

# 비선형 마찰력을 갖는 선형 서보계를 위한 질량 추정형 적응 제어기 설계

論 文
54D-7-2

## A Design of Mass Estimated Adaptive Controller for Linear Servo System with Nonlinear Friction

李晋宇<sup>†</sup> · 李榮珍<sup>\*</sup> · 徐振瑚<sup>\*\*</sup> · 李權純<sup>\*\*\*</sup>  
(Jin-Woo Lee · Young-Jin Lee · Jin-Ho Suh · Kwon-Soon Lee)

**Abstract** - In this paper, we introduce an adaptive control method to improve the position accuracy and reduce nonlinear friction effects for the linear motion servo system with the nonlinear friction. The considered system plant included not only the variation of the mass of mover but also the friction change by the normal force. We also designed an adaptive controller with the mass estimator and the compensator by observing the variation of normal force. The effectiveness and system performances for the proposed control method in this paper show to improve than other control methods through numerical simulations.

**Key Words** : Nonlinear Friction, Servo System, Normal Force, Mass Estimator, Compensation, Adaptive Control

### 1. 서 론

일반적으로 서보계에서 마찰력은 비선형 성질을 갖는 대표적인 요소로서, 쿨롱 마찰력(Coulomb friction), 점성마찰력(viscous friction), 정적마찰력(static friction), 스틱-슬립(stick-slip), 마찰 지연(friction lag), 항복력(break-away), 그리고 Stribeck 효과 등의 성질을 포함하고 있다. 또한 마찰력은 이러한 요소로 인해 전체 시스템을 선형화하여 제어기 계수를 잘 동조하였다 하더라도 실제 시스템 적용에서는 예상치 못한 정상상태 오차 또는 리미트 사이클(limit-cycle) 등의 문제를 발생시키는 제어시 큰 방해요인으로 작용한다. 따라서, 선형 운동 서보계 시스템의 지속 및 정밀 위치제어에 있어서는 그 비선형 특성에 대한 관측이 필요하며, 마찰력 변화의 요인이라 할 수 있는 이동체 질량 변화에 일정한 제어 특성을 갖는 제어기 설계 또한 필수적이라 할 수 있다. 그러나, 마찰력은 이동체의 질량, 속도, 온도, 윤활 상태, 운동 시간 등의 요소들에 대하여 복잡한 관계로 변화하므로 마찰 모델의 특성을 파악하기가 아주 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해 마찰력에 대하여 실험적으로 그 특성을 규명하고 수학적으로 모델링하여 이를 정확히 보상하고자 하는 방법들이 연구되고 있으며, 특히 [1]에서 잘 설명하고 있다.

본 연구에서 보상기 설계를 위해 사용된 마찰력 모델은 LuGre 모델을 기본으로 하는데, 이는 1995년 발표 이후 마

찰력의 비선형성을 잘 표현하고, 보상기 설계에 편리함으로 인해 최근 서보계에서 널리 사용되고 있다[3]. 그리고, 이전까지 마찰력 특성이 잘 표현된 Dahl의 모델의 특징을 잘 내포하는 장점을 갖는다[2]. 이러한 마찰력 모델을 이용하여 보상기 설계시에, 마찰력 특성에 대한 파라미터들을 처음에 잘 설정하였고 외부 요인이 없어서 그 특성이 크게 변하지 않는다면 피드포워드형, 파라미터 고정형 보상기, 그리고 게인 스케줄링(gain-scheduling) 등의 방법으로 좋은 효과를 기대할 수 있다[3,4]. 그러나, 이동체의 질량, 온도, 구간별 윤활정도 변화 등의 외부요인에 의해 그 특성이 크게 변할 경우, 온라인으로 마찰력을 관측하고 적응적으로 보상하지 않으면 좋은 성능을 기대할 수 없다. 그러므로, 모델을 기반으로 하는 적응제어 및 비선형 관측기를 이용하는 방법들이 활발히 연구되고 있다[5]. 대부분의 마찰력 모델들은 전반적으로 회전기 위주에 사용되고 있어 부하변동과 마찰력 간의 관계에 대해서는 잘 고려하지 않고 보상하고 있다. 즉, 회전기에서는 회전체의 질량 또는 관성 변화가 마찰력 변화에 크게 영향을 미치지 않기 때문에 대부분이 속도만의 함수로 표현된 마찰력 모델 기반으로 보상하고 있다. 또한, 직선 서보계의 위치 및 속도 제어에 관련된 연구에 있어서도 이동체의 질량 변화와 그에 따른 수직항력 변화, 그리고 이 때문에 발생하는 마찰력 변화를 연관하여 보상하고 있지 않다[6,7,8,12,13]. 일부 수직항력 변화를 고려한 모델을 이용하여 이 변화에 대하여 적응적으로 마찰력을 보상한 연구가 있으나[5], 이동체의 질량변화와 연관하여 적용된 바는 없다.

따라서, 본 논문에서는 다수개 물체의 이송을 목적으로 하는 시스템의 정밀한 제어를 위하여, 이동체의 질량변화에 의해 수직항력이 변화하고 이에 따라 마찰력 또한 변화하는 관계를 시스템에 적용하기 위해 2장에서 설명하였으며, 3장에서는 제어 시스템을 이동체의 질량 추정을 통한 적응제어와 동시에 그에 따른 수직항력 변화에 적응하는 마찰력 보

<sup>†</sup> 교신저자, 正會員 : 東亞大 工大 電氣工學科 博士課程

E-mail : jinwoo@donga.ac.kr

<sup>\*</sup> 正會員 : 東亞大 工大 電氣工學科 Post-Doc.

