

Magnetic field effects of silicon melt motion in Czochralski crystal puller

Jae-Hee Lee[†]

College of General Education, Kyungil University, Kyungsan 712-701, Korea

(Received May 16, 2005)

(Accepted August 1, 2005)

Abstract A numerical analysis was performed on magnetic field effects of silicon melt motion in Czochralski crystal puller. The turbulent modeling was used to simulate the transport phenomena in 8" single crystal growing process. For small crucible angular velocity, the natural convection is dominant. As the crucible angular velocity is increased, the forced convection is increased and the distribution of temperature profiles is broadened. The cusp magnetic field reduces effectively the natural and forced convection near the crucible and the temperature profiles of the silicon fluids is similar to the case of conduction.

Key words Magnetic field effects, Czochralski crystal puller, Transport phenomena, Single crystal growing process, Natural convection, Forced convection, Temperature profiles, Silicon fluids, Conduction

초크랄스키 단결정 장치내 실리콘 용융액 운동의 자기장효과

이재희[†]

경일대학교 교양학부, 경산, 712-701

(2005년 5월 16일 접수)

(2005년 8월 1일 심사완료)

요약 초크랄스키 단결정장치내 실리콘 유동의 자기장효과에 대한 수치해석을 하였다. 8" 단결정 성장과정에서 난류 모형을 사용하여 수송현상을 계산하였다. 도가니 회전수가 작으면 자연대류가 지배적이었다. 도가니 회전수가 증가할수록 강제대류가 증가되며 온도 분포는 더 넓어진다. cusp 자기장을 인가하면 도가니근처의 유동이 크게 감소하며 온도분포는 전도의 경우와 비슷해진다.

1. 서론

반도체재료 특히, 메모리 반도체재료의 대부분은 실리콘 단결정에서 만들어진다. 실리콘 단결정을 제작하는 방법은 초크랄스키 방법, Floating zone 방법, Bridgeman 방법 등이 있으며 초크랄스키 방법이 전체 생산량의 대부분을 차지하고 있다. 실리콘 단결정의 고집적화와 저비용화를 위하여 대부분의 반도체 재료회사는 직경 8"의 실리콘 단결정을 생산하고 있으며, 직경 12"의 실리콘 단결정 제작에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 메모리 소자가 고집적화 될수록 실리콘 단결정내의 불순물 농도와 분포의 균일성, 미세 결함 및 산소농도의 제어가 더욱 중요하게 된다. 초크랄스키 성장장치의 도가니 안에 있는 실리콘 용융액에 녹아있는 불순물과 산소등은

실리콘 용융액 유동의 영향을 받으며 결정으로 전달되기 때문에 유동의 제어가 매우 중요하다. 초크랄스키 공정에서 유동에 영향을 주는 요인은 온도 차이에 의한 자연대류, 실리콘 단결정과 도가니의 회전에 의한 강제대류, 자유계면에서의 Marangoni 효과, 그리고 자기장에 의한 Lorentz 힘 등이다. 도가니내의 실리콘 용융액에 자기장을 인가함으로 발생하는 Lorentz 힘은 항상 유동의 반대 방향으로 작용하여 유동의 속도를 감소시키고 난류적 유동을 억제하는 역할을 한다. 따라서 자기장의 형태와 세기를 조정하여 실리콘 용융액의 유동을 제어함으로 불순물이나 산소의 농도를 제어할 수 있다[1]. 자기장의 형태에 따라 수평자기장, 수직자기장, cusp 자기장이 있다. 수평자기장이 인가되면 자연대류를 억제하여 산소농도를 낮추지만 thermal symmetry가 나쁘고[1-3], 수직자기장은 산소농도를 증가시킨다[4, 5]. 축대칭인 cusp 자기장은 용융액의 유동이 균일해지고 산소농도를 조절할 수 있는 장점이 있다[6, 7]. Kakimoto 등은 X선을 사용하여 용융상태의 실리콘 유동을 실험적으로 관찰하였으나 도

[†]Corresponding author

Tel: +82-53-850-7114

Fax: +82-53-850-7600

E-mail: jaehlee@kiu.ac.kr

가니의 직경이 매우 작았다[8]. 직경 8"의 실리콘 단결정을 만드는데 필요한 도가니의 직경은 22"이며, 이 도가니내의 실리콘유동의 내부를 직접 관찰할 수 없으므로 수치해석적인 방법으로 연구하고 있다.

