

# 압전적층판의 열-압전-탄성 동적 비선형 작동특성

## Thermopiezoelastic Nonlinear Dynamic Characteristics of Piezolaminated Plates

오 일 권†

Il-Kwon Oh

(2005년 4월 15일 접수 : 2005년 5월 23일 심사완료)

**Key Words** : Piezolaminated(압전적층), Nonlinear Dynamics(비선형 동적거동), Thermopiezoelastic(열압전 탄성)

### ABSTRACT

Nonlinear dynamic characteristics of active piezolaminated plates are investigated with respect to the thermopiezoelastic behaviors. For largely deformed structures with small strain, the incremental total Lagrangian formulation is presented based on the virtual work principles. A multi-field layer-wise finite shell element is proposed for assuring high accuracy and non-linearity of displacement, electric and thermal fields. For dynamic consideration of thermopiezoelastic snap-through phenomena, the implicit Newmark's scheme with the Newton-Raphson iteration is implemented for the transient response of various piezolaminated models with symmetric or eccentric active layers. The bifurcate thermal buckling of symmetric structural models is first investigated and the characteristics of piezoelectric active responses are studied for finding snap-through piezoelectric potentials and the load-path tracking map. The thermoelastic stable and unstable postbuckling, thermopiezoelastic snap-through phenomena with several attractors are proved using the nonlinear time responses for various initial conditions and damping loss factors. Present results show that thermopiezoelastic snap-through phenomena can result in the difficulty of buckling and postbuckling control of intelligent structures.

### 기 호 설 명

$\alpha_{ijm}$  = 열팽창 계수

$C_{ijkl}$  = 탄성강성텐서

${}^{t+\Delta t}D_k$  = 전기적 변위

$\delta u_k$  = 가상 변위

$\delta \phi$  = 가상 전압

${}^{t+\Delta t}\epsilon_{ij}$  = 토탈 Green-Lagrangian 변형률

${}^{t+\Delta t}E_k$  = 전기장

$e_{ij}^{LN}$  = 초기 변형률

$e_{ij}^L$  = 선형 변형률

$\eta_{mn}$  = 변형된 변형률

$e_{ij}^N$  = 비선형 변형률

$e_{ijm}$  = 압전상수

${}^{t+\Delta t}f_k$  = 체적력

$p_{km}$  = 파이로 상수

${}^{t+\Delta t}Q$  = 표면전하

$\rho_k$  = 재료의 밀도

† 전남대학교 공과대학 기계시스템공학부

E-mail : ikoh@chonnam.ac.kr

Tel : (062) 530-1685, Fax : (062) 530-1689

- ${}^t\hat{\sigma}_{mn}$  = 변형된 탄성 응력 행렬
- ${}^{t+\Delta t}\mathbf{S}_{ij}$  = 이차 Piola-Kirchhoff 응력
- $\theta_{km}$  = 유전율 상수
- ${}^t\hat{\tau}_{mn}$  = 변형된 열응력 행렬
- ${}^{t+\Delta t}T_k$  = 표면력
- ${}^{t+\Delta t}\ddot{u}_k$  = 현재의 가속도
- ${}^{t+\Delta t}W_\phi$  = 전기적 가상일
- ${}^{t+\Delta t}W_u$  = 외력에 의한 가상일
- ${}^t\hat{\xi}_{mn}$  = 변형된 압전응력 행렬

## 1. 서 론

지난 10여 년간 압전재료를 복합재 구조물에 적용하려는 시도들이 스마트 혹은 지능구조물이라는 개념 아래 이루어져 왔다. 지능구조기술은 시스템의 성능 향상과 제어를 위한 목적으로 분포된 센서를 통해 실시간으로 정보를 수집하고 분포된 작동기를 반응시킬 수 있는 구조를 의미한다. 이런 스마트 구조의 성공을 위한 걸림돌 중에서 기계적 에너지의 소산과정에 발생하는 열이나 공력가열 혹은 태양 등에서 전달되는 고온의 열적 환경은 극복해야만 할 연구대상이 되어왔다. 이런 열적 환경에 놓인 구조나 시스템의 성능을 압전재료를 이용하여 향상시킬 목적으로 연구되는 분야가 바로 열압전탄성학(thermopiezoelasticity)이다. 복합적층 보, 판과 셸 구조에 대하여 선형 탄성론에 입각하여 일련의 많은 연구들이 진행되어 왔다.

