

## p-Version 비선형 유한요소모델에 의한 2방향 철근 콘크리트 슬래브의 역학적 거동해석

### Structural Behavior Analysis of Two-way RC Slabs by p-Version Nonlinear Finite Element Model

조진구\* · 박진환\*\*

Cho, Jin Goo · Park, Jin Hwan

#### Abstract

This study is focused on modeling to predict the behavior of two-way RC slabs. A new finite element model will be presented to analyze the nonlinear behavior of RC slabs. The numerical approach is based on the  $p$ -version degenerate shell element including theory of anisotropic laminated composites, theory of materially and geometrically nonlinear plates. In the nonlinear formulation of this model, the total Lagrangian formulation is adopted with large deflections and moderate rotations being accounted for in the sense of von Karman hypothesis. The material model is based on the Kuper's yield criterion, hardening rule, and crushing condition. The validity of the proposed  $p$ -version nonlinear RC finite element model is demonstrated through the load-deflection curves and the ultimate loads. It is shown that the proposed model is able to adequately predict the deflection and ultimate load of two-way slabs with respect to steel arrangements and steel ratios.

*Keywords : p-version nonlinear RC finite element model, Two-way RC slabs, Degenerate shell element, Equivalent single-layered shell theory*

#### I. 서 론

컴퓨터의 놀라운 발전과 유한요소법의 확장으로 철근콘크리트 구조물을 보다 정교하게 해석 할 수 있는 수치모델들이 제안되고 있다. 철근콘크리트

구조물의 해석을 위한 유한요소모델은 크게 두 가지 유형으로 나누어 볼 수 있다. 첫째는 수정 강성도법(modified stiffness approach)이고, 둘째는 적층법(layer approach)이다. 본 연구에서 채택하여 사용하려고 하는 모델은 Hinton과 Owen(1984)이 제안한 등가단층법(equivalent single-layered approach)에 기초를 둔 퇴화 쉘요소(degenerate shell element) 모델이다. 철근콘크리트 슬래브의 유한요소해석은 콘크리트 압축강도식, 콘크리트의 균열모델, 인장강화효과(tension stiffening effect),

\* 전남대학교 농업생명과학대학, 농업과학기술 연구소

\*\* 영남대학교 공업기술 연구소

\* Corresponding author. Tel.: +82-62-530-2151

Fax: +82-62-530-2159

E-mail address: chojg@chonnam.ac.kr

철근모델 및 부착모델, 크리프 효과 등이 고려되어야 할 사항이다.

한편, 본 연구에서 적용하려고 하는  $p$ -version 유한요소법은 해의 빠른 수렴성과 입력자료의 영향에 민감하지 않은 해의 통용성, 그리고 모델링의 단순성 때문에 최근 많은 연구가 이루어지고 있다.<sup>5),9),11)</sup>  $p$ -version 유한요소법에 이용되는 형상함수로는 일반적으로 적분형 르장드르 다항식이 사용된다. 르장드르 형상함수에도 내부모드의 선택 조건에 따라 Lagrange set와 Serendipity set로 대별되며 전단구속현상에 보다 강력히 대처할 수 있도록 새로운 형상함수인 "enriched-serendipity"가 제안되기도 하였다(Cote A. and F. Charron, 2001). Szabo와 Babuska(1992)에 의해 르장드르 형상함수를 이용한  $p$ -version 유한요소법은 Stress Check(2000), ANSYS(2000)와 같은 첨단 상용유한요소프로그램에 도입되어 그 사용빈도가 급속도로 증가하는 추세에 있다. 뿐만 아니라 최근에는 비선형 문제에도 적용이 이루어지고 있다<sup>4),8),11)</sup>

본 연구에서 철근콘크리트 슬래브의 역학적 거동 해석을 함에 있어서 사용된  $p$ -version 비선형 적층셸요소는 재료 및 기하비선형을 고려할 수 있는 적층셸이론에 기초하고 있다. 기하비선형의 경우 Total Lagrangian 기법에 기초한 von Karman의 대변형-소변형률 이론을 사용하였고, 재료비선형의 경우 증분소성이론(Incremental theory of plasticity)에 근거를 두고 Kupfer(1969)가 제시한 콘크리트의 항복기준과 경화법칙(hardening rule) 그리고 그에 따른 파괴기준을 사용하였다. 평판의 두께 방향으로 Mawenya에 의해 제안된 층상화 기법(layered model)이 사용되었으며 이때 철근은 등가의 철근층으로 환산되었다. 적분형 르장드르 다항식(integrals of Legendre polynomials)이 형상함수로 사용되었으며 형상함수의 차수는 1차에서 10차까지 변화시킬 수 있다. 또한, Gauss-Lobatto 수치적분법을 사용하여 절점에서도 응력값이 산출

되도록 하였다.

