한국수학사학회지 제18권 제2호(2005년 5월), 75-94

수학사에 근거한 수학영재의 창의적 산출물 평가 준거 개발*

한국교육과정평가원 김선희
math1207@kice.re.kr

이 연구는 창의적 생산력 계발을 위한 교육 프로그램에서 수학영재 학생들이 생산한 창의적 산출물을 평가할 수 있는 준거를 개발하고자 하였다. 수학사를 통해 수학자들이 이룩한 산출물을 토대로 창의적 산출물 생산 모델을 제안하였는데, 이 모델은 수학적 지식, 수학적 사고, 수학적 탐구 기술의 세 가지 요소와 창의적 산출물 전체에 대한 평가요소로 구성되어 있으며, 학생들의 산출물은 모델의 각 요소에 초점을 둔 것에 대응시킬 수 있었다. 수학에서의 창의적 산출물에 대한 평가 준거는 창의적 산출물 생산 모델의 요소에 근거하여 개발하였으며, 이 준거에 의한 평가는 타당성과 신뢰성을 가진 것으로 판단되었다.

주제어 : 수학 영재, 창의성, 산출물, 평가 준거

0. 서론

21세기 지식 정보화 사회는 과거와 달리 노동이나 자본보다 인간의 창의성에 기초를 둔 지식의 이해, 가공, 활용 등을 중시하며, 지식에 대한 단순한 이해를 넘어 생활에 적용하고 자기 주도적으로 창의적인 산출물을 생산해내는 능력을 필요로 한다. 창의적 생산 능력을 갖춘 고급 인력을 양성하는 것은 국가 경쟁력 강화를 위해 중요하며, 현재 세계 각 국은 분야별로 뛰어난 재능을 가진 영재를 정책적으로 양성하여 국가 경쟁력을 높이려는 노력을 하고 있다. 우리나라에서도 2002년 영재교육진흥법을 시행하면서 국가 발전의 원동력으로써 우수한 인재를 조기에 발굴하고 이들의 능력을 계발시키려 영재 교육을 추진하고 있다. 영재교육의 목표는 국가 수준에서 다음의 세 가지로 제시되는데, 첫째는 창의적 생산 능력을 최대로 계발하는 것이고, 둘째는 도덕성을 함양하는 것이며, 셋째는 자기 주도적인 학습 태도를 최대로 계발하는 것이다 [7]. 즉, 영재 교육은 미래의 지식정보사회에서 가장 요구되는 창의적-생산적 문제 해결력을 최대로 자극하여 신장시켜야 하며, 미래의 지도자적 자질을 함양하도록 건전

* 이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2004-030-B00049).

한 도덕적, 사회적 가치 및 윤리의식을 키우는 방향으로 구성되어야 하고, 자기 주도적인 학습 태도를 기반으로 학생 스스로 문제를 탐구하고 문제해결 방법을 모색해갈 수 있는 능력과 태도를 함양시켜주어야 하는 것이다. 본 연구는 영재교육의 목표 중에서 창의적 생산 능력에 초점을 두어 그에 대한 평가를 논의한다.

디젠하트(Degenhardt)에 따르면 창의성은 학생들의 창의적 경험에 바탕을 둔 내적 창의성뿐만 아니라 최종 산출물에 중점을 둔 외적 창의성으로 구분되며[5], 영재교육에서의 창의적 생산 능력은 외적 창의성에 해당하는 것이다. 지금까지 창의성이나 창의력 등과 관련한 연구들은 대개 내적 창의성에 초점을 두어 발산적 사고를 중심으로 영역-일반적으로 이루어져 왔고, 그 평가도 길퍼드(Guilford)의 발산적 사고 요소를 기반으로 두고 있으며[8], 창의성 전반에 대한 개념 이해나 창의성의 요인들을 부분적으로 규명하려는 시도들이 수학 교과와 관련 없이 이루어져 왔다[6]. 하지만 한기순[11]의 연구 결과에서도 보듯이 창의성의 발현은 영역-일반적으로 이루어지지 않으며, 수학교과에서 발현될 수 있는 창의성을 평가할 수 있어야 한다. 발카(Balka)는 수학창의성과 일반창의성은 매우 관계가 없다고 하였고[9], 최영기 · 도종훈[10]의 연구에서도 수학 영재성과 영역-일반적인 창의성 검사인 TTCT 결과 사이에 상관이 그다지 높지 않다는 결론이 나왔다. 가드너(Gardner)에 따르면, 영재는 특정 분야에서 탁월한 재능을 발휘하며 모든 과제에서 창의성을 드러내지 못한다. 수학에서의 창의성을 영역-일반적인 토런스(Torrance)의 융통성, 유창성, 독창성, 정교성, 추상성의 구인에 국한 짓고 그에 맞추어 문제해결이나 사고를 측정하고 분석하는 것은 수학이라는 학문의 본질을 적절히 반영하지 못할 수 있으며, 수학에서의 적성과 능력을 키워나가려는 영재 학생들의 고차적 사고력을 충실히 측정한다고 보기 어렵다. 학생들이 창의적으로 생산하는 산출물은 수학자들의 발견 과정이나 그 결과와 유사할 수 있으므로 수학사를 통해 수학자들이 생산한 산출물이 어떠한 것이 있는지를 살펴본다면, 수학에서의 창의성을 재고할 수 있을 것이며 그에 따라 수학 영재의 창의적 산출물 유형과 그에 대한 평가 준거를 확립될 수 있을 것으로 본다.

따라서 본 연구는 창의적 생산 능력이라는 교육 목표에 도달하기 위해 수학영재가 생산한 산출물은 어떤 종류가 될 수 있는지, 산출물에 중점을 둔 외적 창의성 발현에는 어떤 요소가 있을 수 있는지 알아봄으로써 중학생들의 창의적 산출물에 대한 평가 준거를 개발하고자 한다.

1. 수학 영재 교육과 창의적 생산 능력

1.1. 창의적 생산 능력 계발을 위한 영재교육의 현황

영재교육진흥법에 의하면, 영재 교육은 교육부장관의 허가를 받아 영재학급, 영재교육원, 영재학교의 형태로 실시할 수 있다. 각 영재 교육기관은 자율적으로 학생들을 선발하고 프로그램을 개발하여 교육하도록 되어 있으며, 현재 영재교육 프로그램에서 많이 참조되고 널리 사용되는 것은 렌줄리(Renzulli)의 3부 심화학습모형이다[16]. 3부 심화 학습은 3단계의 학습 과정으로 구성되는데, 일반적인 탐구 1단계에서는 다양한 주제와 영역을 접하고 전문가 초청 강연이나 견학, 비디오, 조사, 토론 등의 방법으로 탐색활동을 펼치고, 2단계 소집단 활동을 통해 고차적인 사고력, 탐구능력, 참고자원의 활용 능력, 다양한 의사소통 기능, 정의적 영역의 긍정적인 능력을 갖게 한다. 그리고 3단계 심화에서 학생들 스스로 실제 문제에 대한 연구를 수행하면서 새롭고 독창적인 산출물을 제작하게 한다. 여기서 학생은 개인이나 소집단 활동을 통해 연구를 수행하고, 단순한 정보의 소비자가 아니라 지식의 생산자로서 활동하여 산출물을 완성한다. 이러한 취지는 영재교육과정의 또 다른 모형인 베츠(Betts)의 자율적 학습수행 모형과 카플란(Kaplan)의 변별적 교육과정 모형에도 적용되어 있다[2]. 자율적 학습수행 모형은 인지적, 정서적, 사회적 기능을 계발시켜 자율적인 학습자가 될 수 있도록 영재교육 과정에 오리엔테이션, 자기개발, 심화학습활동, 세미나, 심층 연구의 과정을 두고, 마지막 심층적 연구에서 개인 연구에 필요한 기능, 능력, 태도를 길러 연구계획서를 작성하고 연구를 수행하여 발표 및 평가를 시행하게 한 것이다. 변별적 교육과정 모형은 정규교육과정을 기반으로 내용을 수정하고 보완하여 주제를 중심으로 내용, 방법, 산출물이 상호 작용하도록 교육과정을 구성한 것인데, 영재의 학습 특성에 맞는 주제를 가지고, 유용하고 중요하며 시기 적절하고 흥미로운 지식과 정보로 내용을 구성하고, 생산적 사고, 연구, 기초학습 등 다양한 기능을 통합한 과정 또는 방법으로 획득된 지식과 기능이 의사소통 형식으로 합성되도록 산출물을 제작하는 것이 영재교육 과정에 포함되어야 한다는 것이다.