본 연구에서는 자유계면에서의 온도차에 의한 표면장력에 의해 형성되는 Marangoni 효과는 고려하지 않았다. 본 연구에서는 cusp 자기장을 계산하고, 초크랄스키 장치에서의 난류모델을 고려하여 유한차분법을 사용한다. Cusp 자기장 인가에 의한 실리콘용융액의 유동과 온도 분포변화를 전산모사로 구하고자 한다.

2. 수치해석 과정

2.1. 지배방정식

초크랄스키 성장장치는 기하학적으로 축대칭이고, 도가니 및 결정의 회전에 의해 대칭성이 있으므로 2차원 축대칭으로 계산하였다. 연속방정식, 운동량방정식, 온도 방정식을 텐서 형으로 나타내면 아래와 같다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \quad (1)$$

운동량방정식 :

$$\rho \left[\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] + S_{U_i} \quad (2)$$

에너지방정식 :

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + S_T \quad (3)$$

ρ 는 밀도, μ 는 점성, 그리고 k 는 열전도도를 나타낸다. S_U 는 중력 및 자기력 등의 효과가 포함되는 소스항이며 S_T 는 열원 혹은 열 방출을 나타내는 소스 항이다.

2.2. 난류적 특성 및 시간 평균화 과정

일반적으로 파이프내의 유체 흐름의 경우 $Re \approx 2 \times 10^3$ 을 기준으로 층류에서 난류로의 천이가 일어난다[9]. 8" 실리콘 초크랄스키 성장장치의 경우 $Re \approx 10^6$, $Gr \approx 10^9$, $Ra \approx 10^8$ 이다. 초크랄스키 성장장치와 같이 여러 구동력에 의해 유동이 발생하는 경우 무차원수의 값을 정하기 어렵다. 실제로 초크랄스키 성장장치내 실리콘 용융액내부의 온도가 크게 변한다는 실험적 결과가 있다. 유체가 난류일 경우 유체의 흐름은 국부적으로 순환이 일어나게 되고, 에디 확산이 크게 나타나게 되며[10], 따라서 앞절에서 유도된 점성류에 대한 식은 수정이 필요하다. 유체

의 속도는 평균값을 기준으로 진동이 일어나게 된다. 그래서 온도, 속도 그리고 압력 성분을 평균 성분과 진동 성분으로 분해하여 이 값을 앞절의 각 식에 대입, 시간에 대해 평균화하면 어느 위치에서의 평균적 거동을 해석할 수 있게 된다.

그 결과를 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{U}_i) = 0 \quad (4)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right] + S_{U_i} - \rho \frac{\partial \overline{U_i U_j}}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$\rho C_p \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + S_T - \rho \frac{\partial (\bar{U}_j \bar{T})}{\partial x_j} \quad (6)$$

위식들을 원통형 좌표계에서 일반적인 변수 ϕ 를 사용하여 나타내면 아래와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r p v \phi) = \frac{\partial}{\partial z} \left[\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] + S_\phi \quad (7)$$

ϕ 는 속도, 온도 등을 나타내며 Γ_ϕ 는 μ 을 나타낸다.

유체의 속도가 작을 경우에는 유체의 층류 점성에 의한 전단응력에 의해 유체가 구동되지만, 유체의 속도가 증가할수록 층류 전단응력 외에 아주 작은 개념의 난류 에디들이 발생하게 되며, 어느 지점에서의 유체의 속도는 평균값을 기준으로 진동하게 된다. 본 연구에서는 많은 모델 중에서 Jones와 Launder가 제안한 k- ϵ 모델을 사용하였다. 이 모델에서는 와점성 계수(μ_t)를 난류운동 에너지(k)와 난류운동에너지 소산율(ϵ)의 관계로부터 결정한다. 이 모델은 난류운동에너지와 난류운동에너지 소산율이 각각의 수송방정식으로 부터 직접 구해진다. 표준 k- ϵ 모델은 유동이 충분히 발달한 난류여야 적당하다. 그러나, 초크랄스키 장치는 자기장을 인가하지 않을 경우에는 강한 난류이나, 자기장을 인가하면 유동이 크게 감쇄 되어 천이 영역이나 층류 영역으로 변한다. 본 연구에서는 저 레이놀즈 수 k- ϵ 모델을 이용하여 난류점성을 구한다.