본 연구의 목적은 수치해석적 연구로 기존의 유한요소방식인  $h$ -version 유한요소법을 대체할 수 있는 새로운 알고리즘인  $p$ -version 유한요소법을 주변에서 지지된 철근 콘크리트 슬래브의 해석에 적용하여 그의 역학적 거동 특성을 규명하는데 있다. 이를 위해 2방향 철근콘크리트 슬래브의 배근 방향과 철근비에 따른 처짐, 극한하중의 변화를 분석하였다. 수치해석의 적정성은 철근콘크리트 슬래브에 대한 해석 값과 문헌의 값들을 비교 분석함으로써 검토되었다.

## II. $p$ -version 비선형 RC 유한요소 모델

### 1. 계층적 퇴화 셸요소(Hierarchical degenerate shell element)

퇴화 셸요소는 연속체역학의 3차원 방정식을 직접적으로 이산화함으로써 일반적 셸이론의 복잡성을 피할 수 있으며 정식화는 Mindlin의 휨 이론을 기초로 한다. Fig. 1과 같이 절점  $k$ 에서의 자유도는 3개의 직선변위( $u_{ik}^{mid}$ )와 2개의 회전변위( $\beta_{1k}, \beta_{2k}$ )로서 5 자유도가 된다.  $p$ -version 유한요소법에서의 사상함수(mapping function) 식 (1)은 절점모드(vertex mode)만으로 형상함수를 표현한 저매개변수(sub-parametric) 개념을 사용하고 있다. 식 (1)의 첫 번째 항은 중립면에서의 수직방향의 절편을 나타내며 두 번째 항은 이 수직선에서의 절점 위치를 나타낸다.

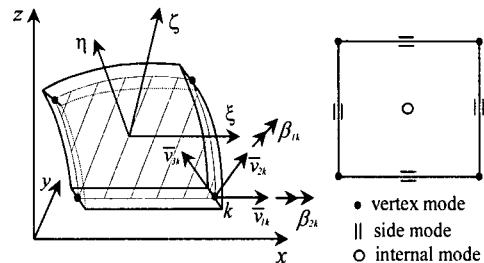


Fig. 1 Coordinate systems in degenerate shell element

$$x_i = \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k(\xi, \eta) x_{ik}^{mid} + \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k(\xi, \eta) \frac{h_k}{2} \zeta \bar{v}_{3k}^i \quad (1)$$

여기서,  $i (=1, 2, 3)$ 는 전체좌표  $x, y, z$ 를 의미하며  $h_k$ 는  $k$ 절점에서의 쉘의 두께,  $\Psi_k(\xi, \eta)$ 는 적분형 르장드르 형상함수,  $N_c$ 는 모서리절점(corner node)의 개수,  $\bar{v}_{3k}^i$ 는 절점  $k$ 에서중립면에 수직방향의 절점좌표계 성분의 전체좌표계로의 단위벡터성분을 나타낸다. 요소변위장은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$u_i = \sum_{k=1}^{N_p} \Psi_k(\xi, \eta) u_{ik}^{mid} + \sum_{k=1}^{N_p} \Psi_k(\xi, \eta) \frac{h_k}{2} [\bar{v}_{1k} \quad \bar{v}_{2k}] \begin{bmatrix} \beta_{1k} \\ \beta_{2k} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2)$$

여기서,  $\bar{v}_{1k}$ 와  $\bar{v}_{2k}$ 는  $k$ 절점의 절점좌표계에서의 단위벡터, 그리고  $N_p$ 는 형상함수의 차수  $p$ 에 따른 요소내의 전체 절점수를 나타낸다. 그러므로 형상함수의 차수  $p$ 가 1차인 경우를 제외하고는  $N_c < N_p$  이므로 제한된 계층적 퇴화 쉘 요소는 기본적으로 저매개변수 요소가 된다. 적분형 르장드르 다항식을 기초로한 형상함수는 세가지 모드로 분류할 수 있다. 첫 번째 그룹은 절점모드라 하며 형상함수의 차수  $p$ 가 1일 때 4개의 구석절점에서 정의 되는 절점형상함수(nodal shape function)로서  $h$ -version 유한요소법에서 사용하는 1차 라그랑지안 형상함수와 동일하다.

두 번째 모드는 주변 모드(side mode)라 하며, 형상함수의 차수  $p$ 가 2차 이상에서 발생하며,  $4(p-1)$ 개의 형상함수가 생성된다.

$$\begin{aligned} \Psi_i^{(1)} &= \frac{1}{2} (1-\eta) \Phi_i(\xi), \quad i = 2, \dots, p \\ \Psi_i^{(2)} &= \frac{1}{2} (1+\xi) \Phi_i(\eta), \quad i = 2, \dots, p \dots \dots (3) \\ \Psi_i^{(3)} &= \frac{1}{2} (1+\eta) \Phi_i(\xi), \quad i = 2, \dots, p \\ \Psi_i^{(4)} &= \frac{1}{2} (1-\xi) \Phi_i(\eta), \quad i = 2, \dots, p \end{aligned}$$

