한국산학기술학회논문지
Vol. 5, No. 5, pp. 385-388, 2004

유전체 격자구조에서 전자기파의 산란 해석

김민년 · 채규수

Analysis of Scattering of Electromagnetic Wave in Dielectric Periodic Media

Min-Nyun Kim, Kyu-Su Chae

요 약 본 논문에서는 격자구조의 유전체에 수직으로 입사된 전자기파의 산란, 투과 특성을 얇은 위상 막 근사화 이론을 이용하여 분석하였다. 위상 막 근사화 이론은 격자구조가 입사되는 전자기파의 위상 변화만을 주는 것으로 간주하는 것으로 이를 이용하여 격자구조를 통과한 직후인 근거리 필드 분포를 TE 모드에서 계산하였다. 기존의 제시된 이론에 비해 비교적 간단하고 빠르게 산란 필드를 분석할 수 있다.

Abstract In this paper, we analyze the scattered electromagnetic wave by dielectric periodic media using the approximated thin phase screen theory. The phase screen approximated theory is that periodic media changes only the phase of the incident electromagnetic wave. Using this theory, we calculate the distribution of near field right after its passing periodic media. This theory can analyze a scattered field more simply and more quickly than existing theories.

Key Words : Dielectric periodic media, Rigorous coupled-wave theory

1. 서 론

유전체 격자구조는 주파수 선택 특성을 갖고 있어 공간적으로 입사된 전자기파 중 원하는 주파수를 투과하는 필터로써 동작할 수 있으며 그밖에 응용에 가능하다[1].

유전체 격자구조를 제작한 전후의 성능을 평가하기 위해서는 전자기파의 투과/산란 모델링이 필요하다.

격자구조를 갖는 유전체는 입사되는 전자기파를 일정한 방향이나 분포로 투과 또는 산란시킨다. 산란되는 전자기파의 분포, 방향, 크기 등은 널리 알려진 것과 같이 입사파의 주기와 격자의 구조파라메타인 주기, 높이, 유전율 등에 따라 달라진다[1].

본 논문에서는 수직으로 입사되는 전자기파를 가정하여 격자구조를 통과 시 크기의 감쇄는 무시하여 위상 변화만을 주는 것으로 가정하였다. 또한 격자구조는 구형파모양을 가정하여 산란 분포를 해석하였다.

2. 전자기파의 산란

얇은 위상막 근사화 방법은 격자층을 얇은 위상막으로 간주하여 입사되는 광파의 진폭은 감쇄되지 않고 위상의 분포에만 영향을 주는 것으로 가정하는 것이다[2]. 그림 1은 격자구조의 입사파, 투과파, 산란파를 보여주고 있다.

아래의 수식 (1)은 입사파가 가우스 분포를 가질 때를 가정한 것이다.

$$\vec{E}_i(x,y) = \hat{y}E_0 e^{-x^2/2w_x^2} e^{-y^2/2w_y^2} \tag{1}$$

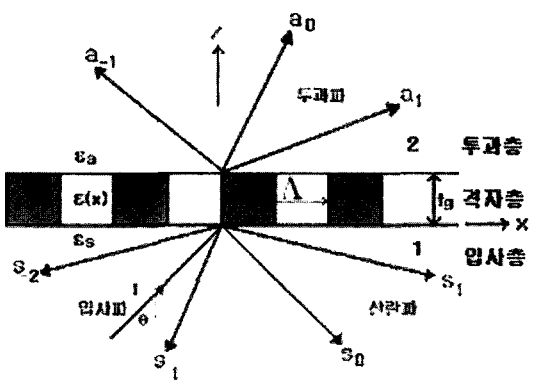

그림 1. 전자기파의 입사, 투과, 산란

*천안대학교 정보통신학부
myki@cheonan.ac.kr

여기서 W_x, W_y는 각각 방향으로 가우시안 빔의 폭을 나타낸다.

위의 가정에 의하여 격자 층에 의해 인가되는 주기적인 위상분포는 수식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$e^{j\phi(x)} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} b_q e^{\frac{j2\pi qx}{\Lambda}} \tag{2}$$

여기서 b_q는 격자층의 퓨리에 전개한 n개항의 계수를 뜻하며 또한, $\phi(x)$는 입사되는 전자기파의 위상변화를 나타내기 위한 것으로 격자층 구조에 따라 발생된다.

