

2단계 추계학적 야전 포병 사격 순서 결정 모형에 관한 연구

(A Two-Stage Stochastic Approach to the Artillery Fire Sequencing Problem)

조재영*

Abstract

The previous studies approach the field artillery fire scheduling problem as deterministic and do not explicitly include information on the potential scenario changes. Unfortunately, the effort used to optimize fire sequences and reduce the total time of engagement is often inefficient as the collected military intelligence changes.

Instead of modeling the fire sequencing problem as deterministic model, we consider a stochastic artillery fire scheduling model and devise a solution methodology to integrate possible enemy attack scenarios in the evaluation of artillery fire sequences. The goal is to use that information to find robust solutions that withstand disruptions in a better way. Such an approach is important because we can proactively consider the effects of certain unique scheduling decisions. By identifying more robust schedules, cascading delay effects will be minimized.

In this paper we describe our stochastic model for the field artillery fire sequencing problem and offer revised robust stochastic model which considers worst scenario first. The robust stochastic model makes the solution more stable than the general two-stage stochastic model and also reduces the computational cost dramatically. We present computational results demonstrating the effectiveness of our proposed method by EVPI, VSS, and Variances.

(Key Words: Optimization, Stochastic programming, Artillery fire scheduling)

* 고려대학교 산업시스템정보공학과

1. 서 론

전쟁을 억제하기 위한 방법은 첨단 전력의 증강을 통한 방법과 현존 전력 운용효과의 극대화를 통한 효율성을 높이는 방법으로 크게 나누어 생각할 수 있을 것이다. 전자의 경우는 기대효과가 크지만, 개발 및 획득을 위한 막대한 예산과 시간이 요구되며, 국가차원에서 중·장기 정책으로 추진되어야 한다. 후자의 경우는 상대적으로 적은 비용과 시간을 투자하여 실제 야전부대에서 다양한 아이디어와 교육훈련을 통해 제한된 범위에서 현재의 전력을 향상시키는 효과를 얻을 수 있다는 차이점이 있다.

이러한 측면에서 한국군의 포병화력을 분석해 보면, 중·장기적으로 추진되는 포병 전력의 첨단·자주·대구경화의 지속적 추진을 해나가는 노력과 동시에, 제2차 세계대전 및 한국전 당시에도 사용되었던 견인포와 최근 전력화된 신형 자주포를 동시에 운용하고 있는 우리 군의 현실을 감안하여 적의 도발에 적절히 대응하기 위한 최적의 운용 방안을 모색하여야 할 것이다.

본 연구에서 제시하고자 하는 방안은 후자의 경우으로써, 현재 가지고 있는 포병자산의 운용상의 제약사항을 고려하고, 예상되는 적 공격 시나리오들을 분석하여, 최단 시간에 요구되는 화력을 해당 표적에 집중하기 위한 사격 순서를 제공하는 것이다.

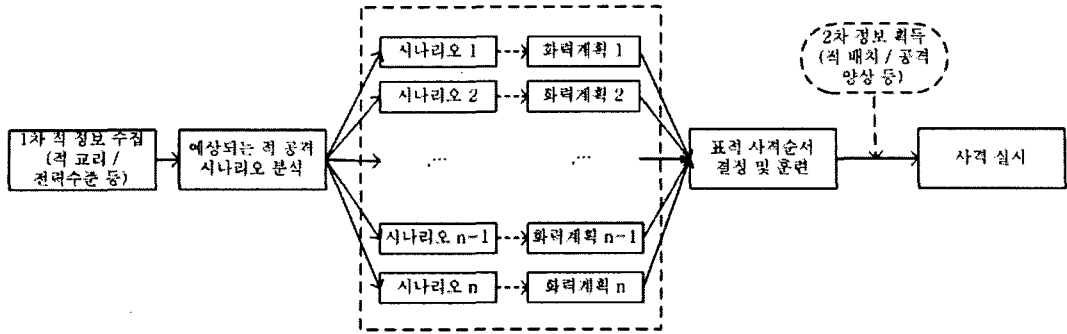
포병사격 순서 결정 문제에 최적화모형을 통한 접근은 권오정 등[1]에서 처음으로 확정적 모형(deterministic model)으로 접근되었다. 권오정은 사격에 참가할 수 있는 모든 부대가 요구되는 화력수준을 만족시키기 위해 계획된 포탄을 표적에 사격

하기 위해 스케줄링을 이용하여 수학적 모형화를 하였으며, 최종 사격 표적의 사격시작시간을 최소화하는 것을 모형의 목적함수로 두고 있다. 그리고 김기호[2]는 모형에서, 사격참가 부대 및 사격 미참가 부대를 선정하고, 사격참가 부대가 임의의 표적에 대해 사격을 실시하면, 동시에 해당 표적 사격에 미참가하는 부대는 가능한 범위에서 독립적으로 다른 표적에 대한 사격을 동시에 실시할 수 있도록 하는 보다 융통성 있는 모델을 제시하였다. 이모형에서는 권오정 모형과는 달리 최종표적에 대한 사격종료시간을 최소화하는 것을 목적함수로 하여 모형화하였다.

위 두 모형은 각 표적에 대해 요구되는 일정한 사격효과를 얻기 위해 각 표적에 대한 사격 포탄발수를 할당하고, 할당된 포탄을 계획된 시간동안, 최단시간에 사격하기 위한 최적의 사격 순서를 결정하는 확정적 형태의 모형이다.

그러나 위 두 모형에서는 미래에 적이 어떤 공격 시나리오로 공격해 올 것인지에 대한 100% 정확한 정보를 갖고 있다는 가정 하에 포병화력이 계획됨으로써, 화력계획 및 사격 순서 결정 이후에 변화한 적 공격 양상에 대해서는 효과적이지 못한 결과를 가져올 수 있다. 즉, 확정적 모형의 최초 예상 시나리오 외에, 변화한 시나리오에 대해 효과적인 사격을 하기 위해서는 화력계획을 수정하거나, 시간이 가용하지 않은 경우에는 요구되는 사격효과를 포기하고, 적 공격 시나리오에 무관하게 최초 계획대로 사격을 해야 할 것이다.

따라서 본 논문에서는 이러한 화력계획 및 사격 순서를 수립함에 있어, 미래에 일어날 작전에서 예상되는 다수의 적 공격 시나리오를 먼저 고려하여



<그림-1> 시나리오에 의한 포병화력계획 및 사격 실시 흐름도

최적화된 화력계획 및 사격 순서를 제시하여 이를 기초로 평시 훈련을 실시하고, 적 공격에 임박하여서는 실제 진행되는 적 공격 시나리오에 관계없이 동일한 사격 순서대로 표적에 대한 사격을 실시하는 모형을 제안하고자 한다.