이 모형들은 최종적으로 학생들이 창의적인 산출물을 생산하도록 그 이전의 학습 과정을 설계하고 있으며, 영재교육을 통해 이렇게 창의적 산출물을 생산하는 능력이 필요하다는 데에 많은 동의가 있는 실정이다. 과학고등학교나 대학부설 영재교육원에서는 중학교 3학년 학생들을 대상으로 사사제도를 실시하여 학생 개인의 학습뿐만 아니라 산출물 생산을 위한 지도를 하고 있으며, 다수의 영재교육원에서도 학생들이 스스로 창의적 산출물을 생산하고 그것을 발표할 기회를 제공하고 있다. 또한 영재교육의 질을 높이기 위한 방안으로 2004년 10월에 한국교육개발원 주최로 전국 창의적 산출물 발표회가 개최되기도 하였다. 학생들이 영재교육을 통해 창의적 산출물을 생산해내는 능력을 키워야 한다는 교육목표에 따라, 수학 분야의 영재교육에서도 학생들의 창의적 산출물을 요구하고 그를 위한 지도가 진행되고 있는 것이다. 하지만 학생들이 수학자로 성장하기도 전에 어떠한 산출물을 학생들이 생산할 수 있을지, 그에 대한 지도는 어떠해야 하는지에 대한 논의가 아직 현장에서는 미흡하다. 이에 수학이라는 특수 영역에서의 창의적 산출물이 무엇이고 그에 대한 평가는 어떠해야 하는지

에 대한 연구가 필요한 것이다.

1.2. 수학사를 통해 나타난 창의적 산출물

중학생 수준의 영재 학생들이 수학 분야의 연구를 통해 생산할 수 있는 창의적 산출물의 종류는 어떠한 것이 있을 수 있는지 수학자들의 산출물을 통해 알아볼 수 있다. 수학교육에서 수학사의 도입은 인식론적 측면에서 수학적 지식을 일반적으로 형성하는 것을 설명할 수 있는 이론적 뼈대를 세우고, 역사 발생적 측면에서 수학의 개념 발달을 설명하고, 교실 활동을 설계하는 방법론적 측면의 시사점이 있으며[15], 이 연구에서는 수학자들의 산출물 검토를 통해 학생들이 생산할 수 있는 수학적 지식이 무엇인지를 인식론적 측면에서 생각하는 것이다.

수학자들은 기존에 해결되지 않은 문제를 해결하거나 새로운 문제를 만들어낸다. 또 문제를 발견하여 해결하는 과정에서 수학적 성질이나 구조를 발견하기도 한다. 이 것은 경험에서 나타난 현상으로부터 수학적 구조를 발견하는 수학의 유용성의 측면에서, 그리고 수학적 실재로부터 수학적 구조를 발견하는 순수수학의 측면에서 살펴볼 수 있다. 먼저, 실제 현상의 관찰이나 경험 또는 실제 문제의 해결을 위해 수학적 산출물을 발견한 예로, 갈릴레오가 피사의 성당에서 예배를 보던 중 매달린 램프가 흔들리는 것을 보고 진동주기가 진폭의 크기와 관계없음을 발견하고, 쾨니히스베르크 문제의 해결을 통해 오일러가 위상수학을 창시했던 것을 들 수 있다. 또, 파스칼이 어린 시절 종이 삼각형을 접는 과정에 의해 내각의 합이 같다는 사실을 발견한 것이나 페르마와의 편지 교환에서 점수 분배에 의해 합리적인 결정에 대한 결론과 더불어 확률론의 기초를 마련한 것도 예가 될 수 있다.

수학적 실재로부터 수학적 구조를 발견한 예로는 페르마가 방정식으로 여러 곡선의 자취를 구하고 새로운 곡선을 제안한 것이나, 배로가 미분법과 적분법이 일반적으로 역연산이라는 사실을 깨달아 미적분학의 기본 정리를 소개하게 된 것, 람베르트가 가무리수임을 엄밀하게 증명한 것, 해밀턴이 곱셈의 교환법칙이 성립하지 않는 무모순의 대수학을 만들려는 시도를 생각해 볼 수 있다. 수학적 현상에서 수학적 구조를 세우고 만드는 순수수학의 측면은 초, 중학생들이 이루기에 어려운 일일 수 있지만, 수학 영재 학생들에게 새로운 증명 방법이나, 기존에 알려졌지만 중등 수준의 학생이 재발견할 수 있는 것을 기대할 수 있을 것이다.

또한, 수학자는 지식의 실재에 대하여 논리적 탐구와 철학적 사색을 하기도 한다. 공준은 무모순이 되도록 한다고 규정하고 공준집합의 무모순성을 확립하기 위해 모형(model)을 이용하거나, 유클리드 기하학에 있어서 논리적으로 받아들일 수 있는 공준집합이 무엇인가를 찾고 동등하게 모순 없는 비유클리드 기하학의 발견을 촉진했던 시도를 볼 수 있다[12]. 이것은 발상의 전환이자 지식의 실재에 대한 추구보다 구조적

결함이 없게 하기 위한 사고의 노력이었다고 볼 수 있을 것이다.

위와 같은 수학자의 산출물을 중학생 수준에서 생산할 수 있는 산출물들로 재구성해 볼 수 있다. 첫째, 생활이나 과학 등의 현상을 수학적으로 묘사하고 문제를 해결하는 것, 둘째, 교과서 수학에서 다루어지지 않았거나 발표되지 않은 새로운 정리를 이끌어내고 그에 대한 증명을 산출하는 것, 셋째, 수학 학습을 통해 얻게 된 발산적, 수렴적 사고를 이용하여 작품을 생산해내는 것이다. 본 연구에서는 이러한 산출물을 각각 수학적 탐구 기술, 수학적 지식, 수학적 사고에 초점을 둔 것이라 보았다.

첫 번째, 수학적 탐구 기술에 초점을 둔 창의적 산출물은 학생들이 수학이나 실생활 등의 현상에서 문제점을 포착하고 그것을 수학적 사고를 활용하여 얻은 해를 말한다. 문제가 주어지는 것이 아니므로, 학생들이 실제로 문제를 찾아내고 문제 상황에서 수학을 활용하고 수학적 지식을 이용하여 해결 방법을 찾고 해석해내는 과정을 경험해야 한다. 상황이 너무 복잡하여 즉시 수학적으로 다루기 힘들 때, 학생들은 현실 문제를 확인하고 그것을 단순화하여 정확하고 간결하게 묘사하고, 그것을 다시 수학 기호와 표현으로 바꾸어 문제를 해결해야 한다. 이러한 과정에서 사용될 수 있는 여러 탐구 기술에 근거하여 생산되는 산출물인 것이다.

