

Use of Random Coefficient Model for Fruit Bearing Prediction in Crop Insurance¹⁾

Heungsun Park²⁾, Yong-Bum Jun³⁾, and Young-Soo Gil⁴⁾

Abstract

In order to estimate the damage of orchards due to natural disasters such as typhoon, severe rain, freezing or frost, it is necessary to estimate the number of fruit bearing before and after the damage. To estimate the fruit bearing after the damages are easily done by delegations, but it cost too high to survey every insured farm household and calculate the fruit bearing before the damage. In this article, we suggest to use a random coefficient model to predict the numbers of fruit bearing in the orchards before the damage based on the tree age and the area information.

Keywords : General Linear Mixed Model, BLUP,

1. 서론

우리나라에서 농작물 피해에 대한 손해 보험은 2001년 8,086 가구를 대상으로 총 보험가입금액 925억원으로 시작하게 되어, 2004년에는 24,868 가구의 5,134억원으로 그 규모가 급속하게 성장하여 왔다. 특히, 우리나라의 경우, 농작물에 대한 여름철의 태풍, 집중호우 등의 피해로 어느 나라보다 농작물에 대한 손해보험이 요구되는 실정이나, 현재까지 보험에 대한 농민들의 인식부족과 다양한 보험 상품의 부재로 인해 보험가입자나 가입액이 선진국에 비해 적었던 것이 사실이다. 그러나 최근에 보험 상품의 발달과 체계적이고 과학적인 영농방법에 대한 관심이 높아짐에 따라 예기치 못한 손해를 대비하는 보험에 대한 농민의 관심이 높아지고 있다.

본 연구에서는, 2002년과 2003년에 걸쳐서 전국 시/도별 농작물손해보험 가입자들의 재배 품목(사과, 배)과 품종(후지왜성, 장십랑소식) 별로, 각 시/도 단위당 나무의 수령(나이)에 따라 5~50개 나무의 숙아내기 작업을 끝난 후의 과실의 착과수를 관찰하여 기록한 자료를 사용하였다. 착

1) This work was supported by Hankuk University of Foreign Studies Research Fund of 2005.

2) Professor, Department of Statistics, Hankuk University of Foreign Studies, Yongin, Korea 449-791,
E-mail : hspark@hufs.ac.kr

3) Graduate Student, Department of Statistics, Hankuk University of Foreign Studies, Yongin, 449-791

4) Graduate Student, Department of Statistics, Hankuk University of Foreign Studies, Yongin, 449-791

과수에 대한 예측은 농가의 피해보상과 밀접한 관계가 있는데, 만일 착과수에 대한 예측자료가 없다면 태풍, 집중호우, 동상해, 우박 등으로 피해가 발생한 농가에 지급하는 손해보상액은 피해농가의 주장에 상당부분 의존함으로써 지급에 적정성을 기하기가 지난하다. 이러한 이유로, 보험가입 농가에 대한 평균착과수를 알기 위해 봄철에 보험에 가입한 농가의 경우, 5-6월경에 파견된 조사단이 가입농가의 표본으로 추출된 나무로 착과수를 조사한다. 가입하는 가구마다 가입 시에 착과수를 위한 표본설계를 따로 해서 적정수의 표본을 확보하는 것이 바람직하겠지만 실행할 수 없는 것이 또한 현실이다. 이러한 연유로, 보험회사는 보험가입 당시 조사단에 의해 수집된 그 해 가입농가들의 착과수 자료로부터 '수령이 같은 나무의 착과수 평균'을 그 피해가구의 예상 산출량으로 간주하고, 이를 종합하여 전체 가입농가의 과일 생산규모를 예측해 오고 있다.

그러나, 과실의 평균착과수는 나무의 수령 외에, 지형적 특성, 기후적 특성에 따라 많은 차이가 있을 수 있다는 견해가 지배적이며, 이를 무시한 기존방법 보다는 이를 활용한 착과수 예측모형이 요구되어 온 실정이다. 물론, 지역별로 같은 수령을 가지는 과실수에 대한 평균값이 착과수 예측값으로 사용될 수도 있겠지만, 그 지역에 대한 표본의 수가 적은 경우가 많고(<7), 생물학적으로 볼 때, 수령에 따른 착과수는 일정한 성장곡선 같은 부드러운 추세에 근거해야 할 것이지, 시간이 흐름에 따라 들쭉날쭉한 형태의 추정은 바람직하지 않다고 보기 때문에 모형에 의한 추정이 필요한 상태이다.

따라서, 본 연구는 임의계수모형(random coefficient model)을 사용하여, 배나무 혹은 사과나무가 속한 지역정보와 나무의 수령이 주어질 때, 과실의 평균착과수를 쉽게 예측하는 모형을 제시하고자 한다. 여기서, 기후적 특성(강수량, 평균기온 등)은 가입농가의 지역적 위치와 밀접한 관계가 있다고 생각되어 지역변수만을 고려하기로 했다. 그리고, 예측모형으로서 임의계수모형을 선택한 이유는 본 연구에서 사용된 지역들이 전체모집단에서 추출된 일부 지역이기 때문이다. 이러한 예측방법은 본 논문에서 사용한 사과, 배외에 복숭아, 포도, 단감, 감귤 등의 착과수 예측에도 같은 방식으로 적용 가능하다고 생각한다.

