

모사 어닐링법을 이용한 저널 베어링의 최적 설계

Optimum Design of Journal Bearings Using Simulated Annealing Method

구형은* · 송진대* · 양보석[†] · 이수종*
H. E. Goo, J. D. Song, B. S. Yang and S. J. Lee

Key Words: Optimum Design(최적 설계), Simulated Annealing(모사 어닐링), Journal Bearing(저널 베어링), Finite Different Method(유한 차분법), Rotor Dynamics(회전체 진동)

Abstract: This paper describes the optimum design for journal bearings by using simulated annealing method. Simulated annealing algorithm is an optimization technique to calculate global and local optimum solutions. Dynamic characteristics of the journal bearing are calculated by using finite difference method (FDM), and these values are used for the procedure of journal bearing optimization. The objective is to minimize the resonance response (Q factor) of the simple rotor system supported by the journal bearings. Bearing clearance and length to diameter ratio are used as the design variables.

기호 설명

C	: 베어링 틈새
C_{ij}	: 베어링의 감쇠계수 ($-\bar{C}_{i,j}\mu\omega RL(R/C)^2$)
K_{ij}	: 베어링의 강성계수 ($-\bar{K}_{i,j}\mu\omega RL(R/C)^2$)
P	: 유막 압력 ($-\bar{P}\mu\omega(R/C)^2$)
L	: 저널의 길이
R	: 저널의 반경 ($D/2$)
x, y, z	: 유막의 직교좌표계 ($\theta - x/R, \bar{y} - y/h, \bar{z} - z/L$)
h	: 유막 두께
k_s	: 축의 강성계수
ε	: 편심률 (e/C)
μ	: 윤활유의 점도
ϕ	: 위치각
ω	: 축의 회전 각속도 ($2\pi N/60$)

1. 서론

일반적으로 회전기계의 성능 향상은 진동과 소음의 발생을 부가적으로 동반하게 된다. 즉, 기계의 에너지 효율을 향상시키기 위해 소형화, 경량화, 고속화 및 고온화 등을 통하여 에너지 손실을 최소화하지 않으면 안 되고, 이러한 과정은 진동 및 소음을 발생시키는 요인이 되는 경우가 많다. 그 중에서 회전기계를 지지하는 베어링은 회전기계의 동력 손실 및 안정성을 좌우하는 핵심 부품 중의 하나라고 할 수 있으며, 따라서 이에 대한 연구는 회전기계의 설계기술 확립에 필수적이라고 할 수 있다.

저널베어링의 강성과 감쇠계수는 회전체의 위험 속도(critical speed)와 불안정(instability) 현상과 같은 시스템의 고속 안정성에 직접 영향을 미치고, 특히 베어링 유막의 영향으로 발생하는 자려진동으로 인해 회전체에서 불안정이 발생한다. 그러므로 고속 안정성이 우수한 시스템을 설계하기 위해서는 먼저 베어링의 동특성이 정확하게 예측되어야 하고, 이 베어링의 정확한 설계가 회전체에서 고려되어야 할 중요한 요인으로 자리 잡고 있다.

베어링 최적화의 목적은 여러 구속조건하에서 진동응답을 최소로 하는 위한 최적의 베어링 설계 변수들을 구하는 것이다. 이러한 문제를 해결하기

양보석(책임저자) : 부경대학교 기계공학부
E-mail : bsyang@pknu.ac.kr
TEL : (051) 620-1604, FAX : (051) 620-1405
구형은, 송진대 : 부경대학교 대학원
이수종 : 부경대학교 기계공학부

위해 많은 최적화 기법들이 개발되어 왔다^{1,2)}. 본 연구에서는 그 중 최근에 널리 이용되기 시작한 모사 어닐링 알고리즘을 이용하여 회전체와 지지 베어링의 저 진동화를 위한 최적설계를 수행하는 과정을 설명하고 계산 결과를 나타내었다. 실제 설계에서 공진배율인 Q 계수(quality factor)는 위험 속도에서 진동진폭을 예측하기 위해 사용된다. 회전체·베어링 시스템에서 과도한 진동은 과도한 불평형, 정렬불량 및 접촉(rubbing) 등의 문제에 기인하여 발생할 수 있다. 본 연구에서는 유한차분법(finite different method)을 사용하여 저널 베어링의 지지강성 및 감쇠계수인 동특성 계수를 구하고, 이 값을 이용하여 Q 계수를 최소화하는 목적함수로 베어링 형상의 최적화를 수행하였다.

2. 해석 이론

2.1 저널 베어링 해석

저널 베어링의 해석 방법에는 경계조건에 따라서 소폭 베어링(short bearing), 무한 폭 베어링(infinity bearing) 및 유한 폭 베어링(finite bearing) 이론 등이 있으며, 소폭 베어링이나 무한 폭 이론은 저널 베어링을 해석하는데 제한적이므로, 최근에는 유한 폭 베어링이론이 많이 사용되지만, 수치적인 계산이 복잡하다는 단점을 가지고 있다.

