

## 자유표면 환경유동에 대한 비정수압 효과

윤범상<sup>1,†</sup> · 박철우<sup>2</sup>  
울산대학교

### Effects of Non-hydrostatic Pressure on Free Surface Environmental Flows

B.S. Yoon<sup>1,†</sup> and C.W. Park<sup>2</sup>

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Univ. of Ulsan  
Mugeo-dong 29, Nam-Ku, Ulsan

#### 요 약

본 연구에서는 자유표면을 갖는 대규모의 환경유동의 해를 구하는데 있어 비정수압의 효과를 고려하는 새로운 계산 기법을 제시하였다. Sigma 좌표계에서 시간은 전진차분으로, 공간은 중간차분 및 풍상차분을 혼합하여 2단계 해법을 도입하였다. 계산기법의 타당성과 유효성을 검증하기 위하여, 자유표면을 갖는 정상유동과 비정상유동에 대한 전형적인 예를 설정하여 정수압 계산과 비정수압 계산을 수행하고 이들을 비교하였다. 계산결과 복잡한 해저지형을 갖는 자유표면 유동에 있어, 비정수압효과가 무시할 수 없는 유동영역이 존재함이 입증되었으며, MAC기법과 같은 3차원 유체동역학적 기법을 적용하기에는 비경제적인 문제에 대해 본 계산기법이 매우 유효하게 적용될 수 있다는 가능성이 입증되었다.

**Abstract** – In the present paper, a new calculation algorithm for solving large scale environmental or geophysical flows with free surface is proposed where the non-hydrostatic pressure component is taken into consideration. Predictor-corrector fractional step approach with explicit, forward time marching scheme in the sigma coordinate system is employed. In order to validate the present calculation algorithm and to estimate the effects of non-hydrostatic pressure on resultant flow and free surface movements, example calculations are carried out for typical steady and unsteady flow problems. Present method can be applied to the meso-scale free surface flows with complex bottom topography where MAC-like 3-d hydrodynamic calculations are quite ineffective and uneconomic.

**Keywords:** Tidal Wave(조석파), Free Surface(자유표면), Non-hydrostatic Pressure(비정수압)

#### 1. 서 론

해류, 조류, 대기유동 등 규모가 큰 환경유동 중 자유표면을 갖는 환경유동, 즉 해류, 조류의 문제들 다룰 경우, 이들의 추정 모델 및 계산 기법에는 일반적으로

다음 몇 가지의 특징적인 사항이 포함된다.

첫째로, 강어귀 등 특정영역을 제외하곤 유체 밀도의 수평변화를 무시하는 baroclinic fluid를 전제로 한다.

둘째로, 수평속도 성분이 수직속도 성분에 비해 매우 크다는 가정 아래 정수압 가정을 도입한다.

셋째로, 대상 유체영역이 매우 넓은 만큼 계산의 효율성, 실용성을 감안하여 유체유동의 미시적인 정보를 파악하기 위한 fine grid system의 사용은 사실상 한계가 있다.

한편, 근년에 이르러 정수압 가정은 그대로 유지한 채, 수직속도의 영향을 고려하는 다층기법이 출현하는 등 발전을 거듭하고 있다. Blumberg와 Mellor[1]는 2차원 평균 유속을 우선 계산하고 (external mode) 이들의 수직방향 변화를 구하여 중첩하는(internal mode) 방법을 제안하였다. Fujino 와 Tabeta[2]는 물리좌표계를, 윤과 노[3]는 sigma좌표계를 사용하여 수평속도와 수직속도를 직접 구하는 다층 계산 기법을 각각 수행하였다. 이들 연구를 통하여, 해저지형의 영향을 고려한 조류 및 해류유동의 계산이 어느 정도 가능하게 되었다.

<sup>†</sup>Corresponding author: sks418@hotmail.net

또한 일본조선학회산하 해양환경연구 위원회[4]는 해저지형의 변화가 매우 큰 해역에서는 fine grid를 사용한 3차원 MAC기법을 그 이외의 해역에서는 2차원 평균수심기법을 각각 적용하여 이를 접합하는 소위 hybrid계산 기법을 제안하고 있다. 더 나아가 Casulli와 Stelling[5]은 최근 수직속도에 의한 비정상압을 모두 고려하는 계산 기법으로서 유한체적법을 이용하여 음해법으로 처리하는 기법을 제안하였다.

