

## 기하학 해석을 통한 역운동학 모듈의 효과적인 구현

강종호<sup>o</sup>, 김경식<sup>o</sup>, 유관희\*  
호서대 대학원 게임공학전공<sup>o</sup>, 충북대 컴퓨터교육과\*

### An Effective Implementation of Inverse Kinematics Module through Geometric Interpretation

Jong-Ho Kango, Kyung-Sik Kimo and Kwan-Hee Yoo\*  
<sup>o</sup>Dept. of Game Engineering, Graduate school of Hoseo University  
\*Dept. of Computer Education, Chungbuk National Univeristy

#### 요약

본 연구에서는 수학적 지식이 요구되는 기존의 역운동학 해법을 사용하지 않고 직관력이 높은 기하학 방식의 새로운 역운동학 해법을 제시하였다. 뼈대 2개로 구성된 역운동학 모듈은 뼈대가 꺾이는 방향의 3차원 벡터만을 제공하여 수학적 지식이 없이도 역운동학의 사용이 가능했다. 본 연구에서 제시한 방법은 수학적 지식이 요구되지 않기 때문에 좀더 많은 그래픽 디자이너들이 역운동학을 쉽게 사용할 수 있을 것이다.

#### ABSTRACT

In this paper, we have proposed a new geometric solution of inverse kinematics of high instinct, while traditional solutions of inverse kinematics requires high level of mathematical knowledge. It was possible to use the inverse kinematics without mathematical knowledge because 3D vectors of directions of folded bones could be calculated by our method in the inverse kinematic model of two bones. The proposed method can be utilized easily by graphic designers who have little knowledge of mathematics of inverse kinematics

Key Words: Inverse Kinematics, 3D Game Animation, Geometric Interpretation

#### 1. 서론

3D 하드웨어의 비약적인 발전으로 3D 그래픽 기술 또한 함께 발전하여 왔다. 그러나 3D 하드웨어와 그래픽 기술은

여전히 수요자의 요구를 충족시키지 못하고 있으며 수요자의 요구를 충족할 때까지 꾸준히 발전될 것으로 전망된다.

3D 그래픽의 발전은 좀더 사실적이고 현실적인 3D 콘텐츠를 요구하게 되었다. 특히 게임과 같은 3D 콘텐츠에서의

1) 교신저자: 김경식(호서대)

3D 그래픽 발전은 현실의 것들과 비슷한 것들을 요구하게 되었고 이것은 대부분 물리역학이었다. 물리역학의 도입은 게임에 현실과 같은 사실성을 부여하게 되었고 게임 월드 전체에 있어서 물리 법칙에 따른 상호적인 기능들이 가능하게 되었다.

그러나 게임 월드에서의 인간형 캐릭터를 이용하여 땅에 떨어진 물건을 줍거나 문을 열고 닫는 것 등의 상호적인 기능들은 여전히 사용하기 힘들다. 이러한 인간형 캐릭터들은 주로 뼈대 애니메이션을 이용하며 캐릭터의 상호적인 움직임은 역운동학(IK: Inverse Kinematics)을 이용하기 때문이다.

역운동학은 계층구조의 하위에 있는 관절을 조작하여 동작을 제어하는 방법이다[1]. 그러나 역운동학은 높은 수학적 지식을 요구하기 때문에 일반적으로 역운동학을 다룰 수 있는 게임 제작자는 많지 않다.

본 연구의 목적은 수학적 지식이 요구되는 기존의 역운동학 해법을 사용하지 않고 직관력이 높은 기하학 방식의 새로운 역운동학 해법을 제시하는 데 있다.

많은 경우 역운동학 알고리즘의 주된 관심은 다관절체가 자연스러운 자세를 가지도록 하는데 있는 것이 아니라, 엔드 이펙터(End Effector)가 원하는 위치와 방향을 가지도록 만드는데 있다. 즉, 대부분의 역운동학 알고리즘이 엔드 이펙터에 작업 도구를 장착한 로봇 제어에 적당하도록 설계되어있다는 것을 의미한다[2].