저널 베어링의 정특성을 지배하는 Reynolds 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) - 6U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

Reynolds 방정식으로부터 저널 베어링 내의 압력 분포를 구하기 위해 Sommerfeld 조건, half Sommerfeld 조건, Reynolds 조건과 같은 경계조건이 사용된다. 보통 유막 압력을 계산할 때, Fig. 1과 같은 half Sommerfeld 조건이 이용되고, 본 논문에서는 계산의 편의성을 위해서 이 조건을 사용하였다.

$$\bar{P} = 0 \quad \text{at } \theta = 0, \pi \leq \theta \leq 2\pi \quad (2)$$

베어링 해석에 가정되는 조건으로는 다음과 같다.

- 공급되는 윤활유 비압축성(incompressible)
- 유막 두께 방향으로의 압력 일정
- Newtonian 유체
- 점도는 온도만의 함수
- 저널과 베어링의 중심축은 평행

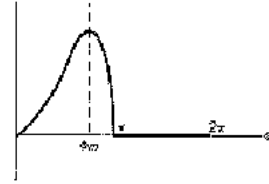


Fig. 1 Half Sommerfeld condition for pressure distribution

저널 베어링의 동특성 계수를 구하기 위해서는 먼저 정적 평형상태 해석이 수행되어야 한다. 즉, 편심률 ε 과 위치각(attitude angle) ϕ 가 계산되어진 후 정적 평형위치에서의 미소 변동에 대한 힘을 계산함으로써 동특성 계수들이 계산되어진다. 저널 중심이 정적 평형위치에서 미소량만큼 변한다고 가정하면, 미소섭동법(perturbation method)을 이용하여 압력과 유막 두께를 다음과 같은 무차원식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{P} = \bar{P}_0 + \bar{P}_1 \bar{d}x + \bar{P}_2 \bar{d}y + \bar{P}_3 \bar{d}x + \bar{P}_4 \bar{d}y \quad (3)$$

$$\bar{h} = \bar{h}_0 + \Delta \bar{x} \cos(\theta + \phi) + \Delta \bar{y} \sin(\theta + \phi) \quad (4)$$

여기서, \bar{h}_0 는 정적 평형 상태에서의 유막두께

$$\bar{h}_0 = 1 + \varepsilon \cos \theta \quad (5)$$

이며, \bar{P}_0 는 정적 평형상태의 무차원 압력, $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_4$ 등은 무차원 동압이다.

식 (3)에 식 (4)와 (5)를 대입하여 각각의 성분끼리 변수분리하면, 미소 변동이 발생할 때의 압력에 대한 지배방정식이 얻어진다.

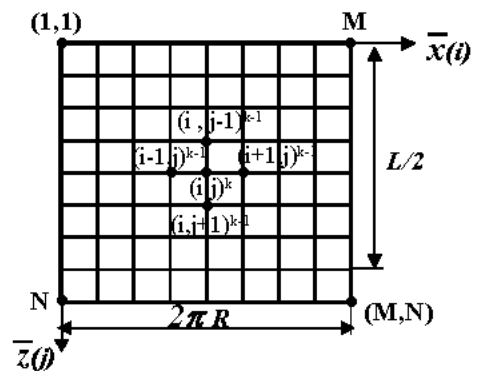


Fig. 2 Mesh point of journal bearing

베어링 내 유동에 대한 지배방정식의 해를 구하기 위하여 Fig. 2와 같이 베어링 면을 원주방향과

축방향으로 각각 M 개와 N 개로 분할하여 각 점의 해를 유한차분법으로 계산한다. 여기서 저널 베어링은 폭 중심선에 의해 대칭을 이루므로, 축방향의 1/2에 대해서만 압력분포를 구하고, 얻어진 압력분포에 대한 식을 유한차분식화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \widehat{P}_0^k(i, j) - X_1 \widehat{P}_0^k(i+1, j) + X_2 \widehat{P}_0^k(i-1, j) \\ + X_3 \widehat{P}_0^k(i, j+1) + X_4 \widehat{P}_0^k(i, j-1) + C_0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 k 는 반복횟수, X_1, X_2, X_3, X_4, C_0 등은 각 노드 (i, j) 에 관계하는 상수로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X_1 - X_2 - 1/(\Delta\theta^2 \cdot HS) \\ X_3 - X_4 - (R/L)^2 / [\Delta z^2 \cdot HS] \quad (7) \\ HS - 2/\Delta\theta^2 + 2\left(\frac{R}{L}\right)^2 \left[\Delta z^2 + 0.75/A^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial A}{\partial \theta}\right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \left(\frac{\partial A}{\partial z}\right)^2 + 2A \left(\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}\right) \right] \right] \end{aligned}$$

$\widehat{P}_1, \widehat{P}_2, \widehat{P}_3$ 및 \widehat{P}_4 에 대해서도 같은 방법으로 해를 구할 수 있다.