Rao와 Sunar<sup>(1)</sup>는 진보된 개념의 지능 구조물의 분포된 압전 센서와 작동기의 열압전 영향을 연구하였다. Tzou와 Ye<sup>(2)</sup>는 해석적 이론과 유한요소법을 사용하여 선형 열압전 탄성거동과 정밀제어에 관한 내용을 발표하였다. Lee와 Saravanas<sup>(3)</sup>는 스마트 다층 열압전 복합적층 평판의 일반화된 유한요소법을 개발하였다. Blandford 등<sup>(4)</sup>은 열과 전기장을 모두 고려할 수 있는 유한요소법을 개발하였다. Tauchert 등<sup>(5)</sup>은 일련의 선형 열압전 탄성거동에 대한 연구내용들을 체계적으로 정리하여 리뷰논문을 발표하였다.

열압전탄성과 관련한 대부분의 지능구조에 관한 연구에서 주로 미소 변형량 이론이 주류를 이루고 있다. 상대적으로 비선형에 관한 연구는 좀처럼 찾아

보기 힘든데, Tzou와 Zhou<sup>(6)</sup>는 초기 대변형이 있는 원형 복합적층 판의 열적 좌굴제어에 관한 연구와 열전기적인 연성효과에 관한 연구논문을 발표하였다. Bao 등<sup>(7)</sup>은 전기장과 열적 효과를 고려한 비선형 열압전탄성 거동을 해석하였다. Oh 등<sup>(8)</sup>은 층별변위이론에 기초한 능동 압전적층판의 열과 압전작동력에 따른 대변형과 진동특성을 연구하였다. Wang 등<sup>(9)</sup>은 토달 라그랑지안 정식화로 대변형을 고려한 능동구조물에 관한 연구를 수행하였다. Ahmad 등<sup>(10)</sup>은 전기-열-탄성 관계를 고려한 스마트 보의 선형 및 비선형 정식화를 수행하였다.

Oh 등<sup>(11)</sup>은 최근의 연구에서 열적으로 좌굴된 상태의 평판의 변형제어 과정에서 열압전탄성 스냅-스루가 발생할 수 있음을 보였다. 그들은 원통형 호길 이법을 사용하여 이차 불안정 현상이 스냅스루임을 수치적으로 입증하였다. 많은 문헌에서 보고된 바에 의하면 이런 스냅-스루 현상은 정적인 거동이 아니라 실제로는 관성력 항을 고려한 동적인 거동으로 봐야만 물리적으로 이해되는 현상으로 알려져 있다. 따라서 이 연구에서는 능동 압전적층판의 열압전 스냅-스루 현상을 시간영역에서 이해해 보고자 비선형 동력학적인 접근 방법을 사용하였다. 다양한 초기조건과 감쇠값에 다른 시간영역의 동적 거동연구에서 열압전 탄성 스냅스루 현상은 여러 개의 어트랙터를 가진 비선형 동적 현상이라고 볼 수 있었다.

## 2. 층별변위 유한요소정식화

### 2.1 층분 토달 라그랑지안 정식화

구조동력학에서 기하학적인 비선형 방정식을 유도하는 편리한 방법은 변형전의 원래 좌표계에 관하여 운동을 기술하는 방법이다. 이런 정식화를 라그랑지안이라고 하고 여기에서는 구조물의 내부 변형에너지를 정의하는데 Green 변형률과 이차 Piola-Kirchhoff 응력텐서를 사용한다. 시간  $t + \Delta t$ 에서 대상체의 평형은 아래와 같이 텐서 표현방법을 사용하여 가상변위로 헤밀턴의 원리를 적용하여 표현해 볼 수 있다.

$$\int_V {}^{t+\Delta t}\mathbf{S}_{ij} \delta {}^{t+\Delta t}\epsilon_{ij} dV = {}^{t+\Delta t}W_\phi \quad (1)$$