본 연구에서 소개하고자 하는 것은 로봇에 적용하기 위한 알고리즘이 아닌 기하학적인 해법으로 직관적인 역운동학 해법이 가능하도록 하는 것이다. 본 연구에서는 2개의 뼈대로 구성된 하나의 개체를 역운동학 모듈(이하 IK 모듈)로 설정하였다. 즉, 역운동학이 가능한 뼈대들은 이러한 모듈로 구성되어진다.

이 IK 모듈은 꺾임 벡터를 설정하여 사용자로 하여금 뼈대가 꺾이는 방향을 시각에 의해 직관적으로 알 수 있도록 하였다. 이러한 IK 모듈에 기하학적 해법인 CCD (Cyclic Coordinate Descent) 알고리즘[8]을 적용하였다.

새로운 역운동학 해법으로 제시된 뼈대 2개로 구성된 역운동학 모듈은 뼈대가 꺾이는 방향의 3차원 벡터만을 제공하여 수학적 지식이 없이도 역운동학의 사용이 가능하다. 기존의 CCD 알고리즘을 개선한 것으로, 꺾임 방향에 따라 사용할 수 있는 각이 제한적이기 때문에 구현 불가능한 모

션이 존재하는 문제를 IK 모듈에 각도를 제한하는 새로운 매개변수를 설정하여 해결했다.

본 연구에서 제시한 방법은 역운동학을 사용함에 있어 수학적 지식이 요구되지 않는 직관성이 높은 기하학 방식이기 때문에 좀더 많은 그래픽 디자이너들이 역운동학을 쉽게 사용하는 것이 가능할 것이다.

## 2. 역운동학

역운동학은 엔드 이펙터가 특정 위치에 있을 때, 각 링크를 연결하는 관절의 회전각의 집합을 계산해 주는 알고리즘이다. 역운동학에는 자코비안 행렬, 에너지 제약조건 알고리즘, CCD, 균등자세 지도 등과 같은 해법이 있다[2]. 이러한 알고리즘들은 엔드 이펙터가 원하는 위치와 방향을 가지도록 만드는데 있다. 즉, 대부분의 역운동학 알고리즘이 엔드 이펙터에 작업 도구를 장착한 로봇 제어에 적당하도록 설계되어있으며 매우 높은 수학적 그리고 공학적인 전문지식을 요구한다.

### 2.1 자코비안 행렬

역운동학의 문제를 해결하기 위한 자코비안 행렬[3, 6] 기법은 엔드 이펙터의 변화에 따라 회전각의 변화를 식(1)과 같이 자코비안 행렬(J)을 이용하여 나타내었다.

$$\Delta X = J(\theta)\Delta\theta \text{-----}(1)$$

특정한 t 시간에 회전각을 알고 있다고 가정하면 t+1 시간에서의 회전각은  $\theta(t+1) = \theta(t) + \Delta t(\Delta\theta)$  이다. 이때 자코비안 행렬의 역행렬(Inv(J))을 구할 수만 있다면 식(1)로부터 t+1 시간의 회전각을 식(2)와 같이 구할 수 있다.

$$\theta(t+1) = \theta(t) + \Delta t \text{ Inv}(J) \Delta X \text{-----}(2)$$

식(2)에서 구해야 하는 관절의 회전각의 수와 엔드 이펙터의 수가 동일하면 구하고자 하는 Inv(J)의 해가 유일해를 갖지만 그렇지 않는 경우 유일해가 존재하지 않으므로 의사 역행렬(pseudo inverse)을 구해야 한다. 이 방법을 사용하면 매 단계마다 의사 자코비안 역행렬을 구해야 할 뿐만

아니고 상황에 따라 자코비안 역행렬이 존재하지 않을 수도 있어 회전각을 구하는데 어려움이 발생할 수 있다.