정압력이 계산되면, 편심률과 위치각이 계산되어 지고, x 와 y 방향의 힘을 계산하여 유막의 반력을 계산하면, 식 (8)과 같이 된다. 따라서 유막이 저널을 떠받칠 수 있는 힘인 부하용량은 식 (9)와 같이 표현된다.

$$F_x - 6\eta\omega R(R/C_v)^2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \overline{P} \cos \theta d\theta d\bar{z} \quad (8)$$

$$F_y - 6\eta\omega R(R/C_v)^2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \overline{P} \sin \theta d\theta d\bar{z} \quad (9)$$

$$W - (F_x^2 + F_y^2)^{1/2}$$

베어링의 강성계수 및 감쇠계수는

$$K_{xx} - \frac{\partial F_x}{\partial x}, K_{xy} - \frac{\partial F_x}{\partial y}, K_{yx} - \frac{\partial F_y}{\partial x}, K_{yy} - \frac{\partial F_y}{\partial y} \quad (10)$$

$$C_{xx} - \frac{\partial F_x}{\partial \dot{x}}, C_{xy} - \frac{\partial F_x}{\partial \dot{y}}, C_{yx} - \frac{\partial F_y}{\partial \dot{x}}, C_{yy} - \frac{\partial F_y}{\partial \dot{y}} \quad (11)$$

가 된다. 무차원화된 강성 및 감쇠계수는 각각 식 (12) 및 (13)과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} \overline{K}_{XX} \\ \overline{K}_{YY} \end{Bmatrix} - \int_0^1 \int_0^\pi \overline{P}_1 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} d\theta d\bar{z} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} \overline{K}_{XY} \\ \overline{K}_{YX} \end{Bmatrix} - \int_0^1 \int_0^\pi \overline{P}_2 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} d\theta d\bar{z}$$

$$\begin{Bmatrix} \overline{C}_{XX} \\ \overline{C}_{YY} \end{Bmatrix} - \int_0^1 \int_0^\pi \overline{P}_3 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} d\theta d\bar{z} \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} \overline{C}_{XY} \\ \overline{C}_{YX} \end{Bmatrix} - \int_0^1 \int_0^\pi \overline{P}_4 \begin{Bmatrix} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{Bmatrix} d\theta d\bar{z}$$

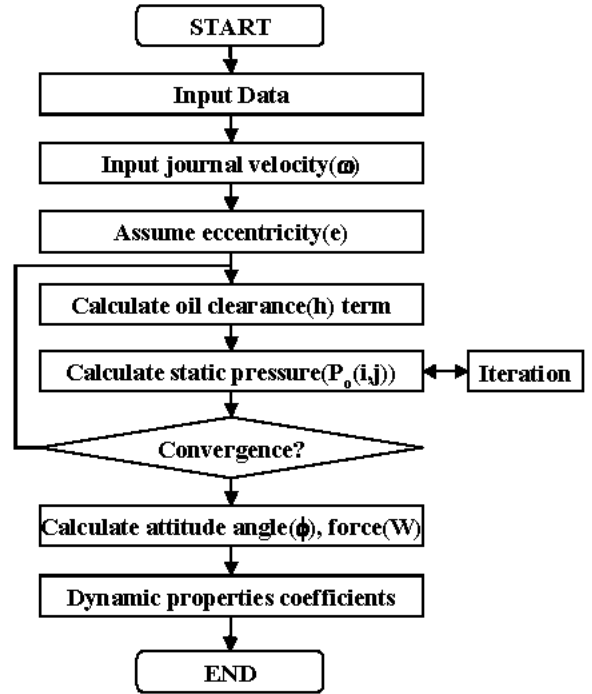


Fig. 3 Flowchart for calculation of dynamic characteristics

Fig. 3은 저널베어링을 유한차분법을 이용하여 동특성 계수를 계산하는 흐름도를 나타낸다. 먼저 변수와 Reynolds 방정식을 무차원화 시키고, 저널의 회전속도를 입력한다. 그 후, 정적 평형상태에서의 편심률을 가정하여 유막 내의 압력분포를 계산한다. 압력분포는 전 단계의 압력분포와 계산된 압력분포의 차가 변화가 없을 때까지 반복계산을 하고, 이것이 만족되면 베어링의 부하용량과 저널의 무게를 비교하게 된다. 만약 부하용량과 저널의 하중이 같으면, 압력분포가 계산되어지고, 그렇지 않을 때에는 편심률을 변화시켜 앞의 단계를 반복 계산하여 유막 내의 압력분포를 계산한다. 유막 내의 압력분포가 계산되어지면, 이 값을 이용하여 식

(12), (13)의 값들을 계산하여 무차원의 동특성 계수를 계산하게 되고, 이를 다시 유차원화 시키면 된다. 다시 저널의 속도를 증가시켜서 다음 저널 회전속도에 대하여 앞의 단계를 반복 계산함으로써 각각의 저널 회전속도에 대한 동특성 계수들을 계산한다.