두 번째 산출물은 학생들이 수학자가 되어 수학 내적인 것에 가치를 두고 만든 수학적 지식이다. 수학에 대한 기본적인 개념과 수학을 학습하면서 생긴 의문을 수학적 지식에 근거하여 문제로 설정하고 증명하는 것이며, 알려진 증명과 다른 새로운 방법으로 정리에 대한 증명을 할 수도 있다. 이러한 산출물이 나오기 위해서 학생은 관련 정리나 수학적 개념을 많이 알고 있어야 한다. 수학은 과학과 달리 위계적이라는 성격을 가지기 때문에, 저학년의 수준에서는 생산되기 어려운 산출물이다.

세 번째 산출물은 수학을 학습하면서 습득한 사고를 이용하여 산출물을 생산하는 것이다. 논리적인 전략을 필요로 하는 게임을 만들어낼 수도 있고, 교통 신호등 체계를 제작해 보는 등의 산출물이 수학적 사고를 통해 가능하다. 이때 수학적 사고는 발산적 사고와 수렴적 사고를 모두 포함한다. 일반적인 창의성 검사에서는 발산적 사고만을 도구에 포함시키고 있으나, 수학적 사고에서 수렴적 사고와 발산적 사고는 서로 보완 관계에 있으므로, 수학에서의 창의적 산출물 생산을 위해서는 수렴적 사고도 필요하다. 유윤재[8]는 수학영재 판별을 위한 검사 도구에 사물을 분석적인 방법으로 접근할 수 있는 분석능력, 논리형식을 활용할 수 있는 추론 능력, 주어진 개념이나 명제를 일반화할 수 있는 일반화 능력, 기호로 표현할 수 있는 형식화 능력, 기하 도형을 구성할 수 있는 도식화 능력, 사물을 수학적으로 보거나 수학적 양상을 발견할 수 있는 수학화 능력, 개념이나 정리 또는 풀이의 가치를 평가할 수 있는 능력이 포함될 것을 제안하여 수렴적 사고의 중요성을 시사하기도 했다.

수학자들은 수학의 이론적 체계를 확립하고 새로운 정리를 발견하고 문제를 해결하

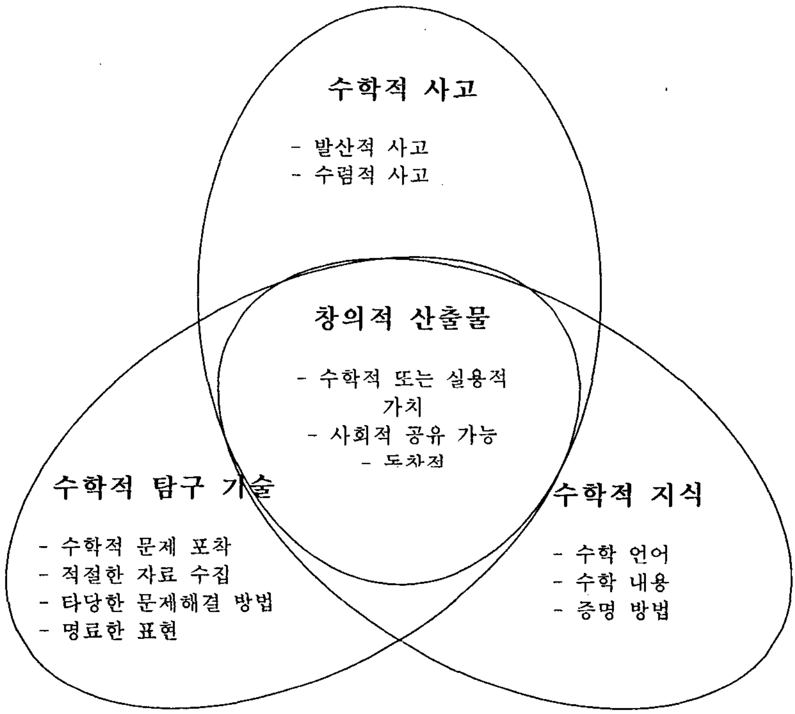
면서, 자신들의 창의성을 발휘하였다. 이런 점에서 볼 때, 수학에서 외적으로 드러나는 창의성은 새로운 무엇인가를 만들어낼 수 있는 창의적 생산 능력이라 할 수 있으며, 그에 대한 평가는 창의적인 과정을 통해 생산된 현실적인 산출물에 의해 결정될 수 있을 것이다. 수학자들은 산출물을 생산하기 위해 자신이 알고 있는 수학적 지식을 기반으로, 무엇을 연구할지 문제를 포착하여 해결방법을 모색하면서, 다양한 추측을 하고 그를 검증하는 사고 과정에 임한다. 그리고 그 결과가 독창적이고 가치 있는지에 대하여 수학 사회에서 인정을 받는다. 마찬가지로, 수학 분야에서 학생들의 창의적 생산 능력도 수학자들의 창의성 발현에서 찾을 수 있다. 즉, 수학자처럼 학생들도 자신의 수학적 지식을 확장하기 위해, 문제의식을 갖고 필요한 자료를 수집하고 해결방법을 찾고 타당화 하며, 발산적 사고와 수렴적 사고에 임해야 하는 것이다.

다음 장에서는 수학에서 창의적 산출물을 생산하는데 필요한 요소를 보다 구체적으로 살펴본다.

2. 수학에서의 창의적 산출물 생산 모델

수학 분야에서 영재 학생들이 생산할 수 있는 창의적 산출물은 수학적 탐구 기술, 수학적 지식, 수학적 사고 각각에 초점을 둔 것으로 종류를 나눌 수 있었다. 하지만 각각의 산출물이 생산될 때는 수학적 탐구 기술, 지식, 사고 어느 한 가지만이 유용한 것이 아니다. 수학적 탐구 기술이 활용되는 데에도 수학적 지식과 사고가 필요하고, 수학적 지식을 생산해 나갈 때에도 수학적 사고가 필요한 것이다. 이것은 수학자들의 산출물 생산 과정을 볼 때도 마찬가지이다. 계산 시간과 노력을 절약할 수 있는 로가리듬을 발견한 네이피어는 천문학 분야에서 기지와 독창력을 발휘하여 그 문제를 해결하기 위한 탐구를 통해 로그를 정의했고, 20년 간 발산적 · 수렴적 사고의 정성을 들였으며, $\sin A \sin B = (1/2)[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$라는 지식을 활용했을 것이다[13]. 그리고 브리그스에 의해 그 유용성과 가치를 인정받아 상용로그 등의 연구 기반을 쌓게 되었다. 하나의 수학적 지식을 산출하기 위해서 탐구기술과 사고가 유용하게 사용된 것이다.