여기서

$${}^{t+\Delta t}W_\phi = \int_V {}^{t+\Delta t}T_i \delta u_i dS + \int_V ({}^{t+\Delta t}f_i - \rho_i {}^{t+\Delta t}\ddot{u}_i) \delta u_i dV \quad (2)$$

그리고

$$\int_V {}^{t+\Delta t} \mathbf{D}_k \delta {}^{t+\Delta t} \mathbf{E}_k dV = {}^{t+\Delta t} W_\phi = \int_{S_\phi} {}^{t+\Delta t} Q \delta \phi dS \quad (3)$$

여기서  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{S}_{ij}$ ,  ${}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ ,  ${}^{t+\Delta t} W_u$ ,  ${}^{t+\Delta t} T_k$ ,  ${}^{t+\Delta t} f_k$ ,  ${}^{t+\Delta t} \ddot{u}_i$ ,  $\rho$ , 그리고  $\delta u_k$  는 각기 이차 Piola-Kirchhoff 응력, 전체 Green-Lagrangian 변형률 텐서, 외력에 의한 일, 표면력, 밀도, 현재의 가상 변위이다. 여기서 각각은 원래의 좌표계를 기준으로  $t + \Delta t$  에서 정의된다. 또한  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{D}_k$ ,  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{E}_k$ ,  ${}^{t+\Delta t} W_\phi$ ,  ${}^{t+\Delta t} Q$  그리고  $\delta \phi$  는 전기적 변위들, 전기장, 전기적 가상일, 표면전하 그리고 전기 포텐셜의 변분을 의미한다.

다양한 변수들에서 현재 시간  $t + \Delta t$  의 정의는 시간  $t$  에서의 값을 기준으로 증분량으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} \mathbf{S}_{ij} &= {}^t \mathbf{S}_{ij} + \mathbf{S}_{ij} \\ {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} &= {}^t \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} + \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{D}_k &= {}^t \mathbf{D}_k + \mathbf{D}_k \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{E}_k &= {}^t \mathbf{E}_k + \mathbf{E}_k \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 증분 변형률( $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ )은 순수 선형항, 선형화된 항 그리고 비선형 항으로 구분할 수 있다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \mathbf{e}_{ij}^L + \mathbf{e}_{ij}^{LN} + \mathbf{e}_{ij}^N \quad (5)$$

준정상 온도분포의 가정에 의해 압전재료의 응력과 변형률의 선형 구성방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} \mathbf{S}_{ij} &\cong ({}^t \boldsymbol{\sigma}_{ij} - {}^t \boldsymbol{\tau}_{ij} - {}^t \boldsymbol{\zeta}_{ij}) + (\mathbf{C}_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{kl} - e_{ijm} E_m) \\ &= {}^t \mathbf{S}_{ij} + \mathbf{S}_{ij} \end{aligned} \quad (6)$$

그리고

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{D}_k \cong {}^t \mathbf{D}_k + e_{kij} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} + \theta_{km} E_m \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{C}_{ijkl}$ ,  $\boldsymbol{\alpha}_{ijm}$ ,  $e_{ijm}$ ,  $p_{km}$  그리고  $\theta_{km}$  는 각기 탄

성 강성 텐서, 열팽창계수, 압전재료상수, 피어로 전기 상수, 유전율 상수를 의미한다.

## 2.2 다분야 증분변위 유한요소법

이 연구에서는 압전재료와 기본 복합적층구조물의 정교한 변형과 응력해석을 위해서 증분변위이론을 적용하였다. 증분변위장 이론은 두께방향의 선형보간함수  $\Phi'(z)$  를 사용하였으며 면내 유한요소 형상함수  $\Psi_j(\xi, \eta)$  를 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_1 &= \sum_{i=1}^{NID} \sum_{j=1}^{NPE} U_j^i(x_j, y_j) \Psi_j(\xi, \eta) \Phi^i(z) \\ u_2 &= \sum_{i=1}^{NID} \sum_{j=1}^{NPE} V_j^i(x_j, y_j) \Psi_j(\xi, \eta) \Phi^i(z) \\ u_3 &= \sum_{j=1}^{NPE} W_j(x_j, y_j) \Psi_j(\xi, \eta) \\ \Delta T &= \sum_{i=1}^{NID} \sum_{j=1}^{NPE} \Delta T_j^i(x_j, y_j) \Psi_j(\xi, \eta) \Phi^i(z) \\ E &= \sum_{i=1}^{NID} \sum_{j=1}^{NPE} E_j^i(x_j, y_j) \Psi_j(\xi, \eta) \Phi^i(z) \end{aligned} \quad (8)$$