본 연구에서는 비정상압을 고려한 다층기법으로서 유한차분법을 도입하고 양해법으로 처리하는 방법을 제안한다. 계산은 2단계로 구성되며, 1단계에서는 정수압 다층기법 계산(predictor), 2단계에서는 비정상압의 추정 및 이의 효과를 고려한 계산(corrector)을 수행한다. 본 연구에서 제안하는 계산기법은 정상, 비정상 문제에 모두 적용이 가능하며, 계산의 효율성과 실용성을 그대로 유지하면서 계산의 정도를 현저히 높이는 효과가 있는 것으로 확인되었다. 계산기법의 타당성과 비정상압의 효과를 조사하기 위하여 단순한 형태의 2차원 유동에 대한 정상, 비정상 문제에 적용하여 계산을 수행하였다. 그 결과, 해저 지형의 변화가 큰 영역에서, 유속 및 파도 주기에 따라 수면변위와 속도장 등에 경우에 따라 괄목할 만한 비선형성과 크기 변화가 생기며 본 계산은 이러한 경향을 잘 설명하는 등 매우 흥미롭고, 유용한 결과가 나왔으므로 이를 아래에 보고하고자 한다.

## 2. 해류유동의 수치모델

본 연구에서 사용된 수치모델에 관한 기본좌표계는 Fig. 1에서 표시한 것과 같이 x-y 평면이 평균자유표면과 일치하고, z축이 연직상방인 직각 우수좌표계를 사용한다. 본고에서는 계산기법의 타당성과 적용성을 검증하고, 수직속도성분에 의한 비정상압이 유동장 및 자유표면에 미치는 효과 등을 살펴보기 위하여 2차원 문제로 국한하여 기술하고자 한다. x, z 방향 속도성분은 각각  $u(x, z, t)$ ,  $w(x, z, t)$ 로 정의한다.  $H(x, y)$ 는 수심을,  $\eta(x, t)$ 는 정수면으로부터 수면의 변위를 의미한다.

### 2.1 지배방정식

자유표면을 갖는 해수유동에 대한 지배방정식은 연속방정식(식 1)과 운동방정식(식 2~3) 그리고 자유표면방정식(식 4)으로 구성된다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

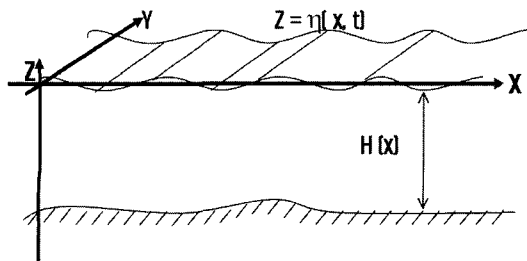


Fig. 1. 기본좌표계.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) - g + \frac{\partial}{\partial x} \left( A_h \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \int_{-H}^{\eta} \frac{\partial u}{\partial x} dz = 0 \quad (4)$$

자유표면방정식(식 4)는 자유표면 경계조건과 해지면 경계조건을 고려하여, 해지면부터 자유표면까지 연직방향으로 연속방정식을 적분함으로써 구해진다. 식중  $A_h$ ,  $A_v$ 는 각각 수평, 수직방향의 와동점성계수를 나타낸다.

### 2.2 $\sigma$ -좌표변환

기존의 cartesian 좌표계에서는 복잡한 해저지형을 고려하여 격자를 분할하는 것이 쉽지 않다. 해저지형을 효과적으로 고려하기 위하여 연직방향으로  $\sigma$ -좌표를 도입하였다.  $\sigma$ 는 식 (5)와 같이 정의한다.

$$\sigma = \frac{z - \eta}{H + \eta} = \frac{z - \eta}{D} \quad (5)$$

즉, 평균자유표면( $z=0$ )과 해지면( $z=-H$ )은 각각  $\sigma=0$ 과  $\sigma=-1$ 로 변환이 된다. 이와 같은 관계식을 적용하면 기존 지배방정식은 다음  $\sigma$ -좌표계로 변환된다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Du}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial Du}{\partial t} + \frac{\partial Duu}{\partial x} + \frac{\partial DuW}{\partial z} = -gD \frac{\partial P}{\partial x} + diff. \quad (7)$$

$$\frac{\partial Dw}{\partial t} + \frac{\partial Duw}{\partial x} + \frac{\partial DwW}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \sigma} - gD + diff. \quad (8)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-1}^0 Du \cdot d\sigma = 0 \quad (9)$$

