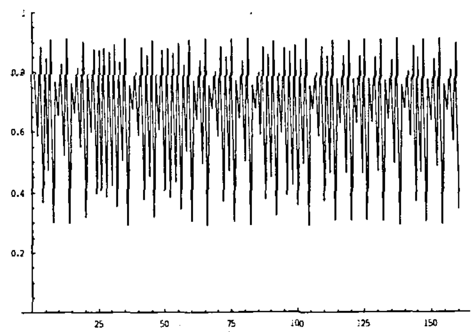


<그림 3g> $k=3.5$ 4주기의 주기 두 배 증가



<그림 3h> $k=3.56$ 8주기





<그림 3i> <그림 3j> $k=3.65$ 초기조건을 0.8에서 0.80000001로 증가시켰을 때 무질서의 결과

7. 결 론

수학은 진실로 모든 수준의 학생들에게 창조적인 활동의 원천이 되는 학문이다. 패턴의 언어라는 말에서 알 수 있는 것처럼 수학은 본질적으로 많은 학생들에게 숫자와 구조에 관한 실험적인 활동에 매우 풍부한 지원을 해준다. 다른 학생들을 위한 자극으로는 학생들이 많은 관심을 갖는 스포츠나 예술, 음악 등의 분야에 수학을 응용하는 것을 들 수 있다. 이 같은 응용을 학생들에게 소개하는 것은 그들에게 수학이 참으로 유용하고 실용적인 학문이라는 확신을 갖게 해줄 것이다. 또한 그들이 새로운 패턴을 찾기 위한 여러 모델들을 가지고 창의적으로 연구하며 시간을 보내는 것이 얼마나 가

치있는 일인가를 깨닫게 될 것이다. 그리고 더 나아가서 그들 스스로가 자신들의 이러한 삶에 대한 만족과 이익을 다른 사람들에게 소개할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

Bolgomolny, B. (2000): What is your answer to that question? www.cut-the-knot.org/ctk/Magic.shtml

Buck, P. S. (1973): The Goddess. Pt1, New York: Pocket Books.

Chick, H. L. & Watson, J. M. (1994): Mathematics and Teaching. Australian Association of Math-ematics Teachers. Hobart, Tas: Moores Business Systems.

Hansen, D. W. (1971): The Dependence of Mathematics on Reality. Mathematics Teacher 64, 715719.

Kim, B. Y. & Lee, J. S. (2001): A study of the Development of Creativity in the Secondary Mathematics in Korea. J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. D Res. Math. Ed. 5(1), 4548.?MATHDI 2001f.05195

Lin, C. C. & Segal, L. A. (1994): Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences. NY: Macmillan Pub. Co.

Logan , J. D. (1987): Applied Mathematics: a Contemporary Approach. NY: Wiley.

Steen, L. A. (Ed.) (1990): On the shoulders of Giants. Washington, DC: National Acad. Press. MATHDI 1990j.01110

Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC. MATHDI **2002d**.03747