두께방향보간함수와 면내 형상함수의 곱은 3차원 유한요소를 형성한다고 볼 수 있다. 여기서  $u_1$ ,  $u_2$  그리고  $u_3$  는 x, y 그리고 z 방향으로의 탄성변위를 의미한다.  $\Delta T$  와  $E$  는 온도장과 압전 전기장을 의미하며 이 또한 지그-재그의 근사가 가능한 증분변위 이론을 사용하였다. 이 연구에서는 온도의 경우에는 준정적 온도분포를 가정함으로 증분변위의 가정은 열적 하중계산을 위해서만 사용된다. NID는 적층판의 자유도를 갖는 층의 수를 의미하며 적층수가 많은 경우에는 층간에 모두 자유도를 주지않고 몇 개의 층을 묶어서 부분적으로 줄 수 있게 하였다.

Von-Karman 비선형 변형률-변위 관계식은 횡방향의 대변형을 고려하기 위하여 적용되었으며 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial y} \right)^2 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{12} &= \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial u_3}{\partial y}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{23} = \frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial z} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\epsilon_{13} = \frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z}$$

일반화된 변위기반 유한요소 방정식은 각각의 유한요소들을 어셈블 함으로써 얻을 수 있으며 미지수인 변위벡터와 전기장벡터를 합하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{U}} \\ {}^{t+\Delta t} \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{U}} \\ {}^{t+\Delta t} \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^L - \mathbf{K}_{\Delta T}^G - \mathbf{K}_p^G + \mathbf{K}^N & \mathbf{K}_{U\Phi} \\ \mathbf{K}_{\Phi U} & \mathbf{K}_{\Phi\Phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_U - {}^t \mathbf{F}_U \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_\Phi - {}^t \mathbf{F}_\Phi \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}^L, \mathbf{K}_{\Delta T}^G, \mathbf{K}_p^G, \mathbf{K}^N, \mathbf{K}_{U\Phi}$  그리고  $\mathbf{K}_{\Phi\Phi}$  는 각기 질량, 감쇠, 선형 강성, 기하 열강성, 기하 압전 강성, 비선형 강성, 압전-기계 연성, 압전 강성 행렬을 의미한다. 시간영역의 수치적인 해석을 위해서 내재된 구조물의 감쇠는 Rayleigh 근사법을 적용하였다.

$$\mathbf{C} = c_1 \mathbf{M} + c_2 \mathbf{K}^L \quad (11)$$

Guyan축약법을 사용하면 다음과 같은 동적인 비선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M} {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C} {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{U}} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}^L - \mathbf{K}_{\Delta T}^G - \mathbf{K}_p^G \\ + \mathbf{K}^N - \mathbf{K}_{U\Phi} \mathbf{K}_{\Phi\Phi}^{-1} \mathbf{K}_{\Phi U} \end{pmatrix} \mathbf{U} = ({}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_U - {}^t \mathbf{F}_U) - \mathbf{K}_{U\Phi} \mathbf{K}_{\Phi\Phi}^{-1} ({}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_\Phi - {}^t \mathbf{F}_\Phi) \quad (12)$$

위 식의 비선형 시간영역 해석을 위해 implicit newmark법<sup>(12,13)</sup>이 사용되었다.

### 3. 결과 및 논의

#### 3.1 선형 열-압전-탄성 거동맵

능동 압전복합적층판의 비선형 동력학적인 접근을 위해 참고문헌 (11)에서 다루었던 대칭적층판 모델을 해석대상으로 하였다. 여기서 13×13의 등 간격 9절점 요소를 사용하였다. 사용된 복합재료의 물성은 다음과 같다.

$$E_1 = 150 \text{ GPa}, E_2 = 9.0 \text{ GPa}, G_{12} = 7.1 \text{ GPa}, G_{23} = 2.5 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.3$$

$$\rho = 1600 \text{ kg/m}^3, \alpha_1 = 1.1 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C},$$

$$\alpha_2 = 25.2 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C},$$

$$c_{lamina} = 0.125 \text{ mm}$$

또한 사용된 압전재료의 전기-기계적 물성치는 아래와 같다.