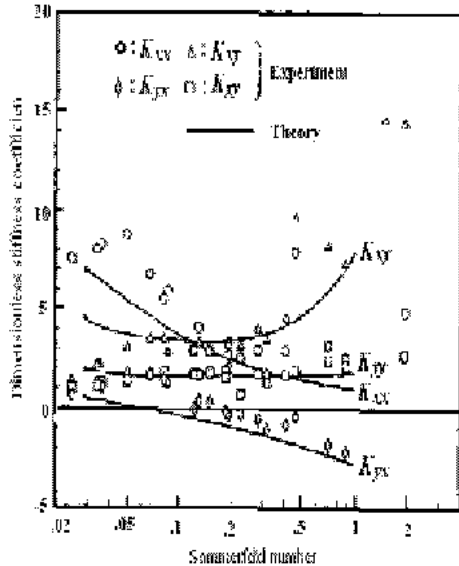


Fig. 4 Comparison with stiffness coefficient

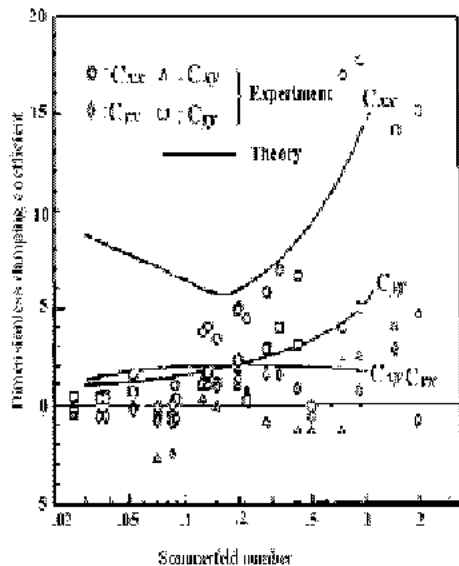


Fig. 5 Comparison with damping coefficient

이상에서 설명한 유차분법과 동특성 계수의 계산 과정을 이용하여, $L/D = 1$, $C = 139 \mu\text{m}$ 인 저널 베어링의 강성 및 감쇠계수를 계산하였다. 계산결과는 Fig. 4 및 5와 같으며, 참고문헌(3)의 결과와 거의 일치하고 있다. 여기서 사용된 기준 Sommerfeld 수는 다음과 같다.

$$S = \frac{\mu N L D}{W} \left(\frac{R}{C} \right)^2 \quad (14)$$

2.2 모사 어닐링(Simulated Annealing: SA)

SA는 기존의 반복적 개선에 근거한 발견적 기법들이 전역 최적해(global optimum)가 아닌 국부 최소화(local minimum)에 수렴하는 단점을 개선한 범용의 최적화 기법이다. SA는 고체를 열탕에 넣어 액체 상태가 될 때까지 가열한 후 온도를 서서히 낮추어 가장 에너지 수준이 가장 낮은 상태 즉, 안정한 결정 상태를 얻기 위해 사용하는 어닐링의 물리적 과정을 조합 최적화 문제에 모사한 방법으로 Kirkpatrick⁴⁾에 의해 최초로 제안되었고, 그 과정은 다음과 같다.

Step 1: 고체의 초기 상태를 무작위로 선택(X)

Step 2: 현재 상태에서 약간의 변동을 주어 다음 상태를 생성 (Y)

Step 3: 두 상태의 에너지의 차이를 계산

$$\Delta E = E(Y) - E(X)$$

Step 4: 에너지 차이가 0보다 작거나 같을 때(나중 상태의 에너지가 더 작을 때)는 변동을 허용하고, 차이가 0보다 클 때(나중 상태의 에너지가 더 클 때)는 변동을 확률로 결정한다. 이 때 확률로서 받아들이는 식은 아래와 같고, 이 조건을 메트로폴리스 조건(Metropolis condition)이라 부른다.

$$\exp(-\Delta/k_B T) > 0 \quad (15)$$

여기서 k_B 는 볼츠만 상수이고, T 는 온도이다.

Step 5: 온도를 고정하고 위 과정을 충분히 반복하면 고체의 상태분포가 열평형을 이룬다.

SA 알고리즘이 반복적 개선 알고리즘과는 다른 주요한 차이점은 새로운 구성이 더 나쁜 상태가 되었을 때도 즉, 비용(cost)이 증가했을 때도 그 새로운 구성을 받아들일 수 있는 확률이 주어진다. 이러한 방법은 SA 알고리즘이 국부 최적해로부터 벗어나서 전역 최적해에 도달할 수 있게 한다. Fig. 6에 SA 알고리즘으로 최적해를 구하는 흐름도를 나타내었다.

각 단계에 대한 설명은 먼저 "Initialize"에서 초기 온도(T), 초기해(X), 초기 반복수(L)를 설정하고, "Pertube"에서 현재의 해와 근접한 새로운 해(Y)를 만들어, 메트로폴리스 조건을 검토하여 새로운 해를 받아들이는 과정을 거친다. 내부 루프가 충분히 반복된 후, "Update" 과정에서 온도를 낮추고 적절히 내부 루프의 수도 수정하여 종료 조

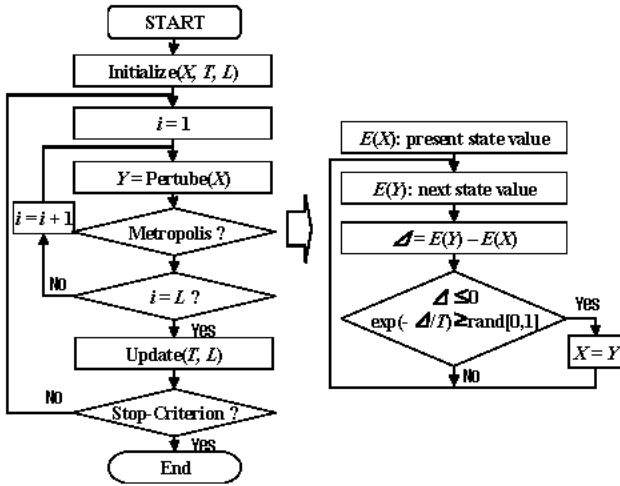


Fig. 6 Flowchart of simulated annealing algorithm

건(stop criterion)을 충족시킬 때까지 반복하여 해를 구한다. 모사 어닐링법은 이론적으로는 전체 최적해에 수렴하는 방법이지만, 실제 적용상에서는 수렴속도를 가속하기 위해 이론적인 조건을 맞추지 않게 되어 결국은 근사적인 해를 얻게 된다. 아래에 실제 알고리즘을 적용할 때의 주의사항 및 몇 가지 고려사항에 대해 설명한다.

