

충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간들의 차이가 짧은 충격파형의 합성방법 및 충격응답 내역을 구하는 디지털 필터

Shock Waveform Synthesis Methods for Shock Response Spectrum over Short Time Interval, Digital Filter for Obtaining Shock Response History and Applications Thereof

윤을재*

Yoon, Eul-Jae

ABSTRACT

This paper describes shock waveform synthesis methods for a shock response spectrum over a short time interval with which interference between parts within a test item is increased to perform a sufficient shock test for damage or malfunction which may be caused by the interference between parts, and a digital filter for obtaining a shock response history required for the shock waveform synthesis and a digital inverse filter for restoration by inversely using the digital filter. The time at which the maximax value occurs in the response history is detected in order to establish a delay time which is one of the parameters in the wavelet, on the condition that the natural frequency of SDOF system with a Q (quality factor) of 10 equals to the wavelet frequency of the zero delay wavelet input. A shock response spectrum over a short time interval and an abrupt change in the acceleration for an instant are illustrated as features of the synthesized waveform.

주요기술용어(주제어) : Shock Response Spectrum(충격응답 스펙트럼), Natural Frequency(고유진동수), Wavelet(웨이브레트), Single Degree of Freedom(1 자유도), Transfer Function(전달함수), Response History(응답내역)

1. 머리말

환경시험에서 충격시험은 시험대상 품목이 수명주기 동안에 받게 되는 충격에서 물리적 혹은 기능적 성능을 평가하기 위하여 수행된다. 일반적으로 시험대상 품목에 충격이 인가되면 인가된 충격의 주파수

성분에 의해서 그리고 충격이 인가되는 동안에 혹은 그 이후에 시험대상 품목의 공진주파수(고유진동수)들에 의하여 시험대상 품목의 응답이 달라진다. 이런 응답이 부품들 간의 마찰의 증가 혹은 감소의 결과로 또는 부품들 간의 상호 간섭 및 기타의 결과로 시험대상 품목의 파손 혹은 고장을 일으킨다^[1]. 충격시험은 반 정현파, 톱니파, 등의 고전적 충격시험(Classical Shock Test)과 충격응답 스펙트럼 시험(Shock Response Spectrum Test)으로 구별되고, 충격응답 스펙트럼 시험은 파형의 형태를 규정하지 않

† 2005년 7월 8일 접수~2005년 9월 9일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

주저자 이메일 : yej@add.re.kr

으며, 기존의 충격파형 합성^[2~6]에서는 유효 충격지속 시간을 중요하게 생각하지 않았다.

MIL-STD-810E가 MIL-STD-810F^[1]로 개정되면서 유효 충격지속시간(T_e)의 정의도 개정되었지만, 주어진 충격응답 스펙트럼으로부터 합성된 충격파형이 가진기(Shaker)의 허용범위를 벗어나거나 혹은 합성된 충격파형의 지속시간이 유효 충격지속시간의 20% 보다 더 긴 충격파형에서는 약간의 타협을 제시하고 있다. 즉, 첫째, 시험물이 낮은 주파수에서 모달 응답 (Modal Response)이 심하지 않다면, 첫 번째 모드의 주파수 보다 1 옥타브 낮은 고유진동수에서부터 시작할 수 있으며, 이때는 충격지속시간이 지켜져야 하고, 낮은 고유진동수 부분의 충격응답 스펙트럼은 허용오차를 무시한다. 둘째, 시험물이 낮은 주파수에서 모달 응답이 심하다면 충격지속시간이 허용오차를 벗어날 수 있으나, $T_e + \frac{1}{2f_{\min}}$ (여기서, f_{\min} 은 충격응답 스펙트럼 분석의 최소 고유진동수) 보다 작아야 하고, 낮은 고유진동수 부분의 충격응답 스펙트럼을 만족하기 위하여 충격지속시간이 $T_e + \frac{1}{2f_{\min}}$ 보다 커야 한다면 새로운 절차(Procedure)를 이용해야 한다^[1]고 기술하고 있다.

그러나 기존의 상용화된 응용프로그램에서 제공하는 충격파형 또는 기존의 방법들에 의하여 합성된 충격파형이 유효 충격지속시간(T_e)의 20% 보다 더 긴 충격파형으로 인하여 타협이 불가피한 문제를 가지고 있다. 유효 충격지속시간(T_e)의 요구가 부품들 간의 상호 간섭에 대하여 충분한 시험이 실시되게 하기 위한 목적이 있다고 볼 때, 주어진 충격응답 스펙트럼으로부터 합성된 충격파형이 가진기의 허용범위를 벗어나기 때문에 충격지속시간이 길어지는 것은 별도의 문제로 치고(타협이 필요하고), 기존의 상용화된 응용 프로그램 또는 기존의 방법으로 유효 충격지속시간이 내에서 충격파형을 합성하지 못하고 있음이 문제로 대두된다. 또한, 합성된 충격파형이 유효 충격지속시간의 요구를 비록 만족한다하여도 그 파형의 푸리에(Fourier) 스펙트럼에 모퉁한 부분이 없다는 것을 제시할 필요가 있고, 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간들의 차이를 제시하여 부품들 간의 상호 간섭에 대하여 충분한 시험이 실시될 수 있음을 보일 필요가

있다.

또한, Pre-load 및 Post-load 펄스를 갖게 되는 톱니파, 등의 고전적 충격시험^[7]에서 속도 혹은 변위의 첨두치가 가진기에서 허용하는 범위를 초과하는 경우에 별도의 조건을 부여하여 상용 가진기에서 허용하는 범위의 속도 혹은 변위의 첨두치를 갖는 파형의 합성방법이 필요하다.

이런 이유에서 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간들의 차이가 짧은 충격파형의 합성방법이 제안되었으며, 시험대상 품목에 있는 부품들 간의 상호 간섭이 증가하는 효과가 기대된다.