여기서,

$$\Phi_i(\xi) = \sqrt{\frac{2i-1}{2}} \int_{-1}^{\xi} P_{i-1}(s) ds, \quad i = 2, 3, \dots (4)$$

여기서,  $P(s)$ 는 르장드르 다항식이며 윗첨자 (1)~(4)는 Fig. 1에서 요소의 변을 나타낸다. 세 번째 그룹은 내부 모드(internal mode)이며 형상함수의 차수  $p$ 가 4차 이상에서  $(p-2)(p-3)/2$  개의 형상함수가 요소 내부에서 생성되며, 거품모드(bubble mode)라고도 한다.

$$\Psi_i^{(o)} = \Phi_i(\xi) \Phi_j(\eta), \quad i = 2, 3, \dots, p, \quad j = 2, 3, \dots, p \dots \dots \dots (5)$$

여기서,  $p = i + j$ 가 되며  $p=4$ 일 때,  $i=2, j=2$ 가 되며,  $p=5$ 일 때  $i=3, j=2$  그리고  $i=2, j=3$ 이 된다.

### 2. 기하비선형 변형률-변위 관계

Green-Lagrangian 변형률텐서에 의해 정의된 변형률 텐서는 유한변위의 평가에 있어서 운동학적 적합조건 하에서 이차항을 고려한 변위로부터 구해진다. 변형률텐서는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \dots (6)$$

### 3. RC 슬래브의 재료비선형 모델

#### 가. 콘크리트의 압축모델

콘크리트의 압축거동은 항복조건, 유동법칙, 경화법칙 및 파괴조건등과 같은 소성흐름에 근거한 비선형 응력-변형을 관계를 이용하였다. 전단 변형을 무시할 수 없는 두꺼운 판이나 쉘의 거동 해석에서는 3축항복조건(triaxial yield criterion)이 적용되어야한다. 이 조건은 처음 2개의 응력 불변량과 재료 매개변수를 사용하여 식 (7)과 같이 표현된다.<sup>3),7),11)</sup>

$$f(I_1, J_2) = [\alpha I_1 + \beta(3J_2)]^{1/2} = \sigma_o \dots\dots\dots (7)$$

여기서  $I_1, J_2$ : 제1 및 제2 응력불변량  
(stress invariants)

$\alpha$ 와  $\beta$ : 재료상수로서 Kupfer(1969)가 제시한 값을 사용  
( $\alpha=0.355 \sigma_o, \beta=1.355 \sigma_o$ ).

$\sigma_o$ 는 1축 응력-변형을 시험으로부터 구한 등가압축응력이며 탄소성 모델에서는 극한응력  $f_c'$  를 의미한다. 압축응력  $\sigma_o$ 가 극한응력의 30% 즉,  $0.3 f_c'$  에 도달할 때까지 콘크리트는 선형 탄성거동을 한다고 가정한다. 그러나  $\sigma_o$ 가  $0.3 f_c'$  를 넘어서면 콘크리트의 유동법칙(flow rule)과 변형률경화법칙(strain hardening rule)에 의해 항복면이 결정되고 식 (8)에 의해 소성변형률이 계산된다.

$$\epsilon_p = \epsilon_o \left( 1 - \frac{\sigma_o}{2f_c'} + \sqrt{1 - \frac{\sigma_o}{2f_c'}} \right), \quad 0.3f_c' < \sigma_o \leq f_c' \dots\dots\dots (8)$$

여기서,  $\epsilon_o = 2f_c' / E_o$ ,  $\epsilon_p$ : 소성변형률,  $f_c'$ : 콘크리트의 극한응력

압축응력은 식 (9)에 의해 계산되며,  $E_o$ 는 초기 탄성계수를 나타낸다.

$$\sigma_o = -E_o \epsilon_p + \sqrt{2E_o^2 \epsilon_o \epsilon_p}; \quad 0.3f_c' < \sigma_o \leq f_c' \dots\dots\dots (9)$$

콘크리트의 압축파괴는 변형률에 의해서 결정된다. 그러나 다축응력상태에서 콘크리트의 극한하중-변형률 관계식에 관한 실험 자료가 충분하지 않기 때문에 식 (7)에서 단순히 응력을 변형률로 변환하고 제 1 및 제 2 변형률 불변량의 함수로 나타내면 식 (10)과 같이 표현된다.

$$[\alpha I_1' + \beta(3J_2')]^{1/2} = \epsilon_u \dots\dots\dots (10)$$

여기서  $I_1'$  및  $J_2'$ : 제1 및 제2 변형률 불변량  
 $\epsilon_u$ : 1축 시험에서 구해진 극한 변형률  
 $\alpha$ 와  $\beta$ 는 재료상수로서 Kupfer<sup>6)</sup>가 제시한 값을 사용하였다.

압축축 콘크리트의 극한변형률  $\epsilon_u$ 가 극한변형률로서 규정된 값에 도달하면 파괴로 간주하고 콘크리트의 강도와 강성은 0이 된다.