이를 위해 본 논문에서는 2단계 추계학적 정수 계획법(two-stage stochastic integer programming)으로 미래의 불확실한 적 예상 공격 시나리오를 고려한 최적의 사격 순서를 얻는 모형을 제시하고자 한다[3].

그리고 전투의 특성이 확률적이기 보다는 일회적인 특성이 크다고 볼 수도 있기 때문에, 이 경우 위기관리의 측면에서 최악의 시나리오(worst scenario)를 먼저 개선할 수 있도록, 최악의 시나리오를 우선 고려한 변형된 추계학적 모형도 함께 제시하고자 한다.

본 논문에서 제시된 모형들의 실험을 위해서, ILOG CPLEX 9.0을 사용하였으며, 일반적인 2단계 추계학적 모형(RP_GEN)과 최악의 시나리오를 고려한 추계학적 모형(RP_UB)의 최적해를 구하고, 확정적 모형과 비교하였다. 그리고 정보의 효과를 입증하기 위해 EVPI (Expected Value of Perfect

Information)와 추계학적 모형의 효과를 입증하기 위해 VSS(Value of Stochastic Solution)의 개념을 도입하여 확정적 모형과 비교하였다. 그리고 제시된 두 가지 추계학적 모형 RP_GEN과 RP_UB의 결과를 강인한 최적화(robust optimization)의 측면에서 분석하였다[10].

2. 문제의 정의

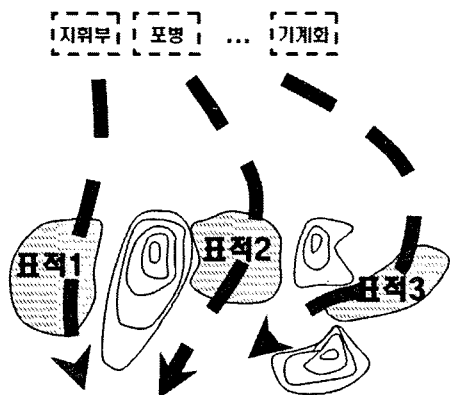
2.1 시나리오 분석

본 논문에서 제시한 모형의 시간에 따른 계획 및 실시의 흐름을 <그림-1>을 통해 설명할 수 있다.

먼저 미래에 발생할 위기상황에 대비해 아군은 적 교리 및 전력 수준 등, 적에 관한 1차 정보를 수집한다. 그리고 이를 바탕으로 다수의 예상 적 공격 시나리오를 분석한다.

예상 적 공격 시나리오 분석 시에는 <그림-2>에서 보는 바와 같이 다양한 기동로 및 부대의 조합을 생각할 수 있을 것이며, 장차 작전을 준비할 수 있는 시간과 노력이 가용한 범위에서 예상되는

모든 시나리오를 분석할 수 있을 것이다. 예를 들어 <그림-2>에서처럼 아군 방어지역에서 적이 이동할 수 있는 통로 3곳을 표적(지역)으로 선정하면, 표적 1~3에 위치할 수 있는 적 부대는 $3!=6$ 가지의 조합이 가능할 것이다.



<그림-2> 예상 적 공격 시나리오 분석의 예

그러나 적 교리에 따라 3개의 시나리오만이 의미 있다고 한다면, 의미 있는 3가지 시나리오만을 반영할 수 있을 것이다. 그리고 이 3가지 적 방책에 따라 아군은 표적별 화력요구 수준을 결정하여 화력계획을 작성할 수 있다.

그리고 이러한 3가지 화력계획을 모두 고려하여 추계학적인 방법으로 사격 순서를 결정하면, 예하 포대에서는 동일한 사격 순서를 기초로 평시에 훈련하고 준비하면 된다. 그리고 적 공격 시나리오가 실제 가시화될 때, 2차 정보 수집을 통해 최초 계획한 사격 순서대로 해당 표적에 요구되는 화력을 집중하면 된다.

추계학적 포병 사격 순서 결정을 위해, 본 논문에서는 일반적인 2단계 추계학적 모형(RP_GEN)과 최악의 시나리오를 먼저 고려한 모형(RP_UB)으로

구분하여 모형화 하였다.

2.2 일반적 2단계 추계학적 모형의 접근(RP_GEN)

앞 절에서 설명한 예상 적 공격 시나리오를 모두 고려한 포병 사격 순서 문제를 풀기 위해 아래와 같이 6가지 사항을 가정하고, 2단계 추계학적 정수 계획법으로 모형화하였다.

2.2.1 가정사항

- 아군은 예상되는 다수의 적 공격 시나리오를 판단할 수 있다.
- 적 공격 시에 적이 선택한 공격 시나리오를 알 수 있으며 해당 화력계획에 따라 사격을 실시한다.
- 표적에 대한 사격효과(무력화, 파괴, 제압)는 시나리오별 계획된 포탄 발수 및 탄종을 모두 사용한다.
- 지정된 표적을 사격하기 위해 한 개 이상의 포병부대가 참가할 수 있으며, 해당 표적 사격에 미참가하는 부대는 다른 표적에 대해 동시에 사격할 수 있다.
- 각 포대 및 대대는 기본 6문, 18문을 기본 사격단위로 한다.
- 표적에 대한 사격 후 다른 표적으로 전환시, 사격 준비시간은 무시한다.

2.2.2 기호정의

모형에 사용되는 기호는 아래와 같다.

(s) : 시나리오 번호
 $p(s)$: s 번 시나리오의 발생 확률
 $F_{\max}(s)$: 마지막 표적의 사격 종료시간
 $F_{ij}(s)$: i 번째 포대가 j 번째 표적에 대한 사격 종료시간
 $S_{ij}(s)$,
 $S_{ik}(s)$: i 번째 포대가 $j(k)$ 번째 표적에 대한 사격 시작시간
 $\xi_{ij}(s)$: i 번째 포대가 j 번째 표적에 대한 사격 수행시간
 $S_{\alpha_j}(s)$,
 $S_{\beta_j}(s)$: j 번째 표적을 사격하는 α, β 포대의 사격 시작시간
 $B(j)$: j 번째 표적을 동시에 사격하는 포대의 집합

x_{jk} : j 번째 표적과 k 번째 표적의 사격 순서 결정변수
 (k 번째 표적이 j 번째 표적보다 먼저 사격할 경우 $x_{jk}=0$, 그렇지 않으면 $x_{jk}=1$)
 M : Big-M

2.2.3 목적함수와 제약식

본 문제의 수학적 모형은 다음과 같은 목적함수와 제약 조건으로 표현될 수 있다.

$$\min \sum_{s=1}^I p(s) F_{\max}(s) \quad (1)$$

s. t.