수학에서의 창의적 산출물 생산에 필요한 이러한 요소를 본 연구는 <그림 2-1>과 같이 제안하고자 한다. 이 모델은 박종원[3]의 연구 결과에 따른 것으로, 그는 과학적 창의성 모델을 인지적 측면에서 제안하면서 창의적 사고, 과학적 탐구 기술, 과학적 지식 내용이 어우러져 과학적 창의성을 발현한다고 하였다. 수학자가 이룩한 업적을 보거나 과학적 창의성에서와 같이, 수학 영재 학생들이 최대한 계발해야 할 창의적 생산 능력도 탐구 기술, 수학적 지식, 사고가 함께 뒷받침되어 나타날 수 있는 것이다. 각각에 대해 구체적으로 논의해 본다.



<그림 2-1> 수학에서의 창의적 산출물 생산 모델

과학에서는 탐구 활동과 탐구 기술이 흔히 적용될 수 있지만, 수학에서의 탐구 방법에 대해서는 명확한 정의나 설명을 하기 어렵다. 본 연구에서는 수학이나 수학 외적인 상황에서 문제를 포착하고 그에 대한 해를 얻어나가기 위해 필요한 방법적 요소가 수학에서의 산출물을 생산하기 위한 탐구 기술이라 보고 그에 따라 탐구 기술에 어떤 것이 있는지 살펴보았다. 수학에서의 탐구 기술은 수학적 지식과 사고를 이용하여 수학 외적인 문제를 해결하는데 뿐 아니라 수학적 지식을 구성하거나 수학적 사고를 이용한 산출물 생산에서도 필요하다. 문제를 수학적으로 포착하여 묘사하고, 그것을 해결하기에 적절한 정보와 수학적 지식을 사용하며, 타당한 방법으로 문제를 해결하고, 과정과 결과를 명료하게 표현하여 이해할 수 있도록 하는지를 수학적 탐구 기술에 포함시킬 수 있다.

또한, 학생들은 수학에 대해 잘 알고 있어야 수학에서 창의적 산출물을 생산할 수 있다. 수학적 지식은 내용 지식과 수학언어, 메타지식으로 구성되는데, 수학 내용 지식은 기하, 대수, 해석, 통계 등 여러 영역으로 나누어진다. 이러한 영역별 내용 지식을 확고하게 잘 알고 있는 것은 수학적 지식을 생산해내는데 있어 기본이 된다. 또,

학생들은 이러한 수학 내용 뿐 아니라 그것을 이해하기 위한 특수한 언어를 알고 있어야 한다. 수학적 지식을 표현하고 해석하는 언어는 수학 언어이기 때문이다. 그리고 수학의 내용 지식을 구성하는 방법도 수학적 지식에 포함될 수 있으며, 이것은 증명을 구성하거나 정리를 진술하는 방법과 관련된다. 키처(Kitcher)는 수학적 지식의 본질에 대해서 수학이 수용된 진술, 언어, (증명에 대한 규준과 정의, 수학의 영역과 구조에 대한 기준을 포함한) 메타수학의 집합 등으로 되어 있다고 하였으며[14], 본 연구는 이에 따라 모델의 수학적 지식을 세 가지로 구성하였다. 지식의 습득이 이루어지지 않거나 올바르지 못한 지식은 오히려 창의성을 해치는 일이 될 수도 있으므로, 학생들이 창의적으로 산출물을 생산하기 위해서는 수학적 지식을 확고하게 알고 있어야 한다.

수학적 사고 또한 창의적 산출물을 생산하는데 역할을 한다. 창의성을 논할 때 많은 연구자들이 발산적/확산적 사고가 창의적 사고를 설명하는 것으로 말하고 있지만, 수학은 발산적 사고와 더불어 수렴적 사고가 무엇보다 강조되는 학문이라는 사실을 간과해서는 안 된다[10]. 수렴적인 논리적 사고가 창의성의 기본요소일 수 있으며, 창의성은 무에서 유를 창출하는 것이 아니라 정확하고 올바른 기존 개념의 논리적이고 합리적인 결합에 의해 새로운 것을 만들어내는 것이라고 할 수 있다[1]. 아다마르(Hadamard)는 수학적 사고를 논리적 사고와 직관적 사고로 구분하고, 전자는 의식적-형식적 성격이 강하고 후자는 무의식적-비형식적 성격이 강하다고 하였다[9]. 그리고 창의적인 수학적 사고는 두 가지 사고를 넘나들면서 일어난다고 하였다. 수학적 사고에서 발산적 사고는 개연적 추론에, 수렴적 사고는 논리-연역적 추론과 대응시킬 수도 있다. 추론은 사고에 작용하는 논리를 뒷받침하고, 퍼스(Peirce)에 따르면 세상의 모든 사고 작용이 추론에 의해 설명될 수 있기 때문에[17], 사고를 추론과 연결시킬 수 있는 것이다. 그래서 수학적 발견을 나타내고 여러 결론을 창출할 수 있는 개연적 추론을 발산적 사고에, 주어진 가정으로부터 논리적 결론에 이르는 연역적 추론을 수렴적 사고에 해당한다고 볼 수 있다.

그리고 수학적 탐구 기술과 수학적 지식, 수학적 사고가 함께 사용되어 생산된 최종적인 산출물에 대해서도 종합적인 평가가 행해질 수 있다. 이 준거는 학생들이 창의적으로 산출물을 생산하면서, 이것이 정말로 가치 있고 의미 있는 것인지, 독창적인지, 수학 사회에서 받아들여질 수 있는 것인지를 계속 반성하게 하는 지침이 될 수 있을 것이다.

수학에서의 창의적 산출물은 <그림 2-1>에서 수학적 탐구 기술, 수학적 지식, 수학적 사고 어느 부분이 중심이 되었는가에 따라 세 가지 종류로 분류될 수 있으나 어느 산출물을 생산하더라도 세 가지 부분이 다 역할을 하게 된다. 수학 분야에서 영재 학생들이 생산한 창의적 산출물의 평가는 그 세 가지 부분의 요소들과 최종적인 산출물에 대한 종합적 평가가 함께 다루어져야 할 것이다.

3 수학 영재의 창의적 산출물 평가

본 연구에서 개발한 창의적 산출물 평가 준거는 창의적 산출물 생산의 요소에 대응한다. 이러한 평가 준거가 실효성이 있는지 알아보기 위하여 영재교육을 받은 중학교 수학 영재들의 산출물을 평가해 보았다. 그 절차와 결과를 다음과 같다.

3.1. 연구 대상

서울시교육청 산하 지역교육청에서 운영중인 영재교육원 중학생 1, 2학년 30명이 본 연구에 참여하였다. 학생들은 1년 동안 90시간의 수학영재교육 프로그램에 참여했으며, 영재교육 목표에 따라 자기 주도적 학습 태도와 창의적 생산능력, 도덕성 함양을 위한 교육내용을 이수하였다. 학생들은 캠프나 수업 활동 중에도 다양한 산출물을 발표할 기회가 있었다. 본 연구에서 평가한 학생들의 산출물은 학생들이 1년 동안 관심 있는 주제를 탐구하여 생산한 것으로, 학생들은 지도교사가 1명씩 배정되어 지도를 받았다. 2학년 학생들은 2년 동안 영재교육을 받았으며 1년 전 창의적 산출물을 발표한 경험이 있다. 그리고 1학년 학생 4명은 전국 창의적 산출물 발표회에 참가하여 조별로 산출물을 생산해 본 적이 있으며, 학생들을 지도한 교사 12명 중 2명을 제외하고는 2년째 영재교육에 참여하면서 학생 개인의 산출물을 지도한 경험이 있었다.