식 (2)~(3)의 확산항은 통틀어서  $diff_x$ ,  $diff_z$ 로 표현하였으며, 위와 같은 변환식들을 적용하면  $\sigma$ 방향의 새로운 속도성분은 다음과 같이 정의된다.

$$W = w - u \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} + \sigma \frac{\partial D}{\partial x} \right) - \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} + \sigma \frac{\partial D}{\partial t} \right) \quad (10)$$

### 2.3 경계조건

자유표면 에서는 다음 두가지 형태의 동역학적, 운동학적 경계조건이 만족되어야 한다.

$$w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$P = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{D}{A_v} \cdot \frac{\rho_{air}}{\rho} \cdot C_d \cdot U_w \cdot |U_w| \quad (13)$$

자유표면과 유사하게 해지면에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$w = u \frac{\partial H}{\partial x} \tag{14}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{D}{A_v} \cdot \gamma \cdot U_b \cdot |U_d| \tag{16}$$

여기서  $C_b$ ,  $\gamma$ 는 자유표면 저항 계수, 해지면 저항 계수를 나타내며  $U_w$ ,  $U_b$ 는 각각 수면 위 10m에서의 x 방향 바람 속도성분, 해지면에서 가장 가까운 격자점에서의 속도성분으로 취한다.

### 3. 수치 계산

수치계산을 위하여 시간차분은 전진차분법을, 공간차분은 중앙차분법을 사용하였으며, 이류항은 풍상차분법을 이용하였다. 격자구조는 해의 공간적인 진동(Checker boarding 현상)을 억제하기 위하여 교차격자계를 사용하였다. 계산은 2단계로 구성되며, 제 1 단계에서는 정수압 계산, 제 2단계에서는 비정수압을 구하고 이로 인한 비정수압 계산을 수행하는 것으로 하였다.

#### 3.1 정수압 계산(predictor)

우선 압력은 식 (17)과 같이 정수압과 비정수압의 합으로 정의할 수 있다.

$$P = P_s + P_d \tag{17}$$

여기서 수평속도 성분이 수직속도 성분에 비해 매우크다는 가정 아래 수직속도 성분을 무시한 정수압 가정을 도입하면, z-방향 운동방정식으로부터 정수압에 대한 해석해가 다음과 같이 구해진다.

$$P_s = -\rho g D \sigma \tag{18}$$

이 정수압을 이용하면 중간단계의 해를 구하는 계산식은 다음과 같다.

$$\frac{\tilde{\eta} - \eta^{(n)}}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-1}^{\eta} D^{(n)} u^{(n)} \cdot d\sigma = 0 \tag{19}$$

$$\frac{\tilde{D}\tilde{u} - D^{(n)}u^{(n)}}{\Delta t} + \frac{\partial D^{(n)}u^{(n)}u^{(n)}}{\partial x} + \frac{\partial D^{(n)}u^{(n)}W^{(n)}}{\partial \sigma} = -gD^{(n)}\frac{\partial \eta^{(n)}}{\partial x} + diff_x^{(n)} \tag{20}$$

$$\frac{\tilde{\eta} - \eta^{(n)}}{\Delta t} + \frac{\partial \tilde{D}\tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0 \tag{21}$$

이 식들을 통하여  $\tilde{\eta}, \tilde{u}, \tilde{W}(\tilde{w})$ 를 차례로 구한다. 윗 첨자인(n)과 (~)는 시간단계와 중간해를 각각 의미한다.