2.2.1 해의 이동 공간

제약조건이 있는 최적화 문제에서 해의 변동은 가능해(feasible solution) 공간에서만 행할 수도 있고 비가능해(infeasible solution) 공간도 포함시켜 행할 수 있다. 전자는 항상 올바른 해를 유지할 수 있고 이동 공간도 작아지는 장점이 있는 반면 제약조건을 고려하여 새로운 해를 만들어야 하기 때문에 그 과정이 복잡해지고 결과적으로 한번의 해의 이동에 걸리는 시간이 길어진다는 단점이 있다. 후자는 해의 이동이 보다 간단한 방식에 의해 신속히 행해질 수 있고 국부 최소점에서 빠져 나올 수 있는 가능성이 높아진다는 장점이 있으나 이동 공간 및 근방이 커져서 그만큼 내부 루프에서 평형상태에 도달하기 위해 필요한 반복수가 많아지게 되고, 가능 최종해를 얻기 위해서는 비가능성을 벗어나는 특별한 장치가 마련되어야 한다.

2.2.2 초기해의 설정

초기해의 상태는 수렴시간(수렴에 필요한 외부 루프의 횟수)에는 분명히 영향을 주므로 되도록 최적해에 가까운 해에서 시작하여야 할 것이다.

2.2.3 초기 온도의 설정

온도 T 는 물리학에서 결정상태를 얻기 위한 어닐링 과정에서의 온도와 같은 역할을 하는 제어

파라미터로 초기값이 충분히 높을 필요가 있다. 그리고 새로운 해를 만들어 내는 과정은 구체적인 문제의 특성에 따라 다르게 정해지는데 많은 회수의 반복이 계속되므로 되도록 단순한 과정으로 만드는 것이 좋다. 이 과정은 알고리즘의 성능에 직접적인 영향을 미치므로 문제의 구조에 따라 효율적인 생성방법을 찾아내는 노력이 요구된다.

2.2.4 냉각 스케줄

온도를 낮추어 주는 냉각 스케줄의 과정은 알고리즘의 전체 최소점으로의 수렴성에 직접적인 영향을 미치는 과정이므로, 충분히 효율적이며 편리한 냉각 스케줄을 얻기 위해 많은 방법들이 제시되고 있다. 아래에서 몇 가지 냉각 스케줄의 방법을 설명한다.

$$T_k = \frac{T_0 \log(k_0)}{T_0 \log(k_k)}, \quad k_0 > 1 \quad (16)$$

$$T_k = \alpha T_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (17)$$

$$T_{k+1} = T_k \{1 + \ln(1 + \delta) T_k / 3\sigma(T_k)\}^{-1} \quad (18)$$

식 (16)의 로그 스케줄은 이론적인 수렴성을 보장하는 대신 수렴속도가 너무 늦어서 실제 적용에서는 식 (17)의 기하 스케줄을 많이 사용한다. α 는 대개 0.5와 0.99 사이에서 정해지는데 보통은 0.9나 0.95를 사용한다. 식(18)은 연속되는 온도에서 평형상태의 확률의 차이가 작으면 내부 루프의 길이를 줄일 수 있다는 가상 평형(quasi equilibrium)의 개념을 이용한 것이다. 또한 목적함수의 평균이 온도의 로그값에 대해서 일률적으로 감소하도록 온도를 통제하는 가상 평형과 비용함수 분포의 표준편차를 이용한 식 (19)를 이용할 수 있다.

$$T_{k+1} = T_k \cdot \exp\left(-\frac{\lambda T_k}{\sigma}\right), \quad 0 < \lambda < 1 \quad (19)$$

2.2.5 내부 루프의 반복수

내부 루프의 길이는 주어진 온도에서 안정상태가 될 때까지의 반복횟수를 뜻하는데, 내부 루프의 길이는 온도를 줄이는 냉각 스케줄과 서로 깊은 관계를 갖게 된다. 이것은 온도가 떨어지는 폭이 크면 각각의 온도에서의 평형상태의 목적함수 값의 차이가 커지므로 각 온도에서 평형상태를 이루는데 시간이 많이 걸리고, 폭이 작으면 적은 시간에도 쉽게 평형상태를 이룰 수 있기 때문이다. 보통 계산시간이 길어지면 해의 질이 향상되는데 이렇게 계산시간을 늘려서 해의 향상을 얻으려고 할 때 내부 루프의 길이를 늘이는 것보다 온도의 떨

어지는 폭을 줄이는 것이 계산시간을 줄이면서 거의 같은 질의 해를 얻을 수 있다.