2. 임의계수모형

반응변수가 y_{ij} 이고 지역변수는 τ_i , 나무의 수령이 t_{ij} 라고 하자. 만일 나이에 따른 과실의 평균착과수가 선형으로 증가한다고 가정하면, 이 나무의 평균착과수는

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_{0i} + \beta_{1i}t_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (2.1)$$

라고 표현할 수 있다. 이 때, y_{ij} 는 i 번째 지역에 있는 나이가 t_{ij} 인 과실주들에 대한 평균착과수이다. 이 경우, 지역에 따라 고유의 기울기와 절편을 갖는 임의계수모형(random coefficient model)을 고려하여,

$$\begin{bmatrix} \beta_{0i} \\ \beta_{1i} \end{bmatrix} \sim i.i.d. N\left(\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}, D\right), D = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_1^2 \end{bmatrix}$$

라고 가정하면, 식 (2.1) 을

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + b_0 + b_1 t_{ij} + (\beta_{0i} - b_0) + (\beta_{1i} - b_1) t_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (2.2)$$

라고 할 수 있고, 이를 행렬식으로 표현하면,

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{Z}\mathbf{u} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.3)$$

라고 표현할 수 있다. 여기서 \mathbf{y} 는 반응변수를 나타내는 $\sum_{i=1}^a n_i \times 1$ 벡터이고 n_i 는 i 번째 지역에 있는 나무들의 수령 수준수이다. \mathbf{X} 는 $\mathbf{b}^T = (\mu \ \tau_1 \ \tau_2 \ \cdots \ \tau_a \ b_0 \ b_1)^T$ 에 해당되는 독립변수 행렬이고, \mathbf{Z} 는 블록대각행렬(block diagonal matrix) 로서,

$$\mathbf{Z} = \text{diag}(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \cdots, \mathbf{Z}_a), \quad \mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} 1 & t_{i1} \\ 1 & t_{i2} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_{in_i} \end{bmatrix}$$

이며,

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} \beta_{0i} - b_0 \\ \beta_{1i} - b_1 \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D\right), \quad D = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_1^2 \end{bmatrix}$$

가 된다. 또한,

$$\boldsymbol{\epsilon} \sim N(0, R), \quad R = \text{diag}(R_1, R_2, \cdots, R_a), \quad R_i = \sigma^2 \mathbf{I}_{n_i}$$

라고 가정하며, 이와 같은 모형을 선형혼합모형(linear mixed model)이라고 한다(McCulloch and Searle, 2001). 따라서 i 번째 지역의 수령이 t_{ij} 인 나무의 평균착과수는

$$v_{ij} = E(y_{ij} | \mathbf{u}_i) = \mathbf{x}_i^T \mathbf{b} + \mathbf{z}_{ij}^T \mathbf{u}_i$$

이고, 이에 대한 예측추정량은

$$\hat{v}_{ij} = \mathbf{x}_i^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{z}_{ij}^T \hat{\mathbf{u}}_i$$

이며, 여기서

$$\begin{aligned} \hat{b} &= (X^T V_y^{-1} X)^{-1} X^T V_y^{-1} y, \\ V_y &= Z D Z^T + R \\ \hat{u}_i &= Z D V_y^{-1} (y - X \hat{b}) \end{aligned}$$

일 때, 이 예측추정량은 Extended Gauss Markov Theorem 에 의해 BLUP (Best Linear Unbiased Predictor) 임이 입증되었다(Harville, 1976). 그러나 실제로 V_y, D, R 의 행렬은 임의의 모수를 가지고 있는 공분산 행렬이므로, 이 BLUP 대신에, 추정된 분산요소를 넣은 EBLUP (Estimated BLUP) 을 사용한다. BLUP 에 관여된 유의성 검정으로 Wald Test 가 있으며, 아래의 가설을 검정하게 된다.

$$H_0 : L \begin{bmatrix} b \\ u \end{bmatrix} = 0$$

이에 대한 검정통계량은

$$F_0 = \frac{\begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{u} \end{bmatrix}^T L^T (L^T \hat{C} L)^{-1} L \begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{u} \end{bmatrix}}{\text{rank}(L)} \sim F_{\text{rank}(L), \nu} \quad (2.4)$$

이며, 여기서 ν 는 Satterthwaite 의 근사자유도 (McLean and Sanders, 1988; Stroup, 1989) 이고

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} X^T \hat{R}^{-1} X & X^T \hat{R}^{-1} Z \\ Z^T \hat{R}^{-1} X & Z^T \hat{R}^{-1} Z + \hat{D}^{-1} \end{bmatrix}$$

이다.