#### 3.2 비정수압의 추정 및 비정수압계산(corrector)

첫 단계에서 계산한 중간해( $\tilde{u}, \tilde{\eta}$ )를 이용하여, (n+1)시점에서의 수면변위를 다음식으로부터 구한다.

$$\frac{\eta^{(n+1)} - \eta^{(n)}}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-1}^{\eta} \tilde{D}\tilde{u} \cdot d\sigma = 0 \tag{22}$$

식 (22)을 이용, Z-방향 운동방정식에서 비정수압( $P_d$ )을 구한다.

$$\frac{\partial P_d^{(n)}}{\partial \sigma} = \rho \left[ \frac{\tilde{D}(\tilde{w} - w^{(n)})}{\Delta t} + \frac{\partial D^{(n)}u^{(n)}w^{(n)}}{\partial x} + \frac{\partial w^{(n)}W^{(n)}}{\partial \sigma} + diff_z^{(n)} \right] \tag{23}$$

정수압과 비정수압을 모두 구하게 됨으로써 (n+1)시점에서의  $u^{(n+1)}, W^{(n+1)}$ 의 해를 다음 식으로부터 차례로 구하면 된다.

$$\frac{D^{(n+1)}u^{(n+1)} - \tilde{D}\tilde{u}}{\Delta t} = \frac{\tilde{D}\partial P_d^{(n)}}{\rho \partial x} + \frac{\sigma \partial \tilde{D}}{\rho \partial x} + \frac{\partial P_d^{(n)}}{\partial \sigma} \tag{24}$$

$$\frac{\eta^{(n+1)} - \eta^{(n)}}{\Delta t} + \frac{\partial D^{(n+1)}u^{(n+1)}}{\partial x} + \frac{\partial W^{(n+1)}}{\partial \sigma} = 0 \tag{25}$$

## 4. 수치기법의 적용 예

### 4.1 정상유동

정상유동의 예로써 본 연구가 제안하는 계산기법의 타당성과 자유표면을 갖는 유동장에서 비정수압의 효과를 알아보기 위하여 Fig. 2와 같은 2차원 유체영역을 적용하였다. Fig. 2에서 보는 바

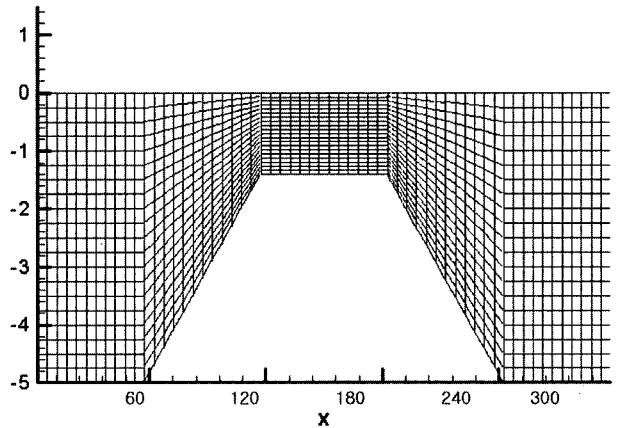


Fig. 2. 정상유동 유체영역(깊이방향 30배 증폭).

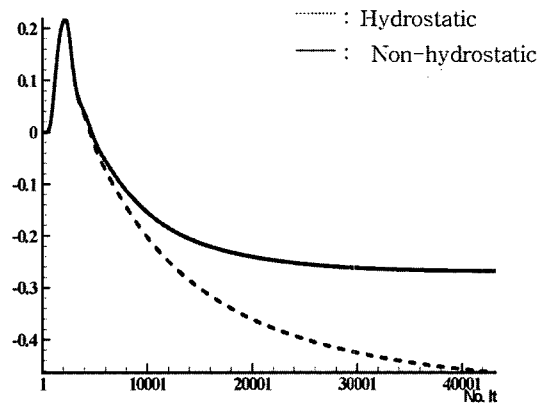
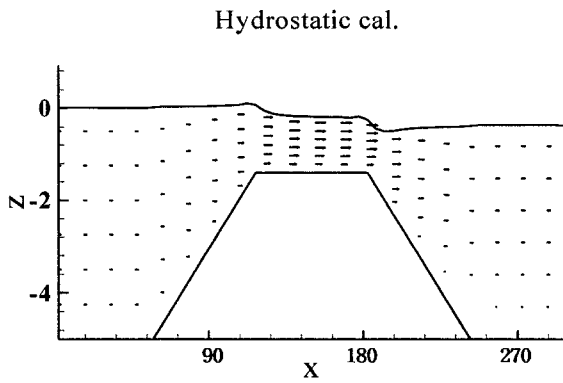
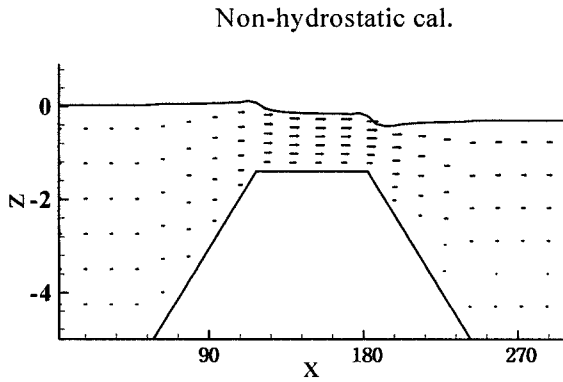