2.2.6 종료 기준

이론적으로는 온도가 0에 수렴하는 곳에서 끝나야 하지만, 알고리즘이 낮은 온도에서 소비하는 시간이 너무 많기 때문에 보통 외부 루프가 일정 회수 반복될 때까지 해의 향상이 없으면 종료하는 방식을 취하고 있다. 경우에 따라서는 수락률이 일정 수준 이하로 떨어진 후에 해의 향상 여부에 따라 종료시점을 결정하기도 한다. 후자는 모사 어닐링에서 온도가 내려감에 따라 점점 해를 받아들이는 비율이 감소하게 되는 성질을 이용하는 것인데, 우선 해의 수락비율 한계치를 미리 정해놓은 다음 각각 온도에서의 반복이 끝나면 받아들인 비율을 계산하여 그 값이 한계치 아래가 되면 counter를 1씩 증가시키고 만약 목적함수 값이 이전의 목적함수 보다 좋은 값을 가지면 counter를 0으로 초기화시키면서 유지시켜 나가다가 counter가 어떤 상정치를 초과하면 끝나도록 하는 방식이다¹⁰⁾.

이러한 기본적인 알고리즘을 바탕으로 모사의 변형⁵⁾, 병렬처리를 통한 방법⁶⁾, 효과적인 냉각 스케줄을 찾는 방법⁷⁾ 등의 더 빠르고 정확한 탐색을 위해 개선된 방법들이 제안되고 있다.

3. 회전체 시스템의 최적 설계

3.1 단순 회전체의 최적 설계^{8~10)}

회전축계의 감쇠가 작은 경우, 가진 주파수가 계의 고유진동수와 일치할 때 공진이 발생하고, 공진 영역에 근접할수록 큰 진동이 발생한다. 불평형에 의한 i 차 모드가 가진될 때, 불평형 진동에 대한 동적 응답배율, 즉 진동 확대계수(amplification factor) M_i 는 다음식과 같이 표현된다.

$$M_i(\Omega) = \frac{(\Omega/\omega_i)^2}{\sqrt{\{1 - (\Omega/\omega_i)^2\}^2 + 4\xi_i^2(\Omega/\omega_i)^2}} \quad (20)$$

여기서 Ω 는 회전각속도, ω_i 는 i 차 비감쇠 고유진동수, ξ_i 는 i 차 모드의 감쇠비를 나타낸다.

식 (20)에서 M_i 는 진동수비 $\Omega/\omega_i = 1/\sqrt{1 - 2\xi_i}$ 에서 최대가 된다. 근사적으로 공진 배율의 최대치는 $1/(2\xi_i)$ 가 되고, 이 공진 배율의 최대치를 Q_i

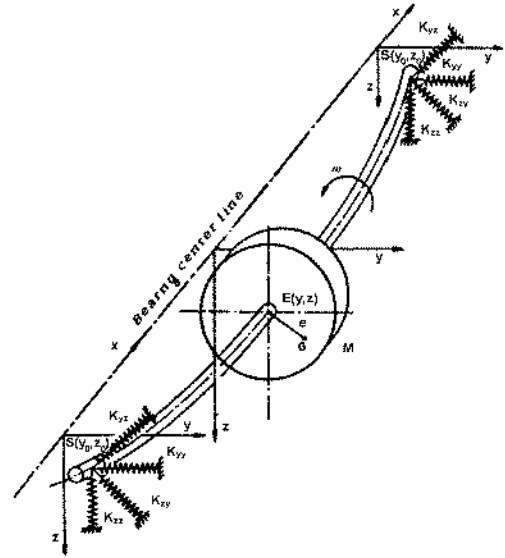


Fig. 7 Analytical model of simple rotor

라 표시하고 i 차 모드의 Q 계수라 부른다.

$$Q_i = \frac{1}{2\xi_i} \quad (21)$$

Q_i 값을 이론적으로 계산할 경우, n 자유도를 가지는 회전축계의 운동방정식으로부터 복소 고유치해석을 수행하면, n 개의 복소 고유치(complex eigenvalue)가 얻어진다.

$$\lambda_i = \lambda_{ri} + j\lambda_{zi} \quad (i = 1 \sim n) \quad (22)$$

이들 고유치로부터 각 모드에 해당하는 감쇠비는

$$\xi_i = -\lambda_{ri} / \sqrt{\lambda_{ri}^2 + \lambda_{zi}^2} \quad (i = 1 \sim n) \quad (23)$$

과 같고, 이 감쇠비가 Q 계수의 계산에 사용된다.

회전축계의 최적 설계는 Fig. 7과 같이 양 끝단이 저널베어링으로 이방성 지지되어 있는 단순 회전체에 대해 상태변수로 정의되는 구속조건 하에서 목적함수를 최소로 하는 최적설계변수를 구하는 것이다. 상태변수로는 베어링 하중 $W(N)$, 회전속도 $N(\text{rpm})$, 축 강성계수 $k_s (N/m)$, 베어링의 강성계수 $K_{ij}(N/m)$ 및 감쇠계수 $C_{ij}(N \cdot s/m)$, 회전체 질량 $M(\text{kg})$ 이 고려된다. 이들 상태변수는 일반적으로 설계변수에 의해 결정되는 값들이다. 설계변수로는 반경름새 C , 폭경비 L/D 이고, 설계변수벡터 \mathbf{X} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{X}^T = \{C, L/D\} \quad (24)$$

최적설계조건을 만족하기 위한 구속조건들은 다음과 같다.

$$g_i(\mathbf{X}) \leq 0, \quad (i = 1 \sim 7) \quad (25)$$

$$g_1 = C_{\min} - C, \quad g_2 = C - C_{\max}$$

$$g_3 = L/D_{\min} - L/D, \quad g_4 = L/D - L/D_{\max}$$

$$g_5 = h_a - C\{1 - \varepsilon_0(\mathbf{X})\}$$

$$g_6 = \omega - \omega_{cr}(\mathbf{X}), \quad g_7 = p_{\max}(\mathbf{X}) - p_a$$

여기서, h_a 는 허용 유막두께, p_a 는 허용 유막압력, ω_{cr} 은 저널 베어링의 불안정한계 휘돌림 속도, ε 은 저널 베어링의 편심률이다.