3. 사과 착과수 예측모형

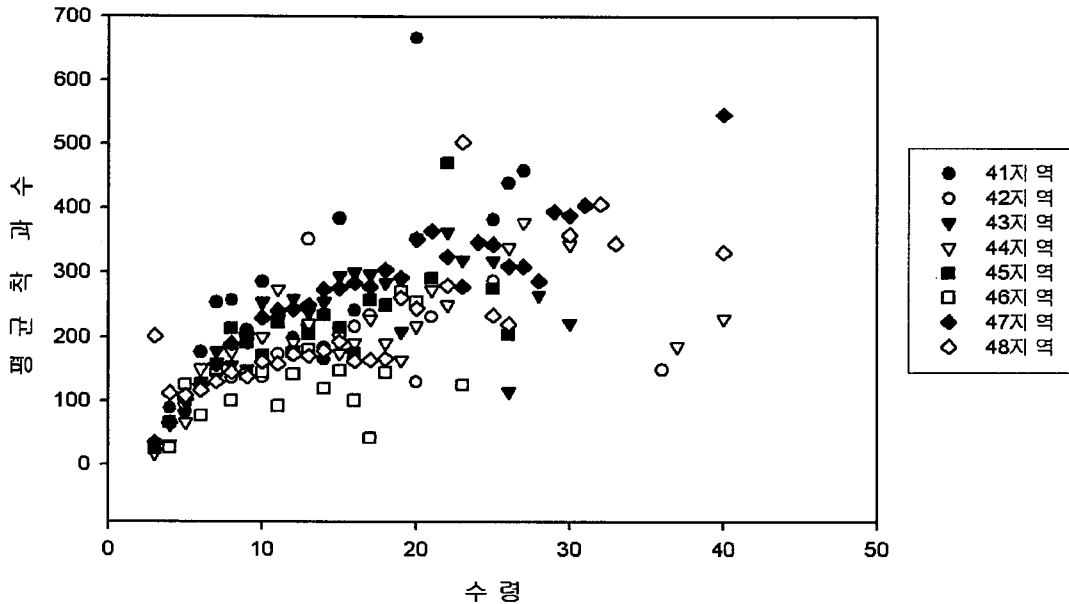
이 단원에서는 사과의 품종으로 널리 알려진 ‘후지왜성’의 평균착과수 예측모형을 구해 보았다. 이를 위해 2002-2003 년간 지역에 따른 표본들을 가지고 해당 나무들의 수령에 따라 그래프로 표현하였는데, <그림 3.1> 과 같게 되었다. <그림 3.1>을 살펴보면, 사과나무의 나이가 증가함에 따라 평균착과수도 증가하는 경향이 있지만 그 증가추세는 지역에 따라 다르게 나타나고 있다. 그럼에도 불구하고, 지금까지의 기존방법은 지역별 차이를 무시한 채, 같은 수령에 해당되는 모든 관측치들의 평균값을 사용하여 왔다.

만일, 각 해당 지역만을 가지고 수령에 따른 2차 회귀선을 적합할 경우에는 <표 3.2>의 회귀계수를 얻게 되는데, 이들은 정규분포를 가정함에 무리가 없어 보이며 유의수준 0.10 에서도

정규성을 모두 만족시킴을 확인했다. (여기서 지역26의 사과 자료는 관측치 수(4 개)가 너무 작아서 분석에서 제외시켰다.)

<표 3.1> 지역코드와 해당 지역

코드	내용
지역 26	경상남도 울산
지역 41	경기도 가평
지역 42	강원도 강릉
지역 43	충청북도 충주
지역 44	충청남도 서산
지역 45	전라북도 정읍
지역 46	전라남도 나주
지역 47	경상북도 대구
지역 48	경상남도 거창



<그림 3.1> 사과(후지왜성)나무의 수령에 따른 지역별 평균착과수

본 연구에서는 <그림 3.1>을 살펴볼 때, 각 지역에 따라 계수를 달리하는 1차 혹은 2차 곡선이 적합하다고 판단되어 다음의 세 가지 모형을 고려하였다.

$$y_{ij} = b_0 + b_1 t_{ij} + b_2 t_{ij}^2 + (\beta_{0i} - b_0) + (\beta_{1i} - b_1) t_{ij} + (\beta_{2i} - b_2) t_{ij}^2 + \epsilon_{ij} \tag{3.1}$$

$$y_{ij} = b_0 + b_1 t_{ij} + b_2 t_{ij}^2 + (\beta_{0i} - b_0) + (\beta_{1i} - b_1) t_{ij} + \epsilon_{ij} \tag{3.2}$$

$$y_{ij} = b_0 + b_1 t_{ij} + b_2 t_{ij}^2 + (\beta_{0i} - b_0) + \epsilon_{ij} \tag{3.3}$$

<표 3.2> 개별적으로 구한 사과(후지왜성)의 착과수 예측모형 계수추정치 (괄호는 표준오차)

지역	beta_0	beta_1	beta_2
41	8.059 (116.663)	26.177 (17.521)	-0.341 (0.547)
42	26.195 (72.753)	19.131 (8.159)	-0.433 (0.197)
43	-67.264 (39.174)	37.394 (5.528)	-0.947 (0.168)
44	-2.102 (35.515)	21.328 (4.038)	-0.393 (0.096)
45	-22.89 (51.237)	26.499 (8.069)	-0.569 (0.276)
46	40.79 (74.39)	10.142 (12.553)	-0.19 (0.474)
47	53.374 (26.686)	15.093 (3.047)	-0.118 (0.077)
48	77.634 (43.298)	8.821 (5.004)	-0.021 (0.122)

이 때, 각 모형의 AIC (Akaike's Information Criterion)을 비교하면, 각각 1950.2, 1959.0, 1976.2 이 되어, 최종적으로 (3.1)을 모형식을 선택하게 되었고, 아래 코드는 이를 위한 SAS 코드이다.