**2.2 에너지 제약조건 알고리즘**

역운동학의 대상인 각 관절에서 움직일 수 있는 회전각의 범위를 제약 조건으로 하고 특정 위치에서의 엔드 이펙터를 놓았을 때의 에너지 함수를 정의한 후 이를 최소화하는 각 관절의 회전각을 구하는 방법을 에너지 제약 조건 알고리즘이라 하고 식(3)과 같이 정의된다[3, 6, 7].

$$\begin{aligned} \text{Minimize } G(\theta) & \text{----- (3)} \\ L_i \leq \theta_i \leq U_i & \end{aligned}$$

여기서 에너지 함수  $G(\theta)$  는 엔드 이펙터에 대한 위치의 차, 회전각도의 차와 방향의 차이 값으로 정의될 수 있고 각 관절의 회전각의 범위가 제약조건으로 주어진다.

식 (3)을 풀기 위한 표준 수치 기술로는 Gradient Descent 방법, Conjugate Gradient 방식과 SQP(sequential quadratic programming) 방식 등이 있다. 이들 방법을 이용하여 식 (3)을 해결하는 방식이 자코비안 행렬을 이용하는 방법에 비해 보다 빠른 속도로 수렴하여 원하는 관절의 회전각을 구할 수 있고 상호작용에 의한 애니메이션이 가능하지만 아직도 수치 해석적인 문제를 해결해야 한다.

**2.3 CCD 알고리즘**

CCD 알고리즘은 기하학 해석에 기반한, 반복적이고 경험적인 접근 방식이다. 특정 엔드 이펙터에서 베이스까지의 단일 관절 체인이 주어질 경우, CCD 방법은 특정한 시점에서의 각 관절의 위치 에러 값과 회전각 에러 값을 최소화시키면서 엔드 이펙터의 위치를 결정하고자 하는 방법이다. 주어진 단일 관절 체인을 여행하면서 매 반복 실행 단계에서 각 관절의 회전각은 에러 값을 최소화하는 방향으로 수정된다. CCD 알고리즘은 각 관절의 에러 값을 최소화하는 과정에 소요되는 계산 량이 충분히 적기 때문에 매우 빠른 시간 안에 원하는 결과를 얻을 수 있어 3차원 게임이나 가상현실과 같은 실시간 상호 작용을 이용한 응용 환경에서 유용하게 적용될 수 있다 [8].

비록 CCD 알고리즘이 다양한 응용 분야에서 만족할 만한 성능을 보이지만 몇 가지 문제점을 가지고 있다. 우선 결과

자세가 임의로 정해지는 초기 자세에 종속된다는 것이다. 다시 말하면 초기 조건이 달라짐에 따라 그에 따른 다양한 해가 존재할 수 있다는 것인데 거의 모든 역운동학 알고리즘이 이와 같은 복수 해의 문제점을 지니고 있다. 이렇게 구해진 많은 해 중에 어떤 해는 인간형 캐릭터의 애니메이션 작업에 적합하지만 구해진 해를 이용해서 구성된 자세가 실제계에 존재하지 않기 때문에 작업에 적용할 수 없는 해들도 존재한다. 따라서 애니메이터는 이러한 오류를 피해 만족스러운 해를 구하기 위해 여러 번의 시행착오를 거쳐야만 하는 문제점을 가진다.

**3 연구 내용**

**3.1 IK 모듈 제작**

IK 모듈은 이 연구의 핵심으로 3D 애니메이션에 적용되는 역운동학 뼈대들로 구성된다. IK 모듈은 그림 1에서 보는 것과 같이 2개의 뼈대로 구성된다. 그림 2에서 보는 것과 같이 첫 번째 뼈대(Bone 1)의 시작 위치에서 목적 위치까지의 벡터를 지시 벡터라고 한다. IK 모듈은 두 번째 뼈대(Bone 2)가 항상 목적 위치를 가리킨다.

IK 모듈은 각도를 설정하여 뼈대의 움직임을 제한하지 않는다. 최소 유효 거리와 최대 유효 거리를 설정하여 뼈대의 움직임을 제한한다. 최소와 최대 유효거리 사이를 유효 범위라 하고, 두 뼈대는 유효 범위 내에서 자유롭게 변형될 수 있다. 또한 지시 벡터를 축으로 하여 굽힘 축 방향으로 회전이 가능하다. 굽힘 축은 뼈대가 지시 벡터를 축으로 회전하는 방향이다. 이 굽힘 축은 뼈대 1과 2의 방향 벡터의 외적으로 구할 수 있다.