$$F_{\max}(s) - F_{ij}(s) \geq 0 \quad \forall i, j, s \quad (2)$$

$$F_{ij}(s) - S_{ij}(s) - \xi_{ij}(s) = 0 \quad \forall i, j, s \quad (3)$$

$$M(1 - x_{jk}) + S_{ik}(s) - S_{ij}(s) - \xi_{ij}(s) \geq 0 \quad \forall i, j < k, s \quad (4)$$

$$Mx_{jk} + S_{ij}(s) - S_{ik}(s) - \xi_{ik}(s) \geq 0 \quad \forall i, j < k, s \quad (5)$$

$$S_{\alpha_j}(s) - S_{\beta_j}(s) = 0 \quad \forall (\alpha, \beta) \in B(j), s \quad (6)$$

$$x_{jk} \in \{0, 1\} \quad \forall j, k$$

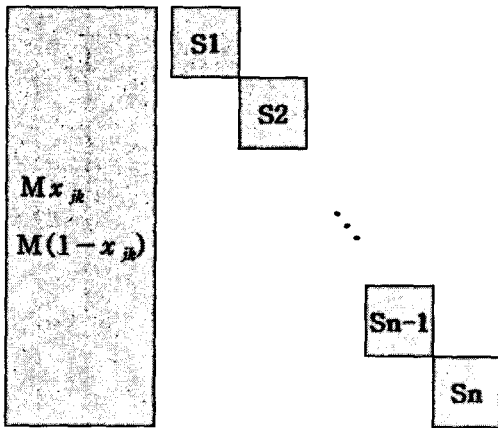
$$F_{ij}(s), S_{ij}(s), \xi_{ij}(s) \geq 0 \quad \forall i, j, s$$

- [수식 1]은 목적함수으로써, 각 시나리오별 최종 사격종료시간 $F_{\max}(s)$ 에 각 시나리오가 발생할 확률 $p(s)$ 를 곱하여 모두 더하면, 최종 사격 종료시간에 대한 기대값의 형태가 되며, 여기서 발생확률의 합은 $\sum_{s=1}^I p(s) = 1$ 이 된다.
- [수식 2]는 시나리오별 각 포대의 표적별 사격 종료시간 $F_{ij}(s)$ 가 최종사격종료시간 $F_{\max}(s)$ 보다 작다는 것을 나타내며, 결국 $F_{\max}(s)$ 가 최종사격종료시간의 상한(Upper bound)이 된다.
- [수식 3]은 시나리오별 각 포대의 표적별 사격 시작시간 $S_{ij}(s)$ 에 표적사격 수행시간 $\xi_{ij}(s)$ 을 더하여, 사격종료시간 $F_{ij}(s)$ 이 됨을 표현한다.
- [수식 4,5]는 시나리오별 각 포대의 표적 사격 순서를 결정해주는 제약식으로써, j 번째 표적과 k 번째 표적의 순서를 Big-M에 이진변수를 곱한 either-or 제약식으로 표현한다.
- [수식 6]은 지정된 표적 사격에 참가하는 모든 부대(α, β)의 사격시작시간이 동일하도록 하는 제약식이다.

2.2.4 모형의 구조분석

위 모형이 권오정, 김기호 모형과 같은 확정적 모형과 비교하여 달라진 것은 모형의 구조가 <그림-3>과 같이 블록계단 형태를 이룬다는 것이다. 여기서 사격 순서가 결정되는 이진 변수가 있는 부분이 1단계, 그리고 n 개의 시나리오를 고려한 제약식 $S_1 \sim S_n$ 이 2단계가 되는 전형적인 2단계 추계학적 모형의 구조를 갖는다[10].

2단계 추계학적 모형은 일반적으로 L-shaped method를 적용하여, 전체 문제(master problem)와 부분제(subproblem)로 나누어서 분해법(decomposition)으로 풀 수 있으나, 본 논문에서는 적용하지 않았다.



<그림-3> 일반적 2단계 추계학적 모형의 구조

2.3 최악의 시나리오를 먼저 고려한 모형(RP_UB)

앞 절에서 설명한 일반적인 2단계 추계학적 모형(RP_GEN)은 각 시나리오가 일어날 확률을 반영하여 설계하였으며, 따라서 이를 반영한 목적함수 값이 최소가 되는 경우가 최적의 결과가 될 것이다[9]. 그러나 전쟁을 무한히 반복되는 확률적인 특징

보다는 일회성의 성격이 크다고 볼 수도 있다. 이 경우 전체 시나리오 중에서 최악의 시나리오, 즉 가장 사격 수행시간이 긴 경우를 우선적으로 개선시키고, 동시에 다른 시나리오의 사격시간을 다소 증가시키면서, 전체적인 관점에서 보다 안정적인 결과를 기대할 수 있다. 이러한 문제는 보통 강인한 최적화(robust optimization)의 방법을 통해 분산(variance)과 벌점(penalty)을 곱한 함수 $penalty \cdot \sum_{s=1}^I \left(\sum_{j=1}^I p(s) F_{\max}(s) - F_{\max}(s) \right)^2$ 를 목적함수 [수식 1]에 더하여 최적화를 수행하면 시나리오별 최종사격시간의 편차를 줄일 수 있다[10].

그러나 이 문제가 혼합정수모형임을 감안할 때, 목적함수에 비선형 함수가 추가하게 되면, 더욱 어려운 문제가 될 수 있고, 또한 벌점의 크기에 따라 매우 민감하게 반응하는 특징이 있다. 가령 벌점이 매우 큰 경우, 어떤 시나리오에서는 최악의 시나리오의 최종 사격 종료시간을 맞추기 위해 표적 사격 간에 사격을 실시하지 않는 공백이 발생할 수도 있다.

따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 비선형의 강인한 최적화 방법을 대신할 수 있는 최악의 시나리오를 먼저 고려한 모형(RP_UB)을 제안하고자 한다. 제안된 모형은 일반적 2단계 추계학적 모형(RP_GEN)에 다음과 같은 사항을 변경하였다.

$$\min \sum_{s=1}^I p(s) F_{\max}(s) + penalty \cdot UB_{\max} \quad (7)$$

$$UB_{\max} - F_{\max}(s) \geq 0 \quad (8)$$

• [수식 7]은 일반적 2단계 추계학적 모형

RP_GEN의 목적함수 $\min \sum_{s=1}^I p(s) F_{\max}(s)$ 에 $penalty \cdot UB_{\max}$ 를 더하여 앞서 제시한 [수식 1]을 [수식 7]로 대체된다.

- [수식 8]은 각 시나리오별 최종 사격종료시간 $F_{\max}(s)$ 중에서 최종 사격 종료시간이 가장 긴 경우 즉, $\max(F_{\max}(s)) = UB_{\max}$ 가 되어 상한의 역할을 하게 되는 제약식의 역할을 한다.