식 (13)의 목적함수를 최소화하기 위해, 지지베어링의 최적 설계를 수행한다. Q 계수의 계산에 사용되는 저널 베어링의 지지강성과 감쇠계수는 앞 절에서 유한차분법으로 구한 값을 사용하였다.

Table 1은 입력 파라미터의 값을 보여주고 있다.

Table 1 Input parameters for optimum design

Minimum radial clearance C_{\min}	20 μm
Maximum radial clearance C_{\max}	500 μm
Minimum length to diameter ratio L/D_{\min}	0.35
Maximum length to diameter ratio L/D_{\max}	0.65
Minimum film thickness h_a	40 μm
Maximum film pressure p_a	10MPa
Viscosity of lubricant μ	0.01Pa·s
Journal diameter D	0.1m
Applied load to bearing F_0	4000N
Rotor mass M	125kg
Rigid bearing critical speed ω_{cr}	4,820rpm

Fig. 8에 SA를 이용하여 단순 저널베어링의 최적설계를 수행하는 전체 흐름도를 보여주고 있다. 먼저 초기변수를 설정한 뒤, 근방의 해를 생성한다. 그 후, 베어링 형상에 대한 구속조건을 확인한 후, 유한차분법을 이용한 저널 베어링의 동특성계수와 최대압력, 최소 유막두께를 계산하고, 이 압력과 유막두께에 대한 구속조건을 다시 확인한다. 만약 구속조건을 하나라도 만족하지 않으면 새로운 해를 생성한 후, 위의 과정을 반복한다. 모든 구속조건들이 만족된다면, 고유치해석을 수행하고, 계산된 고유치를 이용하여 목적함수 값을 구할 수 있다. 그 다음 SA의 메트로폴리스 조건을 거쳐 생성된 해로의 이동여부를 결정한 후, SA의 알고리즘과 동일하게 내부루프의 반복, 하강 온도의 업데이트,

그리고 종료조건을 거쳐 외부루프를 반복하여 해를 결정한다.

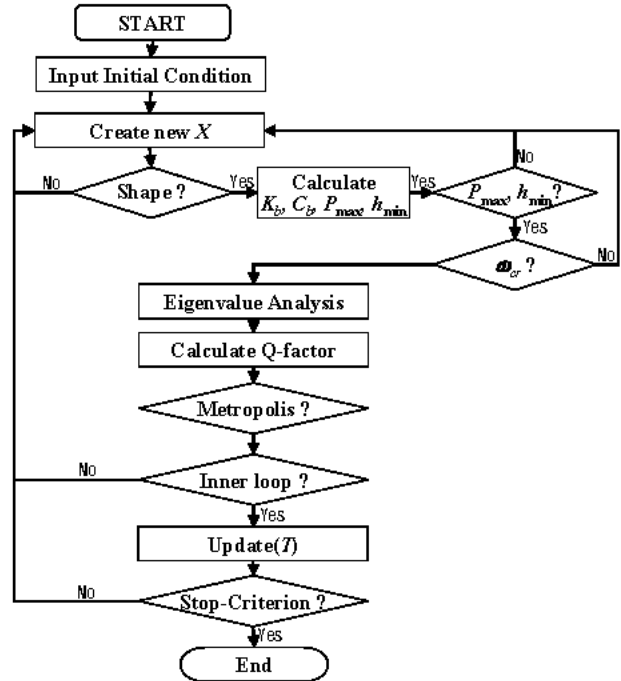


Fig. 8 Flowchart of optimum design

3.2 결과 및 고찰

3.1절에서와 같은 운전조건을 고려하여 최적설계를 수행한 결과, 얻어진 최적 설계변수는 다음과 같다.

$$\mathbf{X}_{opt}^T = \{ 65.05 \mu\text{m}, 0.35 \}$$

Fig. 9는 설계변수를 변경하였을 때 설계변수와 목적함수 값인 Q 계수의 등고선 분포를 2차원으로 나타내고 있다. 구속조건에 따른 허용가능 해 영역(feasible solution region)을 그림에 함께 나타내었다. 허용가능 해 영역의 상부 한계선은 주로 허용안정한계 조건식 g_6 에 의해 결정되는 것으로, 이 영역 위에서는 계가 불안정하게 됨을 의미한다. 따라서 이 한계선에 인접한 부분에서 Q 계수가 크게 되는 부분이 발생하는 것을 등고선으로부터 알 수 있다. 구속조건 중 압력에 대한 조건과 최소 틈새에 대한 조건은 고려하는 모든 설계 영역에서 만족하는 것으로 평가되었다. 그리고 Fig. 10(a)는 초기 파라미터 값인 $C = 200\mu\text{m}$, $L/D = 0.44$ 와 최적화 후의 진동확대계수를 나타내었다. 최적 설계를 통하여 최대 응답이 약 13% 정도 감소된 것을 알 수 있었고, 그림 (b)와 (c)에 최대 압력, 최소 틈새를 각각 비교하였다.