$$E_1 = 63 \text{ GPa}, E_2 = 63 \text{ GPa}, G_{12} = 24.2 \text{ GPa}, G_{23} = 24.2 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.3$$

$$\rho = 7600 \text{ kg/m}^3, \alpha_1 = 0.9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C},$$

$$\alpha_2 = 0.9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C},$$

$$e_{31} = e_{32} = 254 \times 10^{-12} \text{ mm/V}$$

$$p_{11} = 15.3 \text{ nf/m}, p_{22} = 15.3 \text{ nf/m},$$

$$p_{33} = 15.0 \text{ nf/m}$$

$$c_{S.P.} = 0.2086 \text{ mm}, c_{E.P.} = 0.4173 \text{ mm}$$

복합적층판의 적층각은  $[0/+45/-45/90]_s$ 이며 중립면에서 사면이 모두 단순지되된 평판이다. 해석 대상의 열적 좌굴온도는 44.8°C이고 첫 번째 공진 주파수는 341 Hz이다. 대칭 적층 모델명을 S.P.라고 하였으며 그 모델에 대한 비선형 열압전탄성 맵은 Fig.1과 같다. 점 A는 열적 좌굴이 일어나는 분기 좌굴점이다. 곡선  $\widehat{AB}$ 와  $\widehat{AB'}$ 는 각기 양과 음의 변위값을 갖는 열적 좌굴후 거동 선도이다. 좌굴전 영역에서는

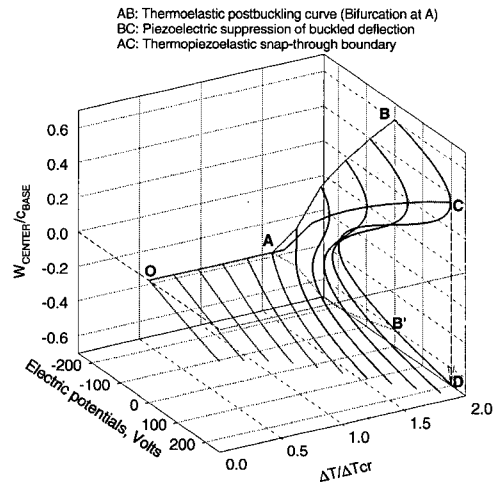
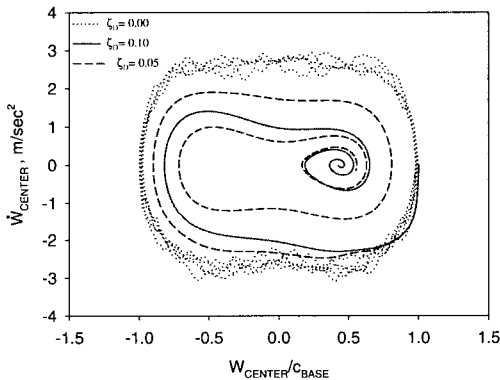


Fig. 1 Nonlinear thermopiezoelectric response for S.P. model

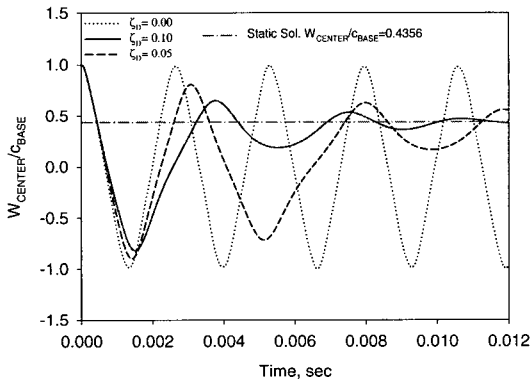
윗면과 아랫면의 압전작동기가 반대방향으로 작용할 때에는 불안정 거동이 없는 거동선도를 보이고 있다. 그러나 좌굴된 상태에서 압전작동력이 작용하는 경우에는 다중 평형점을 갖는 열압전탄성 스냅-스루 현상이 발견된다.  $\Delta T/\Delta T_{cr} = 2.0$ 에서 곡선  $\widehat{AC}$ 는 좌굴된 횡방향의 변형량을 줄일 수 있는 구간이나 어느 일정 이상의 압전작동력에 의해서는  $\overline{CD}$ 와 같이 급격히 음의 값과 더 큰 변형량을 갖는 현상이 발생하고 있다. 이런 열과 압전작동력에 의한 거동 선도를 구하는 기법들은 앞의 논문들<sup>(8,11)</sup>에서 매우 잘 기술되어 있다.