<sup>\*\*</sup> 正會員 : 四川航空技能大 計測制御科 教授

<sup>\*\*\*</sup> 正會員 : 東亞大 工大 電氣工學科 教授

接受日字 : 2005年 4月 28日

最終完了 : 2005年 5月 18日

상기를 설계하고 그 안정도에 관하여 설명하였다. 그리고, 4절에서는 제안하는 방법 적용시 성능 향상 정도를 보기 위하여, 마찰력 특성은 일반적으로 여러 논문에서 사용되는 [3]의 파라미터를 기준으로 시스템을 설정하였으며, 마찰력 추정, 이동체 질량 추정 및 거리추종 오차 등의 결과로 비보상시, 고정형 보상기, 그리고 수직항력 변화가 고려된 적응 보상기와 그 성능을 비교하였다.

## 2. 수학적 모델링

### 2.1 시스템 운동 방정식

이동체의 질량이 변화하는 직선 서보계의 수학적 모델을 위하여 그림 1과 같이 나타낼 수 있다. 이동체의 질량이  $M_1$ 에서 임의의 시간부터  $M_1+M_2$ 로 변화할 수 있는 시변의 성질을 갖는 이동체를 고려하면, 이로 인해 수직항력(normal force)가 변화한다할 수 있다. 또한 수직항력의 변화는 입력 또는 추력의 반대방향으로 마찰력을 변화시키게 된다. 이러한 수평운동의 수학적으로 나타내면 식(1)과 같이 표현이 가능하다.

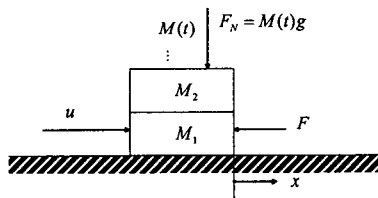


그림 1 시스템 모델과 요소들  
Fig. 1 The considered model and components

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = u - F \quad (1)$$

여기서,

- $x$  이동체의 위치(position)
- $M$  이동체 전체 질량(mass)
- $u$  제어입력, 추력(thrust force)
- $F$  마찰력(friction force)

### 2.2 마찰력 모델

일반적으로 마찰은 두 물체가 접촉하는 곳에서 나타나며 많은 자연현상과 마찬가지로 비선형성을 가지며 운동을 방해하거나 에너지를 소비하는 형태라 할 수 있다. 서보계의 제어에 있어서 이러한 마찰이 가장 큰 방해요인으로 작용하므로 마찰을 수학적으로 모델링하고 보상하는 제어기의 필요성이 그 어느 부분보다 중요하다 할 수 있다. 마찰력에 관하여 여러 가지 모델과 보상방법들은 Armstrong의 [1]에서 잘 설명하고 있다. 그러나, 이러한 모델은 대부분 마찰력을 속도만의 함수로 나타내고 있다. 즉, 대상의 중량변화에 대하여는 다루고 있지 않다. 따라서, 회전기에서는 유용하나 직선형 서보계에서는 부하의 변화에 의해 변화하는 마찰력은 고려되고 있지 않다고 할 수 있다.

본 연구에서는 이러한 부분을 보완하고자, 기존 마찰력 모델 중 최근 가장 널리 쓰이는 Canudas de Wit의 LuGre 모델을 바탕으로 이동체의 질량 변화와 수직항력 변화가 연관되도록 하였다. 먼저 LuGre 동적 마찰력은 식(2)와 같이 속도만의 함수로서 나타낼 수 있다.

$$F(v) = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (2)$$

여기서,

- $v$  속도(velocity)
- $\sigma_0$  강성(stiffness)
- $\sigma_1$  감쇠계수(damping coefficient)
- $\sigma_2$  점성계수(viscous coefficient)

그리고, LuGre 모델의 특징은 강모(bristle)가 있는 두 물체의 접촉면이 움직일 때로 가정하고, 탄성을 갖는 강모의 휘어진 길이가 새로운 상태변수  $z$ 를 갖는다. 이때  $z$ 에 관한 동적 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} z \quad (3)$$

$$g(v) = F_C + (F_S - F_C) e^{-(v/v_s)^2} \quad (4)$$

여기서,

- $F_C$  쿨롬 마찰력(Coulomb friction)
- $F_S$  정지시 마찰력(stiction)
- $v_s$  Stribeck 속도(Stribeck velocity)

마찰력과 속도 관계에 있어서, 정상상태(steady state)인  $\dot{z}=0$ 일 때의 마찰력을  $F_{SS}$ 라고 하면 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$F \approx F_{SS} = g(v) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v = \{F_C + (F_S - F_C) e^{-(v/v_s)^2}\} \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v \quad (5)$$

한편, 마찰력은 중량변화에 의한 수직항력 영향과 온도변화에 의한 변화로 크게 두 가지로 나눌 수 있으나, 본 연구에서는 중량변화의 비중이 큰 부분을 차지하므로 온도변화를 무시할 수 있다. 그리고, 뉴턴의 법칙  $F = \mu F_N = \mu Mg$ 에 의해 이동체의 질량이 마찰력에 영향을 미치는데[10], 그 중 마찰계수  $\mu$ 와 수직항력  $F_N$ 의 스케일은 식(4)의  $g(v)$ 에 크게 영향을 미치는 것으로 알려져 있다[5]. 따라서, 식(3)은 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

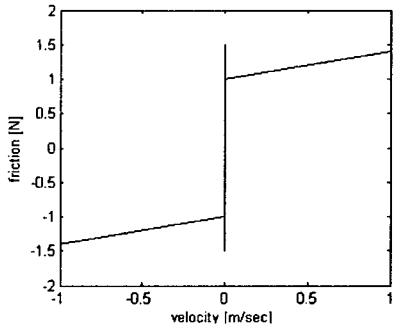
$$\frac{dz}{dt} = v - \theta \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} z \quad (6)$$

여기서,  $\theta$ 는 제어시 측정이 불가능한 수직항력 변화에 의해 변화하는 불확실한 마찰력 스케일 파라미터이다.  $\theta$ 는 초기

질량  $M(0)$ 과 변화된 질량과의 비로 정규화된 스케일 변수라 할 수 있다. 따라서, 초기질량  $M(0)$ 에서  $\theta=1$ 로 정규화 되었으므로  $\theta$ 와 질량  $M$ 은 식(7)과 같은 상호관계가 있다 할 수 있다.