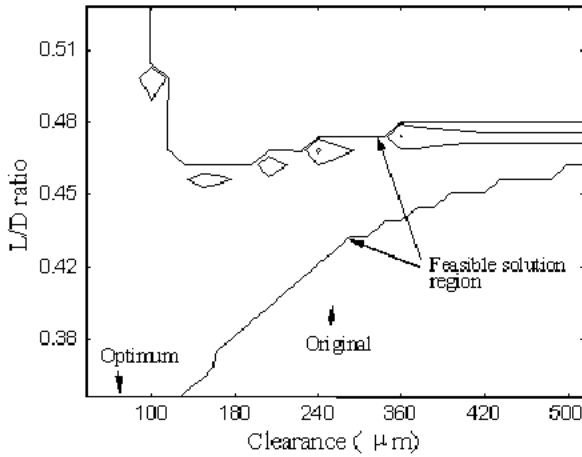


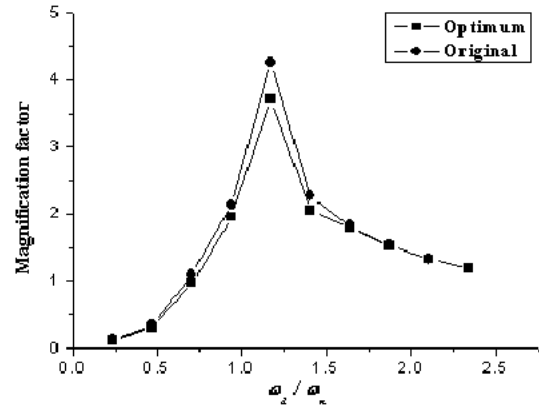
Fig. 9 Optimization results

4. 결 론

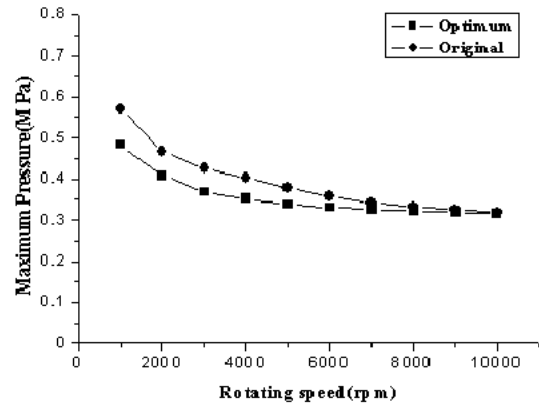
본 연구에서는 단순 회전축계의 공진응답을 줄이기 위한 저널 베어링의 최적 설계를 위해 모사 어닐링 최적화 알고리즘을 적용하는 방법을 제안하였다. 저널 베어링의 강성계수와 감쇠계수는 유한차분법으로 계산하였다. 설계 파라미터는 베어링 틈새 C 와 폭경비 L/D 이고, 목적함수는 공진배율인 Q 계수를 고려하였다. 최적설계를 통해 만족스러운 결과를 얻었으며, 향후 실제 회전기계 축계에 적용하여 기존의 방법과 비교, 검토하여 그 유효성을 검토할 예정이다.

참고 문헌

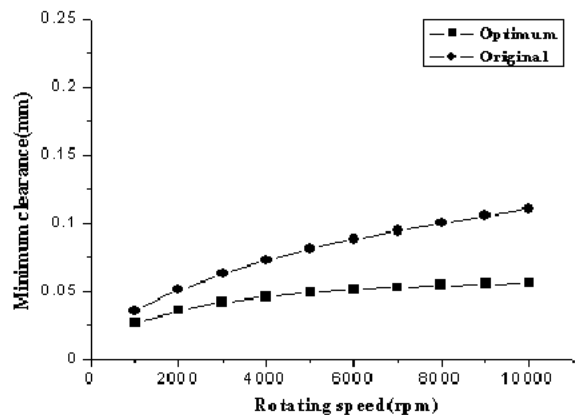
1. S. S. Rao, "Engineering Optimization", John Wiley & Sons. Inc., 1996
2. J. S. Aroa, "Introduction to Optimum Design", McGraw Hill, 1989.
3. T. Someya, Ed., "Journal Bearing Databook", Springer Verlag, 1988
4. S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt Jr. and M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, pp. 671~680, 1983
5. Y. G. Saab, V. B. Rao, "Combinatorial Optimization by Stochastic Evolution", IEEE Trans. Computer Aided Design, Vol. 10, pp. 525~535, 1989
6. E. H. L. Aarts, and J. H. J. Korst, "Simulated Annealing and Boltzmann Machines", John Wiley & Sons, 1989
7. J. N. Tsitsiklis, "Markov Chain with Rare Transitions and Simulated Annealing", Mathematics of Operations Research, Vol. 14,



(a) Magnification factor



(b) Maximum pressure



(c) Minimum clearance

Fig. 10 Comparison with original and optimum conditions

- pp. 70~99, 1989
8. J. S. Rao, "Rotordynamics" New International, 1991
9. 양보석, "회전기계의 진동", 인터비전, 2002
10. 김영찬, 양보석, "전역 및 국소 최적화 탐색을 위한 향상된 유전 알고리즘의 제안", 대한기계학회논문집, Vol. 26, No. 6, pp. 1008~1015, 2002