입사파의 범위가 격자층의 폭보다 크다고 가정하였기 때문에 본 논문의 계산과정에서는 가우시안 빔을 평면파로 근사화한다.

아래 수식 (3)은 격자층을 얇은 위상막으로 근사한 식으로 x축으로는 격자층을 모델링한 것이고 z축으로는 일정한 두께를 가진 층으로 나타낸 것이다.

$$E_p(x,z) = \sum_q b_q e^{\frac{j2\pi qx}{\Lambda}} e^{jk_q z} \tag{3}$$

단, $k_q = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{2\pi q}{\Lambda}\right)^2}$

격자층을 통과한 직후의 전계의 분포는 수식 (4)과 같으며 이를 공간적 2-D 퓨리에 변환한 것이 수식 (5)이다.

$$E_t(x,y) = E_i(x,y)e^{j\phi(x)}$$

$$= e^{-y^2/2w_y^2}\sum_q b_q e^{-x^2/2w_x^2} e^{\frac{j2\pi qx}{\Lambda}} \tag{4}$$

$$E_t(\xi_x,\xi_y) = \iint dxdy E_t(x,y)e^{j\xi_x x}e^{j\xi_y y}$$

$$= \sum_q b_q \iint [E_t(x,y)e^{j\xi_x x}e^{j\xi_y y}]dxdy|_{z=z_0} \tag{5}$$

한편 수식 (5)에서 $E_t(\xi_x,\xi_y)$는 공간 주파수(spatial frequency)가 성분 (ξ_x,ξ_y)인 크기를 뜻하며 $e^{j\xi_x x}e^{j\xi_y y}$는 $z=0$에서의 wavevector $\vec{k}$가 (ξ_x,ξ_y,ξ_z)인 평면파를 의미한다. 따라서, $z=z_0$까지 진행한 전자기파의 분포는 수식 (5)과 같이 표현 될 수 있다.

좀더 구체적으로 살펴보면 수식 (4)는 격자층 바로 하단에서 형성된 필드 분포이며 수식 (4)를 퓨리에 변화를 통해 공간적인 평면파로 분해한 것이 수식(5)이다. 이렇게 하면 각 평면파가 격자층의 영향에 따른 위상변화를 구할 수 있고 이를 $z=z_0$에서 그 합을 구하여 분포된 필드를 구할 수 있는 것이다.

본 이론의 장점은 격자층으로부터 근거리에서도 별다른 근사없이 필드 분포를 구할 수 있다는 점이다. 위 식에서 적분식은 일반적인 격자의 경우 $\int$를 $\sum$로 바꾸어 계산하여야 FFT를 사용함으로써 계산량을 줄일 수 있다.

다음은 각 계산을 격자구조가 구형파 모양과 정현파 모양으로 나누어 실행하였다. 일반적인 단일 격자구조는 두 모양의 중간상태에서 형성될 것으로 간주할 수 있으며 각각의 결과로 산란/투과 분포의 추이를 알 수 있으리라 사료된다.

2.1 구형파 모양의 격자층의 산란

입사파는 그림 2와 같이 공간적으로 위상차이가 발생하여 변조된다. 격자구조를 갖고 있는 유전체는 투과된 전자기파의 분포가 일정한 주기(Λ_p)를 갖도록 한다.

격자층의 두께는 각 공간고조파의 전력분포에 결정적인 영향을 끼친다. 투과파의 분포를 적절히 파악하기 위해서는 격자층의 두께가 주는 위상차이가 π의 정수배가 되도록 한다. 이때 dc에 해당하는 0번째 모드는 모두 상쇄되어 투과되는 파는 주로 ± 1모드가 두드러져 격자구조가 갖고 있는 주기의 약 절반정도의 주기를 갖는 투과 분포를 형성하게 된다. 좀 더 구체적으로 격자층의 두께를 구하고자 그림 2와 같이 duty cycle이 50%인 직각모양의 격자의 경우 0번째 모드의 전력가 최소가 되도록 하고 위상차의 정수배가 되도록 하여 굴절율이 의 영역(보통의 공기층)과 의 영역을 통과하는 빛이 서로 거의 상쇄되도록 한다. 수식 (6)은 그림 2에서 나타난 것과 같이 두개의 다른 유전체를 통과한 필드의 위상 차이가 π의 정수배가 되도록 하는 식이다.