#### 나. 콘크리트의 인장모델

콘크리트의 인장 거동은 균열이 발생할 때까지는 선형탄성 거동을 하며 등방성 특성을 갖는다. 균열은 다양한 변수의 영향을 받지만 본 연구에서는 균열의 발생기준을 인장응력에 초점을 두어 설정하였다. 즉, 콘크리트의 주인장응력이 인장강도  $f_t$ 에 도달하면 주 인장응력의 직각방향으로 제 1균열이 발생되고 균열이 발생한 후에는 균열면에 수직인 방향으로의 탄성계수와 포와송비는 0으로 되고 재료는 직교이방성의 성질을 지닌다. 균열모델은 분산균열모델(smearred crack model)을 사용하였고 균열이 발생된 후의 콘크리트 거동은 인장 강성계수( $\alpha, \epsilon_m$ )의 함수가 된다. 인장강화효과에 의해서 식 (11)과 같이 변형률  $\epsilon_i$ 의 크기에 따라 균열 후의 인장응력이 계산된다.

$$\sigma_i = \alpha f_t (1 - \epsilon_i / \epsilon_m), \quad \epsilon_i \leq \epsilon_i \leq \epsilon_m \dots\dots\dots (11)$$

주인장응력  $\sigma_2$ 도  $f_t$ 에 도달하면 제2균열이 발생된다.

다. 철근의 비선형 모델

철근은 등가의 두께를 갖는 분산 분포된 층으로 환산되고 각 철근은 축방향력에만 저항하는 1축 거동을 하는 것으로 모델링 하였다. 콘크리트 속의 철근은 항복 후 완전소성이 아니라, 선형변형경화를 하는 것으로 가정하였다. 탄소성 재료의 응력-변형률관계의 증분형태는 식 (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} \cdot d\epsilon_{kl} \dots\dots\dots (12)$$

여기서,  $C^{ep}$  는 탄소성 계수이며 식 (13)으로 구할 수 있다.

$$C_{ijkl}^{ep} = \kappa\delta_{ij}\delta_{kl} + 2G(\delta_{ik}\delta_{jl} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}) - 2G\gamma \frac{3}{2} \frac{\sigma'_{ij}\sigma'_{kl}}{\sigma^2} \dots\dots\dots (13)$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{1 + H/(3G)} \quad \kappa = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad H = \frac{d\sigma}{d\epsilon_p}$$

여기서  $E$ ,  $G$  와  $\alpha$ 는 Young 계수, 전단탄성계수와 체적계수이며,  $\nu$ 는 포와송 비,  $\sigma'_{ij}$ ,  $\sigma'_{kl}$  는 축차응력이며  $\sigma$ ,  $d\epsilon_p$  는 각각 유효응력과 증분유효소성변형률이다.  $H$  는 소성경화계수이며  $C^{ep}$  는 대칭 4차 텐서량이다.

III. p-version 유한요소 모델의 검증

본 연구에서 사용된 p-version 유한요소 모델의 적용성을 알아보기 위하여 모서리점으로부터 내측으로 약간 떨어진 4개의 점에서 지지되고 중앙에 집중하중을 받는 철근 콘크리트 슬래브의 해석에 적용하였다. 본 예제는 p-version 유한요소 모델의 검증이 목적이므로 문헌(Owen, 1984)에서 해

석된 구조물을 사용하였으며 재료성질과 하중도 동일하게 하였다. 수치적분법으로는 Gauss-Lobatto 적분법을 채택하여 요소의 중앙점과 절점에서의 응력값을 직접 계산할 수 있도록 하였다.

해석에 사용된 철근콘크리트 슬래브의 기하형상은 Fig. 2과 같고 모서리점으로부터 내측으로 약간 떨어진 4개의 점에서 지지된 관계로 4개의 p-version 요소를 사용하였다. 슬래브의 두께 방향으로 8개의 콘크리트 층과 4개의 철근 층으로 층분할 하였다. 재료의 물성치는 Table 1의 material-1과 같다.

p-version 유한요소모델의 검증을 위하여 모델의 차수 p=5 및 6으로하고 A점에서의 하중-처짐 곡선을 11개의 8-절점 등매개변수요소를 사용한 Owen<sup>4)</sup>의 해석치, 11개의 9-절점 등매개변수 요소를 사용한 Owen<sup>4)</sup>의 해석치 그리고, p-version 유한요소모델의 해석치를 함께 비교하여 Fig. 3에