2.3. 온도 요동 방정식

초크랄스키 성장장치가 커질수록 액융액내부의 한 점에서의 온도는 평균값에서 요동한다. 특히, 응고계면 근처에서 용융액의 온도 요동은 성장되는 실리콘 단결정에 줄무늬를 만든다. 그러므로 온도의 요동을 줄이는 것이 필요하다. Kobayashi[11] 등은 실리콘 용융액 표면의 온도를 실험적으로 측정하였다. 용융액 표면의 평균 온도

Table 1
Definition of ϕ , Γ_ϕ and S_ϕ of equation

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
u	μ_c	$\frac{\partial}{\partial z}(\mu_c \frac{\partial u}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_c \frac{\partial v}{\partial z}) - \frac{\partial P}{\partial z} - \rho g$
v	μ_c	$\frac{\partial}{\partial z}(\mu_c \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_c \frac{\partial v}{\partial r})$
w	μ_c	$\frac{2\mu_c v}{r^2} + \rho \frac{w^2}{r} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_c w) + \frac{\mu_c \partial w}{r \partial r} - \rho \frac{vw}{r} - \frac{\mu_c w}{r^2}$
T	$\frac{k_l}{C_p} + \frac{\mu_t}{\sigma_t}$	
C	$D_1 + \frac{\mu_t}{SC_t} \rho$	
k	$\frac{\mu_c}{\sigma_k}$	$G_k - \rho(\epsilon + D)$
ϵ	$\frac{\mu_c}{\sigma_\epsilon}$	$\frac{\epsilon}{k}(C_1 G_k - C_2 \rho f_2 \epsilon) + E$

는 도가니의 회전이 증가할수록 감소하였다. 온도 전달 방정식은 아래와 같다.

$$U \cdot (\nabla T) = \nabla \cdot (\alpha \nabla T) \quad (8)$$

여기서 $\alpha = k/\rho C_p$ 이다. Kobayashi 등이 유도한 온도 요동에 대한 식은 다음과 같다.

$$U \cdot \nabla \left(\frac{T^2}{2} \right) - \nabla \cdot \left(\alpha_c \nabla \left(\frac{T^2}{2} \right) \right) = \alpha_c (\nabla T)^2 - 0.6 \frac{\alpha_c \epsilon}{\nu k} \left(\frac{T^2}{2} \right) \quad (9)$$

2.4. 평균화된 일반전달방정식

초크랄스키법에 의한 실리콘 성장시 성장 모사를 위해 지금까지 유도된 식의 일반적인 형태는 식 (7)로 나타낼 수 있다. 여기서 각 변수 및 원천항은 Table 1과 같다.

2.5. 알고리즘

Patankar의 SIMPLER algorithm을 이용하였다. 축대칭인 실린더좌표계에서 자오면 유동속도와 원주방향 유동속도를 정상상태에서 풀었다[12]. 단결정 seed의 인상속도가 1 mm/min 정도이므로 정상상태로 가정함이 타당하며, 용융액의 중횡비를 바꿈으로서 결정이 성장되는 상황을 만들 수 있다. Tridiagonal matrix algorithm을 사용하여 Matrix를 풀었다.

2.6. 경계 조건

용융액과 결정의 응고계면은 응고 온도인 1410°C로 놓았으며, 아래와 같이 응고에 의한 잠열 효과는 온도 원천항으로 들어가도록 하였다.

Table 2
Thermophysical properties of liquid Si

Conductivity k	54 (W/mK)
Heat capacity C_p	1000 (J/kgK)
Thermal expansion coefficient β	1.41×10^{-4} (K^{-1})
Emmissivity ϵ	0.318
Melting temperature T_m	1683 (K)
Surface tension coefficient γ	-2.8×10^{-4} (N/mK)
Viscosity μ	7×10^{-4} (kg/ms)
Latent heat of solidification L	1.8×10^6 (J/kg)

$$S_T = U_p r_s^2 \rho L$$

U_p : 결정의 인상 속도(crystal pulling rate)

L : 잠열(latent heat)

액상 표면에서는 열량의 방출이 복사에 의하며 다음식과 같다.

$$Q = -\epsilon \sigma (T^4 - T_a^4) \quad (10)$$

방출되는 열량은 온도의 네제곱에 비례하므로, 수치 계산 시 발산할 확률이 큼으로 프로그램을 안정화시키기 위해 선형화 처리를 하였다. 벽 근처에서는 온도 경계조건을 위해 유동의 경우와 마찬가지로 벽 함수를 적용시켜야 하나 실리콘의 경우 $y^+ > 11.63$ 인 경우에도 층류 열전도도(k_l) 효과를 무시할 수 없게 된다. 이유는 초크랄스키 장비의 Prandtl수는 $Pr \approx 0.02$ 로서 열 경계층이 운동경계층에 비해 훨씬 크기 때문이다. 따라서 벽 근처에서의 열전도도 값은 층류값과 난류값을 합한 유효 열전도도(k_e)를 사용함이 타당하며 식 (11)에 벽에서의 온도 원천항 처리 방법을 나타내었다.