3.2. 연구 절차 및 방법

수학적 창의성과 영재교육의 성과에 대한 선행연구와 문헌 검토를 통해 수학에서의 창의적 산출물 생산 모델을 <그림 2-1>과 같이 개발하고, 모델의 요소를 창의적 산출물 평가 준거로 삼아 각각에 해당하는 수학적 지식, 사고, 탐구 기술을 살펴보고, 그에 해당한 채점 항목을 마련하였다.

수학교육과 영재교육 전문가 4인으로부터 평가 준거와 그 하위 요소에 대한 검토를 받고, 예비 연구로 학생 산출물을 지도한 수학 교사에게 연수를 실시하였다. 본 연구에서는 학생 한 명당 교사 3명이 평가를 실시하였고, 교사들은 산출물 평가에 대한 채점 기준을 숙지하고 있었다. 그 과정에서 교사들이 학생들을 지도하면서 경험한 이외의 요소들이 있으면 평가항목에 삽입하여, 실제적인 평가 기준이 될 수 있도록 하였고 이로써 타당도를 확보하였다.

2004년 11월 학생들은 자신의 산출물을 포스터 섹션으로 발표하였다. 교사들은 미리 산출물을 검토하고, 학생 각자에게서 그에 대한 설명을 듣고 본 연구에서 개발한 평가 준거와 항목에 따라 학생들의 산출물을 평가하였다. 본 검사의 결과로 학생들의 산출물 평가에 대한 신뢰도를 측정하였다.

3.3. 평가 준거 및 항목

창의적 산출물을 평가하기 위해 개발한 평가 준거는 창의적 산출물 모델의 요소인 수학적 지식, 사고, 탐구 기술, 산출물에 대한 최종 평가의 4가지 영역이다. 수학적 지식에서는 수학 내용을 올바르게 잘 알고 있는지, 수학에서의 언어를 잘 사용하고 있는지, 수학적 내용을 구성하는 방법에 대하여 잘 알고 있는지에 대한 기준을 마련하였다. 그리고 수학적 사고에 있어서는 발산적 사고와 수렴적 사고 모두를 기준에 넣었으며, 각각 개연적 추론과 연역적 추론에 해당한다. 모든 산출물에서 다양한 개연적 추론이 드러나는 것은 아니므로, 학생의 산출물에 따라 교사들의 합의에 의해 연역적 사고의 비중을 높일 수 있게 하면서 총점은 같게 하였다. 탐구 기술에 있어서는 문제 상황에서 수학적 문제를 잘 포착했는지, 그리고 필요한 자료를 잘 선택했는지, 문제해결의 방법이 타당한지, 탐구한 내용을 명료하게 표현했는지, 문제에서 요구하는 일관된 결론이 도출되었는지를 그 기준으로 하였다. 그리고 최종 산출물에 대해서 수학적으로 또는 수학 이외의 분야에서 실용적인 가치가 있는지, 수학 사회에서 받아들일 수 있는 결과이며, 독창적인지를 기준으로 하였다.

창의적 산출물을 평가하는 채점 방법에는 총체적 채점, 분석적 채점, 체크리스트, 일화 기록 등이 있는데, 본 연구에서는 각 항목에 대한 성취수준을 기록하는 분석적 채점 방법으로 평가를 실시했다. 수학적 사고 영역에서 유연하게 배점이 되었던 것을 제외하고, 교사들은 각 항목에 0점에서 4점까지의 점수를 부여했다.

학생의 산출물의 종류에 따라 각각 초점이 된 부분에 2배의 가중치를 부여하여 최종 점수를 산출했다. 학생마다 주제가 다르고 연구 방법이나 산출물이 다르기 때문에, 수학적 사고, 수학적 지식, 수학적 탐구 기술에 같은 가치를 부여하는 것은 바람직하지 않아 가중치를 부여한 것이다. 이외에 포스터 발표에 대한 평가도 실시하였다. 발표하는 태도, 질문에 잘 대답하는지, 전반적인 내용을 잘 이해하고 있는지, 발표 준비를 잘 해 왔는지에 대해서이다. 학생들의 창의적 산출물 평가지는 <부록>에 있다.

3.4. 연구 결과

먼저, 연구에 참여한 학생들의 창의적 산출물이 어떤 종류였는지 본 연구가 나눈 준거에 따라 살펴보았다. 그 결과는 <표 3-1>이며, 학생들이 학년에 따라 선정한 주제와 산출물이 어떤 준거를 중심으로 했는지를 요약하였다. 학생들이 가장 많이 생산한 산출물은 수학적 탐구 기술을 이용하여 실세계에서 포착한 문제를 해결하거나 수학적으로 해석하는 것이었다. 30명의 학생 중에서 19명의 학생들이 그러한 주제를 선정하여 탐구했다. 예를 들어, 한 학생은 허만 도형에서 발생하는 착시현상에 대하여 가설을 세우고 통계적 방법을 이용하여 그 가설을 검증했다. 그리고 수학적 지식에

초점을 두어 새로운 수학적 사실을 발견하거나 수학적 내용을 확장시키고 교과서에 없는 수학 내용을 새롭게 구성하기도 한 학생이 10명 있었다. 예를 들어, 다각형의 무게중심을 찾거나 삼각형의 합동조건을 교과서에 없는 방법으로 알아내거나, 수학적 귀납법을 이용하여 알려진 정리를 증명하는 것이 있었다. 수학에서 학습한 사고를 중심으로 산출물을 이끌어낸 학생은 1명 있었는데, 이 학생은 수학적 지식을 활용하기보다는 발산적, 수렴적 사고를 이용하여 오거리에서의 신호체계를 제작하였다.

<표 3-1> 학생들의 창의적 산출물 주제

연번	창의적 산출물 주제	학년	준거
1	생활 속의 확률 이야기	1	수학적 탐구 기술
2	일차방정식으로 암호해독하기	1	
3	새로운 암호체계 발명	1	
4	수학을 이용한 마술과 수학마술 만들기	1	
5	난수발생기	1	
6	허만 도형에서의 착시현상	1	
7	착시현상	1	
8	테셀레이션의 성질과 작품만들기	1	
9	황금비와 수학의 미	1	
10	황금비를 이용한 물건 만들기	1	
11	건축에서의 수학의 응용	1	
12	생활 속의 일대일 대응	2	
13	암호 만들기	2	
14	인간 친화적 컵의 모양 및 우리 몸의 겉넓이	2	
15	7포커에 숨겨진 확률	2	
16	음악 속의 함수	2	
17	하늘에 있는 별들의 위치는 어떻게 나타낼까?	2	
18	여러 사람들과 친한 사람을 마당발이라고 할 수 있을까?	2	
19	한붓그리기를 이용한 청소차 운행 경로	2	
20	정사각형 색종이를 가지고 정다각형 만들기	1	수학적 지식
21	다각형에서 무게중심 찾기	1	
22	정다각형의 무게중심 찾기	1	
23	경우에 따라 다르게 사용되는 평균	1	
24	교과서에 없는 삼각형의 성질 찾기	2	
25	증명! 이제 쉽게 풀자! - 수학적 귀납법에 대한 연구 -	2	
26	완전수의 성질 발견과 증명하기	2	
27	4차원의 세계	2	
28	비유클리드공간에서의 길이 측정	2	
29	마방진	2	
30	사거리에서의 신호등체계	1	수학적 사고

본 연구에서 개발한 창의적 산출물 평가 기준에 따라 교사들이 학생들의 산출물을 평가한 결과를 피어슨(Pearson)의 신뢰도 계수로 측정하였다. 채점자간 신뢰도를 추정할 때 점수가 연속변수인 경우에는 상관계수법을 사용한다[4]. 먼저, 학생들의 수학적 탐구 기술 평가에서 교사들의 채점 일치도 결과는 다음 <표 3-2>와 같다. 유의수준 .05 내에서 채점자들의 점수는 유의한 상관관계를 보였다.