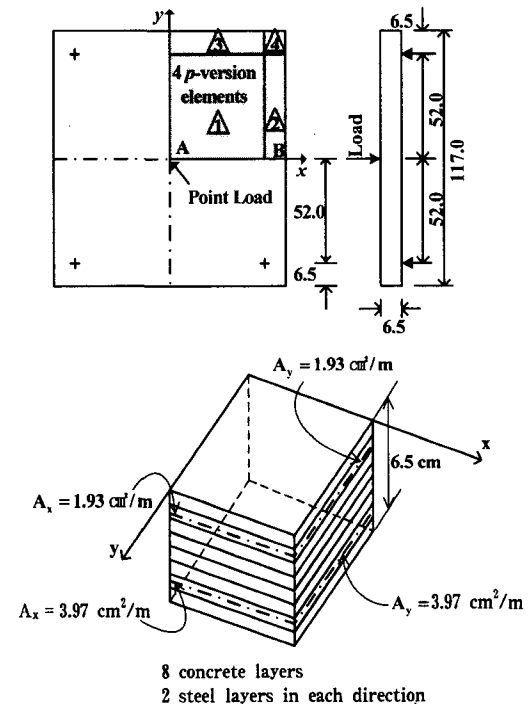


Fig. 2 p-Version finite element model of corner supported RC slabs subject to a point load

Table 1 Material properties

(unit: cm, kN)

Material properties		material-1	material-2
Con- crete	Young modulus $E_c$	1640.0	2,550.0
	Poisson's ratio $\nu$	0.0	0.18
	Ult. comp. st. $f'_c$	4.30	4.30
	Ult. tens. st. $f_t$	4.30	0.35
	Ult. comp. strn. $\epsilon_u$	0.003	0.003
Steel	Young modulus $E_s$	20100.0	20,000.0
	Yield stress $f_y$	60.0	41.2

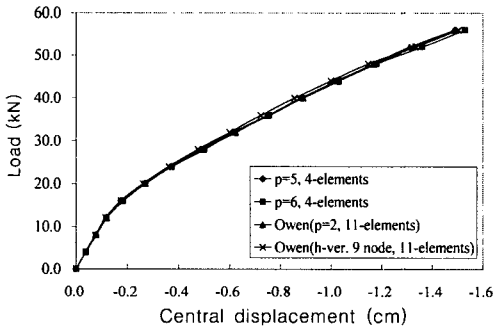


Fig. 3 Load-displacements curves of corner supported RC slabs with a point load

나타냈다.

p-version 모델의 해석치는 선형 및 비선형 영역에서 Owen의 해석치와 거의 일치하는 것을 알 수 있다.

#### IV. 수치예 및 고찰

수치예제를 제시하기 위하여 Fig. 4와 같은 사변 고정 철근 콘크리트 슬래브를 해석하였다. 체눈 설계는 대칭성을 고려하여 전체영역의 1/4만을 모델링 하였고 슬래브의 두께 방향으로 8개의 콘크리트 층과 4개의 철근층으로 층 분할하였다. 사용된 재료의 물성치는 Table 1의 material-2와 같다.

먼저 적절한 분할수 및 형상함수의 차수 p의 값을 알아보기 위하여 슬래브를 1개의 요소로서 분할

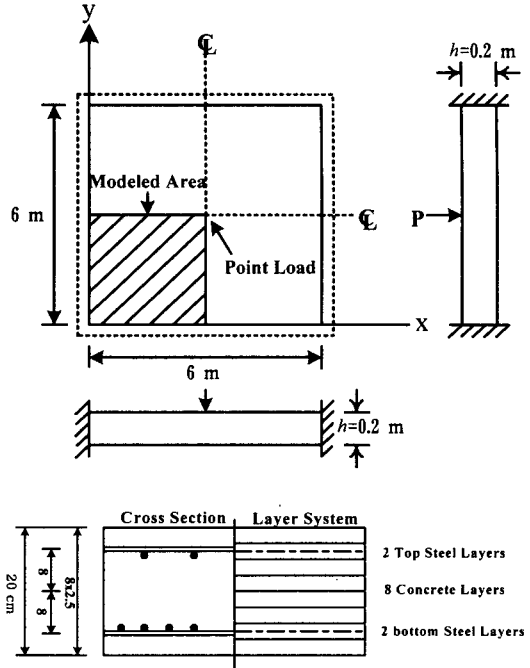


Fig. 4 p-Version finite element model and layer model of clamped RC slabs with a point load

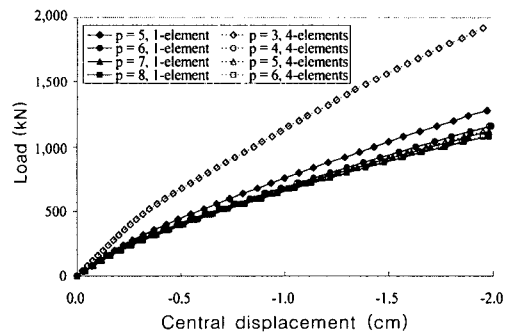


Fig. 5 Load-displacement curves with respect to p-levels and number of elements

한 경우와 4개의 요소로서 분할하였을 경우 슬래브 중앙의 하중-처짐 곡선은 Fig. 5와 같다.