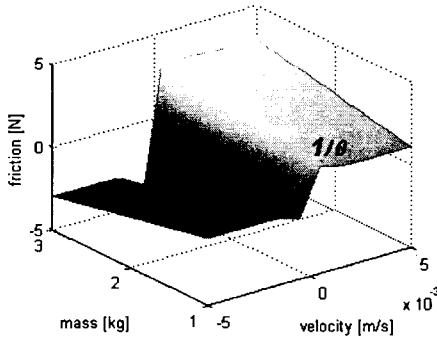
$$\theta(t) = \frac{M(0)}{M(t)} \tag{7}$$

속도에 따른 정상상태 마찰력  $F_{ss}$ 과 이동체 질량과의 관계는 그림 2(a)와 같은 관계를 가진다. 그리고, 그림 2(b)는 (a)를 Stribeck 효과가 보일 수 있도록 확대한 그림이며, 질량변화와 속도에 관한 평면으로 나타낸  $F_{ss}$ 모델을 나타낸다. 여기서,  $\theta$ 는 이동체 질량에 대하여 기울기의 역수라 할 수 있다.



(a) 속도와 마찰력 관계

(a) The relationship between the velocity and  $F_{ss}$



(b) 확대된  $\theta$ 와  $F_{ss}$ 와의 관계

(b) The zoomed relationship for  $\theta$  and  $F_{ss}$

그림 2  $F_{ss}$  모델과  $\theta$

Fig. 2  $F_{ss}$  model and  $\theta$

### 3. 제어기 설계

#### 3.1 고정형 마찰력 보상기

비선형 마찰력 보상에 관련하여 여러 방법이 있으나, 가장 보편적 방법으로 식(8)과 같이 Wit의 관측기를 설계하고 관측오차를 식(9)와 같이 둘 수 있다.

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = v - \frac{\sigma_0|v|}{g(v)} \tilde{z} - ke, \quad k > 0$$

$$\dot{F} = \sigma_0 \tilde{z} + \sigma_1 \frac{d\tilde{z}}{dt} + \sigma_2 v \tag{8}$$

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = -\frac{\sigma_0|v|}{g(v)} \tilde{z} + ke, \quad k > 0,$$

$$\dot{F} = \sigma_0 \tilde{z} + \sigma_1 \frac{d\tilde{z}}{dt} \tag{9}$$

여기서,  $F = F - \hat{F}$ 이고  $\tilde{z} = z - \hat{z}$ 이다. 만약 관측오차  $\tilde{z}$ , 마찰력 관측오차  $F$ , 그리고 출력  $x$ 와 목표궤적(desired trajectory)  $x_d$ 에 대한 위치오차  $e = x - x_d$ 가 점근적으로 영(zero)에 수렴하도록 하기 위하여 적용법칙에 의해 제어 입력을 식(10)과 같이 설계할 수 있다.

$$u = -MH(s)e + F + M \frac{d^2 x_d}{dt^2} \tag{10}$$

안정도 해석을 위하여 마찰력 추정 오차 식(9)를 이용하여 오차 방정식을 식(11)과 같이 얻을 수 있으며 시스템 전체 오차전달함수인  $G(s)$ 를 식(12)과 같이 얻을 수 있다.

$$e = \frac{1}{Ms^2 + MH(s)} (-F) = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{Ms^2 + MH(s)} (-\tilde{z}) = -G(s) \tilde{z} \tag{11}$$

$$G(s) = \frac{\sigma_1 s + \sigma_0}{Ms^2 + H(s)} \tag{12}$$

이때 얻어진 전달함수  $G(s)$ 에 대하여 상태방정식으로 표현하면 식(13)과 같다.

$$\frac{d\zeta}{dt} = A\zeta + B(-\tilde{z}) \tag{13}$$

$$e = C^T \zeta$$

그리고, Kalman-Yakubovitch 정리[11]에 의해 정정행렬(positive definite matrix)  $P = P^T > 0$ ,  $Q = Q^T > 0$ 에서  $PA + A^T P = -Q$ ,  $PB = C^T$ 를 만족할 때, 손실함수로써의 리야푸노프 함수 후보(Lyapunov function candidate)를 다음과 같이 둘 수 있다.

$$V = \zeta^T P \zeta + \frac{\tilde{z}^2}{k} \tag{14}$$

그리고,  $\zeta \neq 0$ 일 때  $dV/dt$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\zeta^T Q \zeta - 2\zeta^T P B \tilde{z} + \frac{2}{k} \tilde{z} \frac{d\tilde{z}}{dt} \\ &= -\zeta^T Q \zeta - 2e \tilde{z} + \frac{2}{k} \tilde{z} \left( -\frac{\sigma_0|v|}{g(v)} \tilde{z} + ke \right) \\ &= -\zeta^T Q \zeta - \frac{2}{k} \frac{\sigma_0|v|}{g(v)} \tilde{z}^2 \\ &\leq -\zeta^T Q \zeta < 0 \end{aligned} \tag{15}$$

따라서, 이동체의 질량변화 및 그에 따른 수직항력 변화가 없다고 가정할 때 시스템은 안정하다 할 수 있다. 또한,  $G(s)$ 는 SPR(strictly positive real)하면,  $e$ 와  $F$ 가 점근적으로 영으로 수렴하여 안정하다 할 수 있는데  $H(s)$ 의 선택은 주로 PID제어기 형태가 가능하나, SPR을 만족하기 위해서는 적분항을  $K_i/(s+1)$ 형태로 놓을 수 있다.