지연시간이 0인 웨이브레트를 입력으로 하여 공진시 전달율(Quality Factor, 이하 전달율이라 부른다)이 10이고 고유진동수가 웨이브레트 주파수와 같은 1 자유도(SDOF : Single Degree of Freedom) 시스템의 응답내역에서 절대값의 최대치(Maximax)가 나타나는 시간을 구하여, 웨이브레트의 지연시간을 설정하고 충격파형을 합성한다. 합성된 충격파형은 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간들의 차이가 짧고, 어느 순간에 충격가속도의 변화가 매우 큰 파형의 특징을 갖고 있다.

충격응답 스펙트럼을 계산하는 방법은 여러 가지가 있고, 그 중에서 임펄스불변 필터(Impulse Invariant Filter)^[8]와 램프불변 필터(Ramp Invariant Filter)^[9]가 널리 사용되고 있다. 임펄스불변 필터는 고유진동수가 샘플링 주파수의 1/6 보다 크면 오차가 크고, 이 문제를 해결한 필터가 램프불변 필터이다^[9]. 이 필터들을 역으로 사용하여 복원(Restoring 혹은 Inverse Filtering)을 시도하였으나 불안정한(Unstable) 문제로 인하여 실패하였다. 만약 불안정하지 않다면 복원이 가능하여 잡음수준이 작다는 전제에서 과도현상(Transient)이 포함된 불필요한 데이터를 제거하기 위한 필터로서 활용 가능성을 조사하는 중에 불안정한 문제가 드러났다. 이것이 충격응답 내역을 모의실험하기 위한 디지털 필터를 제안하게 된 동기 중의 하나이며, 이 필터가 제한한 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간들의 차이가 짧은 충격파형의 합성방법에 필요한 충격응답 내역을 구하는 필터일 뿐만 아니라, 이 필터를 역으로 이용한 디지털 역 필터가 안정됨을 보였다.

2. 충격응답 내역을 모의실험하기 위한 디지털 필터 제안

고유진동수가 f_n 이고, 전달율이 Q 인 1 자유도 시스템에서 입력 가속도 $x(t)$ 에 대한 출력 가속도 $y(t)$ 의 전달함수 $H(s)$ 는 식 (1)^[8-9]과 같다.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{2cs + \omega_n^2}{s^2 + 2cs + \omega_n^2} \quad (1)$$

여기서, $\omega_n = 2\pi f_n$, $\zeta = \frac{1}{2Q}$, $c = \zeta\omega_n$ 이고, $X(s)$ 는 $x(t)$ 의 라플라스(Laplace) 변환이고, $Y(s)$ 는 $y(t)$ 의 라플라스 변환이다. 샘플링 주기를 T 라 하고, $t=0$ 에서 $t=T$ 까지 펄스를 단위 펄스로 하여 입력 가속도 $x(t)$ 라 하면, $x(t)$ 는 식 (2)이고, $x(t)$ 의 z 변환은 식 (3)이며, $x(t)$ 의 라플라스 변환은 식 (4)이다.

$$x(t) = U(t) - U(t - T) \quad (2)$$

$$X(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{1}{z-1} = 1 \quad (3)$$

$$L[x(t)] = X(s) = \frac{1}{s} - e^{-Ts} \frac{1}{s} \quad (4)$$

식 (1)과 식 (4)를 이용하여 출력 가속도 $y(t)$ 의 라플라스 변환인 $Y(s)$ 를 구하고, $Y(s)$ 의 라플라스 역변환 $y(t)$ 를 구하여, $y(t)$ 의 z 변환 $Y(z)$ 를 구하면 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$Y(z) = \frac{ze^{-cT}(e^{cT} - a + \frac{bc}{\omega_d})}{z^2 - 2zae^{-cT} + e^{-2cT}} - \frac{e^{-2cT}[(a + \frac{bc}{\omega_d})e^{cT} - 1]}{z^2 - 2zae^{-cT} + e^{-2cT}} = \frac{P_1 z + P_2}{z^2 - Q_1 z - Q_2} \quad (5)$$

여기서, $a = \cos(\omega_d T)$ $b = \sin(\omega_d T)$
 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ $P_1 = e^{-cT}(e^{cT} - a + \frac{bc}{\omega_d})$
 $P_2 = -e^{-2cT}[(a + \frac{bc}{\omega_d})e^{cT} - 1]$
 $Q_1 = 2ae^{-cT}$ $Q_2 = -e^{-2cT}$

식 (6)의 차분 방정식(Difference Equation)을 갖는 이산 데이터 시스템(Discrete Data System)에서, 초기조건이 0이라고 가정하여 차분 방정식의 양변을 z 변환하면 식 (7)과 같고, 이 시스템의 전달함수는 식 (8)이고, 분모항은 임펄스불변 필터^[8]와 램프불변 필터^[9]에서 전달함수의 분모항과 동일하며, 분자항은 각각 다르다. 이 시스템이 본 연구에서 제안하는 디지털 필터이고, 차분 방정식 식 (9)로 구현된다.

$$Y_{k+2} - Q_1 Y_{k+1} - Q_2 Y_k = P_1 X_{k+1} + P_2 X_k \quad (6)$$

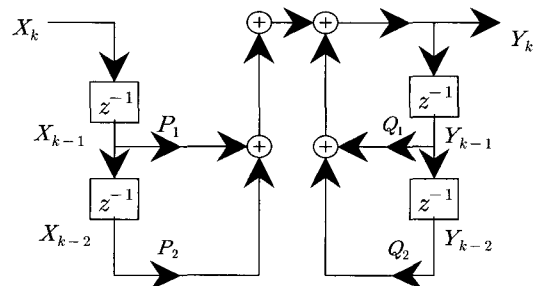
$$z^2 Y(z) - Q_1 z Y(z) - Q_2 Y(z) = P_1 z X(z) + P_2 X(z) \quad (7)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{P_1 z + P_2}{z^2 - Q_1 z - Q_2} = \frac{P_1 z^{-1} + P_2 z^{-2}}{1 - Q_1 z^{-1} - Q_2 z^{-2}} \quad (8)$$