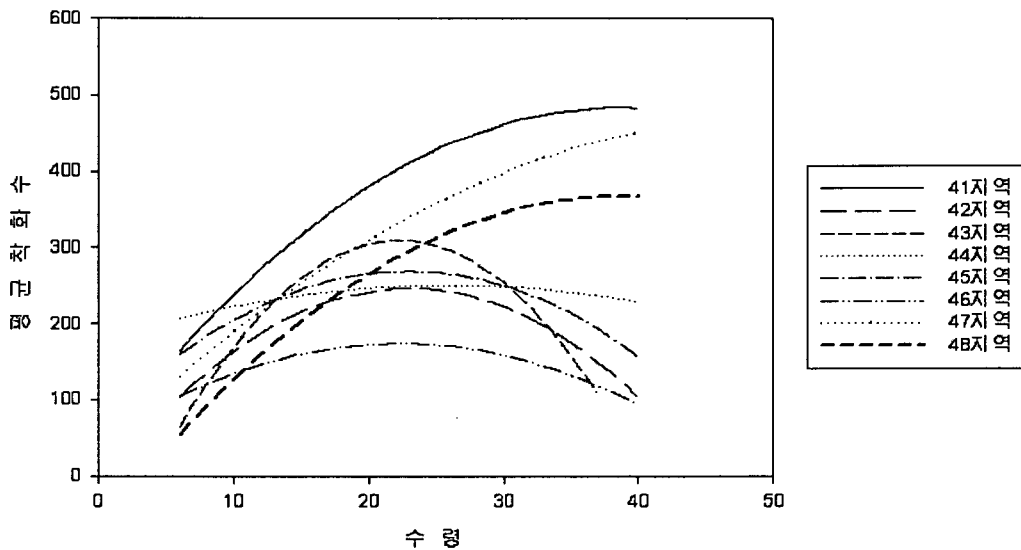
```
proc mixed data=a scoring=8;
class area;
model aveflower=year year*year/solution chisq outpred=pdata;
random intercept year year*year/subject=area type=un gcorr vcorr solution;
run;
```

한편, 식 (3.1)을 바탕으로 한 BLUP 추정량을 이용하면, <표 3.3>와 같이 각 지역에 따른 사과(후지왜성)의 평균착과수가 수령(t)에 따라 표현되고, 이렇게 계산된 예측곡선을 그래프로 작성하면 <그림 3.2>이 된다. 기존방법의 경우, 같은 수령의 나무에 대한 착과수 평균을 사용하기 때문에, <그림 3.2>의 그래프들의 수직방향 평균값이 기존의 예상 착과수가 비슷하게 되고 이는, 지역정보를 활용한 새로운 방법의 예상착과수와 많은 차이가 나고 있음을 알 수 있다.

여기에서 사용한 선형혼합모형(임의계수 회귀선)에 대한 적합도를 검정하기 위해 널리 사용되는 방법은 잔차를 이용한 검정이다. 임의계수모형에서는 모형의 성격상, 두 가지 종류의 잔차가 발생하는데, 하나는 군집수준의 잔차(cluster-level residual; Longford, 1995)인 $(\beta_{0i} - b_0)$, $(\beta_{1i} - b_1)$, $(\beta_{2i} - b_2)$ 의 추정치가 되며, 이 논문에서는 '지역수준의 잔차(area-level residual)' 라고 하고 있다. 다른 하나는 원소수준의 잔차(elementary-level residual; Longford, 1995)로서 $\hat{e}_{ij} = y_{ij} - \hat{v}_{ij}$ 라고 정의되며, 이때 $\hat{v}_{ij} = \mathbf{x}_i^T \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{z}_{ij}^T \hat{\mathbf{u}}_i$ 를 의미한다.

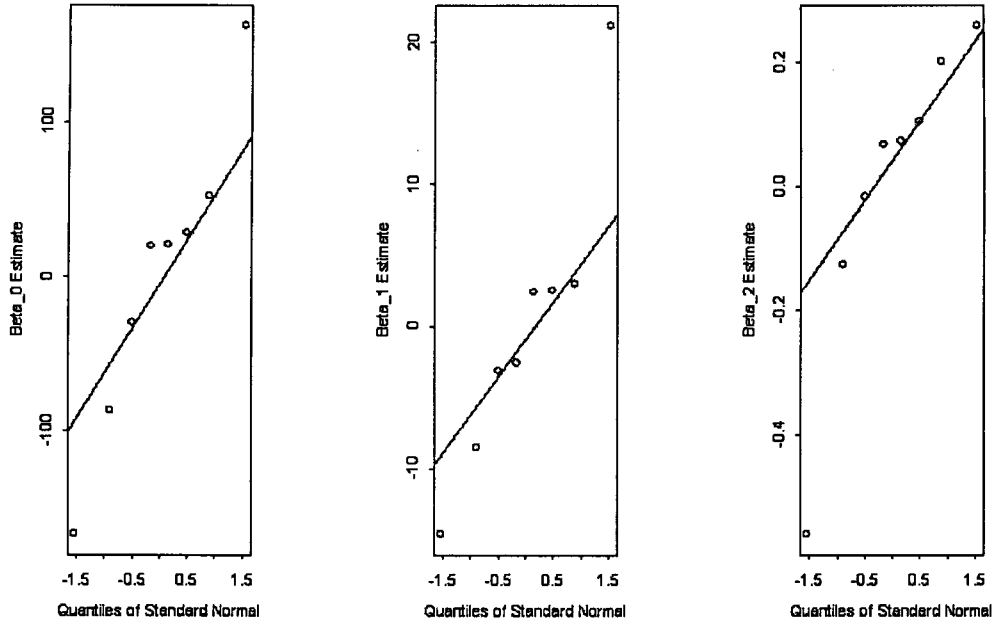
<표 3.3> 사과(후지왜성)나무의 수령에 따른 지역별 평균착과수 예측곡선