여기서 UB_{\max} 가 모든 시나리오의 최종사격 종료시간의 상한으로서 역할을 하고, 최종 사격 종료시간이 가장 긴 시나리오를 우선적으로 최소화하는 방향으로 문제를 풀어나가게 된다. 왜냐하면 최악의 시나리오의 최종사격 종료시간이 최소화될 때 $penalty$ 도 최소화되고, 이 조건을 만족하는 범위에서 나머지 시나리오의 최적해를 찾기 때문이다.

그러므로 전체 가능해를 두고 생각하는 일반적 추계학적 모형의 경우보다 최적화 계산 시간을 크게 줄일 수 있다. 본 실험에서는 $penalty$ 를 1000으로 설정하고 실험하였다.

3. 실험 결과 및 분석

본 논문에서 제시하는 추계학적 모형의 예제는 일반적인 여단급 화력계획의 확정적 모형을 기초로 하여 총 6개의 가상의 적 공격 시나리오 $S_1 \sim S_6$ 를 부문제(subproblem)로 구성한 4개 포병 대, 10개 표적을 최적화 하는 문제이다.

실험을 통해, 먼저 각기 6개의 시나리오를 확정적 모형으로 최적화 하였고, 두 번째로 시나리오 1의 최적화를 통해 얻은 결과(사격 순서)를 다른 시나리오에 강요하여 시나리오 변화에 따른 손실효과

를 구하였다. 그리고 일반적 2단계 추계학적 모형 RP_GEN과 최악의 시나리오를 고려한 RP_UB의 최적해를 구하여 확정적 모형 및 DET1의 결과와 비교하였다. 본 연구에서는 각 시나리오가 발생할 확률은 균일분포를 따르는 것으로 가정하여,

$$p(s_1) = p(s_2) \dots = p(s_6) = \frac{1}{6} \text{ 가 되는 것으로 보았다.}$$

최적화를 위해 AMD 3200+ CPU와 메모리 1GB의 컴퓨터 환경에서 ILOG CPLEX 9.0을 사용하여 최적화하였다.

3.1 시나리오별 화력 요구수준결정

<표-1>에서 제시한 사격부대 및 사격수행시간 $\{t_{ij}(s)\}$ 은 실험을 위해 가상의 6개의 적 공격 시나리오를 분석한 결과를 토대로 표적에 대한 요구되는 사격효과를 도해식 탄약 효과도표(GMET: Graphical Munitions Effect Table)를 참고하여 작성하였다[7,8]. 그리고 무력화, 파괴, 제압의 3가지로 구분하여, 그에 해당되는 표적에 대한 사격 부대, 탄종 및 발수를 결정하였다.

<표-1> 화력 요구 수준에 따른 시나리오별 사격부대 및 사격수행시간(단위: 분)

| 시나리오 | 사격부대 | 표적 번호 | | | | | | | | | |
|------|------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | A | 4 | 3 | 4 | 0 | 4 | 3 | 3 | 0 | 4 | 0 |
| | B | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 0 | 3 | 2 | 0 | 2 |
| | C | 4 | 4 | 4 | 3 | 0 | 3 | 0 | 3 | 3 | 0 |
| | D | 6 | 0 | 0 | 4 | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 2 | A | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 0 | 2 | 5 | 2 | 1 |
| | B | 2 | 4 | 2 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | C | 0 | 2 | 4 | 0 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 |
| | D | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | A | 4 | 1 | 4 | 4 | 2 | 4 | 1 | 4 | 3 | 4 |
| | B | 3 | 0 | 4 | 0 | 1 | 2 | 4 | 2 | 1 | 1 |
| | C | 0 | 2 | 4 | 0 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 |
| | D | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 1 | 2 | 1 |
| 4 | A | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 |
| | B | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 2 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| | C | 4 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 0 |
| | D | 5 | 2 | 0 | 1 | 5 | 0 | 4 | 0 | 3 | 4 |
| 5 | A | 4 | 2 | 0 | 4 | 0 | 3 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| | B | 3 | 1 | 2 | 1 | 4 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| | C | 0 | 4 | 0 | 4 | 3 | 0 | 2 | 3 | 4 | 2 |
| | D | 2 | 5 | 4 | 2 | 3 | 4 | 3 | 2 | 0 | 0 |
| 6 | A | 3 | 0 | 2 | 3 | 3 | 1 | 2 | 3 | 2 | 0 |
| | B | 4 | 2 | 1 | 0 | 2 | 2 | 0 | 4 | 1 | 1 |
| | C | 3 | 0 | 0 | 3 | 4 | 3 | 4 | 0 | 4 | 3 |
| | D | 1 | 1 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 5 | 2 |

3.2 최적화 결과

본 절에서는 WS, DET1, EV, RP_GEN, RP_UB 모형의 최적화 결과로써, 사격순서와 시나리오별 최종사격종료시간을 제시하였다. 그리고 구체적인 시나리오별, 포대별 표적 사격순서 및 사격수행시간은 <부록A~E>에 도식하였다.

<표-2> 확정적 모형의 각 시나리오별 최적화 결과(WS) (단위: 분)

| 시나리오 | 사격시간 | 표적 사격 순서 |
|------|------|----------------------|
| 1 | 29 | 1→9→4→7→6→3→10→8→5→2 |
| 2 | 34 | 3→1→2→8→6→4→7→9→10→5 |
| 3 | 38 | 7→2→10→5→8→6→9→4→1→3 |
| 4 | 32 | 1→7→6→10→3→9→8→4→5→2 |
| 5 | 29 | 3→9→8→6→10→4→1→5→7→2 |
| 6 | 27 | 9→1→7→8→6→5→3→10→2→4 |

먼저 <표-1>에서 할당된 사격부대별, 표적별

사격시간을 만족할 수 있도록, 각 시나리오별 최적해를 구하면, <표-2>와 같다. 표에서 보듯이, 각 시나리오별 최종 표적 사격종료시간을 최소화하기 위해서는, 시나리오별 각기 다른 사격 순서를 적용하여야 한다. 따라서 미래에 발생할 교전에서 적의 어떤 공격 시나리오를 선택할지를 정확하게 알고 있거나, 혹은 실시간에 화력계획 및 사격 순서 결정, 포의 재방열 등을 할 수 있을 때 가능하겠지만, 현실적으로는 불가능한 경우이다.