<표 3-2> 수학적 탐구 기술에서의 채점자간 신뢰도

	채점자 A	채점자 B	채점자 C
채점자 A			
채점자 B	.476*		
채점자 C	.410*	.497*	

*는 유의수준 .05 내에서 유의한 상관관계 (이하동일)

학생들의 수학적 지식 평가에서 교사들의 평가 일치도 결과는 <표 3-3>과 같다. 세 명의 교사가 각각 채점한 결과 그 점수 사이에 일관성이 있는지를 검증했으며, 유의수준 .05 내에서 채점자들의 점수는 유의한 상관관계를 보였다. 채점자 A와 C의 채점에서는 유의수준 .01 내에서 유의한 상관관계가 있었다.

<표 3-3> 수학적 지식에서의 채점자간 신뢰도

	채점자 A	채점자 B	채점자 C
채점자 A			
채점자 B	.478*		
채점자 C	.565**	.454*	

**는 유의수준 .01 내에서 유의한 상관관계 (이하동일)

학생들의 수학적 사고가 창의적 산출물 생산에 어떻게 쓰였는지에 대한 교사들의 평가 일치도 결과는 <표 3-4>에 있다. 유의수준 .05 내에서 채점자들의 점수는 유의한 상관관계를 보였다. 하지만 다른 부분에 비해 수학적 사고에서 신뢰도가 낮은 편이었다. 이것은 창의적 산출물을 생산하는 과정에 사용된 사고를 결과로부터 채점하기 어렵다는 것을 보여주며, 사고의 종류가 제대로 발현되지 않을 때 교사들의 합의에 따라 항목의 비중을 달리 했기 때문이다. 따라서 수학적 사고는 학생들이 외적 창의성을 발현하는 과정에서 지속적인 평가가 되어야 함을 시사한다.

<표 3-4> 수학적 사고에서의 채점자간 신뢰도

	채점자 A	채점자 B	채점자 C
채점자 A			
채점자 B	.341*		
채점자 C	.364*	.354*	

학생들의 산출물에 대한 가치와 사회적 공유 가능성, 독창성에 대한 종합 평가에서 교사들의 채점 결과의 신뢰도는 <표 3-5>와 같다. 세 교사의 채점 결과에 일관성이 있는지를 검증했으며, 유의수준 .05 내에서 채점자들의 점수는 유의한 상관관계가 있었다.

<표 3-5> 최종 산출물에서의 채점자간 신뢰도

	채점자 A	채점자 B	채점자 C
채점자 A			
채점자 B	.475*		
채점자 C	.499*	.453*	

최종적으로, 학생들의 창의적 산출물에 대한 평가의 총점에 대해서도 신뢰도를 <표 3-6>과 같이 측정하였다. 채점자 A와 B, A와 C의 점수에서는 유의수준 .01 내에서 유의한 상관관계가 있었고, 채점자 B와 C 사이에는 유의수준 .05 내에서 유의한 상관관계가 있었다.

<표 3-6> 산출물 총점의 채점자간 신뢰도

	채점자 A	채점자 B	채점자 C
채점자 A			
채점자 B	.595**		
채점자 C	.522**	.495*	

세 교사의 채점 결과에 대해 상관계수를 측정한 결과 모두 유의수준 .05내에서 유의한 상관이 있음이 밝혀졌고, 본 연구에서 개발한 평가 기준은 타당도와 신뢰도를 가진 것으로 사용될 수 있을 것이다.

3.5. 학생 산출물 평가 예시

수학적 지식에 초점을 두고 창의적 산출물을 생산한 한 학생의 예를 제시한다. 이 학생은 2년간 영재교육을 받은 중 2 학생으로 완전수의 성질을 발견하고 그것을 증명하려 했다. 이 학생은 완전수가 무엇이고, 지금까지 완전수와 관련하여 밝혀진 정리와 결과들이 무엇이 있는지를 설명하고, 본인이 발견한 사실들과 그에 대한 증명을 제시하였다. 학생의 산출물 내용을 요약하면 다음 <그림 3-1>과 같다.

1. 완전수의 정의

자연수 a 중에서 a 이외의 양의 약수(1을 포함)의 합이 a와 같게 될 때의 a.

2. 지금까지 밝혀진 완전수의 성질

(1) 10^{200} 이하에는 홀수의 완전수가 없다.

(2) 수학자인 알버트 베일러는 홀수의 완전수가 발견된다면 엄격한 자격 요건을 충족시켜야만 한다고 했다. - 자격요건

1) 12로 나누면 나머지가 1, 36으로 나누면 나머지가 9가 되어야 한다.
2) 최소한 여섯 개 이상의 소수 약수를 가져야 한다.
3) 3으로 나누어지지 않는다면 최소한 아홉 개의 서로 다른 소수 약수를 가져야 한다.
4) 109^{118}보다 작은 수라면 몇몇 약수의 6제곱으로 나누어진다.

(3) 만일 홀수인 완전수가 존재한다면 $p^{4k+1} * q$ (단, p는 4n+1꼴의 소수, q는 1이 아닌 홀수이며 $p \nmid q$) 이라는 꼴을 하고 있어야 한다(오일러).

(4) 끝자리의 수가 6 아니면 28로 끝난다.
6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056

(5) 완전수는 연속된 홀수의 세제곱의 합이 된다.
$28=1^3+3^3$
$496=1^3+3^3+5^3+7^3$
$8128=1^3+3^3+5^3+7^3+9^3+11^3+13^3+15^3$

(6) 6보다 큰 완전수의 자리수 근(digital root)은 1이다. (어떤 수의 자릿수 근을 얻기 위해서는 그 수의 모든 자리의 숫자를 더한 다음에 그와 같이 얻어진 수의 모든 자리의 숫자를 다시 더한다. 이와 같이 진행해서 한 단위의 수가 될 때까지 계속한다.)
282+8=101+0=1
4964+9+6=191+9=101+0=1
81288+1+2+8=191+9=101+0=1

(7) 모든 짝수인 완전수는 삼각수이다.

(8) $M=2^P-1$이 메르센 소수이면 M번째 삼각수 $\triangle_M=\frac{1}{2}M(M+1)$은 완전수이다.
$\triangle_3=\frac{1}{2}*3*(3+1)=6$
$\triangle_7=\frac{1}{2}*7*(7+1)=28$
$\triangle_{31}=\frac{1}{2}*31*(31+1)=496$
$\triangle_{127}=\frac{1}{2}*127*(127+1)=8128$

*메르센 소수는 2^P-1 모양의 소수 (P=소수 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257)
*삼각수는 삼각형 배열을 이루는 공들의 개수
n번째 삼각수는 $\triangle_n=\frac{1}{2}n(n+1)$ 이다.

(9) 현재까지 발견된 가장 큰 완전수는 1993년에 슬로빈스키가 발견한 $2^{859432}(2^{859433}-1)$이다.

3. 내가 탐구한 완전수의 성질

(1) 완전수는, 적당한 수 n에 대하여 1부터 n까지의 합이 된다. 이때, n은 완전수를 소인수분해 했을 때의 소수이다.