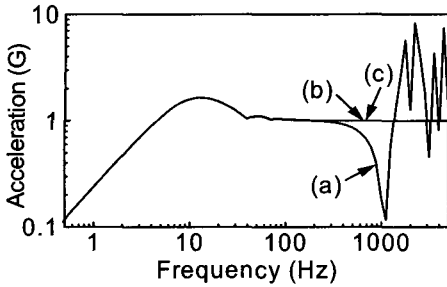
$$Y_k = Q_1 Y_{k-1} + Q_2 Y_{k-2} + P_1 X_{k-1} + P_2 X_{k-2} \quad (9)$$

여기서, $X_1 = X_2 = 0$, $Y_1 = Y_2 = 0$ 으로 놓고, $k \geq 3$ 이다.

본 연구에서 제안하는 디지털 필터의 블록선도가 그림 1에 나타나 있다. 그림 2는 최대 가속도가 1.0G이고 64msec의 반 정현파의 입력에 대하여 $Q=10$ 이고 샘플링 주파수가 2,000Hz일 때 임펄스불변 필터와 램프불변 필터 그리고 제안하는 디지털 필터를 이용하여 얻은 충격응답 스펙트럼을 나타내고 있다. (a)는 임펄스불변 필터를 이용하여 얻은 충격응답 스펙트럼이고, (b)는 램프불변 필터를 이용하여 얻은 충격



[그림 1] 디지털 필터의 블록선도



[그림 2] 64msec, 1G 반 정현파의 충격응답 스펙트럼

응답 스펙트럼이고, (c)는 제안한 필터를 이용하여 얻은 충격응답 스펙트럼을 나타내고 있다.

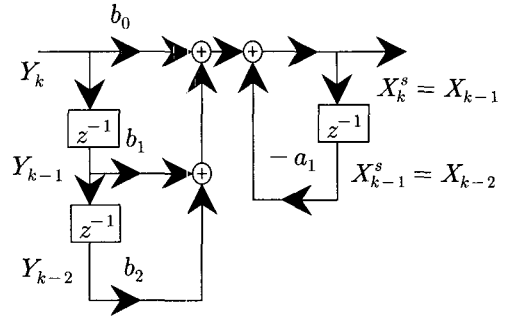
임펄스불변 필터를 사용하여 얻은 충격응답 스펙트럼은 고유진동수가 샘플링 주파수의 1/6 보다 크면, 사용할 수 없을 만큼 오차가 큰 것^[9]을 알 수 있다. 그러나 램프불변 필터 및 제안한 필터는 샘플링 주파수 보다 더 큰 고유진동수를 포함하여 넓은 고유진동수의 범위에서 사용될 수 있음을 보여 주고 있다. 또한, 제안한 디지털 필터는 본 연구에서 제안하는 디지털 역 필터로 사용될 수 있는 특징을 가지고 있다. 제안하는 디지털 필터에서 전달함수 $H(z)$ 의 역수를 취하여 $M_z(z)$ 라 하면 식 (10)과 같고, $X(z)$ 에 z^{-1} 을 곱하여 $X^s(z)$ 라 하면, 전달함수를 식 (11)로 표현할 수 있는 필터를 생각할 수 있고, 이때 $X_k^s = X_{k-1}$ 가 되어 Shift 된다.

$$M_z(z) = \frac{1}{H(z)} = \frac{X(z)}{Y(z)} \quad (10)$$

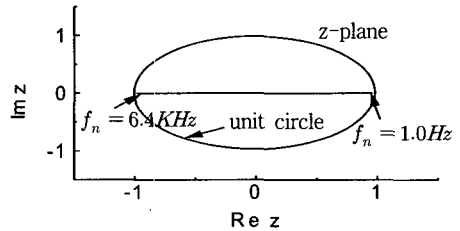
$$z^{-1}M_z(z) = \frac{X^s(z)}{Y(z)} = \frac{z^{-1}X(z)}{Y(z)} = \frac{z^2 - Q_1z - Q_2}{P_1z^2 + P_2z} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1}} \quad (11)$$

여기서, $a_1 = \frac{P_2}{P_1}$, $b_0 = \frac{1}{P_1}$, $b_1 = \frac{-Q_1}{P_1}$, $b_2 = \frac{-Q_2}{P_1}$ 이며, $|a_1| < 1$ 이면, 이 시스템은 안정된다. 이 시스템이 본 연구에서 제안하는 디지털 역 필터이고, 차분 방정식은 식 (12) 혹은 식 (13)이 된다.

$$X_k^s = b_0Y_k + b_1Y_{k-1} + b_2Y_{k-2} - a_1X_{k-1}^s \quad (12)$$



[그림 3] 디지털 역 필터의 블록선도



[그림 4] 디지털 역 필터의 극값 궤적

$$X_{k-1} = b_0Y_k + b_1Y_{k-1} + b_2Y_{k-2} - a_1X_{k-2} \quad (13)$$

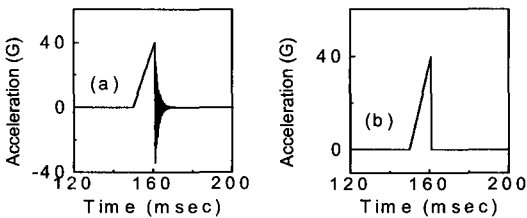
여기서, $3 \leq k \leq N$, $X_1 = X_2 = X_N = 0$, $Y_1 = Y_2 = 0$ 으로 놓는다.