**3.2 수직항력 변화가 고려된 적응 마찰력 보상기**

대부분의 물류 이송을 위한 선형 운동 서보 시스템은 이동체의 질량이 변화되므로 그에 따라 마찰력 특성 또한 크게 바뀐다고 할 수 있다. 따라서, LuGre 모델 내의 측정이 불가능한  $z$ 와 함께 수직항력 변화를 추정할 수 있다면 더욱 정교하게 마찰력을 보상할 수 있다. 이를 고려한 식(6)의 모델에서  $\theta$ 를  $\theta_1$ 으로 두고 보상기를 식(16)과 같이 설계할 수 있다.

$$\frac{d\hat{z}}{dt} = v - \theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z} - ke, \quad k > 0.$$

$$F = \sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \frac{dv}{dt} + \sigma_2 v \tag{16}$$

또한, 적응법칙을 이용하여 수직항력 변화에 의한 마찰력 스케일 파라미터의 추정치  $\theta_1$ 에 식(17)과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z} (z_m - \hat{z}),$$

$$z_m = u_f - a_f \tag{17}$$

여기서,  $z_m$ 은 필터된 시스템 입출력을 이용한 임의의  $z$ 의 모델이며,  $u_f$ 와  $a_f$ 는 각각 식(18)과 (19)와 같다.

$$u_f = \frac{1}{\sigma_1 s + \sigma_0} u \tag{18}$$

$$a_f = \frac{ms}{\sigma_1 s + \sigma_0} v \tag{19}$$

안정도 해석을 위하여  $\theta_1 = \theta_1 - \theta_1$ 라 두면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{d\hat{z}}{dt} = -\theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z} - \theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z} + ke \tag{20}$$

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \gamma_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z} \hat{z}$$

또한, 리야푸노프 후보 함수를 다음과 같이 둘 수 있다.

$$V = \zeta^T P \zeta + \frac{1}{\gamma_1} \theta_1^2 + \frac{\hat{z}^2}{k} \tag{21}$$

이때  $dV/dt$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\zeta^T Q \zeta - \theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z}^2 \\ &\quad + \theta_1 \left( -\hat{z} \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z} + \frac{1}{\gamma_1} \frac{d\theta_1}{dt} \right) \\ &= -\zeta^T Q \zeta - \theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \hat{z}^2 \\ &\leq -\zeta^T Q \zeta < 0 \end{aligned} \tag{22}$$

따라서, 이동체의 질량변화 및 그에 따른 수직항력 변화에 대해서도 시스템은 안정하다 할 수 있다. 그러나, 수평축 운동에 관계된 이동체의 질량 변화에 대하여는 고려하고 있지 않다.

**3.3 질량 추정형 적응 제어기 설계**

이동체의 중량변화와 그에 따른 수직항력 모두를 고려해야 하는 본 시스템에서 추정치  $M$ 를 두어 실제 질량에 가깝도록 함으로써 더욱 좋은 성능을 기대 할 수 있다. 즉, 수직항력 변화가 고려된 적응형 보상기를 갖는 식(10)의 제어 입력에 불확실한 파라미터 이동체 질량에 대한 추정치를 이용함으로써 전체 시스템 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 또한 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M \frac{d^2 x}{dt^2} &= u - F \\ &= -MH(s)e + M \frac{d^2 x_d}{dt^2} + F - F \end{aligned} \tag{23}$$

앞 절에서 수직항력 변화에 적응적인 보상기를 통하여 마찰력  $F$ 를  $\hat{F}$ 로 보상하였다고 가정하면 마찰력을 제외한 플랜트의 입력과 이를 통과한 출력인 속도와의 관계를 이용하여 질량을 추정할 수 있다.

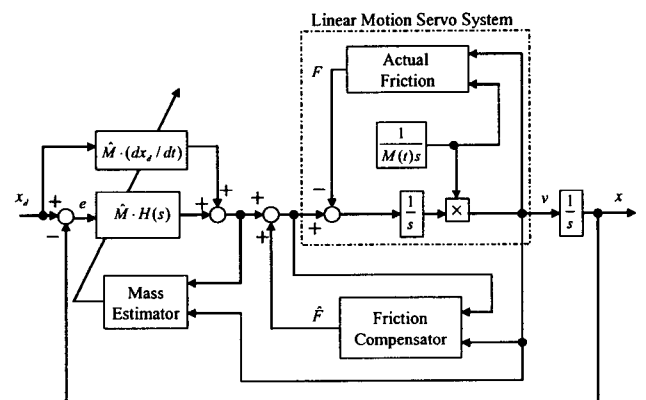


그림 3 질량 추정형 적응 제어 시스템 구조  
 Fig. 3 The system structure of the mass estimated adaptive control

즉, 마찰력을 제외한 플랜트의 입력력 관계를  $\theta_2$ 로 정의하여 식(24)와 같은 관계를 얻을 수 있으며, 실제  $\theta_2$ 에 대한 추정치  $\hat{\theta}_2$ 를 식(25)와 같이 정의할 수 있다[9].

$$u = M \frac{dv}{dt} = Ma = \frac{a}{\theta_2} \quad (24)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{M} = \frac{a(t)}{u(t)}, \quad \hat{\theta}_2(t) = \frac{1}{\hat{M}(t)} = \frac{\hat{a}(t)}{u(t)} \quad (25)$$

이때 식(24)에서의 출력과 출력 추정 오차를  $\epsilon = a - \hat{a}$ 라 하고, 시스템 추정오차를  $\vartheta_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2$ 로 각각 정의하면 식(26)과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon &= a - \hat{a} = \theta_2 u - \hat{\theta}_2 u \\ &= -\vartheta_2 u \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,  $\epsilon$ 를 최소화하기 위하여  $\theta_2$  변화에 대한 손실함수  $J(\vartheta_2)$ 를 식(27)과 같이 정의할 수 있다.

$$J(\vartheta_2) = \frac{\epsilon^2}{2} = \frac{(a - \vartheta_2 u)^2}{2} \quad (27)$$

그러면  $\nabla J(\vartheta_2) = -(a - \vartheta_2 u)u = 0$ 과 같이 될 때  $\epsilon$ 가 최소가 되는  $\vartheta_2$ 를 얻을 수 있으며, gradient method를 이용하여  $d\vartheta_2/dt$ 에 관한 방정식 식(28)를 얻을 수 있다.

$$\frac{d\vartheta_2}{dt} = -\gamma_2 \nabla = \gamma_2 (a - \vartheta_2 u)u = \gamma_1 \epsilon u \quad (28)$$

여기서,  $\vartheta_2(0) = 1/M(0)$ 이며,  $\gamma_2 > 0$ 이다. 따라서, 마찰력과 보상기 입력을 제외한 시스템 플랜트와 이에 대한 질량 추정기를 그림 4와 같이 나타낼 수 있다.