먼저 해석영역을 1개의 요소로서 분할한 경우 형상함수의 차수 p가 6 이상이면 해가 수렴하는 것을 알 수 있으며 한편 4개의 요소로서 해석영역을 분할한 경우에는 형상함수의 차수 p가 4 이상이면 해가 수렴하는 것을 알 수 있다. 이러한 분석을 통하

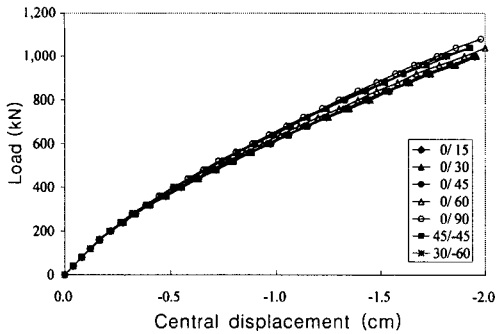


Fig. 6 Load-displacement curves with respect to angles of reinforcing steel arrangement

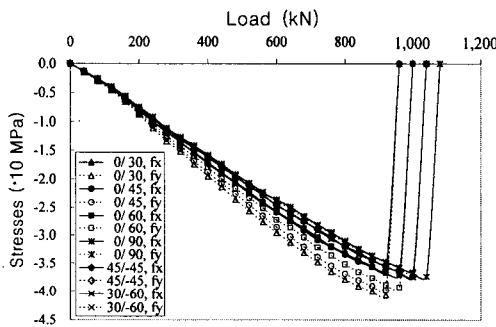


Fig. 7 Stress variation of top fiber of two-way RC slabs

여 1 개의 요소로서 해석 영역을 분할하고 형상합수의 차수  $p=8$ 로 고정하였다.

2방향으로의 철근의 배근 방향을 변화 시켰을 경우 하중-처짐 곡선은 Fig. 6과 같다.

2방향으로의 철근의 배근 방향이 0/90, 45/-45 및 30/-60 일 때 처짐은 비교적 작게 나타났으며 특히 0/90일 때 가장 작은 처짐을 나타냈다. 예를 들어 하중 100 kN에서 처짐은 철근의 배근 방향에 따라 1.77 cm~1.96 cm로서 약 11%의 차이를 보였다. 일반적으로 2방향으로 배근된 철근 사이의 각도가 90°인 경우 처짐은 작게 나타났으며 이 각도가 감소할 수록 처짐은 증가하였다.

한편 철근의 배근 방향에 따른 슬래브 윗면 콘크리트 응력은 Fig. 7과 같다.

2방향으로의 철근의 배근 방향이 0/90 일 때 파

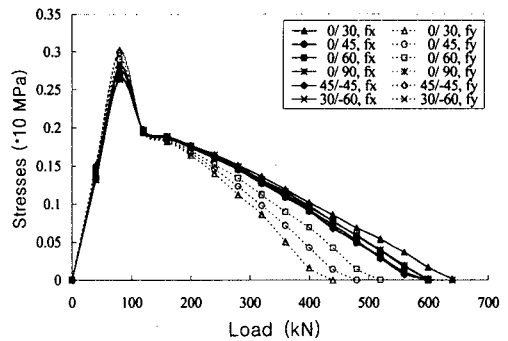


Fig. 8 Stress variation of bottom fiber of two-way RC slabs

괴하중은 1,080 kN으로서 최대값을 나타냈으며 배근 방향이 45/-45 및 30/-60 일 때 파괴하중은 1,040 kN, 0/60의 경우 1,000 kN 그리고 배근 방향이 0/30 및 0/45 일 때 파괴하중은 960 kN으로서 가장 작게 나타났다. 철근의 배근 방향에 따라 파괴하중의 크기는 약 12%의 차이를 보였다. 이는 철근의 배근 방향에 따른 처짐의 차이와 거의 일치되었다.

한편 철근의 배근 방향에 따른 슬래브 아랫면 콘크리트 응력은 Fig. 8과 같다.

2방향으로 철근이 배근된 경우 배근방향에 따라 파괴하중은 440 kN~600 kN 으로서 약 27%의 차이를 보였다. 이를 윗면 콘크리트의 파괴하중의 차이 12%와 비교하면 철근의 배근방향의 영향은 슬래브 아랫면에서 더 크게 받고 있음을 알 수 있다.

2방향으로의 철근의 배근방향을 0/90으로 하고 전체 철근량의 각 방향으로의 배근비율을 다르게 하였을 경우 슬래브 중앙의 하중-처짐 곡선은 Fig. 9와 같다.

철근의 배근비율이 50%:50%부터 70%:30%까지는 슬래브 중앙 처짐은 거의 일치되었지만 어느 1방향으로의 배근비율이 80% 이상인 경우에는 처짐이 약간씩 증가되었다. 예를들어 하중 100 kN에서 처짐은 철근의 배근 비율에 따라 1.77 cm~1.91 cm로서 약 7.9%의 차이를 나타냈다.