지역	사과(후지왜성)의 평균착과수 예측곡선
41	$\hat{v}_{41} = 35.851 + 23.231t - 0.301t^2$
42	$\hat{v}_{42} = -14.669 + 22.696t - 0.493t^2$
43	$\hat{v}_{43} = -151.572 + 41.383t - 0.929t^2$
44	$\hat{v}_{44} = 177.338 + 5.603t - 0.107t^2$
45	$\hat{v}_{45} = 66.986 + 17.648t - 0.385t^2$
46	$\hat{v}_{46} = 42.998 + 11.742t - 0.262t^2$
47	$\hat{v}_{47} = 34.601 + 17.072t - 0.165t^2$
48	$\hat{v}_{48} = -71.708 + 22.771t - 0.295t^2$

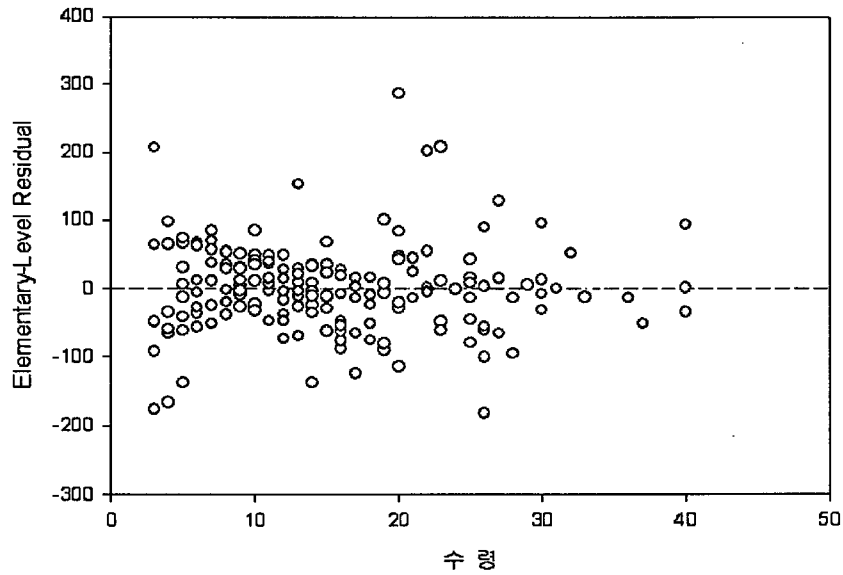


<그림 3.2> 사과(후지왜성)에 대한 지역별 착과수 예측곡선

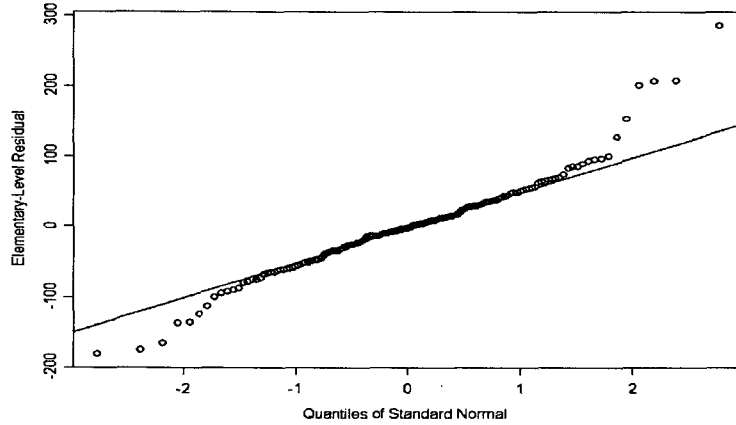
<그림 3.3>는 지역수준의 잔차(area-level residual) 정규성을 검사한 것이며, 8개 밖에 잔차수를 감안하면 대체로 정규성을 만족한다고 본다. 또한, <그림 3.4>-<그림 3.5>는 원소수준의 잔차(element-level residual)에 대한 정규분포 분위수 그래프와 잔차의 산점도인데, 이를 살펴보면, 일부 몇 개의 점을 제외하면 대체적으로 우리가 가정한 임의계수 예측모형이 적합함을 알 수 있다.