그림 3은 이 시스템의 블록선도를 나타내고 있으며, 그림 4는 이 시스템의 극값(Pole) 궤적(위치)을 나타낸 것으로, 샘플링 주기 $T=7.8125 \times 10^{-5}$ sec 일 때, $Q=10$ 이고 고유진동수가 1.0Hz 간격으로 $1.0Hz \leq f_n \leq 6.4KHz$ 인 1 자유도 시스템에서 얻은 것이다. 모든 극값이 단위 원 안쪽에 있음을 나타내었으며, 이리하여 식 (11)의 전달함수를 갖는 시스템은 안정됨을 알 수 있으며, 전달을 Q 를 바꾸어 수차례에 걸쳐 같은 방법으로 극값 궤적을 살펴봐왔으며 단위 원 안쪽에 있지 않는 극값은 발견되지 않았다.

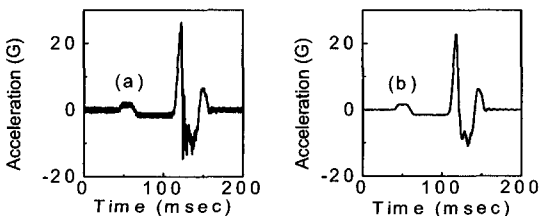
톱니파를 입력파형으로 고유진동수가 2,000Hz이고 전달을 $Q=10$ 인 1 자유도 시스템에서 제안하는 디지털 필터를 사용하여 얻은 충격응답 내역을 그림 5의 (a)에 나타내었으며, 이것을 복원대상(역 필터에서 말하는 Deterioration) $Y_k(k=1,2,\dots,N)$ 으로 보고, 제안한 디지털 역 필터에 의하여 $X_k(k=1,2,\dots,N)$ 가 복원된 예를 그림 5의 (b)에 나타내었다. 같은 방법

으로, 임펄스불변 필터와 램프불변 필터를 이용하여 복원하고자 시도하였으나 불안정한 문제로 인하여 모두 실패하였다. 그림 5에 보인 예는 잡음이 전혀 고려되지 않았으며, 고유진동수 f_n 과 전달을 Q 를 알고 있기 때문에 제안한 디지털 역 필터에 의하여 쉽게 복원되었지만, 실제 측정된 신호에서는 정확하게 1 자유도 시스템의 응답내역도 아닐 수 있고, 1 자유도 시스템의 응답내역이라고 가정한다 해도 고유진동수 f_n 과 전달을 Q 를 구해야 하며, 이들을 구했다고 하여도 실제 측정된 신호에는 잡음이 있기 때문에 제안한 디지털 역 필터를 사용하여 그림 5에서와 같이 완전한 복원을 기대할 수 있는 것은 아니다.

그림 6의 (a)는 톱니파 충격시험으로부터 실제 측정된 신호를 나타내고 있으며, 복원 데이터 X_k ($k=1,2,\dots,N$)에서 어떤 k 에 대하여 $X_k = X_{k+1} = X_{k+2} = X_{k+3}$ 으로 볼 수 있는 부분이 있다고 가정하고 별도의 조건을 부여하여 고유진동수 f_n 과 전달을 Q 를 구하여 제안한 디지털 역 필터를 사용하여 복원을 시키고 이를 다시 복원 대상으로 놓고 같은 방법으로 여러 번 반복하여 그림 6의 (b)를 얻었다. 같은 방식으로, 실제 측정된 몇 개의 신호들을 대상으로 제안한 디지털 역 필터의 타당성이 시험되었으며, 잡음의 수준이 작다는 전제에서 복원에 사용될 수 있음을 확인하였다.



[그림 5] 잡음이 없는 신호에서 복원의 예



[그림 6] 미지의 신호에 대한 복원의 예

3. 충격파형의 합성방법 제안

본 연구에서 제안하는 충격파형의 합성방법은, 웨이브레트 주파수가 각각 다른 다수의 웨이브레트에 대하여, 지연시간이 0인 웨이브레트를 입력으로 하여 고유진동수가 웨이브레트 주파수와 같은 1 자유도 시스템의 응답내역에서 절대값의 최대치가 나타나는 시간들을 구하는 단계와 절대값의 최대치가 나타나는 시간들 중 가장 긴 시간에서 절대값의 최대치가 나타나는 시간을 뺀 값을 지연시간으로 설정하는 단계를 포함하여 이루어진다. 그리고 제안하는 충격파형의 합성방법에는 웨이브레트의 반파의 개수가 설정되는 단계와 웨이브레트의 가속도 진폭이 설정되는 단계가 더 포함된다.

본 연구에서 충격파형은 웨이브레트를 구성요소 파형으로 이용하여 합성되며, 웨이브레트란 식 (14)와 같이 표현되는 변조파형을 말한다. 여기서, f_0 은 웨이브레트 주파수(웨이브레트의 중간주파수 혹은 중간주파수라고도 부른다)이고, N 은 반파의 개수이며 1 보다 큰 홀수의 값을 갖고, A_0 은 웨이브레트 가속도 진폭이다.

$$g(t) = A_0 \sin \frac{2\pi f_0 t}{N} \sin 2\pi f_0 t, \quad (0 \leq t \leq \frac{N}{2f_0}) \quad (14)$$

웨이브레트가 충격가속도를 나타낼 때, 웨이브레트를 적분하면 속도가 되고 충격지속시간 동안의 충격가속도의 적분값은 0이다. 속도를 다시 적분하면 변위가 되고 충격지속시간 동안 속도의 적분값은 0이다. 따라서 일련의 웨이브레트를 합하여 합성한 충격파형은 충격지속시간 동안에 가진기의 처음 위치로 돌아와 정지함을 의미한다.