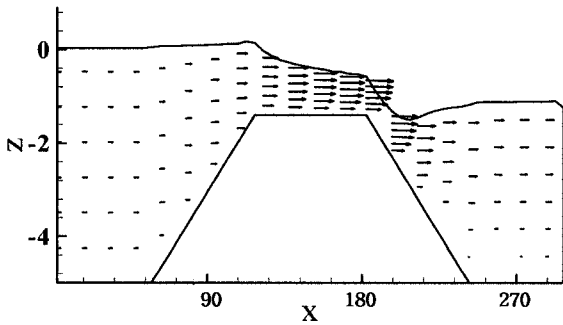
Fig. 3. 계산의 수렴성(x=100 m: 자유표면 변위).



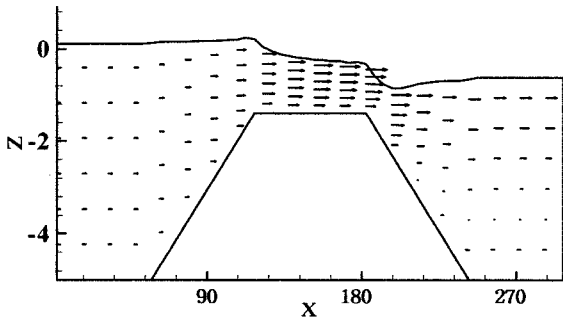
(a) 유입유속 = 0.2m/s



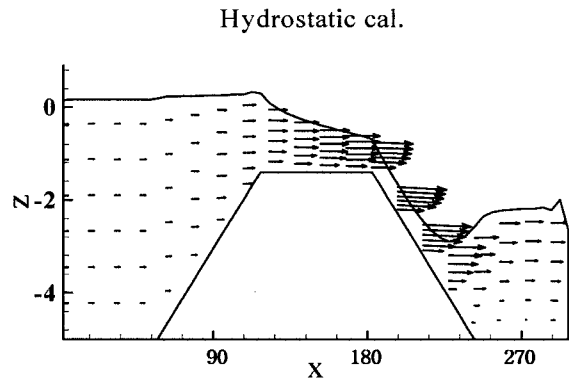
Hydrostatic cal.



Non-hydrostatic cal.



(b) 유입유속 = 0.4m/s



(c) 유입유속 = 0.6m/s

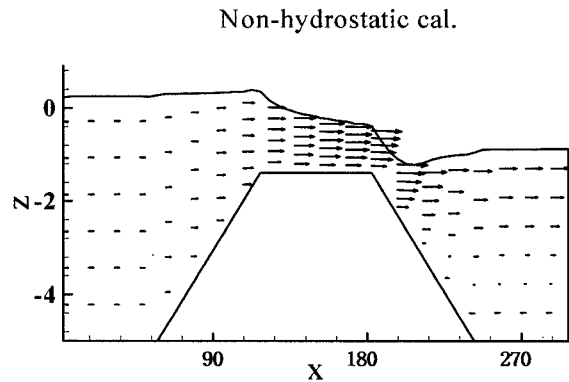


Fig. 4. 유입유속에 따른 속도장 및 자유표면변위.