<그림 3.3> 사과(후지왜성)에 대한 착과수 예측모형의 지역수준 잔차의 정규성 검사



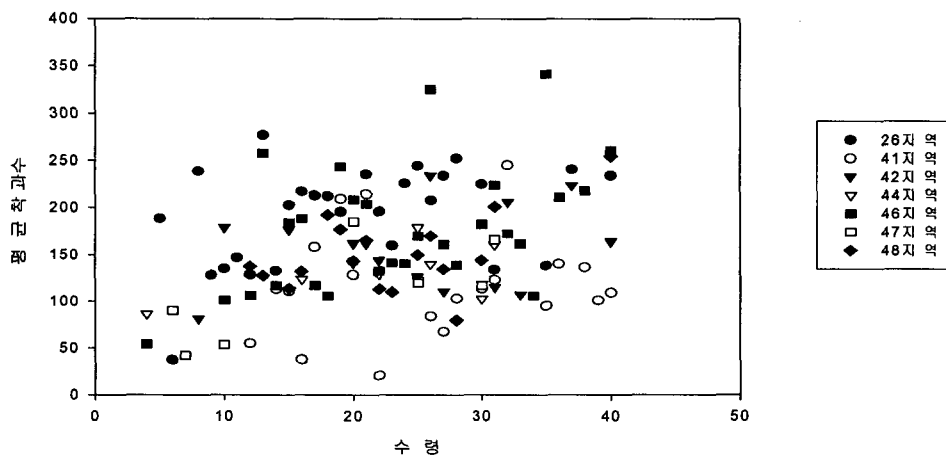
<그림 3.4> 사과(후지왜성)의 착과수 예측회귀선의 잔차 산점도



<그림 3.5> 사과(후지왜성) 착과수 예측모형의 원소수준 잔차에 대한 정규성 검정

4. 배 착과수 예측모형

배의 품종으로 가장 잘 알려진 ‘장십랑소식’에 대한 착과수 예측모형을 구하기 위해 <그림 4.1> 같은 평균착과수를 그려보았다. 각 지역별로, 수령이 증가함에 따라서 착화수가 일정한 기울기로 증가하는 추세를 나타내므로, 지역별 회귀직선을 각각 구한 결과 <표 4.1>의 결과를 얻게 되었다.

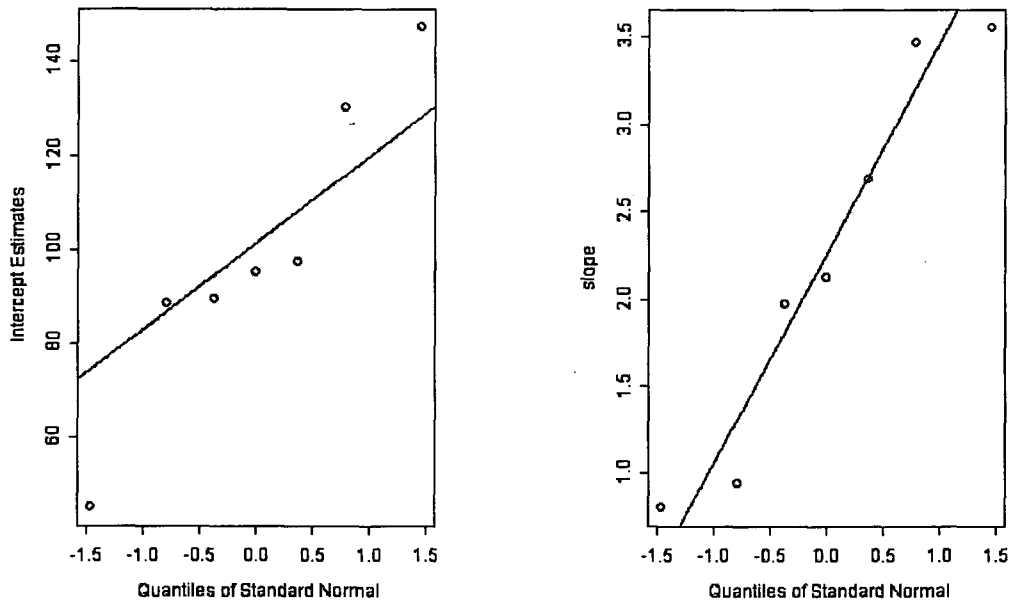


<그림 4.1> 배(장십랑소식)나무의 수령에 따른 지역별 평균착과수

<표 4.1> 각 지역별로 구한 배(장식랑소식)의 착과수 예측을 위한 회귀계수 추정치 (괄호는 표준오차)

지역	Intercept	Slope
26	147.241 (22.907)	2.13 (1.035)
41	97.547 (39.047)	0.808 (1.433)
42	130.133 (35.029)	0.949 (1.312)
44	89.687 (26.475)	1.978 (1.139)
46	95.292 (31.926)	3.473 (1.258)
47	44.914 (32.502)	3.553 (1.551)
48	88.52 (30.693)	2.697 (1.291)

선형혼합모형은 임의계수들의 정규성을 가정하고 있는데, 이번에는 해당 지역자료만으로 구한 회귀계수들을 사용하여 정규분포 QQ-Plot 그려 본 결과(<그림 4.2>참조), 관측치 수가 9개 밖에 되지 않은 것을 감안하면 대체적으로 정규분포를 따르는 것으로 판단된다.



<그림 4.2> 지역별로 따로 구한 회귀계수들에 대한 정규분포 분위수 그래프

앞에서 언급한 선형혼합모형을 이용한 임의계수 회귀선을 적용시키기 위해, 수령에 따른 증가를 나타내는 1차 직선을 고려하였는데, 이 때 수령에 따른 기울기가 지역마다 같은 경우와 지역마다 다른 두 가지 모형을 아래와 같이 시도해 보았다.