한편 철근의 배근 비율에 따른 슬래브 중앙 윗면

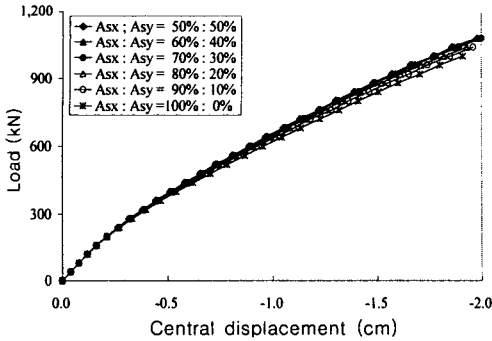


Fig. 9 Load-displacement characteristics with respect to steel ratio

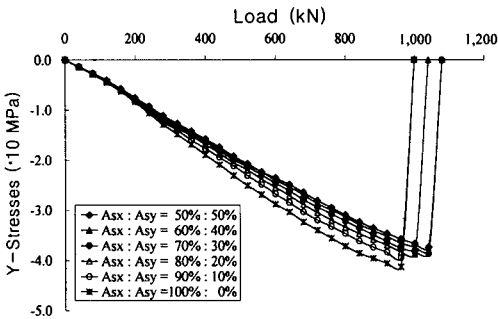


Fig. 10 Stress distribution of top fiber of two-way RC slabs with respect to steel ratios

콘크리트 응력의 크기는 Fig. 10과 같다.

2방향으로의 철근의 배근비율의 차이가 커짐에 따라 단면의 응력은 점차로 증가되고 파괴하중은 감소되는 것을 알 수 있다. 구체적으로 배근비율 50%:50%부터 70%:30% 까지 콘크리트의 파괴하중은 1,080 kN 이었다. 그러나 철근의 배근비율이 80%:20% 일 경우에는 파괴하중의 크기는 1,040 kN으로 감소하였다. 한편 철근의 배근비율이 90%:10% 일 경우 및 1방향으로만 철근이 배근되는 경우 파괴하중의 크기는 1,000 kN 으로서 철근의 배근비율을 같게 한 경우의 약 92%의 강도를 나타냈다. X-방향 응력의 변화도 Y-방향의 경우와 유사하였기 때문에 그림의 제시는 생략하였다.

철근의 배근비율에 따른 슬래브 중앙 아랫면 콘크리트 응력은 Fig. 11과 같다.

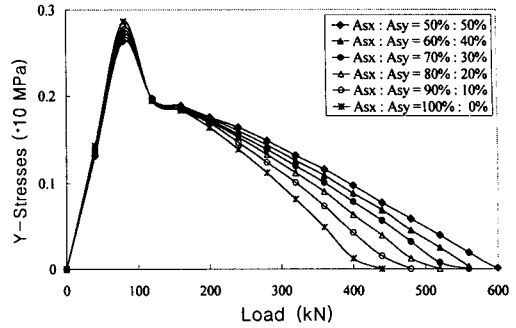


Fig. 11 Stress distribution of bottom fiber of two-way RC slabs with respect to steel ratios

철근 배근비율이 같은 경우 아랫면 콘크리트는 하중 600 kN일 때 파괴되었다. 그러나 철근 비율을 다르게 하는 경우 배근비율의 차이가 많아 질수록 파괴하중은 감소되었고 철근이 적게 배근되는 방향의 응력이 먼저 파괴응력에 도달하였다. 한 예로서 철근 배근비율이 50%:50%인 경우 아랫면 콘크리트는 600 kN의 하중에서, 그리고 1방향으로만 철근을 배근한 경우 아랫면 콘크리트는 440 kN의 하중에서 파괴되었다. 즉 철근을 같은 비율로 배근한 경우의 파괴하중의 73%의 강도를 나타냈다. X-방향 응력의 변화도 Y-방향의 경우와 유사하였기 때문에 그림의 제시는 생략하였다.

철근의 배근 방향을 0/90 그리고 철근의 배근비율을 50%:50%로 하였을 경우 하중증가에 따른 슬래브 중앙단면에서의 응력의 변화과정은 Fig. 12와 같다.

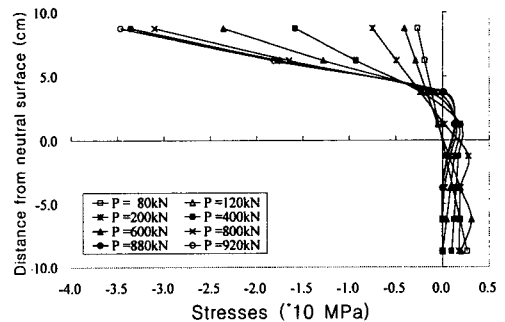


Fig. 12 Stress variation across the thickness with respect to load increment



하중증가에 따른 균열의 발생 및 균열의 깊이가 점증적으로 중립축에 접근함을 육안으로 확인 할 수 있으며 중립축의 상승 그리고 압축응력의 증가 과정을 알 수 있다.