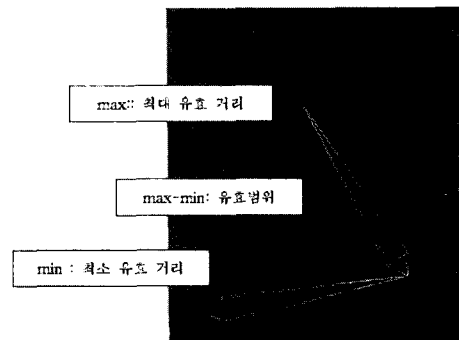


그림 1. IK 모듈

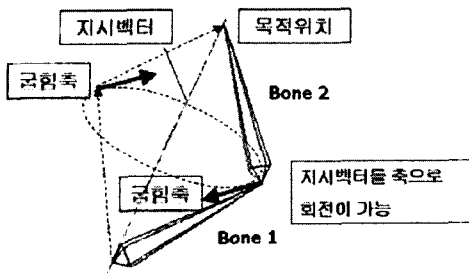


그림 2. IK 모듈의 구성

3.2 IK모듈 방식의 실험

그림 3은 IK모듈에 의한 역운동학 과정을 보여준다. 그림 3(a)는 IK 모듈 2개로 이루어져 있다. 그림 3(a)의 뼈대가 CCD알고리즘에 의해 변형될 때 그림 3(b)과 같은 결과가 나올 수 있다. 역운동학의 조건은 만족하지만 완전한 형태를 갖지는 않는다. 그림 3(c)는 IK 모듈 1이 지시벡터를 축으로 회전되어 목적지점에 따른 뼈대들의 안정된 역운동학 모습을 가지게 되었다. IK 모듈의 굴림 축을 이용하여 뼈대들의 굴림 방향을 조정할 수 있는 것이다. 그림 4는 각 모듈의 굴림 축 방향을 일치시켜 역운동학의 기하적인 해법이 가능함을 설명한다.

그림 4(a)는 목적지점의 변형에 의한 IK 모듈 2만이 변형된 형태이다. 각 굴림 축 사이의 각이 둔각일때 즉, 굴림 축의 내적이 음수일 때 IK 모듈 1과 2는 서로 다른 굴림 축을 가진다. 두 굴림 축의 내적이 양수가 될 때까지 지시벡터를

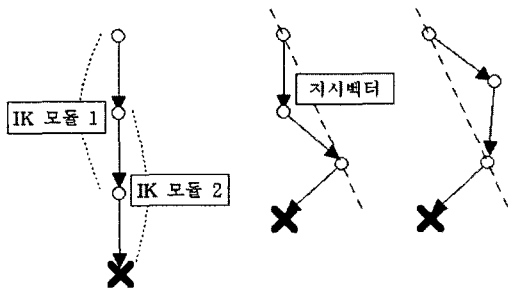


그림 3. IK 모듈에 의한 역운동학 과정

축으로 회전을 시키면 그림 4(b)와 같은 형태를 얻게 되는 것이다. 그림 4(b)에서 보는 것과 같이 IK 모듈 1을 회전하

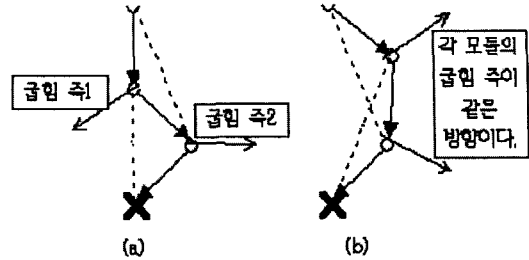


그림 4. 굴림 축에 의한 IK 모듈 수정

여 굴림 축의 방향을 일치시킴으로써 기하학 해석을 이용한 안정된 역운동학이 가능하다.