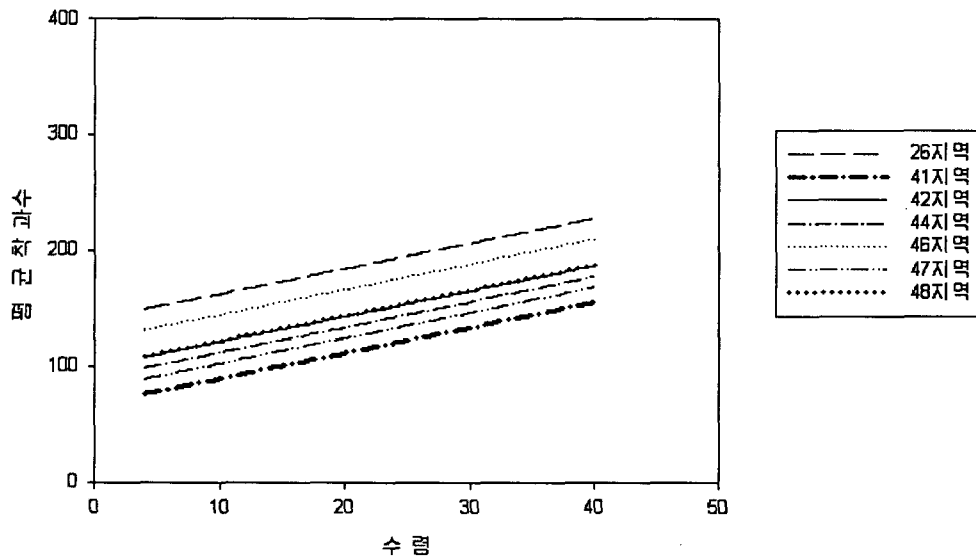
$$y_{ij} = b_0 + b_1 t_{ij} + (\beta_{0i} - b_0) + (\beta_{1i} - b_1) t_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (4.1)$$

$$y_{ij} = b_0 + b_1 t_{ij} + (\beta_{0i} - b_0) + \epsilon_{ij} \quad (4.2)$$

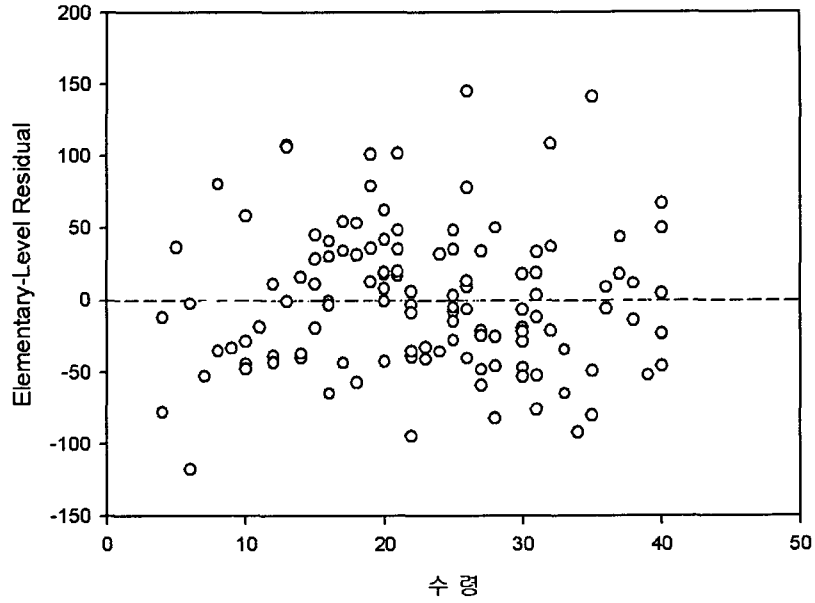
그 결과, AIC 값은 각각 1332.1 과 1330.7 이 되어, (4.2) 식을 선택하였다. 이렇게 선택된 모형의 BLUP을 이용한 배의 착과수에 대한 예측선을 만들어 보면 <표 4.2>를 갖게 되며, 이를 그림으로 표현하면 <그림 4.3>가 되고, 이에 대한 잔차산점도와 정규확률그래프는 <그림 4.4>와 <그림 4.5>와 같게 된다.

<표 4.2> 배(장십랑소식)의 수령별 평균착과수 예측선

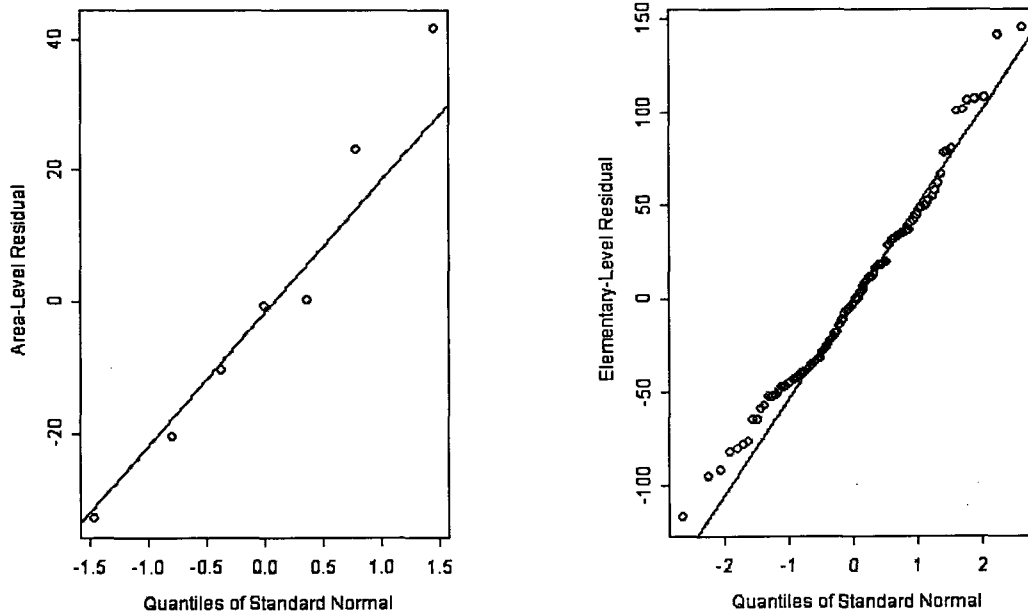
지역	배(장십랑소식)의 평균착과수 예측곡선
26	$\hat{v}_{26} = 140.9869 + 2.2067t$
41	$\hat{v}_{41} = 66.4012 + 2.2067t$
42	$\hat{v}_{42} = 98.707 + 2.2067t$
44	$\hat{v}_{44} = 88.9212 + 2.2067t$
46	$\hat{v}_{46} = 122.6526 + 2.2067t$
47	$\hat{v}_{47} = 79.0422 + 2.2067t$
48	$\hat{v}_{48} = 99.6329 + 2.2067t$