충격응답 스펙트럼 시험을 수행하기 위한 충격파형 $x(t)$ 는 식 (15)와 같이 일련의 웨이브레트를 합하여 합성된다.

$$x(t) = \sum_{k=1}^M g_k(t - \delta_k), \quad (0 \leq (t - \delta_k) \leq \frac{N_k}{2f_k}) \quad (15)$$

여기서, $g_k(t - \delta_k)$ 는 지연시간 δ_k 를 갖는 k 번째 웨

이브레트이고, M 은 웨이브레트의 개수이다. 또한, $g_k(t-\delta_k)$ 는 식 (16)과 같이 표현된다.

$$g_k(t-\delta_k) = A_k \sin \frac{2\pi f_k(t-\delta_k)}{N_k} \sin 2\pi f_k(t-\delta_k) \quad (16)$$

여기서, N_k 는 k 번째 웨이브레트의 반파의 개수를 나타내고, A_k 는 웨이브레트 가속도 진폭을 나타내고, f_k 는 k 번째 웨이브레트 주파수를 나타내며, 식 (17)로 주어진다.

$$f_k = 2^n f_{k-1} \quad (17)$$

여기서, n 은 1/6로, 옥타브 당 6개의 웨이브레트 주파수를 나타낸다.

웨이브레트 주파수 f_k 는 2,000Hz에서 내림차순으로 10Hz 근방까지 옥타브 당 6개의 웨이브레트를 계산하였고, 계산된 주파수들이 다시 올림차순으로 정렬되었다. 웨이브레트 가속도 진폭 A_k 는 k 번째 웨이브레트에 대하여 원하는 충격응답 스펙트럼이 얻어지도록 반복되어 계산되며, 식 (21)과 식 (22)에서 상세히 설명하기로 한다.

충격파형에 대한 충격응답 스펙트럼의 고유진동수는 2,000Hz에서 내림차순으로 10Hz 근방까지 옥타브 당 6개(혹은 옥타브 당 12개)를 계산하여, 이 고유진동수들이 다시 올림차순으로 정렬된다. $Q=10$ 이고 1/6(혹은 1/12) 옥타브 간격으로 주어진 일련의 고유진동수를 갖는 1 자유도 시스템들에 대하여 충격응답 스펙트럼을 분석한다. 충격응답 스펙트럼은 Maximax, Primary Positive, Primary Negative, Residual Positive, Residual Negative 등의 종류가 있다. 그러나 일반적으로 시험규격은 Maximax를 적용하므로, 본 연구에서는 충격응답 스펙트럼은 Maximax를 나타내고, 특정 시간구간에 한정된 Maximax를 본 연구에서 제안하고 있는 제한시간 충격응답 스펙트럼(Time Limit Shock Response Spectrum) 이라 한다.

웨이브레트의 지연시간, 반파의 개수 그리고 가속도 진폭의 설정 방법은 다음과 같다. 먼저, 지연시간

$\delta_k=0$ 인 k 번째 웨이브레트 입력에 대하여 충격응답 스펙트럼을 분석하면, k 번째 웨이브레트 주파수와 같은 고유진동수에서 충격응답 스펙트럼의 최대값이 나타나기 때문에, $\delta_k=0$ 인 웨이브레트 입력에 대하여 k 번째 웨이브레트 주파수와 같은 고유진동수의 1 자유도 시스템에서 응답내역을 계산하여 절대값 최대치가 나타나는 시간 $\tau_k(k=1,2,\dots,M)$ 를 구한다. 식 (19)와 같이 반파의 개수가 설정되기 때문에, $k=1$ 일 때 절대값의 최대치가 나타나는 시간 τ_1 이 가장 길다. 따라서 k 번째 웨이브레트의 지연시간 δ_k 는 식 (18)과 같이 설정한다. 식 (18)과 같이 지연시간이 설정된 k 번째 웨이브레트 입력에 대하여, k 번째 웨이브레트 주파수와 같은 고유진동수를 갖는 1 자유도 시스템에서 충격응답 내역을 구하고, 절대값 최대치가 나타나는 시간을 모든 k 에 대하여 구하면, 동일한 시간에 절대값 최대치가 나타남을 알 수 있다.

$$\delta_k = \tau_1 - \tau_k$$

혹은

$$\delta_k = \tau_1 - \tau_k + const. (k=1,2,\dots,M) \quad (18)$$

여기서 $const.$ 은 상수를 의미한다.

그리고, 반파의 개수 N_k 는 식 (19)와 같이 설정한다.

$$N_k = \begin{cases} 5 & (f_k < 1,000\text{Hz 일때}) \\ 7 & (f_k \geq 1,000\text{Hz 일때}) \end{cases} \quad (19)$$

또한, 웨이브레트의 가속도 진폭 A_k 를 설정하는 방법은 다음과 같다. 각각의 웨이브레트들의 초기 가속도 진폭은 식 (20)과 같이 -1로 한다. 여기서, $A_k^1=-1$ 로 놓고 합성한 충격파형과 $A_k^1=1$ 로 놓고 합성한 충격파형은 서로 역방향이다. 그리고 i 번째 합성한 충격파형에서 k 번째 웨이브레트의 가속도 진폭 A_k^i 는 식 (21) 혹은 식 (22)를 반복하여 구한다.

$$A_k^1 = -1 \quad (k=1,2,\dots,M) \quad (20)$$

$$A_k^{i+1} = \frac{R_k}{S_k^i} A_k^i \quad (21)$$

$$A_k^{i+1} = \frac{R_k}{C_k^i} A_k^i \quad (22)$$

여기서, R_k 는 시험규격에서 요구한 충격응답 스펙트럼으로서, 일련의 고유진동수중에서 k 번째 고유진동수를 갖는 1 자유도 시스템에 대한 충격응답 내역에서 절대값의 최대치를 나타내고, S_k^i 는 i 번째 합성한 충격파형에 대한 충격응답 스펙트럼이고, C_k^i 는 정해진 시간 구간에서 충격응답 스펙트럼을 표시하는 제한시간 충격응답 스펙트럼이다. 여기서, $Q=10$ 이고, 일련의 고유진동수는 10Hz 부터 $2,000\text{Hz}$ 사이에서 혹은 20Hz 부터 $2,000\text{Hz}$ 사이에서 $1/6$ 옥타브 간격이다. 상기와 같이 구해진 지연시간, 반파의 개수 그리고 웨이브레트의 가속도 진폭이 설정된 다수의 웨이브레트들을 합함으로써 본 연구에서 제안한 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간들의 차이가 짧은 충격파형을 합성할 수 있다.