### 3.2 열적 좌굴거동의 시간영역 해석

첫 번째 시간이력 결과는 Fig. 2로  $\Delta T/\Delta T_{cr} = 1.6$ 인 상태의 좌굴후 거동영역에서 감쇠값에 따른 응답



(a) Phase plane responses for various damping loss factor



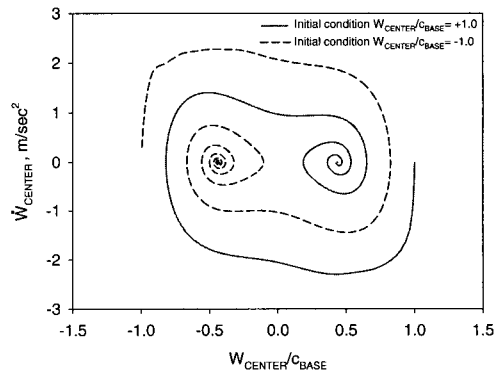
(b) Time history for thermoelastic postbuckled condition

Fig. 2. Transient response of S.P. model at  $\Delta T/\Delta T_{cr} = 1.6$

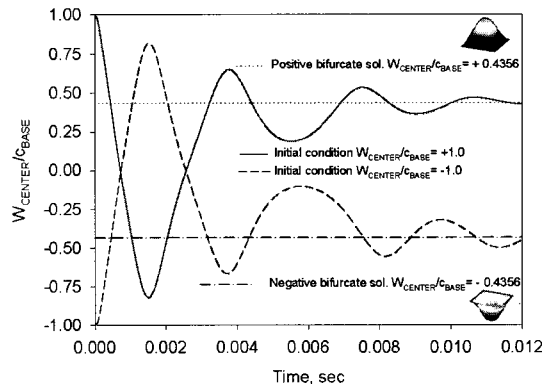
특성이다.  $\xi_d$  값이 0.1인 경우가 좌굴후 정적인 거동에 가장 빠르게 정적평형점을 따라감을 보이고 있다. 이 연구의 결과에서는 빠른 수렴속도를 위하여  $\xi_d$  값이 0.1로 주로 설정하였다.

$W_{CENTER}/C_{BASE} = \pm 1.0$ 인 두 개의 다른 초기조건에 대하여 시간이 흐른 후 정상상태에서는 각기 다른 정적 평형점,  $W_{CENTER}/C_{BASE} = \pm 0.4356$ 을 갖는 것을 Fig. 3에서 알 수 있다. 이는 분기좌굴의 경우에 동적인 관점에서 논한다면 수렴되는 평형점은 초기조건과 감쇠에 의해 큰 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 위 상평면에서 시간이력을 살펴보면 두 개의 어트랙터가 존재하고 있음을 알 수 있다.

이 연구의 목적은 능동 압전복합적층판의 열적좌굴후 거동과 열압전탄성 스냅-스루 현상을 시간영역에서 비선형 동적특성을 고찰하는 것이다. 이전 연구들<sup>(8,11)</sup>에서 이미 임계 압전전압을 찾는 방법을 연구하