6=1+2+3

28=1+2+4+7+14

496=1+2+4+8+16+31+62+124+248

8128=1+2+4+8+16+32+64+127+254+508+1016+2032+4064

증명) 완전수는 $\frac{1}{2}M(M+1)$ 꼴을 하고 있다. M은 메르센 소수이고, $\frac{1}{2}M(M+1)$은 1부터 M까지의 합을 나타낸다. 완전수의 소인수 분해는 $2^{P-1}*(2^P-1)$ 꼴로 나타낼 수 있으며, M은 메르센 소수 (2^P-1)이기 때문에 적당한 수 n은 완전수를 소인수 분해한 소수가 된다.

(2) 만약 a가 완전수이면, a의 모든 약수의 역수의 합은 항상 2이다.

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=2$, $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=2$

증명) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=2$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=1$, $\frac{14+7+4+1}{28}$=1에서 알 수 있듯이, 분자는 자신을 제외한 약수들의 합=완전수. 분모는 완전수.

(3) 6 이외의 다른 완전수를 취해서 각 자리의 수를 더하면, 그 결과는 9의 배수보다 1만큼 큰 수가 된다.

28=9*3+1

496=9*55+1

8128=9*903+1

증명) 모든 수를 세제곱했을 때 9로 나누면 나머지는 0, 1, 8이 된다.

$(9n+1)^3 \equiv 1 \pmod 9$

$(9n+2)^3 \equiv 8 \pmod 9$

$(9n+3)^3 \equiv 0 \pmod 9$

$(9n+4)^3 \equiv 1 \pmod 9$

$(9n+5)^3 \equiv 8 \pmod 9$

$(9n+6)^3 \equiv 0 \pmod 9$

$(9n+7)^3 \equiv 1 \pmod 9$

$(9n+8)^3 \equiv 8 \pmod 9$

3의 배수의 세제곱은 9의 배수가 되고, 3의 배수가 아닌 두 홀수의 차가 2인 두 홀수의 세제곱의 합은 9의 배수가 된다. $28=1^3+3^3$, $496=1^3+3^3+5^3+7^3$, $8128=1^3+3^3+5^3+7^3+9^3+11^3+13^3+15^3$에서 1^3을 뺀 수들이 9의 배수가 되기 때문에 성립한다.

(4) 소수는 몇 제곱을 해도 완전수가 될 수 없다.

증명) $2^{P-1}*(2^P-1)$이 완전수이고 2^P-1이 소수이다. 2^P-1은 소수가 아니기 때문에 소수는 몇 제곱을 해도 완전수가 될 수 없다.

(5) 완전수를 이진법의 수로 나타내면, 이진법의 수에서 1의 개수는 메르센 소수 2^P-1에서의 P(P=소수 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257)가 된다.

$110_{(2)}$

$11100_{(2)}$

$111110000_{(2)}$

$1111111000000_{(2)}$

$1111111111111000000000000_{(2)}$

$11111111111111111000000000000000_{(2)}$

증명) $6=110_{(2)}=2^2+2^1=2^1(2^1+2^0)$, $28=11100_{(2)}=2^4+2^3+2^2=2^2(2^2+2^1+2^0)$,
$496=111110000_{(2)}=2^8+2^7+2^6+2^5+2^4=2^4(2^4+2^3+2^2+2^1+2^0)$
임의의 완전수 $a=2^n(2^n+2^{n-1}+2^{n-2}+2^{n-3}+\cdots+2^3+2^2+2^1+2^0)$

완전수는 $2^{P-1}*(2^P-1)$ 이런 꼴로 소인수분해할 수 있으며, 완전수의 약수 중 홀수는 메르센 소수 (2^P-1) 만이 될 수밖에 없다.
$\therefore a=2^n(2^n+2^{n-1}+2^{n-2}+2^{n-3}+\cdots+2^3+2^2+2^1+2^0)$에서 $(2^n+2^{n-1}+2^{n-2}+2^{n-3}+\cdots+2^3+2^2+2^1+2^0)$은 홀수인 완전수의 약수가 되며 메르센소수가 된다.
$\therefore$규칙이 성립하게 된다.

<그림 3-1> 어느 수학영재 학생의 창의적 산출물 예시

이 학생은 완전수에 대한 수학적 지식에 초점을 두어 산출물을 생산하려 했고, 수학적 탐구 기술과 사고를 활용하였다. 예를 들어, 이 학생은 완전수라는 것에 관심을 갖고 지금까지 발견된 사실들을 찾고, 이미 증명된 내용들을 참조하면서 어떠한 방법으로 증명을 해야 할지, 명제의 결론에 도달할 수 있었는지 판단하고, 자신의 결과를 분명하게 표현하는 것에서 탐구 기술을 사용했다. 그리고 각각의 명제를 찾아내기 위해 일반화의 사고도 하였고, 실제 예를 보여주는 특수화의 사고, 기존의 증명 방법을 유사하게 적용하면서 유추적 사고를 행하여 발산적 사고를 보여주었고, 수학적 증명을 위해 수렴적 사고인 연역적 추론을 하였다. 이 학생의 수학적 지식은 대수에 해당하며, 이러한 산출물을 생산하기 위해 학생은 완전수에 대한 기존 정리와 증명을 알고 있어야 했고, 정수론에서 사용되는 기호도 잘 사용할 수 있어야 했다.

이 학생의 산출물에 대해 3명의 교사 A, B, C의 채점 후 총점은 다음 <표 3-7>과 같다. 교사들은 이 학생의 증명에 자세한 설명이 생략되어 학생이라는 청중을 고려하지 않았고, (4)번 명제에서 홀수의 완전수인 경우를 생각하지 않은 논리적 모순을, 그로 인해 수학적 지식 측면에서 올바르지 않은 결론이 도출될 수도 있음을 지적했고 그에 따라 감점을 했다고 한다. 그리고 이 학생은 수학적 지식에 비중을 두었으므로 그 영역에 2배의 가중치를 부여하였다. 발표점수를 제외한 총점 76점 중에 학생은 세 교사의 평균 점수인 68.3점을 받았다.

<표 3-7> 학생 예시의 평가 점수

	탐구기술	수학적 사고	수학적 지식	창의적 산출물	합계
채점자 A	14	16	26	10	66
채점자 B	15	15	30	12	72
채점자 C	15	14	28	10	67

4. 결론 및 제언

본 연구는 영재교육의 목표 중 하나인 창의적 생산 능력을 수학 교과에서 구현하기 위해, 영재교육 프로그램의 일환으로 권장되고 있는 학생들의 창의적 산출물 생산이 수학 분야에서 어떤 것이 될 수 있고, 그에 대한 평가 준거는 무엇인지를 연구하였다. 수학사를 통해 본 수학자들의 산출물에 따라 영재 학생들의 창의적 산출물 종류를 나누고, 수학자들이 산출물을 생산하는데 필요한 요소를 구체화하여 수학에서의 창의적 산출물 생산 모델의 요소를 만들었다. 그리고 그 요소를 평가 준거로 하여 평가 항목을 작성하고 실제로 영재학생들의 산출물 평가에 적용하여 타당도와 신뢰도를 확보하였다. 평가 준거는 학생들의 산출물에서 무엇을 평가하여야 하는가에 대한 논의이므로, 앞으로 좀더 세부적인 평가 기준이나 채점 항목이 추가될 수도 있을 것이다. 그리고 본 연구의 결과를 바탕으로 열린 교육과 학생들의 프로젝트 수행 평가 등 실제 수학 수업에서 학생들이 생산해낼 수 있는 산출물에 대해서도 평가할 수 있는 계기가 마련될 수도 있을 것이다.