<그림 4.3> 배(장십랑소식)의 수령에 따른 평균착과수 예측선



<그림 4.4> 배(장십랑소식)의 수령에 대한 예측회귀선의 잔차산점도



<그림 4.5> 배(장십랑소식)의 착과수 예측을 위한 임의계수 예측모형의 지역수준 잔차와 원소수준 잔차의 정규분포 분위수 그래프

위에서 구한 예측회귀선을 사용하여 보다 자세한 분석도 가능하게 되는데, 예를 들면, <그림 4.3>에서 지역26(충청남도 온양)의 평균착과수가 다른 지역보다 월등히 높게 나타나는데, 이에 대한 유의성 검정을 할 수 있는데, 이를 위하여, 우리는 2절에서 언급한 BLUP 에 대한 Wald 검정 통계량을 사용하였으며, 이에 대한 SAS 코드는 아래와 같다.

```
proc mixed data=a scoring=8
  class area;
  model aveflower= year /solution chisq outpred=pdata;
  random intercept /subject=area type=un gcorr vcorr solution;
  estimate 'int1 - int 2' | intercept 1 /subject 1 -1 ;
  estimate 'int1 - int 3' | intercept 1 / subject 1 0 -1 ;
  estimate 'int1 - int 4' | intercept 1 /subject 1 0 0 -1 ;
  estimate 'int1 - int 5' | intercept 1 / subject 1 0 0 0 -1 ;
  estimate 'int1 - int 6' | intercept 1 /subject 1 0 0 0 0 -1 ;
  estimate 'int1 - int 7' | intercept 1 / subject 1 0 0 0 0 0 -1 ;
run;
```

지역26(충청남도 온양) 과 지역46(전라남도 나주)간에 배의 평균착과수는 차이가 유의하지 않으나(유의확률 0.0779), 나머지 지역과 지역26(충청남도 온양)의 배의 평균착과수는 차이가 유의한 것으로 판단되어 진다. 이를 정리하면 <표 4.3>와 같다.

<표 4.3> 배(장십랑소식)의 평균착과수 예측에 대한 지역간 비교

차이	Estimate	S.E.	t	Pr> t
지역26-지역41	74.5857	13.8720	5.38	<0.0001
지역26-지역42	42.2799	15.0231	2.81	0.0057
지역26-지역44	52.0657	17.6710	2.95	0.0039
지역26-지역46	18.3343	12.8375	1.43	0.1559
지역26-지역47	61.9447	18.3118	3.38	0.0010
지역26-지역48	41.3540	14.4257	2.87	0.0049

5. 결 론

농작물 손해보험에 있어서 피해율의 효율적 추정은 보험회사의 중요한 업무 중 하나이며, 과실 주의 경우, 피해액의 추정은 피해에 의한 평균낙과율을 기준으로 하고 있다. 그러나 이를 계산하기 위해 사용된 평균착과수에 대한 기존방법은 매년 그 해 가입한 가구로부터 얻은 제한된 수의

표본만을 의존하여 수령별 표본평균을 사용하는 것이기 때문에 과수원의 지역적, 기후적 요건이나 과거의 자료는 활용하지 못하는 단점이 있었다. 본 논문은 그동안의 자료를 사용한 임의계수모형을 사용하여 피해지역의 위치와 과실나무의 수령을 안다면, 피해 전에 발생한 평균착과수를 예측하는 방법을 제안하고 있다. 그 결과, 사과(후지왜성)의 착과수는 나무의 수령에 따라 착과수의 증가율이 둔화되는 2차 곡선을 나타내고 있고, 배(장십랑소식)의 경우 수령에 따른 착과수의 증가율이 비교적 일정한 추세를 보여주었다. 또한 배의 경우, 지역 26(경상남도 울산)의 배나무는 지역 46(전라남도 나주)을 제외한 다른 지역에 비해 평균착과수가 많은 현상을 보여 주고 있다.

References

- [1] Harville, D. A. (1976) *Extension of the Gauss-Markov Theorem to include the estimation of random effects*, *Annals of Statistics*, 2, 384-395.
- [2] Longford, N.T. (1995) *Random Coefficient Model*, Oxford University Press Inc., New York.
- [3] McCulloch, C. E. and Searle, S. R. (2001) *Generalized, Linear, and Mixed Models*, Wiley and Sons, New York.
- [4] McLean, R. A. and Sanders, W. L. (1988). Approximating degrees of freedom for standard errors in mixed linear models, *Proceedings of the Statistical Computing Section, New Orleans; American Statistical Association*, 50-59.
- [5] Stroup, W. W.(1989). Predictable functions and prediction space in the mixed model procedure, in *Applications of Mixed Models in Agriculture and Related Disciplines, Southern Cooperative Series Bulletin No.343, Baton Rouge: Louisiana Agricultural Experiment Station*, 39-48.

[2004년 5월 접수, 2005년 5월 채택]