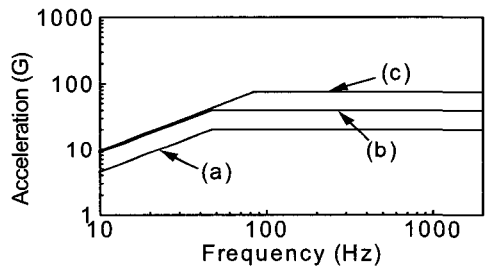
4. 충격파형의 합성 결과 및 고찰

합성된 충격파형은 상용화된 가진기를 이용한 충격응답 스펙트럼 시험의 제어를 위한 목표 파형(Reference Waveform)으로 사용하기 위하여 합성되었다. 그림 7에 나타난 충격응답 스펙트럼 시험규격^[1]을 대상으로, 본 연구에서 제안하는 방법에 따라 합성된 충격파형이 시험대상 품목에 있는 부품들 간의 상호 간섭에 대하여 충분한 시험이 실시 될 수 있는지 알아보도록 한다. 그림 7에 나타난 충격응답 스펙트럼 시험규격은 측정된 데이터를 이용할 수 없는 경우에 항공장비의 성능시험(a), 지상 장비의 성능시험 및 항공장비의 충돌위험시험(b), 지상 장비의 충돌위험시험(c)에 널리 사용되는 시험규격이다. 또한, 톱니파와 같은 고전적 충격시험에 대하여 본 연구에서 제안하는 합성방법이 어떤 효과가 있는지 알아보도록 한다. [(주): 본 논문의 모든 그림에서 표시한 (a), (b), (c)는 관련된 그림의 (a), (b), (c)에 일치하게 표시되었다.]

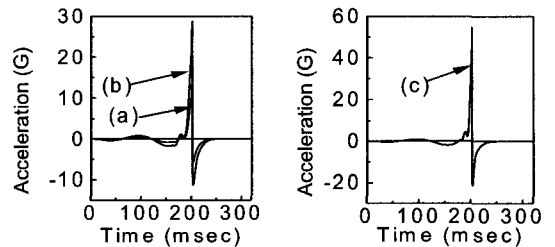
식 (18), 식 (19), 식 (21)을 이용하여 그림 7의 시험규격에 대하여 합성한 파형이 그림 8에 나타나 있

으며, 순간적으로 급격한 가속도의 변화가 합성한 파형의 특징으로 나타났다. 그림 7의 (a)~(c) 시험규격에 대하여 합성한 파형이 그림 8의 (a)~(c)이고, 그림 8의 (b) 파형은 그림 8의 (a) 파형과 모양은 같고 크기가 2배인 파형이다. 그림 8의 (a) 파형에 대한 푸리에 스펙트럼을 그림 9에 나타내었고, 오목한 부분이 없이 매끄러운 특징을 보이고 있으며, 이는 합성한 파형의 품질이 우수함을 보여 주고 있다. 그림 10은 합성한 파형의 충격응답 스펙트럼을 나타내고 있으며, 시험규격의 충격응답 스펙트럼을 잘 만족하고 있다.

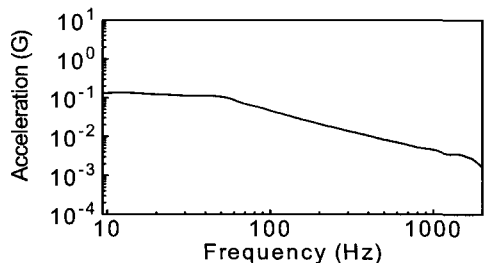
시험대상 내의 부품들 간의 상호 간섭에 대하여 충분한 시험이 실시 될 수 있는지 알아보기 위하여,



[그림 7] 충격응답 스펙트럼 시험규격



[그림 8] 합성된 충격파형

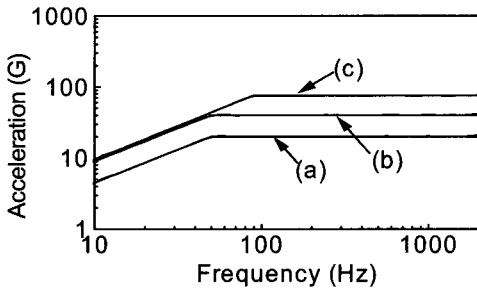


[그림 9] 합성된 충격파형의 푸리에 스펙트럼

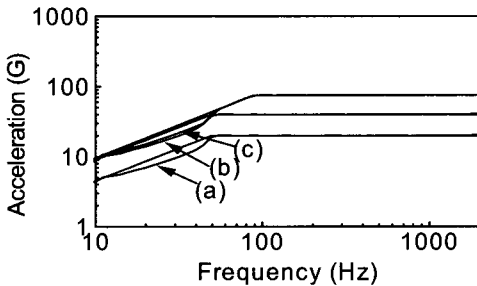
먼저, 16msec의 제한시간을 195msec에서 211msec 사이의 구간으로 정하고, 그림 8의 (a)~(c) 파형에 대한 제한시간 충격응답 스펙트럼을 구하여 그림 11의 (a)~(c)에 표시하였으며 -3dB 이내에 있고, 제한시간 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간을 고유진동수의 정의역에 대하여 그림 12의 (a)~(c)에 표시하였으며, 시간차이가 201msec에서 211msec사이로 10msec이다. 그림 12에서 알 수 있는 바와 같이, 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간의 차이가 10msec이므로, 각각의 고유진동수에 대한 응답내역에서 -3

dB 이상의 가속도가 나타나는 시간들의 차이가 매우 짧아 시험대상 내의 부품들 간의 간섭을 충분히 시험할 수 있음을 보여주고 있다.