<표-3> DET1의 최적화 결과 (단위: 분)

| 시나리오 | 사격시간 | 표적 사격 순서 |
|------|------|----------------------|
| 1 | 29 | 1→9→4→7→6→3→10→8→5→2 |
| 2 | 37 | |
| 3 | 39 | |
| 4 | 35 | |
| 5 | 35 | |
| 6 | 31 | |

다음으로 만약 현재 시점에서 미래에 시나리오 1번이 일어날 것으로 확신하고, 시나리오 1번에 따라 사격준비를 했지만, 미래에 시나리오 2~6이 발생하게 되는 경우이다. <표-3>과 같이 최초 요구된 화력효과를 얻기 위해 다른 시나리오에 시나리오 1의 사격 순서를 강요할 경우, 시나리오1을 제외한 나머지 경우에서 좋지 않은 결과를 나타냄을 확인할 수 있다.

<표-4> EV의 최적화 결과 (단위: 분)

| 시나리오 | 사격시간 | 표적 사격 순서 |
|------|------|----------------------|
| 1 | 35 | 6→7→2→10→3→4→5→1→8→9 |
| 2 | 36 | |
| 3 | 40 | |
| 4 | 34 | |
| 5 | 36 | |
| 6 | 32 | |

그리고 <표-4>에서는 EV를 통한 결과를 비교

할 수 있는데, 각 시나리오에 따라 요구되는 표적에 대한 화력수준을 모두 평균하여 이것을 기초로 최적화한 결과(사격 순서)를 각 시나리오에 강요한 경우, 이 역시 상당히 열등한 결과를 도출한다.

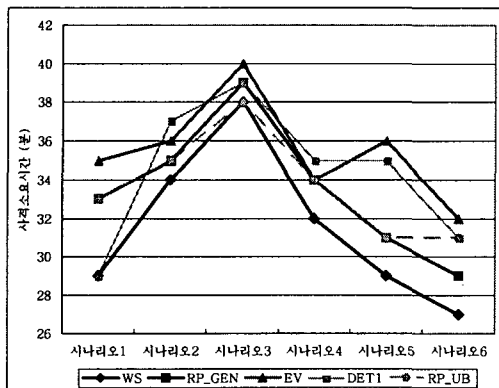
<표-5> RP_GEN의 최적화 결과 (단위: 분)

| 시나리오 | 사격 시간 | 표적 사격 순서 |
|------|-------|----------------------|
| 1 | 33 | 5→2→10→3→9→4→1→7→8→6 |
| 2 | 35 | |
| 3 | 39 | |
| 4 | 34 | |
| 5 | 31 | |
| 6 | 29 | |

<표-6> RP_UB의 최적화 결과 (단위: 분)

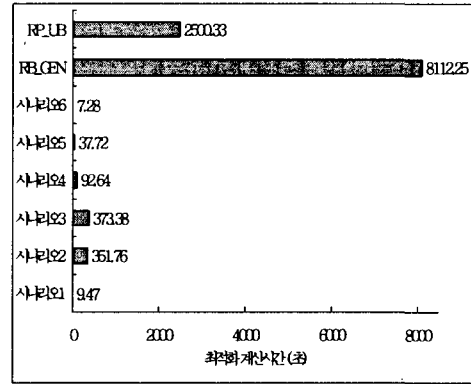
| 시나리오 | 사격 시간 | 표적 사격 순서 |
|------|-------|----------------------|
| 1 | 33 | 5→2→10→3→9→8→6→4→1→7 |
| 2 | 35 | |
| 3 | 38 | |
| 4 | 34 | |
| 5 | 31 | |
| 6 | 31 | |

다음으로 <표-5, 6>에서 2단계 추계학적 정수 계획법으로 모형화한 두 가지 RP_GEN과 RP_UB의 결과가 제시되었고, 그 결과는 <그림-4>를 통해 WS, DET1, EV와 비교하였다.



<그림-4> 시나리오별 모형의 최적화 결과비교

<그림-4>에서 보듯이 RP_GEN과 RP_UB는 적어도 DET1과 EV의 결과 보다는 상대적으로 우수함을 확인할 수 있으며, WS보다는 시나리오별로 크거나 같은 결과를 보였다.



<그림-5> 각 모형 및 시나리오별 최적화 계산시간 비교

<그림-5>에서는 CPLEX 9.0을 사용한 5가지 실험모형의 최적화 시간을 비교한 것인데, 시나리오 1~6의 경우는 약 7.28~373.38초 사이에 최적해를 계산해내어 비교적 짧은 시간에 결과를 얻을 수 있었으나, 모든 시나리오를 고려한 RP_GEN의 경우는 무려 8112.25초(약 2시간 15분)가 소요되어, 시나리오가 증가함에 따라 상당한 계산시간을 필요로 함을 알 수 있다.

여기서 주목할 것은 RP_UB의 경우는 2500.33초(약 41분)만에 최적해를 찾음으로, RP_GEN에 비하여 상대적으로 매우 빠른 계산 속도를 보임을 확인하였다.

3.3 정보의 효과 및 추계학적 모형의 효과분석

앞서 실험한 결과들을 바탕으로 본 절에서는 포병 사격 순서 결정 문제의 추계학적 접근의 효과성

을 입증하기 위해서 EVPI(Expected Value of Perfect Information)와 VSS(Value of Stochastic Solution)의 개념을 도입하여 설명하고자 한다 [3,11]. EVPI는 최소화 문제를 기준으로

$EVPI = RP - WS$ 로 표현할 수 있는데, 추계학적 모형을 통한 결과(RP)와 실제 미래에 발생할 결과(WS)와의 차이를 말하는 것이다. 구체적으로 WS(wait and see)는 $WS = E_{\xi} f(x^*(\xi), \xi)$ 로 표현할 수 있고 여기서는 확정적 모형의 각 시나리오별 최적 사격 순서에 따른 사격시간의 평균이 될 것이다. 그리고 RP(recourse problem)는 $RP = E_{\xi} f(x^*, \xi)$ 로 나타내고, 추계학적 모형에 의해 도출된 단일 최적 사격 순서에 따른 각 시나리오별 사격시간의 평균이 된다. 본 논문에서 RP는 본 논문에서 제시한 RP_GEN과 RP_UB의 두 가지를 나누어 분석하였다.