수학사는 수학의 개념 발생 과정을 보여주어 역사발생적 원리를 적용하게 해주고, 학생들이 이해하기 어려운 것이 무엇인지에 대한 인식론적 장애를 보여주는 등 수학 학습과 그 지도에 대한 많은 시사점을 준다. 하지만 본 연구에서 논의된 바와 같이, 수학 평가에 대해서도 수학사의 활용을 기대할 수 있다. 수학자들이 가치 있게 여긴 것을 수학에서의 평가 대상으로 삼거나, 과거 수학자나 그 제자들의 성취 수준에 대한 자료를 얻고, 수학자들의 수학적 발견이 받아들여지게 된 과정을 살펴봄으로써 학생들이 직접 자기 평가나 동료 평가의 기준을 제작하게 해 볼 수도 있다. 수학사는 수학에서 무엇을 어떻게 평가해야할 지에 대한 타당성에 대한 안내로서도 역할을 할 수 있을 것이다.

그리고 이 연구는 학생들의 산출물 결과에 대한 평가에 초점을 두었으나, 이러한 산출물이 생산되기 위해서는 교육내용과 교육의 과정, 학습 환경도 뒷받침되어야 한다. 현재 영재교육 프로그램은 학생들에게 학교 교육과정 외의 내용을 다룰 수 있도록 다양한 주제가 선정되어 있어 그 연계성이 부족하고, 영재학생들의 적성과 소질에 맞는 수업 형태와 수업 환경이 제대로 구성되어 있지 않다. 본 연구에 참여한 학생들은 1년 동안 대수, 기하, 해석, 통계의 내용 지식 뿐 아니라 탐구 방법과 일반 창의성 사고 기술 등의 내용을 교육받았으며, 교사들은 실제 수업에서 수학적 모델링을 실시하는 것에 초점을 두었다. 이러한 교육 경험이 학생들의 산출물 생산에도 긍정적인 영향을 준 것으로 보이며, 특히 현실 세계로부터 문제점을 포착하고 그것을 수학 모델로 바꾸어 해결한 후 해석하는 수학적 모델링의 경험으로 인해 창의적 산출물에서도 탐구 기술에 초점을 둔 결과가 많이 생산되었다. 수학 분야의 영재교육에 적합하고 학생들의 창의적 생산 능력과 자기 주도적 학습 능력을 키울 수 있도록 하는 교육

내용, 교육과정, 산출물, 학습 환경과 본 연구의 창의적 산출물 생산 모델을 통해서 수학 영재 교육의 내용과 방법, 교육과정 모형이 앞으로 수학사 연구에 의해서도 도출될 수 있을 것이다.

참고 문헌

1. 남영만(2000), "창의성과 수학과의 관계," 교육이론과 실천, 경남대교육문제연구소.
2. 박성익 외(2003), 영재교육학원론, 교육과학사.
3. 박종원(2004), "과학적 창의성 모델의 제안 -인지적 측면을 중심으로-", 한국과학교육학회지 24(2), 375-386.
4. 성태제(1995), 타당도와 신뢰도, 교육과학사.
5. 신현용 · 김원경 · 신인선 · 한인기(2000), "창의성 신장을 위한 수학 영재교육 개선 방안에 관한 연구", 수학교육 10, 325-342.
6. 신현용 · 한인기(2001), "중학교 학생들의 창의적 성향 활성화를 위한 수학 학습 자료 개발에 관한 연구", 수학교육 논문집 12, 171-183.
7. 오승현(2003), "영재 교육 정책방향", 수학교육논총 21, 75-101.
8. 유윤재(2002), "수학적 창의성의 검사", 수학교육학술지 7, 1-22.
9. 이강섭 · 황동주 · 홍지창 · 이상원(2002), "뇌 기능 분화와 수학 창의적 문제해결력과의 관계 연구," 수학교육 논문집 13, 701-715.
10. 최영기 · 도종훈(2001), "수학영재의 창의적 특성 분석", 수학교육학술지 6, 135-153.
11. 한기순(2000), "창의성의 영역한정성과 영역보편성에 관한 분석과 탐구," 영재교육연구, 10(2), 47-69.
12. Eves, Howard Whitely/이우영 · 신항균 역(1995), 수학사, 서울: 경문사. (원저는 1953년 출판.)
13. Eves, Howard Whitely/허민 · 오혜영 역(1994), 수학의 위대한 순간들, 서울: 경문사.
14. Kitcher, Philip(1984), *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford University Press.
15. Radford, Luis(2000), "Historical formation and student understanding of mathematics," in J. FauvelJ. van Maanen(eds.), *History in Mathematics Education: the ICMI Study*, Dordrecht: Kluwer, pp. 143-170.
16. Renzulli, Joseph S./김홍원 역(2003), 학교전체 심화학습 모형, 서울: 문음사.
17. Sebeok, Thomas A./김주환 · 한은경 역(1994), "하나, 둘, 셋 하면 풍성함이(서론에 대신하여)," 논리와 추리의 기호학, 서울: 인간사랑. (원저는 1980년 출판.)

<부록> 수학에서의 창의적 산출물 평가지

준거	평가 항목	점수
수학적 지식 (16점)	수학 기호와 용어를 잘 사용하고 있는가?	
	수학 내용이 올바른가?	
	수학적 증명의 방법이 올바른가?	
	선정한 주제에 대한 수학내용을 잘 알고 있는가?	
탐구 기술 (16점)	수학적 문제를 잘 포착했는가?	
	필요한 자료를 잘 선택했는가?	
	문제해결 방법이 타당한가?	
	탐구한 내용을 다른 사람도 알기 쉽게 표현하고 있는가?	
수학적 사고 (16점)	발산적 사고/개연적 추론을 잘 사용했는가?	
	수렴적 사고/연역적 추론을 잘 사용했는가?	
창의적 산출물 (12점)	수학적으로 또는 수학 이외의 분야에서 실용적인 가치가 있는가?	
	수학사회에서 받아들일 수 있는 결과인가?	
	결과가 독창적인가?	
발표 평가 (16점)	발표하는 태도가 바른가?	
	질문에 충분하게 설명하는가?	
	전반적 내용을 무리 없이 이해하고 있는가?	
	발표 준비를 잘 했는가?	

The Korean Journal for History of Mathematics Vol. 18 No. 2 (May 2005), 75-94

Development of the Evaluation Criterion for Mathematically Gifted Students Creative Product in View of Mathematical History

KICE **Sun Hee Kim**

This study is intended to develop the criterion for evaluating the creative products that mathematically gifted students produce in their education program to enhance the development of creative productive ability. I distinguish the mathematical creativity with the creativity in the general domain, and make the production model of the creative mathematical product grounded on the mathematicians' work through the mathematical history. The model has the following components; the mathematical knowledge, the mathematical thinking and the mathematical inquiry skill, surrounding the resultive creative product. The students products are focused on one component of the model. Thus the criterion for the creative products is grounded on the each component of the model. According to it, teachers could evaluate the students' work, which got the validity and the reliability.

Key words: mathematically gifted, creativity, product, evaluation criterion

2000 Mathematics Subject Classification: 97D99, ZDM Subject Classification: D63

논문 접수: 2005년 3월 24일, 심사 완료: 2005년 4월