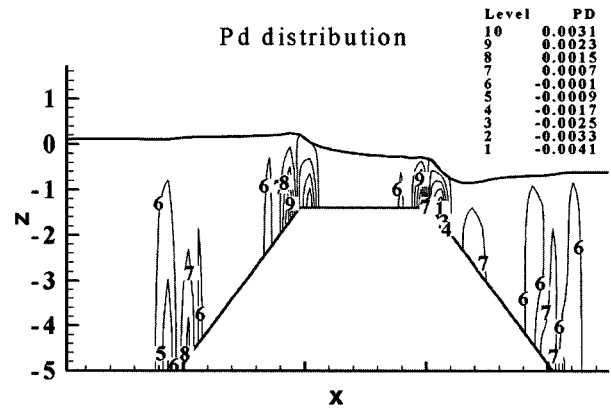


Fig. 5. 비정수압 분포(유입유속=0.4 m/s).

와 같이 2차원 유체영역은 길이 300 m, 깊이 5 m이며 중간에 높이 3.5 m의 hump가 있다. 일정한 유속이 좌에서 우로 유입되며, 격자는 길이방향으로 60개 깊이방향으로 20개로 분할하였다.

계산기법의 검증에 앞서 계산의 수렴성을 확인하였다. 길이방향으로 100 m 지점에서의 자유표면변위의 수렴성을 조사한 결과 Fig. 3과 같이 정수압, 비정수압 계산 모두 수렴성이 높은 것이 확인 되었다.

유입되는 유속을 0.2 m/s~0.6 m/s 로 변화시키면서 정수압계산과 비정수압계산의 유동장, 자유표면변위의 형상을 Fig. 4에 비교하였다. Fig. 4를 통해 알 수 있듯이 유속이 증가함에 따라 속도

장과 자유표면변위의 차이가 현저히 증가함을 확인할 수 있다.

Fig. 5에는 유속 0.4 m/s 유동이 유입될때의 비정수압 분포를 보인다. 비정수압은 정수압으로 무차원화 된 값이다. hump에 근접할수록 비정수압의 효과는 더욱 현저히 나타나며, 그 값이 최대 4/1000 밖에 되지 않으나 Fig. 4에서 확인할 수 있듯이 해저지형, 유속 및 자유표면변위에 괄목할만한 영향을 미치는 것을 확인할 수 있다.

4.2 비정상유동

비정상유동의 경우 2차원 유체영역을 적용, 계산의 타당성 및 비정수압 효과를 확인하였다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 길이 100 m, 깊이 10 m의 유체영역을 선택하였으며, 길이방향 60 m인 지점에서 깊이가 2.5 m로 수심이 갑자기 얕아진다. 왼쪽 경계면은 개방되었으며, 오른쪽 경계면은 육지경계면으로 폐경계면이다. 그리고 왼쪽 경계의 해면상승은 진폭 0.5 m, 8초~22초 사이의 주기를 갖고 조화운동을 하는 경계조건을 부과한다. 이러한 유체영역에 대해서 앞에서 얻은 이산화 방정식을 적용하여 수치계산하고, 오른쪽의 폐경계면에서의 수면변위에 대해 정수압계산법과 비정수압계산법의 결과를 비교하였다.

Fig. 7의 (a)와 같은 단주기파가 입사되었을 경우 폐경계면에서의 파의 진동이 정수압계산, 비정수압계산 모두 동일주기로 진동하고 있다. 다만 파면변위가 정수압계산이 비정수압계산에 비해 0.08 m 높게 계산되었다. (b)와 같은 주기로 파가 입사되었을 경우 폐경계면에서의 파의 진동이 정수압계산은 입사파와 동일주기로 흔들리고 있으나, 비정수압의 경우 입사파의 2배의 주기로 진동하고 있다. 또한 파면변위 역시 정수압계산과 비정수압계산에 있어 많은 차이를 보이고 있다. 즉 파운동주기 및 크기의 비선형성이 현저하며, 비정수압 효과가 무시 못하게 작용하고 있음을 알 수 있다. 주기를 계속 증가시켜 장주기파가 입사하면, (c)와 같이 단주기와 유사하게 폐경계면에서의 파의 진동이 정수압계산, 비정수압계산 모두 입사파와 동일주기로 흔들리고 있으며, 크기에 차이만 나타내고 있음을 알 수 있다. 즉 비정수압에 대한 비선형효과가 다시 사라짐을 알 수 있다.