$$S_{wall} = \frac{k_e (T_{wall} - T_{i,j})}{dy} \times \text{area} \quad (11)$$

$$k_e = k_l + k_t$$

$T_{i,j}$: 벽에 가장 이웃한 그리드 점의 온도

실리콘 용융액의 물성치는 Table 2와 같다.

3. 결과 및 논의

3.1. Cusp 자기장 계산

일반적으로 전도체인 액상에 자기장(B)이 인가되게 되면 액상 내에서는 유도전류(J)가 발생하게 되며 이 유도된 전류와 자기장의 상호 작용에 의한 전자기력(F)은 다음과 같다[13].

$$F = J \times B \quad (12)$$

$$J = \sigma_m(-\nabla\phi + V \times B) \quad (13)$$

여기서 B 는 자기장, σ_m 은 액상의 전기전도도, ϕ 는 스칼라 포텐셜이다. 실리콘의 액상의 전기전도도(σ_m)는 $1.2 \times 10^6(\Omega/m)$ 이며 고상의 전기전도도(σ_s)는 $5.8 \times 10^4(\Omega/m)$ 이다. Cusp 자기장을 인가하였을 때 액상 내에 발생하는 전자기력은 아래와 같은 방법으로 구해진다. 액상 내에서 유도되는 전류밀도(J)의 각 성분을 계산하여 나타내면 아래와 같다.

$$J_z = \sigma_m \left[-\frac{\partial\phi}{\partial z} - wB_r \right] \quad (14)$$

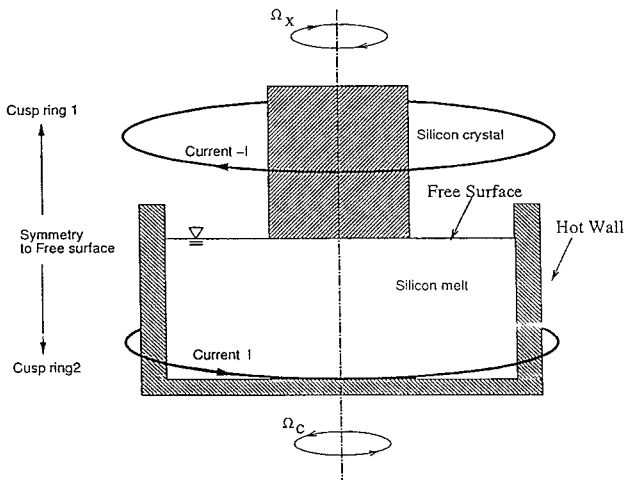


Fig. 1. A schematic diagram of cusp magnetic field Czochralski crystal process.

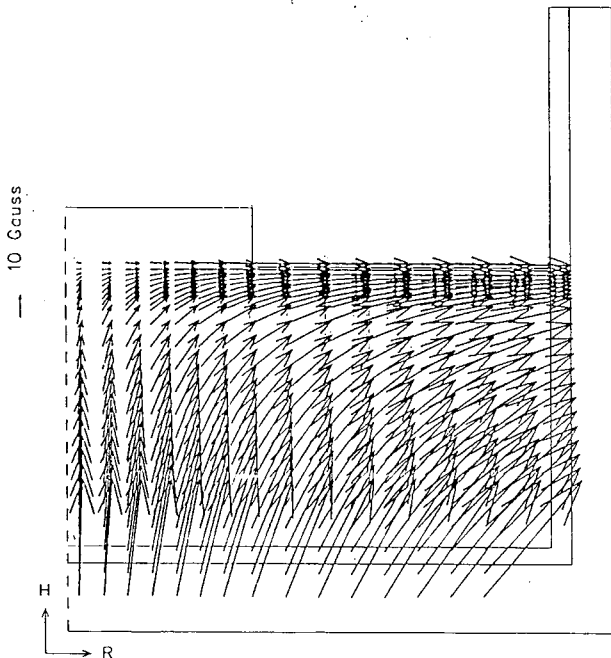


Fig. 2. Vector plot of cusp magnetic field with $r = 33$ (cm), $a = 30$ (cm), and $l = 560$ (A).