## V. 요약 및 결론

본 연구의 목적은 주변고정 철근콘크리트 슬래브의 역학적 거동 특성을 규명하기 위한 것으로 이를 위하여 비선형 *p*-version 적층셀요소가 채용되었고 형상함수로는 적분형 르장드르 다항식이 사용되었다. 사용된 적층셀요소는 재료 및 기하 비선형을 모두 고려할 수 있는 적층셀이론에 기초하고 있다. 기하 비선형은 von Karman의 대변형-소변형률 이론을 사용하였고 재료 비선형은 Kupfer가 제시한 콘크리트 항복 기준과 경화법칙 그리고 파괴기준을 사용하였다. 사용된 *p*-version 모델의 적용성은 Owen의 *h*-version 해석결과 비교 분석되었다. 본 연구에서 제시된 수치예를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 철근을 2방향으로 배근하는 경우 배근방향에 따라 처짐은 1.77 cm~1.96 cm로서 약 11%의 차이를 보였다. 일반적으로 배근된 철근 사이의 각도가 90°인 경우 처짐은 작게 나타났으며 철근 사이의 각도가 감소할수록 처짐은 증가하였다.

2) 철근을 2방향으로 배근하는 경우 배근 방향에 따라 슬래브 윗면 콘크리트의 파괴하중은 1,080 kN~960 kN으로서 약 12%의 차이를 보였다. 한편 철근의 배근방향에 따라 슬래브 아랫면 콘크리트의 파괴하중은 440 kN~600 kN 으로서 약 27%의 차이를 보였다. 즉 철근의 배근 방향의 영향은 슬래브 아랫면에서 더 크게 받고 있음을 알 수 있었다.

3) 전체 철근량을 2방향으로 배근하는 경우 철근의 배근비율이 50% : 50%부터 70% : 30%까지는 슬래브 중앙 처짐은 거의 일치되었지만 어느 1방향으로의 배근비율이 80% 이상인 경우에는 처

짐이 약간씩 증가되었다. 예를들어 하중 100 kN에서 처짐은 철근 배근 비율에 따라 1.77 cm~1.91 cm로서 약 7.9%의 차이를 나타냈다.

4) 전체 철근량을 2방향으로 배근하는 경우 철근의 배근비율에 따라 슬래브 윗면 콘크리트의 파괴하중은 1,080 kN~1,000 kN 으로서 약 8%의 차이를 나타냈다. 한편 아랫면 콘크리트의 파괴하중은 600 kN~440 kN으로 약 27%의 차이를 보였다. 2방향으로의 철근의 배근비율의 영향은 슬래브 아랫면에서 더 크게 받고 있음을 알 수 있었다.

## References

1. Cote A. and F. Charron, 2001, On the selection of *p*-version shape functions for plate vibration problems, *Comput. & Struct.*, Vol. 79, pp. 119-130
2. Edgar N.B. and K.S. Surana, 1996, On the conditioning number and the selection criteria for *p*-version approximation functions, *Comput. & Struct.*, Vol. 60, pp. 521-530
3. Hinton E. and D.R.J. Owen, 1984, *Finite Element Software for Plates and Shells*, Pine-ridge Press Ltd., Swansea, U.K
4. Hong, Chong-Hyun, Park, Jin-Hwan, Woo Kwang-Sung, 2002, *p*-version Finite Element Analysis of Composite Laminated Plates with Geometric and Material Nonlinearities, *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 22, No. 2-A, pp. 355-364. (in Korean)
5. Hu H. and W.C. Schnobrich, 1990, Nonlinear analysis of cracked reinforced concrete, *J. ACI Struct.*, Vol. 87, pp. 199-207
6. Kupfer H., K.H. Hilsdorf and H. Rush, 1969, Behaviour of concrete under biaxial stresses, *Proc. Amer. Concrete Inst.*, Vol. 66(8), pp. 656- 666
7. Lee, Hong-Pyo, Choun, Young-Sun and Shin, Jae-Chul, 2004, Nonlinear Element Analysis

- of Reinforced Concrete Structures using Elasto-plastic Material Model, Journal of the Korean Society of Civil Engineers, Vol. 24, No.5A, pp. 1073-1082. (in Korean)
8. Nie Q. and Q. Niu, 1997, p-version large strain finite element formulation and application in elasto-plastic deformation, *Comput. & Struct.*, Vol. 65, pp. 761-765
  9. Szabo B. and Babuska, 1992, *Finite element analysis*, New York, Wiley
  10. Taylor R., D.R.H. Maher, and B. Hayes, 1996, Effect of the arrangement of reinforcement on the behaviour of reinforced concrete slabs, *Magazine Concrete Res.*, Vol. 18 (55)
  11. Woo, Kwang-Sung, Park, Jin-Hwan, Hong, Chong-Hyun, 2003, Numerical prediction of the ultimate load of reinforced concrete slabs by p-version of FEM, Journal of the Korean Society of Civil Engineers, Vol. 22, No. 2-A, pp. 355-364. (in Korean)