$$\phi(x) = \Delta\phi = (k_2 - k_1)t_g = m\pi \tag{6}$$

여기서 $k_1 = 2\pi n_1/\lambda$, $k_2 = 2\pi n_2/\lambda$ 이며 각각 n_1인 매질과 n_2인 매질에서의 λ의파장을 가진 전자기파의 전파상수이다. 또한, t_g는 격자층의 두께를 나타낸다. 투과하는 전자기파를 간단히 나타내면 아래와 같은데 이때 수식(6)을 근거로 0 번째 모드의 전력를 최소화하는 t_g를 구하면 아래 수식 (7)이 된다.

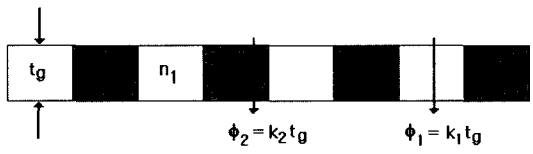

그림 2. 격자층에서 투과하는 영역에 따른 위상의 차이

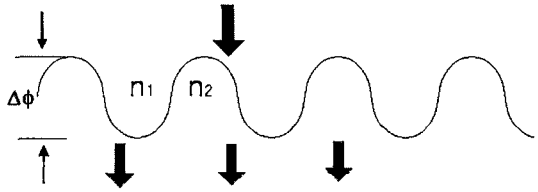

그림 3. 정현파 모양의 격자구조

$$t_g = \frac{m\lambda}{2(n_2 - n_1)} \tag{7}$$

투과파가 발생하는 간섭패턴의 주기는 격자주기와 관계되며 공간상 변조되어 주기적인 패턴을 형성한다. 본 논문에서는 계산상의 편의성을 위해 격자구조와 관련된 모든 구조를 2차원으로 모델링을 하였고 따라서 x-z평면에서의 변화를 TE-모드에서 다루었다.

2.2 정현파 모양의 격자층의 산란

격자층의 모양이 정현파 모양인 경우 그림 3 그 투과파는 수식 (4),(5)의 적분식을 통해서 얻을 수 있다. 수식 (5)는 격자층을 투과 한 후 일정한 거리만큼 떨어져 있는 투과파의 필드 분포를 구할 수 있는 결과 식인데 $J_g(m/2)$[3]가 격자모양에 의한 것으로 $m/2$는 격자의 두께에 따라 달라진다. 여기서는 0번째 모드가 억제 되도록 두께를 정해야 하므로 $m/2$=2.404의 값을 갖도록 해야 한다. 이 값은 Bessel함수의 0번째 오더의 값이 최소로 작아진 값이다.

3. 결론 및 토의

아래 그림 4는 구형파 모양의 격자 층을 통과한 후

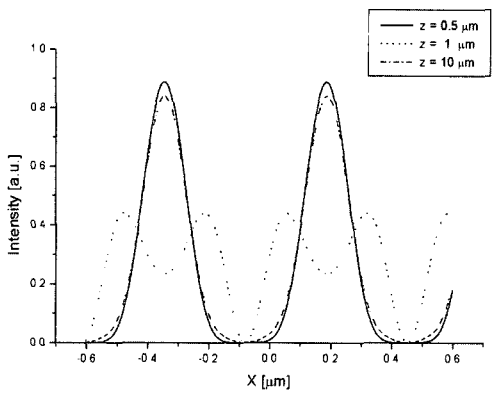

그림 4. 구형파모양의 격자층에 의한 거리에 따른 투과파의 분포의 변화($\Delta\phi = \pi$)

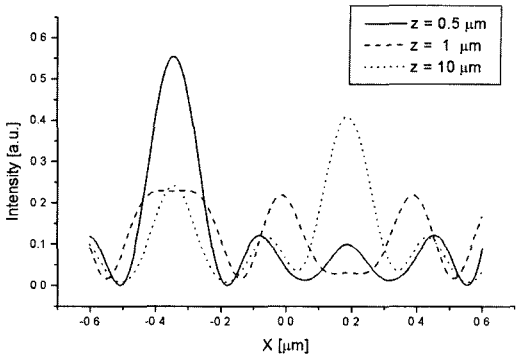

그림 5. 정현파모양의 격자층에 의한 거리에 따른 투과파의 분포의 변화($\Delta\phi = \pi$)