3.3 IK 모듈 방식의 고찰

제안된 IK 모듈 방식은 단계별로 각 좌표를 수정해 나가는 CCD 알고리즘을 개선한 것이다. 즉 굴림 축을 이용하여 CCD 알고리즘에서 같은 해가 생기는 문제를 충분히 고려하여 굴림 축이 일치하는 해를 얻도록 했다. 또한 CCD 알고리즘의 변형이기 때문에 수행속도는 빠르다. 기존의 역운동학 알고리즘과 같이 높은 수학적 지식을 요구하지 않으며 기하학적 해법을 제시하기 때문에 사용에 의한 이해가 빠른 것이 특징이다. 그러나 각 IK 모듈마다 굴림 방향이 다르게 설정 될 경우 각도에 따라 굴림 방향이 반대방향으로 변하는 문제점도 발견되었다. 이 문제는 각도에 종속된 적절한 변수를 IK 모듈에 포함하여 해결 될 수 있다. 그러나 이것은 또 다른 수학적지식을 요구하고 있어 각 IK 모듈에 따른 다른 굴림 방향은 좀더 연구가 필요하다.

4. 결론

3D 가상 세계에서 상호작용적인 뼈대 애니메이션을 위한 역운동학의 기하학적 해법으로 CCD알고리즘을 개선한 IK 모듈 기법을 제시하였다. IK 모듈은 2개의 뼈대로 구성된다. IK 모듈 기법은 굴림 축이 일치하는 해를 얻도록 하여 CCD 알고리즘의 특징인 빠른 수행 속도를 가지면서도 안정감 있는 역운동학 해법을 얻게 해주었다. 뼈대의 굴림을 벡터로 표현하여 높은 수학적지식을 요구하지 않아 기존의 역운동학 해법과는 다르게 간결하게 사용될 수 있었다. 향

후 연구로는 각 IK 모듈마다 서로 다른 굽힘 방향을 가질 때에 대한 기하적인 해법의 연구가 필요하다.

### [참고문헌]

- [1] 남우원, 박종만, "CG 애니메이션," 정보과학회지, 제 17권, 제 2호, 통권 제117호, 1999. 02.
- [2] 이범로, 정진현, "자연스러운 자세 제어를 위한 귀납적 역운동학 알고리즘", 정보과학회논문지:컴퓨팅의 실제, 제 8권, 제 4호, pp.368, 2002. 8.
- [3] Whitney, D. E., "Resolve Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses," IEEE Transection on Man-Machine Systems, Vol. MMS-10, No.2, pp.47-53. June, 1960.
- [4] Badler, N. I., and Zhao J., "Real-time Inverse Kinematics with Joint Limit and Spatial Constraints," UPENN TR, MS-CIS-89-09.1989.
- [5] Alan Watt, Mark Watt, "Advanced Animation and Rendering Techniques: Theory and Practice," Addison-Wesley, 1992.
- [6] Chris Welman, "Inverse Kinematics and Geometric Constraints for Articulated Figure Manipulation," B.Sc, SFU, 1989.
- [7] Bill Baxter, Fast Numerical Methods for Inverse Kinematics, Univeristy of North Carolina at Chapel Hill, Feb., 2000
- [8] Wang, L.T. and Chen, C.C. "A Combined Optimization Method for Solving the Inverse Kinematics Problem of Mechanical Manipulators," IEEE Trans. Robotics Automation, Vol. 7, pp.489-499, 1991



강 종 호

2003년 호서대학교 게임공학과 (학사)  
 2003년~현재 호서대학교 컴퓨터공학 대학원 (석사과정)  
 관심분야: 게임프로그래밍, 캐릭터 애니메이션



김 경 식

1990년 서울대학교 컴퓨터공학과 (박사)  
 1984년~1991년 한국전자통신연구원  
 1991년~현재 호서대학교 게임공학과 교수  
 2003년~현재 한국게임산업개발원 이사  
 관심분야: 게임프로그래밍, 게임제작전반



유 관 희

1995년 한국과학기술원 전산학과(박사)  
 1988년~1997년 (주)데이콤 선임연구원  
 1997년 한국과학기술원전산학과 대우교수  
 2003년~2005년 카네기멜론대학교 로보틱스연구소 방문교수  
 1997년~현재충북대학교 컴퓨터교육과교수  
 관심분야:컴퓨터그래픽스,메쉬처리,캐릭터 애니메이션