[수식 9]에서 WS가 31.5(분)이 소요되는 반면, [수식 10,11]의 RP_GEN은 33.5(분), RP_UB는 33.7(분)이 되므로, 추계학적 결과에 대해 완벽한 정보의 효과는 [수식 12,13]과 같이, EVPI_GEN은 2.0(분), EVPI_UB는 2.2(분)이 되어, 미래를 완벽히 아는 경우에 비해 각각 2(분), 2.2(분)이 더 소요될 것으로 기대할 수 있다.

$$WS = 31.5(\text{분}) \quad (9)$$

$$RP_GEN = 33.5(\text{분}) \quad (10)$$

$$RP_UB = 33.7(\text{분}) \quad (11)$$

$$EVPI_GEN = 2.0(\text{분}) \quad (12)$$

$$EVPI_UB = 2.2(\text{분}) \quad (13)$$

다음은, 추계학적 모형의 기대효과를 VSS(Value

of Stochastic Solution)의 개념을 도입하여 설명하고자 한다. VSS는 $VSS = EEV - RP$ 의 형태로 표현되며, 여기서 EEV(Expectation of EV)

$$EEV(\text{Expectation of EV}) = E_{\xi} f(x^*(E\xi), \xi)$$

는 각 시나리오에서 불확실한 요소, 논문의 예제에서는 $\xi(s)$ 로 표현되는 표적에 대한 사격 수행시간을 모든 시나리오에 대해 평균하여 얻은 최적 사격 순서를 각각의 시나리오에 강요함으로써 얻은 기대값을 말한다.

[수식 14]에서처럼 EEV의 결과는 35.5(분)이 소요되는 반면, RP_GEN은 33.5(분), RP_UB는 33.7(분)으로 최종 사격종료시간이 각각 2.0(분), 1.8(분)이 더 짧아짐을 볼 수 있다.

$$EEV = 35.5(\text{분}) \quad (14)$$

$$VSS_GEN = 2.0(\text{분}) \quad (15)$$

$$VSS_UB = 1.8(\text{분}) \quad (16)$$

그리고 위 예를 통해서 WS의 결과가 가장 좋고, 그 다음이 RP, EEV 순이 됨을 확인할 수 있다. 그리고 이러한 관계를 일반화 하면 모든 최소화 문제에서, WS, RP, EEV 사이에는 [수식 17]과 같은 관계가 성립함이 증명된 바 있다[6].

$$WS \leq RP \leq EEV \quad (17)$$

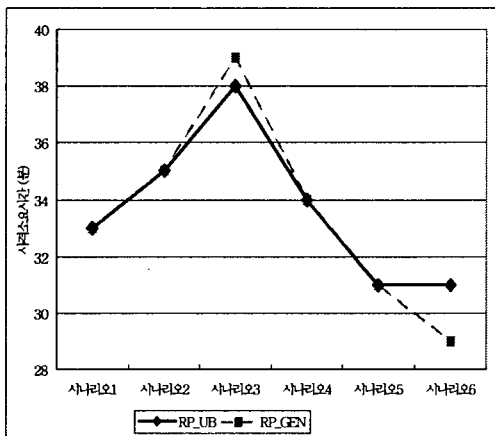
결국 추계학적 모형을 적용한 결과의 기대값(RP)은 미래에 적어 어떠한 시나리오로 공격할 지를 정확히 알고 있을 때(WS)의 결과보다는 열등하지만, 각 시나리오의 결과를 평균한 것의 기대값(EEV)보다는 사격시간이 단축될 것으로 기대할 수 있다. 또한 RP_GEN과 RP_UB와의 관계에서 비록

EVPI, VSS의 개념상으로는 RP_GEN이 RP_UB보다 다소 우월하지만, 최악의 시나리오의 결과와 시나리오별 최종 사격 종료 시간의 분산의 측면에서는 RP_UB가 RP_GEN보다 더 안정적이라 할 수 있다.

$$Var(RP_GEN) = 9.92 \quad (18)$$

$$Var(RP_UB) = 5.89 \quad (19)$$

그 이유는 예시 문제에서 얻은 RP_GEN과 RP_UB의 시나리오별 최종 사격종료시간의 분산을 계산 했을때, [수식 18,19]와 같은 결과를 보였으며, 두 값이 $Var(RP_GEN) \geq Var(RP_UB)$ 의 관계가 되어, RP_UB의 시나리오별 최종 사격 종료시간이 RP_GEN에 비해 더욱 안정적임을 보였다. 또한 RP_GEN 모형에서 최악의 시나리오는 최종 사격 종료 시간으로 39(분)인 반면에, RP_UB는 38(분)으로 1분을 더 단축하여, <그림-6>에서 보듯이 어떠한 시나리오가 오는 경우에도 38(분) 이내에 최종 표적 사격을 종료할 수 있음을 입증하였다.



<그림-6> 시나리오별 RP_GEN과 RP_UB의 결과비교

5. 결론

본 논문에서는 포병화력계획에 있어 예상할 수 있는 적의 다양한 공격 시나리오를 고려하여, 이에 대처하기 위해 안정적인 화력계획 및 사격 순서를 제공하고자 하였다. 확정적 모형에 의한 접근은 적 공격양상에 대한 정보가 완벽한 경우에 한해 최적의 결과를 보장할 수 있지만, 예상치 못했던 적 공격양상이 진행되었을 경우, 변화된 적정에 요구되는 사격효과를 얻기 위해서는 새로운 화력계획을 작성하거나, 혹은 시간적으로 제한이 되는 경우에는 최초 계획대로 사격할 수밖에 없으므로, 비효율적이라 할 수 있다. 또한 새로운 화력계획을 작성한다 하더라도 포대급 이하 제대에서는 변화된 화력계획 및 사격 순서를 사격에 임박하여 수행하게 되면, 사격의 차질이 발생할 가능성이 크다. 따라서 추계학적 모형을 통해 사전에 충분한 시간적 여유를 갖고, 적 예상 공격 시나리오를 분석하고, 모든 시나리오에 대해 단일 사격 순서를 제공한다면, 훈련의 효율성을 높일 수 있을 것이며, 실제 작전시 계획변경에 따른 혼란을 최소화할 수 있을 것이다. 또한 최악의 시나리오를 먼저 고려하여 얻어진 결과(RP_UB)는 JAAT, Fire-Eagle 등 통합화력 운용시에 최종 사격 완료시간이 시나리오별 편차가 작고 또한 최악의 시나리오가 발생하더라도 일반적 추계학적 모형의 결과보다 보다 안정적이고 신뢰성 높은 계획을 보장할 수 있다. 그리고 실험에서도 확인했듯이 RP_UB의 최적화 계산속도가 RP_GEN보다 상대적으로 매우 빠름을 확인할 수 있었다.