(a) Phase plane response in bifurcate postbuckling



(b) Transient responses for initial condition

Fig. 3 Transient responses of S.P. model at thermoelastic postbuckling point

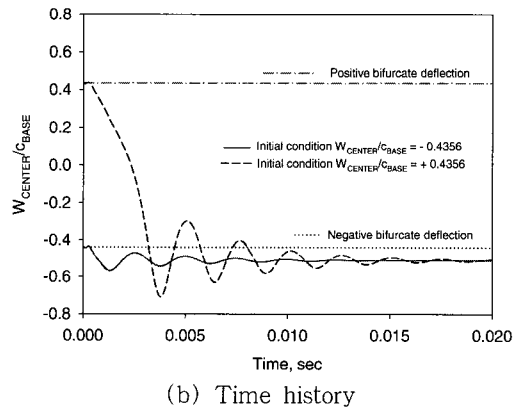
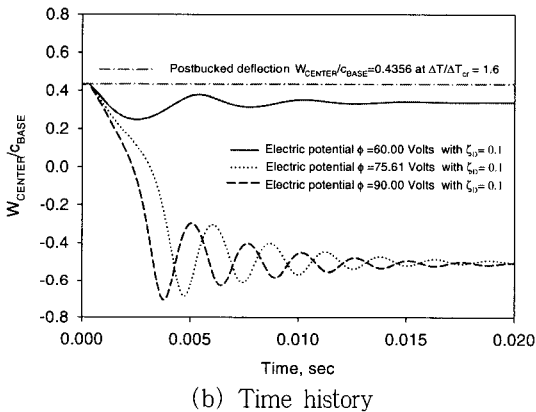
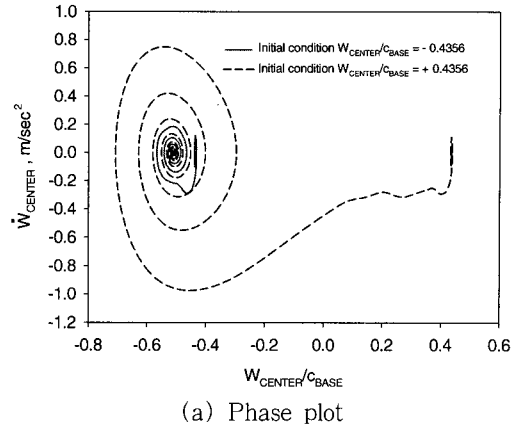
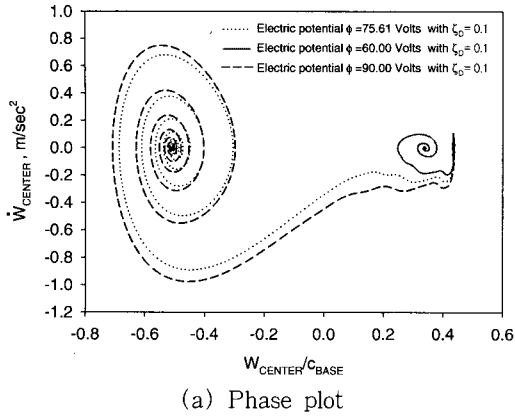


Fig. 4 Transient response of S.P. model for various piezoelectric potentials at  $\Delta T/\Delta T_{cr} = 1.6$

Fig. 5 Transient responses of S.P. model under piezoelectric potential  $\phi_L = 90$  Volts and  $\phi_U = -90$  Volts with different postbuckled deflections

였으며  $\Delta T/\Delta T_{cr} = 1.6$  인 좌굴후 온도 분포에서는 굽힘형(ou-of-phase) 작동형태에서  $\phi_L = 75.61$  Volts 고  $\phi_U = -75.61$  Volts일 때 스냅-스루 현상이 발생하는 임계전압임을 알았다.

Fig. 4에서는 다양한 압전작동력에 따른 비선형 시간 영역 응답을 관찰할 수 있다.  $\phi_L = 60$  Volts과  $\phi_U = -60$  Volts인 상태에서는 스냅-스루점 이전의 압전작동력이 작용하는 경우에는 횡방향의 변형량을 어느 정도 줄인 상태의 양의 값의 정적 평형점이 존재하고 있음을 알 수 있다. 하지만  $\phi = 75.61$  Volts와  $\phi = 90$  Volts인 경우에 있어서는 초기 변위상태와 전혀 다른 음의 정적 평형점 한 점들만이 존재하고 있음을 보이고 있다.