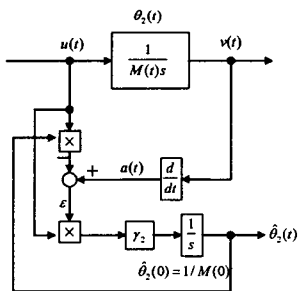


그림 4 보상기로 인해 마찰력이 상쇄된 플랜트에서의 질량 추정기

Fig. 4 The block diagram of the mass estimator for the plant without actual friction and compensator

안정도 해석을 위하여 리아푸노프 후보 함수를 다음과 같이 둘 수 있다.

$$V = \zeta^T P \zeta + \frac{1}{\gamma_1} \vartheta_1^2 + \frac{\dot{z}^2}{k} + \frac{1}{\gamma_2} \vartheta_2^2 \quad (29)$$

이때  $\vartheta_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2 = \gamma_2 \epsilon u - \hat{\theta}_2 = -\gamma_2 u^2 \vartheta_2$ 를 식(26)의 관계

와  $\theta_2 = 0$ 의 조건에서  $dV/dt$ 는 식(30)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\zeta^T Q \zeta - \theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \dot{z}^2 \\ &\quad + \vartheta_1 \left( -\dot{z} \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \dot{z} + \frac{1}{\gamma_1} \frac{d\vartheta_1}{dt} \right) + \frac{2\vartheta_2 \dot{\vartheta}_2}{\gamma_2} \\ &= -\zeta^T Q \zeta - \theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \dot{z}^2 - 2u^2 \vartheta_2^2 \\ &= -\zeta^T Q \zeta - \theta_1 \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} \dot{z}^2 - 2\epsilon^2 \\ &\leq -\zeta^T Q \zeta < 0 \end{aligned} \quad (30)$$

따라서, 시스템은 수직항력에 의한 마찰력 변화뿐만 아니라 이동체의 질량변화를 고려한 시스템에서도 안정하다 할 수 있다.

#### 4. 모의실험

본 연구에서 시스템은 이동물체의 질량변화와 이에 따른 수직항력 및 마찰력 변화간의 상호관계가 고려된 모델을 만들었으며, 이에 기존의 선형 제어기 및 보상 방법들과 제안 시스템의 성능 비교를 위해 시스템에 사용된 파라미터들은 일반적으로 널리 이용되고 있는 표1과 같이 설정하였다. 그리고, 기존 방법들과 비교를 위하여 아래의 Case I~V까지의 경우들에 대하여 고려하였다. Case III는 제어기 스케일 값은 고정하고, 수직항력 적용 보상기 축의 추정치  $\vartheta_1$ 을 이용하였을 경우이고, 제안하는 방법인 Case IV와 V는  $\vartheta_1$ 를 마찰력 적용보상기의 수직력 스케일 값으로 이용하고, 각각 제어기 스케일 값  $M$ 에  $\vartheta_1$ 과 질량 추정기의 추정치  $\vartheta_2$ 를 이용하였을 경우다.  $H(s)$ 의 입력은 식(31)으로 설정하고 각 경우에 대하여 공통으로 적용하였다.

- Case I :  $H(s)$ 만 사용하였을 경우(비보상기)
- Case II : 파라미터 고정형 보상기를 적용한 경우
- Case III : 수직항력 추정 적용 보상기를 적용한 경우
- Case IV : 질량 추정형 적용제어기( $\theta_1$ 만 이용)
- Case V : 질량 추정형 적용제어기( $\theta_1$ 과  $\theta_2$ 이용)

$$H(s) = E(s) \left\{ K_p + K_d s + \frac{K_i}{\tau s + 1} \right\} \quad (31)$$

표 1 사용된 파라미터

Table 1 The used parameters

parameters	values	parameters	values
$\sigma_0$	100,000 [N/m]	load mass	1 [kg]
$\sigma_1$	$\sqrt{100,000}$ [Ns/m]	$\gamma_1$	500,000
$\sigma_2$	0.4 [Ns/m]	$\gamma_2$	1.038
$F_c$	1 [N]	$K_i$	4
$F_s$	1.5 [N]	$K_p$	3
$v_s$	0.001 [m/s]	$K_d$	6
initial $M$	1 [kg]	$\tau$	0.1

이동체의 질량, 수직항력 및 마찰력 변화가 동시에 고려된 시스템에 대하여 기존 보상방법과 제안하는 방법의 성능을 비교하기 위해 다음의 시나리오를 작성하여 모의실험을 수행하였다.

(i) 질량변화: 
$$M(t) = \begin{cases} 1 \text{ [kg]}, & 0 \leq t < 10 \\ 2 \text{ [kg]}, & 10 \leq t < 20 \\ 3 \text{ [kg]}, & 20 \leq t \leq 30 \end{cases}$$

(ii)  $x_d(t) = 1 + \sin(0.1\pi \cdot t + 1.5 \cdot \pi)$

그림 5는 목표치 궤적에 대한 출력 변화를 나타낸다. Case I은 선형 마찰력 모델에서 잘 동조된 제어를 적용하였으나, 출발시 및 정지시, 즉 저속 구간에서 항복력에 의해 제어 입력이 있음에도 불구하고 정지하고 있는 상태를 볼 수 있다. Case II에서는 고정된 파라미터의 마찰력 보상을 추가함으로 인해 10[sec]까지는 Case I에 비해 현저히 성능이 향상되었으나, 10[sec] 이후 이동체의 질량 변화에 의해 변화된 마찰력 부분은 보상되지 않고 있음을 볼 수 있다. Case III에서는 수직항력 변화에 의한 마찰력 변화를 적응적으로 보상함으로써 Case I과 II에 비하여 성능이 향상되었으나, 10[sec]와 20[sec]의 질량변화가 있을 때 약간의 데드존(dead zone)이 나타남을 볼 수 있다. 제안하는 방법의 Case IV와 V의 경우 다른 방법들에 비해 성능이 향상되었음을 알 수 있다. 그림 6의 시스템 출력 오차를 보면, Case IV보다 V가 성능이 향상되었음을 알 수 있다. Case V는 오차가 최대  $\pm 0.05$ [m]미만을 볼 수 있다.