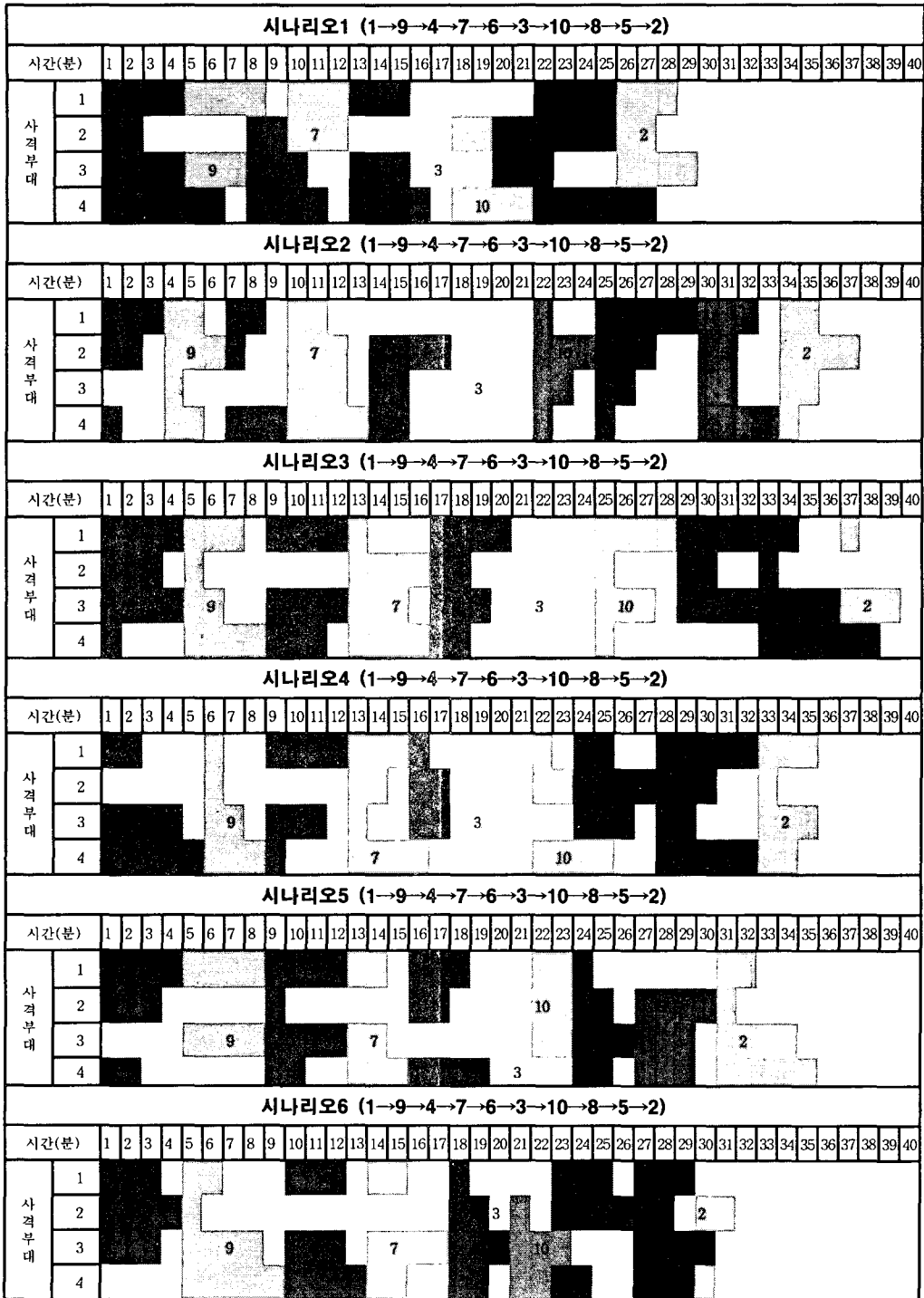
그러나 이러한 효과에도 불구하고 추계학적 모형을 적용하기 위해서는 사전에 보다 면밀하고 다

양한 시나리오 분석과 화력계획이 이루어져야 하기 때문에 확정적 모형에 비해 상대적으로 많은 준비 시간을 필요로 한다. 또한 각 표적별 화력요구수준과 도해식 탄약효과도표(GMET), 각 부대와 표적의 위치 등을 고려하여 시나리오별, 표적별 요구 화력수준에 대한 자동 포탄 할당 시스템개발에 관한 추가적인 연구가 필요할 것이다.