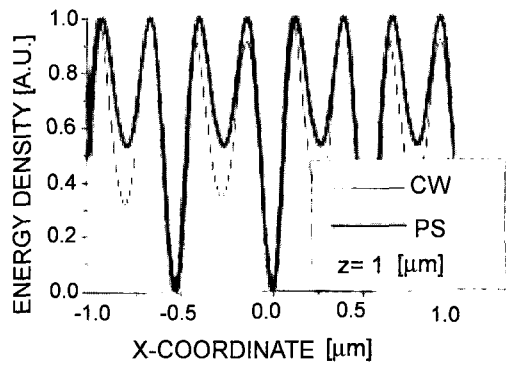

그림 6. z = 1 um에서 CW와 PS의 비교

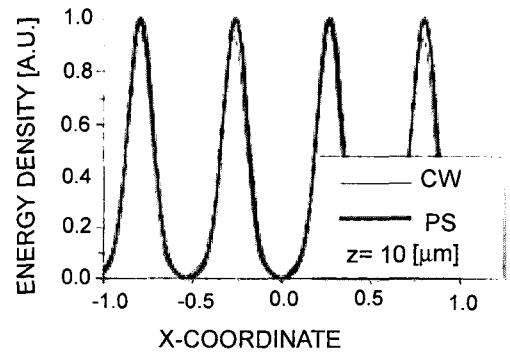

그림 7. z = 10 um에서 CW와 PS의 비교

변화 거리에 따라 나타나는 분포이다. 그림 5는 격자층이 정현파의 모양을 갖고 있는 경우에 거리에 따라 각각 나타나는 필드 패턴이다. 여기서은 격자층 두께가 주는 위상차이를 나타낸다.

위의 그림 4, 그림 5는 모두 입사되는 전자기파의 파장이 244 nm를 사용하였으며 격자의 주기는 약 1 um를 사

용하였다. 격자의 굴절율은 $n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$ 인 경우를 사용하였다. 격자를 통과한 필드는 거리에 따라 일정하게 변하고 있으며 공간적 주기는 격자주기의 절반 정도이며 굴절율과 ±2이상의 고조파의 영향으로 불규칙하게 특징을 나타내고 있다. 여기서 그림 4, 그림 5의 intensity는 a.u.(arbitrary unit)을 나타낸다.

그림 6, 그림 7은 결합파이론(Rigorous Coupled-Wave Theory, 약칭 CW)[5]을 이용한 방법과 위상막근사화(Thin Phase Screen, 약칭 PS) 방법을 비교한 것이다. 가까운 거리에서는 다소 차이를 보이고 있으나 거리가 멀어짐에 따라 거의 같아지고 있다. CW방법은 격자층 두께에 따른 파의 감쇄를 고려하여 비교적 정확한 필드를 구하고 있으나 얇은 위상막 방법은 근사화된 방법을 사용하고 있어 근거리 보다는 원거리에서 보다 정확한 결과를 보이고 있다.

얇은 위상막 근사화 방법은 격자가 입사파의 위상변화 만에 영향을 고려하여 계산하였기 때문에 원거리 필드를 계산하면 다소 오차가 발생할 수 있다. 그러나 격자층이 아주 얇거나 격자층 바로 하단의 필드는 이 방법을 사용하면 쉽게 구할 수 있다.

지금까지의 결론을 통해 우리는 얇은 위상막근사화 이론 적용의 타당성을 보여 주었으며 앞으로 여러 가지 격자구조에 적용함으로서 다양한 한 결과를 얻어 구조를 분석하는 데 도움이 되리라 사료된다.

참고문헌

[1] H. Bertoni et dal., "Frequency-selective reflection and transmission by a periodic dielectric layer", IEEE Trans. Ant. Prop. vol. 37, no 1, pp. 78-83, Jan., 1989.

[2] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill Books, 1996.

[3] Kreyszig, "Advanced Engineering mathematics".

[4] M. G. Moharam, E. B. Grann, and D. A. Pommet, J. Opt. Soc. Am A 12, 1068, 1995.