그림 7은 각 경우에 대한 제어입력을 나타내고 있으며, 그림 8은 제어시 발생하였던 마찰력을 실선, 그리고 그 추정치 변화를 점선으로 나타내고 있다. 질량변화로 인해 정상상태의 마찰력 값이 비례하여 나타나고 있음을 볼 수 있다. Case I에서는  $H(s)$ 만으로 제어되므로 보상값이 없으며, Case II에서는 초기 질량에 대하여 보상이 파라미터가 설정되어 있어 마찰력 내의 변수  $z$ 를 추정하였으나 10[sec], 20[sec] 이후 추정오차가 현저히 발생함을 알 수 있다. Case III은 수직항력만을 추정함으로써 정상상태 마찰력 부분은 잘 적응하며 보상되고 있지만, 저속구간 및 질량변화 지점에서는 강한 비선형 특성을 갖는 정지마찰력에 의해 속도의 방향이 극히 적게 바뀌에도 불구하고 계속적으로 보상기 입력의 강한 진동 현상이 나타났다. 이러한 부분을 Case IV과 V에서는 질량과 수직항력을 동시에 추정함으로써 마찰력을 더욱 세밀히 보상할 수 있었으며, Case II와 III에 비하여 입력의 트리거 구간 또한 현저히 줄었음을 볼 수 있다.

그림 9는 마찰력 추정 오차를 나타내는데, Case II는 초기 질량에 대한 보상기 파라미터가 잘 설정되어 있어 이동체 질량 변화가 있기 전까지 가장 추정오차가 적다. 그러나, 그 이후로는 마찰력 영향을 계속 받고 있음을 알 수 있다. 이후 Case III에서 V로 갈수록 추정 오차가 적어지고 있다.

그림 10과 11은 각각  $\theta$ 와 질량 변화 및 그 추정치들의 변화를 나타내고 있다.  $\theta$ 와 질량과의 관계는 식(7)의 관계로써 계산되는데,  $\theta_1$ 을 이용하여 질량 추정하여 다시 제어기 스케일 값으로 이용한 Case IV는 III과 유사하나, 20[sec] 이후 더 좋은 추정성능을 얻을 수 있었다. 또한, 보상기측의  $\theta_1$ 과 설계된 질량 추정기의  $\theta_2$ 를 제어기 스케일 값으로

이용한 Case V는 두 파라미터간의 상호작용으로 인해 Case III과 IV에 비하여 더욱 빠르게 수렴하는 것을 알 수 있다.

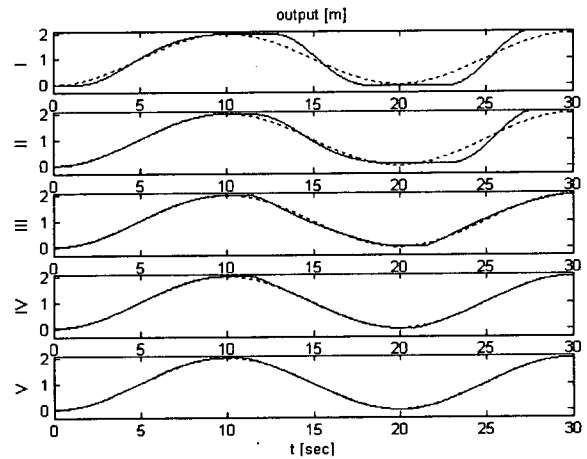


그림 5 목표치(점선)에 대한 이동 거리변화(실선)  
Fig. 5 Distance variations(solid line) for the reference trajectory (the dotted line)

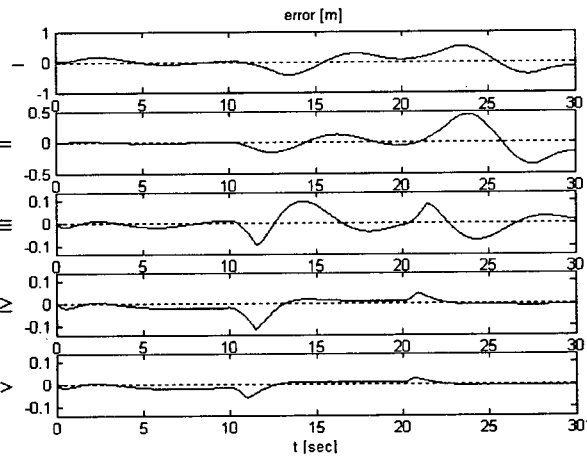


그림 6 오차변화  
Fig. 6 Error variations

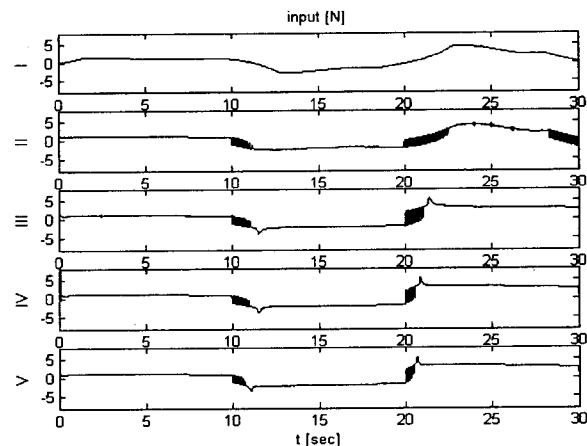


그림 7 제어 입력  
Fig. 7 Control input

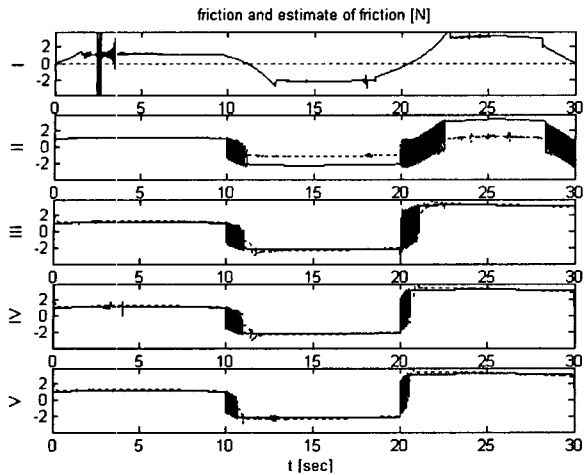


그림 8 마찰력 변화 및 마찰력 추정치  
 Fig. 8 Friction variations(solid line) and estimates of friction (dotted line)