Fig. 5는 초기조건이 다른 경우에 대한 시간응답을 보여준다. 임계 압전작동력을 넘어서  $\phi = 90$  Volts인 경우의 수렴된 정적 평형점은 초기조건과 상관없이

항상 음의 일관된 하나의 값을 가지고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

이 연구에서는 열압전탄성 스냅-스루 현상을 시간 영역에서 동적인 관점에서 고찰하기 위해 비선형 하중-변위 선도와 시간이력을 구할 수 있는 비선형 유한요소 정식화를 수행하였다. 탄성 변위장, 온도장, 압전 전기장 모두들 정교하게 기술할 수 있는 다분야 층별변위장이론을 적용하여 복합적층판과 압전재가 부착된 구조물의 정적 및 동적 해의 정확성을 높였다. 증분 토탈 라그랑지안법에 기초하여 해밀톤의 가상일 정리에 의해 동적 지배방정식을 유도하였다. 시간영역유한요소 정식화에는 뉴턴-랩슨 반복법에

Newmark 법을 적용하여 각각 시간에서 해의 수렴성을 보장하였다. 수치적 시간영역 해석 결과에서는 열 압전탄성 스냅-스루 현상이 초기조건과 감쇠특성에 따라 달라지는 관성력을 포함한 동적인 현상임을 입증하고 있다. 압전작동기를 사용한 경우에 발생할 수 있는 스냅-스루 현상을 실제적으로 억제하기 위해서는 따라서 동적인 제어기법이 연구되어야 할 것이다.

## 후 기

“이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2004-003-D00016)”

## 참 고 문 헌

- (1) Rao, S. S. and Sunar, M., 1993, “Analysis of Distributed Thermopiezoelectric Sensors and Actuators in Advanced Intelligent Structures,” *AIAA Journal*, Vol. 31 pp. 1280~1286.
- (2) Tzou, H. S. and Ye, R., 1994, “Piezothermoelasticity and Precision Control of Piezoelectric Systems: Theory and Finite Element Analysis,” *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 116, pp. 489~495.
- (3) Lee, H. J. and Saravanas, D. A., 1997, “Generalized Finite Element Formulation for Smart Multilayered Thermal Piezoelectric Composite Plates,” *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, pp. 3355~3371.
- (4) Blanford, G. E. and Tauchert M. T. R., 1999, “Self-strained Piezothermoelastic Composite Beam Analysis Using First-order Shear Deformation Theory,” *Composites Part B-Engineering*, Vol. 30, pp. 51~63.
- (5) Tacuhert, T. R., Ashida F., Noda, N., Adali S. and Verijenko V., 2000, “Developments in Thermopiezoelectricity with Relevance to Smart Composite Structures,” *Composite Structures*, Vol. 48, pp. 31~38.
- (6) Tzou, H. S. and Zhou, Y. H., 1997, “Nonlinear Piezothermoelasticity and Multi-field Actuations, Part 2: Control of Nonlinear Deflection, Buckling and Dynamics,” *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 382~389.
- (7) Bao, Y., Tzou, H. S. and Venkayya, V. B., 1998, “Analysis of Nonlinear Piezothermoelastic Laminated Beams with Electric and Temperature Effects,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 209, pp. 505~518.
- (8) Oh, I. K., Han, J. H. and Lee, I., 2000, “Postbuckling and Vibration Characteristics of Piezolaminated Composite Plate to Thermopiezoelectric Loads,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 233, No. 1, pp. 19~40.
- (9) Wang, D. W., Tzou, H. S. and Lee, H. J., 2004, “Control of Nonlinear Electro/Elastic Beam and Plate System (Finite Element Formulation and Analysis),” *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 126, pp. 63~70.
- (10) Ahmad, S. N., Upadhyay, C. S. and Venkatesan C., 2001, “Linear and Nonlinear Analysis of a Smart Beam Using General Electrothermoelastic Formulation,” *AIAA Journal*, Vol. 42, pp. 840~849.
- (11) Oh, I. K., Han, J. H. and Lee, I., 2001, “Thermopiezoelectric Snapping of Piezolaminated Plates Using Layerwise Nonlinear Elements,” *AIAA Journal*, Vol. 39, pp. 1188~1198.
- (12) Bathe, K. J., 1996, *Finite Element Procedure*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- (13) 김홍수, 김재환, 최승복, 2005, “층간 분리가 있는 지능 복합재 적층판의 동적특성에 대한 연구” *한국소음진동공학회논문집*, 제 15 권, 제 4 호, pp. 395~403.