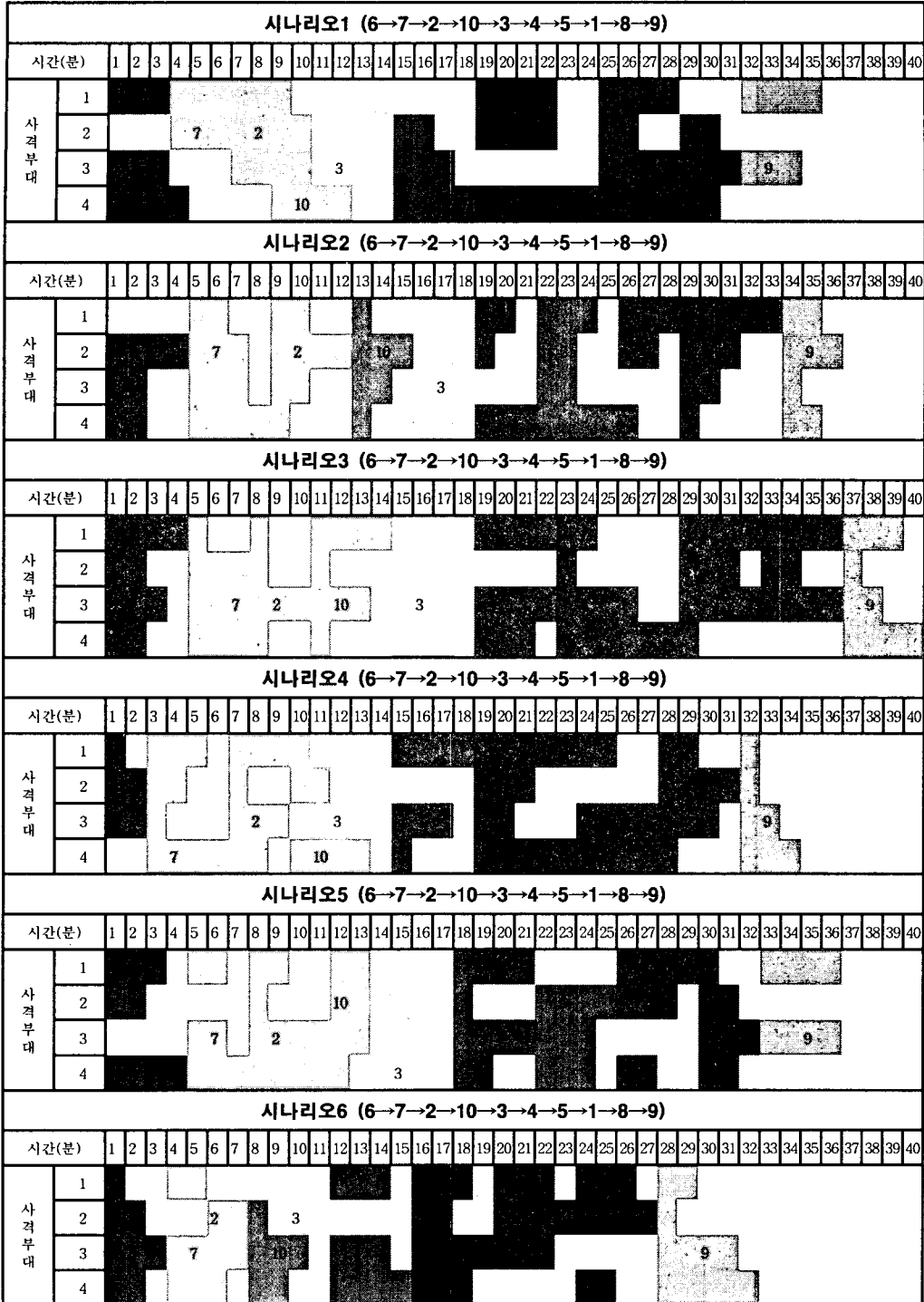
참 고 문 헌

- [1] Ojeong Kwon, Kyungsik Lee and Sung soo Park, "Targeting and Scheduling Problem for Field Artillery," Computers and Engng. Vol. 33, Nos 3-4, pp. 693-696, 1997.
- [2] 김기호, "포병부대 계획표적 사격 순서 결정에 관한 연구", 석사학위논문, 고려대학교, 2002.
- [3] J. R. Bige. and F. Louveaux., Introduction to Stochastic Programming, Springer, New York, 1997
- [4] ILOG, Inc., ILOG CPLEX 9.0 User's Manual, 2003
- [5] J.W.Yen., "A Stochastic Programming Formulation of the Stochastic Crew Scheduling Problem," PhD thesis, Univeristy of Michigan, Ann Arbor, MI 48109, 2000.
- [6] A. Madansky, "Inequalities for stochastic linear programming problems," Management Science 6, pp. 197-204, 1960.
- [7] 육군본부, 포병운용, 야전교범 2-2, 2002.
- [8] 육군본부, 화력운용, 야전교범 6-1, 1997.
- [9] Kall, P. and Wallace, S.W., Stochastic Programming, JOHN WILEY&SONS, 1994.
- [10] Mulvey, J.M., Vanderbei, R. J., and Zenios, S.A., "Robust Optimization of large-scale systems, Operations Research," Vol. 42(3), pp.264-281, 1995.
- [11] Suvrajeet San and Julia L. Hagle, "An introductory Tutorial on Stochastic Linear Programming Models," Interfaces, Vol. 29, No 2. pp. 33-61, 1999.

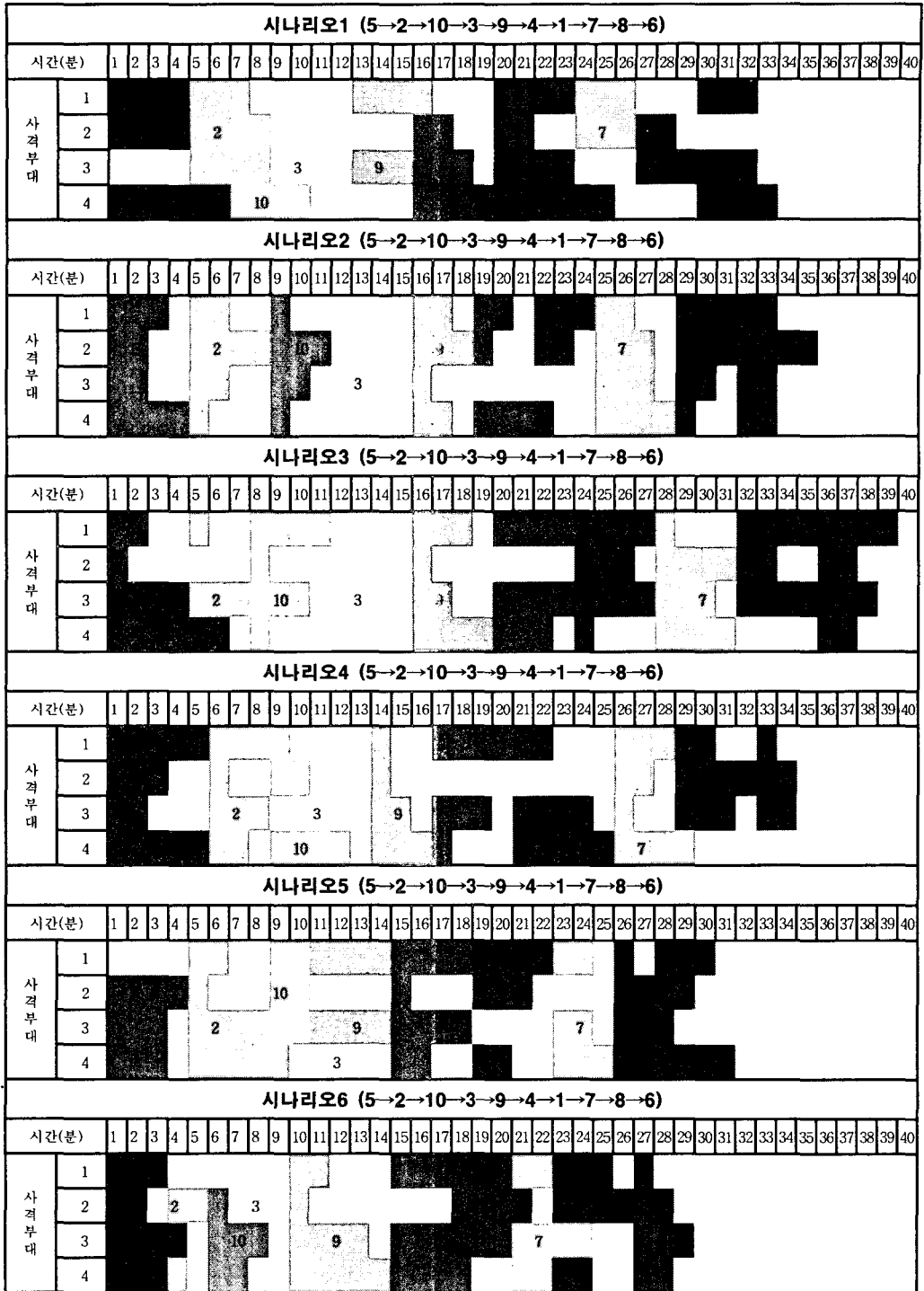
<부록 B> DET1의 최적화 결과



<부록 C> EV의 최적화 결과



<부록 D> RP_GEN의 최적화 결과



<부록 E> RP_UB의 최적화 결과