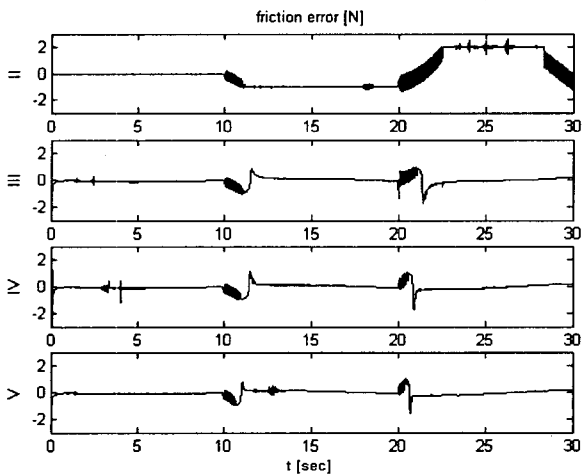


그림 9 마찰력에 대한 추정오차  
 Fig. 9 Friction estimate errors

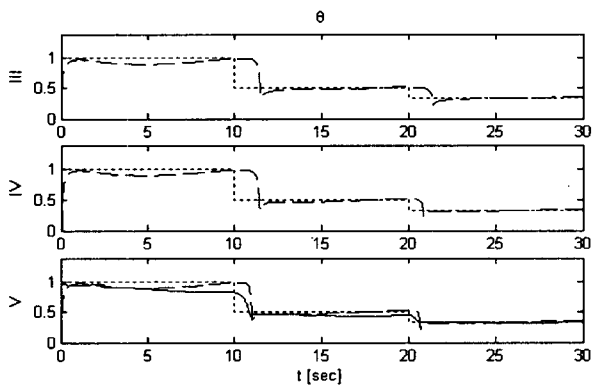


그림 10 수직항력 스케일  $\theta$ (점선)와 추정치 ( $\theta$ : 점선,  $\theta_1$ : 파선,  $\theta_2$ : 실선)  
 Fig. 10 Scale factor for normal force  $\theta$ (dotted line) and it's estimates ( $\theta$ : dotted line,  $\theta_1$ : dashed line,  $\theta_2$ : solid line)

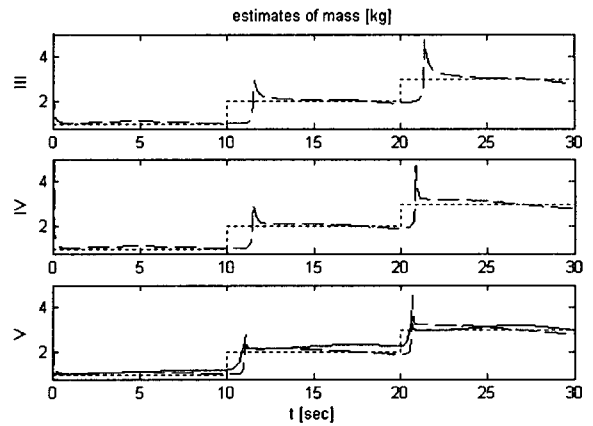


그림 11 질량변화와 추정치( $M$ : 점선,  $M_1$ : 파선,  $M_2$ : 실선)  
 Fig. 11 Variations of mass and it's estimates( $M$ : dotted line,  $M_1$ : dashed line,  $M_2$ : solid line)

제어 구간 내에서 각 경우의 성능비교를 위하여 시스템 출력의 RMS 오차를 그림 12에서 비교하였다. 제안하는 방법인 Case V는 최종시간 까지 RMS 오차가 0.38[ms]로 Case I~IV에 비하여 각각 92.8[%], 56.8[%], 17.2[%], 그리고 9.4[%]의 향상을 보였다.

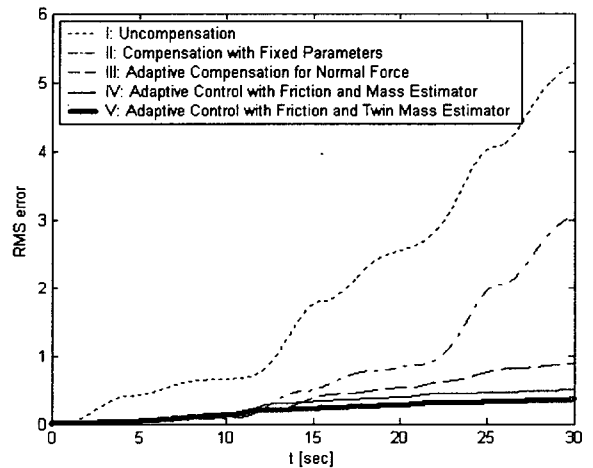


그림 12 RMS error 변화  
 Fig. 12 Variations of RMS error

본 논문에서 모델된 시스템에서 제안하는 제어방법인 Case IV와 V는 모두 질량을 추정하고 있지만, Case IV는 수직항력 추정치  $\theta_1$ 을 바로 질량 추정치  $M$ 으로 사용하여 제어 입력을 스케일하였으나, Case V는 마찰력이 보상되었다는 가정 하에 다시 질량을 추정한 값  $\theta_2$ 로 제어기를 조절하였다. 모의실험 결과에서 볼 수 있듯이  $M_1$ 은 처음에 상당히 큰 값에서 수렴하려하며, 이와는 반대로  $M_2$ 는 작은 값에서 빠른 속도로 수렴함을 알 수 있었다. 즉, 질량 추정치를 제어 입력에 대한 스케일로 이용할 때, 거대하거나 지연이 큰 시스템의 경우에는 Case IV, 민감한 시스템의 경우 Case V를 적용하는 것이 좋을 것으로 사료된다. 그리고, 이

송 구간별로 마찰계수  $\mu$ 가 일정하지 않을 경우에도 Case V가 마찰력과 질량 추정을 따로 수행하므로 더욱 적합할 것이다.