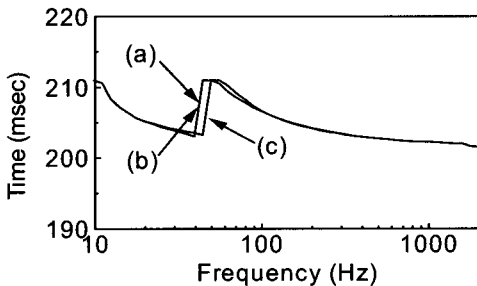
또한, 본 연구에서 제안하는 식 (22)의 제한시간 충격응답 스펙트럼을 이용하여 가속도 진폭을 구하는 방법의 타당성을 살펴보기 위하여, 먼저, 상기와 같이 16msec의 제한시간을 195msec에서 211msec사이의 구간으로 정하여 제한시간 충격응답 스펙트럼을 구하고, 이 구간에서 제한시간 충격응답 스펙트럼에 의하여 그림 7의 충격응답 스펙트럼 시험규격을 만족하도록 충격파형을 합성하였다. 즉, 웨이브렛 가속도 진폭을 구하기 위하여 식 (22)를 반복하는 과정에서 C_k^i 를 이용하여 그림 7의 충격응답 스펙트럼 시험규격을 만족하는 충격파형을 합성하여 그림 13에 나타내었고, 이 충격파형의 충격응답 스펙트럼을 그림 14에 나타내었으며, 충격응답 스펙트럼들이 3 dB 이내에 있다. 그림 15는 그림 13의 충격파형(a)에 대한 제한시간 충격응답 스펙트럼 및 그것들이 나타나는 시간을 나타내고 있다. 각각의 고유진동수에 대한 응



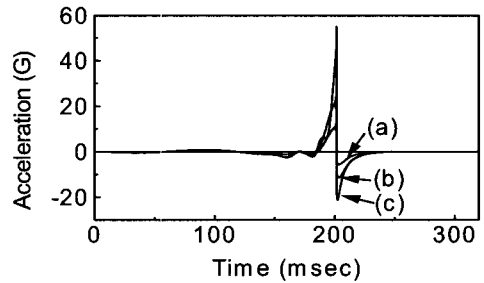
[그림 10] 합성된 충격파형의 충격응답 스펙트럼



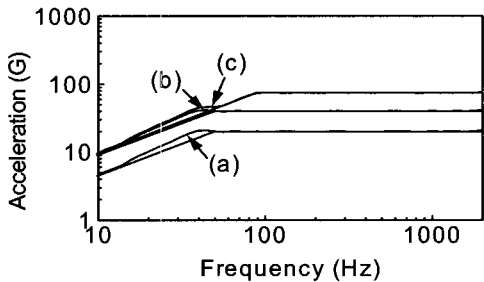
[그림 11] 시간제한 충격응답 스펙트럼



[그림 12] 제한시간 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간



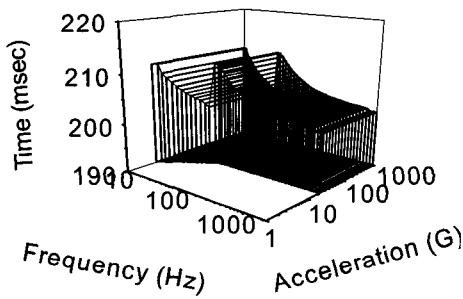
[그림 13] 제한시간 충격응답 스펙트럼을 이용하여 합성한 충격파형



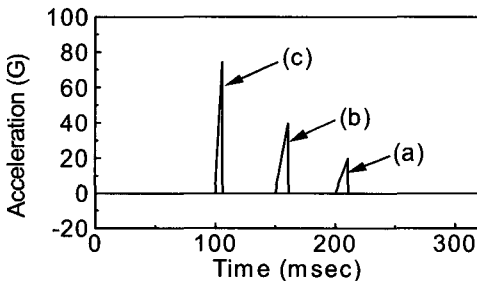
[그림 14] 그림 13의 충격파형에 대한 충격응답 스펙트럼

답내역에서 시험규격에서 요구한 가속도가 나타나는 시간들의 차이가 매우 짧아 시험대상 내의 부품들 간의 간섭을 충분히 시험할 수 있음을 보여주고 있다.

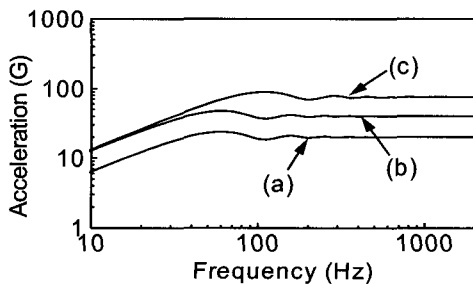
또한, 톱니파와 같은 고전적 충격시험에 대하여 본 연구에서 제안하는 합성방법의 효과를 알아보기 위하여, 그림 16에 보인 톱니파를 대상으로 그림 17에 보인 충격응답 스펙트럼을 구하여, 이것을 충격응답 스펙트럼 시험규격으로 보고, 제안하는 충격파형의 합성방법을 이용하여 그림 18에 보인 충격파형을 합성하고, 합성된 충격파형의 충격응답 스펙트럼을 그림



[그림 15] 제한시간 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간 및 제한시간 충격응답 스펙트럼



[그림 16] 톱니파형의 시험규격

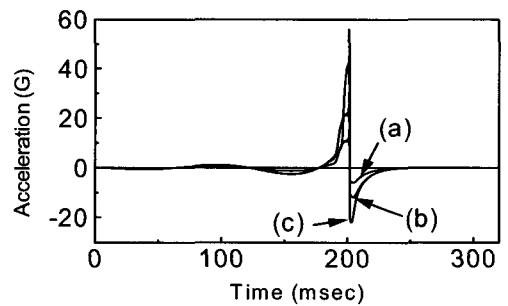


[그림 17] 그림 16의 충격응답 스펙트럼

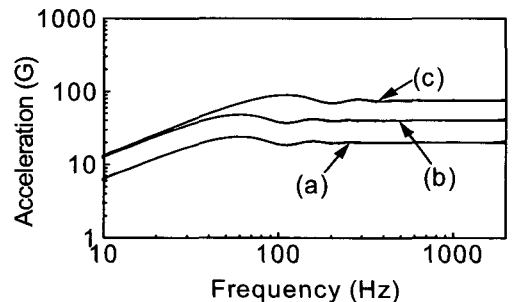
19에 나타내었다. 고전적 충격시험에서는 그림 16에 보인 톱니파를 시험규격으로 사용하여 왔고, 여기서, 그림 16의 (a)는 항공장비의 성능시험, (b)는 지상 장비의 성능시험 및 항공장비의 충돌위험시험, (c)는 지상 장비의 충돌위험시험을 위한 시험규격이다.