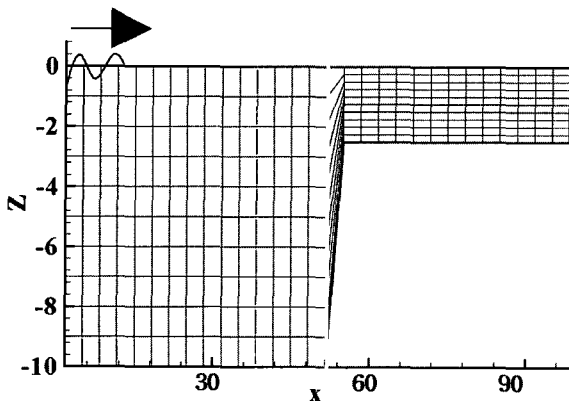
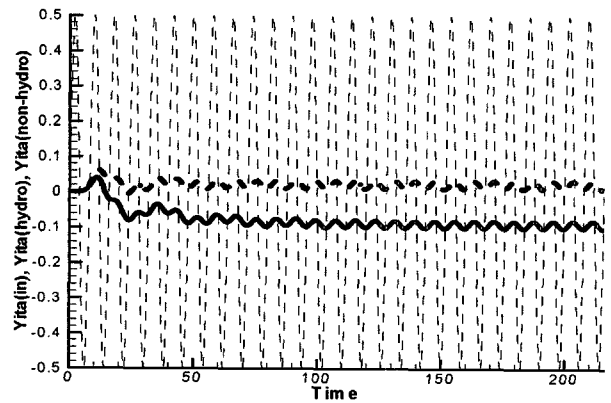
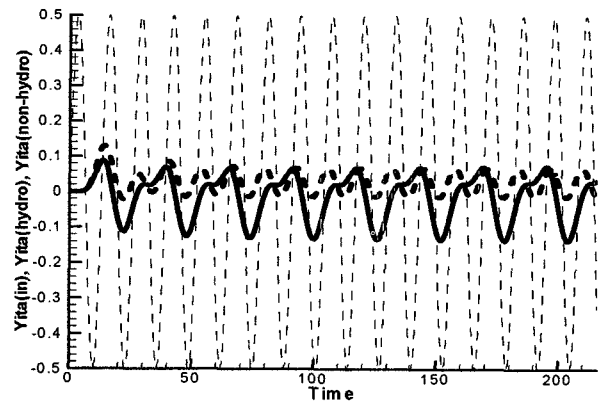


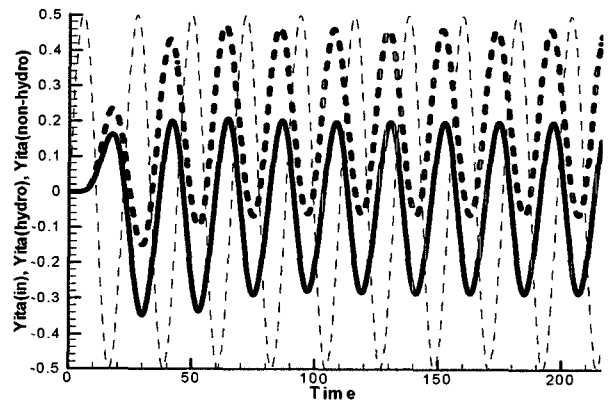
Fig. 6. 비정상유동의 유체영역.



(a) 주기 = 8s



(b) 주기 = 13s



(c) 주기 = 22s

Fig. 7. 육지경계면(폐경계면)에서의 자유표면변위의 변화.

Fig. 8에는 주기 13초 일 때의 비정수압 분포를 보인다. 비정수압은 입사파의 정수압으로 무차원화된 값이다. 첫 번째와 두 번째 그림은 파정과 파저가 해저면의 급격한 변화가 생기는 부분을 통과하는 시점에서의 비정수압분포를 각각 나타낸다. 비정수압은 수심이 급격히 변하는 지점근방에 집중적으로 분포하고 있으며 이 경우에 대한 계산결과, 그 값의 크기는 정수압의 60%를 넘는 등 현저한 역할을 하는 것으로 보인다.