### 5. 결 론

일반적으로 선형 운동하는 서보기계 시스템에서는 마찰력이 저속 및 정밀 위치 제어시에 가장 큰 부분을 차지하는 방해 요인이라 할 수 있다. 그러나, 이동체의 질량 변화를 직접 측정하며 제어하고 있지는 않다. 또한 이에 따른 수직항력 또는 마찰력 변화도 측정하며 제어할 수는 없다. 그러나, 본 논문에서는 마찰력과 질량은 수직항력에 의해 관계하고, 시스템 입출력 관계에서도 도출할 수 있음에 착안하여, LuGre 모델을 기반으로 하는 수직항력 관측이 가능한 보상기 적용과 동시에 제어 입력과 시스템 출력 관계를 적응규칙을 통해 질량 추정기를 설계하여 제어 입력의 스케일로 사용함으로써 그 성능을 더욱 향상시킬 수 있었다.

본 연구에서는 이동체의 질량변화가 제어기 특성 및 마찰력에 가장 크게 영향을 미치므로 LuGre 마찰력 모델 내에서  $z$ 와 수직항력에 대한 정규화 파라미터  $\theta$ 만을 적응하도록 하였다. 향후 마찰력 모델 내의 강성, 댐핑 계수, Stribeck 속도 계수 등의 온도 및 구간 성질 변화에 관계된 파라미터들까지도 적용시킨다면 더욱 좋은 보상효과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국과학기술부(MOST) 국가지정연구실사업(NRL)의 지원에 의하여 이루어진 연구로서, 관계부처에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

[1] Brian Armstrong-Helouvry, Pierre Dupont, and Carlos Canudas De Wit, "A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction," *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083-1138, 1994.

[2] P. A. Bliman, "Mathematical Study of the Dahl's Friction Model," *European J. Meechanics. A/Solids*, Vol. 11, No. 6, pp. 835-848, 1992.

[3] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, P. Lischinsky, "A New Model for Control of Systems with Friction," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 419 - 425, 1995.

[4] C. Vivas, F. R. Rubio, and C. Canudas-de Wit, "Gain-scheduling Control of Systems with Dynamic Friction," *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, USA, pp. 89-94, 2002.

[5] C. Canudas de Wit and P. Lischinsky, "Adaptive Friction Compensation with Partially Known Dynamic Friction Model," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 11, pp. 65-85, 1997.

[6] K. K. Tan, T. H. Lee, S. N. Huang, and F. M. Leu, "Adaptive-Predictive Control of a Class of SISO Nonlinear Systems," *Dynamics and Control*, Kluwer Academic Publishers, Vol. 11, pp. 151-174, 2001.

[7] K. K. Tan, S. N. Huang, and T. H. Lee, "Robust Adaptive Numerical Compensation for Friction and Force Ripple in Permanent-Magnet Linear Motors," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 38, No. 1, pp. 221-228, 2002.

[8] Bin Yao and Li Xu, "Adaptive Robust Motion Control of Linear Motors for Precision Manufacturing," *Mechatronics*, Rergamon, Vol. 12, pp. 595-616, 2002.

[9] P. A. Ioannou, J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, 1996.

[10] C. E. Celik, "Modeling and Identification of Friction in Dynamic Systems," Thesis for Degree of Ph. D, Dept. of Mechanical Engineering, Carnegie Mellon University, USA, September, 2000.

[11] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, New York: Macmillan, 1992.

[12] B. G. Jeon and G. J. Jeon, "Adaptive High Precision Control of Dynamic System using Friction Compensation Schemes," *KIEE*, Vol. 49D, No. 10, pp. 555-562, 2000.

[13] Sungyeol Kim and Injoong Ha, "Friction Identification without Information of Acceleration," *KIEE*, Vol. 51D, No. 3, pp. 89-95, 2002.

### 저 자 소 개



#### 이진우 (李晋宇)

1972년 7월 15일생. 1998년 경남대 전기공학과 졸업. 2000년 동아대 대학원 전기공학과 졸업(공학). 2000년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정  
 Tel : 051) 200-6950  
 Fax : 051) 200-7743  
 E-mail : jinwoo@donga.ac.kr





**이 영 진 (李 榮 珍)**

1966년 6월 17일생. 1992년 동아대 전기공학과 졸업. 1994년 동 대학원 전기공학과 졸업(공석). 2000년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 2000년~현재 사천항공기능대 계측제어과 교수

Tel : 055) 830-3482

Fax : 055) 830-3489

E-mail : airlee011@hanmail.net



**이 권 순 (李 權 純)**

1955년 1월 18일생. 1973년 충남대 졸업. 1997년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(공석). 1990년 미국 Oregon 주립대 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공박).

1982년~현재 동아대 전기공학과 정교수

Tel : 051) 200-7739

Fax : 051) 200-7743

E-mail : kslee@dau.ac.kr



**서 진 호 (徐 振 瑚)**

1969년 12월 27일생. 1993년 한양대 수학과 졸업. 1998년 부경대 대학원 제어공학과 졸업(공석). 2002년 동경공대 제어시스템공학과 졸업(공박). 2004년~현재 동아대 전기공학과 Post-Doc.

Tel : 051) 200-6950

Fax : 051) 200-7743

E-mail : suhgang@hanmail.net