본 논문에서 제안하는 충격파형의 합성방법이, 톱니파와 같은 고전적 충격시험에서 Pre-load와 Post-load를 갖는 고전적 충격파형을 대신하기 위한 충격파형의 합성에 사용될 수 있음을 상기 결과들은 보여 주고 있다.

또한, 시험대상 품목의 모달 응답에서 첫 번째 모드의 주파수가 40Hz 이상이라는 전제에서, 제안하는 충격파형의 합성방법을 이용하여, 웨이브레트 주파수가 20~2,000Hz인 웨이브레트를 사용하여 충격파형을 합성하고, 20~2,000Hz인 고유진동수에 대한 충격응답 스펙트럼을 분석하면 속도 및 변위의 첨두치를 보다 더 줄일 수 있어, 속도 혹은 변위의 첨두치가 가진기에서 허용하는 범위를 초과하는 경우에 시험수행이 불가능한 문제를 쉽게 개선하는 효과가 있으며,



[그림 18] 그림 17의 충격응답 스펙트럼 시험을 위하여 합성한 충격파형



[그림 19] 그림 18의 충격응답 스펙트럼

그림 7에 나타낸 충격응답 스펙트럼 시험규격에 대해서도 마찬가지이며, 이를 적용하면 제안한 방법에 의하여 합성된 파형들의 변위의 첨두치는 12.7mm 이하이고, 속도의 첨두치는 1.778m/sec 이하임이 확인되었으며, 상용의 가진기를 사용하여 시험이 가능함을 의미한다.

5. 맺음말

시험대상 내의 부품들 간의 상호 간섭을 증가시켜 상호 간섭으로 발생할 수 있는 손상 혹은 오작동에 대하여 충분한 충격시험을 실시할 수 있도록 충격응답 스펙트럼이 나타나는 시간들의 차이가 짧은 충격파형의 합성방법과 충격응답 내역을 모의실험하기 위한 디지털 필터와 이 필터를 역으로 이용한 디지털 역 필터를 본 논문에서 제안하였다.

제안하는 방법에 의하여 합성된 충격파형은 가속도, 속도 혹은 변위의 첨두치는 기존의 방법에 의하여 합성된 충격파형의 그것들 보다 크기 때문에, 시험물이 낮은 주파수에서 모달 응답이 심하지 않다면, 상용 가진기에서 허용하는 범위의 속도 혹은 변위의 첨두치를 갖는 파형의 합성으로 문제가 해결될 수 있고, 항공장비, 지상 장비의 성능시험 및 충돌위험시험에 적용될 수 있음을 확인하였다.

제안한 디지털 필터는 충격응답내역을 모의실험 할 수 있어 충격응답 스펙트럼 분석에 사용될 수 있음을 확인하였고, 충격파형의 합성에 관한 연구 혹은 실제 측정된 충격파형의 충격응답 스펙트럼 분석에 이용이 기대된다. 또한, 이 필터를 역으로 이용하여 본 연구에서 제안하고 있는 디지털 역 필터가 안정됨을 보였으며, 1 자유도 시스템의 출력으로부터 미지의 입력 신호의 복원에 이용 가능성을 확인하였다. 어떤 구조물을 통하여 측정된 신호에 과도현상이 포함되어 불필요한 데이터를 제거하기 위한 필터(복원)로 이용 범위를 확장하기 위하여, 응용대상에 적합한 특징추출, 부가조건, 등에 관한 지속적인 연구가 필요할 것으로 예상된다.

참 고 문 헌

- [1] MIL-STD-810F, "Department of defense test method standard for environmental engineering considerations and laboratory tests", 2000, pp. 516.5-1~516.5-38.
- [2] Dennis B. Nelson, "Parameter specification for shaker shock waveform synthesis-damped sines and wavelets", Sandia National Laboratories, Livermore, CA.
- [3] Kenneth R. Baxter, "An optimized implementation of SRS analysis and control", Institute of Environmental Sciences 32nd Annual Technical Meeting, Scientific-Atlanta, Spectral Dynamics Division.
- [4] Tom Irvine, "Shock response spectrum synthesis via wavelets", Vibrationdata.com, 2000.
- [5] J. Leuridan, P. D'Hondt, J. Debillé, J. Lipkens, H. Vold, "A new optimization technique to incorporate multiple time waveform constraints in SRS analysis", Proceedings Institute of Environmental Sciences, Chicago, USA, 1994.
- [6] 윤을재, "충격반응 스펙트럼 시험에서 웨이브레트를 이용한 충격파형 합성", 한국추진공학회지, 1998년, pp.88~98.
- [7] Macros A. Underwood, "Optimization of classical shock waveforms", Scientific-Atlanta, Spectral Dynamics Division, San Diego.
- [8] R. D. Kelly and G. Richman, "Principles and techniques of shock data analysis", SVM-5, Shock and Vibration Information Center, Naval Research Laboratory, Washington, D.C. 1969, pp.140~146.
- [9] David O. Smallwood, "An improved recursive formula for calculating shock response spectra", Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico 87185.