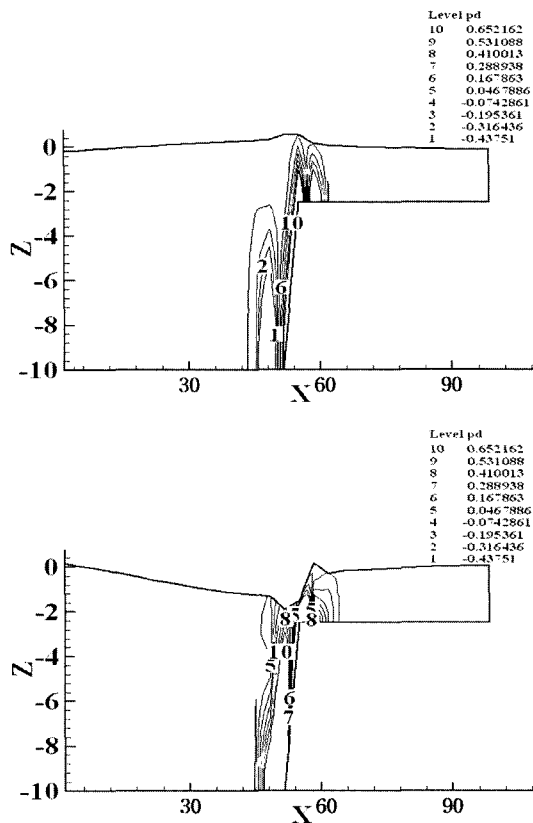


Fig. 8. 비정수압 분포(주기=13s).

### 5. 결 론

본 연구에서는 자유표면을 갖는 환경유동에 있어 불균일한 해저면에 대한 비정수압을 고려한 계산기법을 제안하였다. 간단한 2차원 예를 통해, 본 연구에서 제안한 계산기법은 정상, 비정상 유동 문제에 모두 적용 가능함을 확인하였으며 계산의 효율성과 실효성을 그대로 유지하면서 계산의 정도를 현저히 높이는 효과가 있는 것으로 확인되었다. 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 정상유동의 경우, 해저 지형의 변화가 큰 영역에서 유속이 커짐에 따라 수면변위와 속도장 등에 괄목할 만한 비선형성과 크기 변화가 생긴다.

(2) 비정상유동의 경우, 해저지형의 변화에 따라 다르지만, 단주기파와 장주기파는 비정수압 효과가 적은 반면, 특정영역의 주기

에서는 비정수압 효과가 현저히 크게 작용한다.

(3) 정수압과 비정수압 계산결과 중 어느 것이 더 실제에 가까운지에 대해서는 실험적 검증이 필요하며, 나아가 3차원 문제의 확장이 요망된다.

### 후 기

본 연구는 2003년 울산대학교의 해외 파견 연구 지원의 일환으로 수행되었음을 밝힌다.

### 참고문헌

- [1] Blemborg, A.F. and Mellor, G.L., 1987, "A Description of a Three Dimensional Coastal Ocean Circulation Model", *Three Dimensional Coastal Ocean Models*, N. Heaps. Eds., American Geophysics. Union.
- [2] Fujino, M. and Tabeta, S., 1991, "Numerical Simulation of Tidal Currents by Means of Multi-level Model (in Japanese)", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 170.
- [3] Yoon, B.S. and Rho, J.H. 1995, "Numerical Analysis of the Ocean Tidal Current Considering Sea Bottom Topography (in Korean)", *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 32, No. 1.
- [4] MEC Ocean Model 전문위원회 2002, 'MEC Ocean Model', 해양환경연구위원회, 일본조선학회.
- [5] Casulli, V. and Stelling, G.S. 1998, "Numerical Simulation of 3D Quasi-Hydrostatic, Free Surface Flow", *J. of Hydraulic Engineering*, July 1998, pp. 678-686.
- [6] Casulli, V., 2002, "A Semi-Implicit Finite Difference Method for Non-Hydrostatic, Free-Surface Flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 30, pp 245-440.
- [7] Kim, D.Y., 1993, "A Numerical Modeling for the Movement of Spilled Oil (in Korean)", *MS Thesis*, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University, pp. 7-9.

2005년 1월 28일 원고접수

2005년 8월 3일 수정본 채택