$$J_r = \sigma_m \left[-\frac{\partial\phi}{\partial r} - wB_z \right] \quad (15)$$

$$J_\theta = \sigma_m [uB_r - vB_z] \quad (16)$$

Cusp 자기장은 Fig. 1과 같이 실리콘 용융액의 표면으로부터 같은 높이에 위치하며 중심이 결정의 축에 있는 2개의 loop에 전류를 반대로 흘릴 때 발생하는 자기장이다. Lee[14] 등이 수치 해석적으로 계산한 자기장이 Fig. 2이다. 결과를 보면 자기장이 축대칭이며 결정의 중심과 자유표면이 만나는 점에서는 그 세기가 0이다. 자기장이 자유표면에 대칭이므로 자유표면에서는 수직성분의 자기장이 없다. 도가니의 바닥과 벽에 수직인 자기장은 크다. 전류가 많이 loop를 통과할수록 도가니내부의 자기장이 증가한다. 자유표면으로부터 loop가 멀리 떨어질수록 자기장이 감소한다. Lorentz force는 자기장이 유동방향과 수직일 때 최대이므로 벽과 바닥에서 유동의 난류성분을 줄이고 벽면에서 나오는 산소의 전달을 조절할 수 있게 된다. 결정근처에서는 자기장의 세기가 0이고 자유표면에서는 자오면의 유동성분과 평행함으로 이 근처의 유동에는 영향을 주지 않는다. 그러나, 원주방향의 유동성분은 어디에서나 수직이므로 유동의 속도는 크게 감소된다. 자기장과 유동이 결부되어 생기는 유도전류에서 발생하는 유도자기장은 무시할 수 있을 정도로 크기가 매우 작다[6].

3.2. Cusp 자기장의 영향

Fig. 3은 결정성장초기에 자기장을 인가하지 않고 결정의 회전수의 변화에 따라 유동 양상의 변화를 streamline contour로 나타낸 것이다. 대구경 단결정 성장시에는 네 가지 유동의 구동력 중 벽면으로부터 올라오는 자연대류에 기인한 유동의 효과가 가장 크다. Fig. 3(a)는 도가니의 회전수를 3 rpm으로 일정하게 유지시키면서 계산한 것으로 벽면으로부터 올라오는 자연대류에 기인한 유동

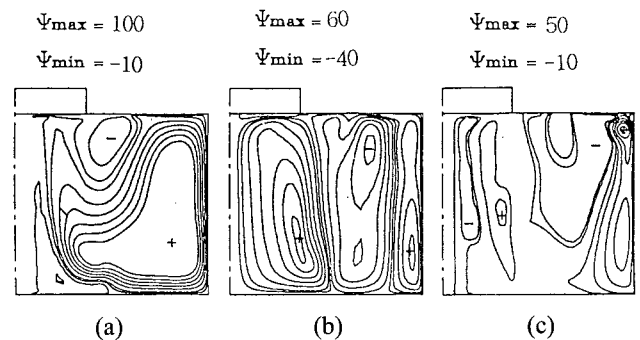


Fig. 3. Streamline contours with silicon angular velocity $W_s = -20$ (rpm) and (a) crucible angular velocity $W_c = 3$ (rpm), (b) $W_c = 6$ (rpm), and (c) $W_c = 9$ (rpm).

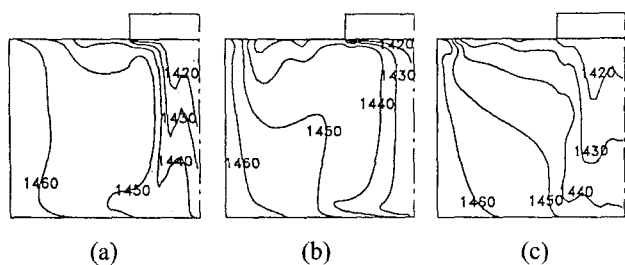


Fig. 4. Temperature Profiles with silicon angular velocity $W_s = -20$ (rpm) and (a) $W_c = 3$ (rpm), (b) $W_c = 6$ (rpm), and (c) $W_c = 9$ (rpm).

이 액상내의 유동을 지배하고 있음을 알 수 있다. 그리고 도가니의 회전수를 6 rpm, 9 rpm으로 증가시켰을 경우 유동의 양상은 Fig. 3의 (b), (c)와 같다. 도가니의 회전수가 증가하는 것이 대칭축에서 반경방향으로의 원심력을 만들어내어 자연대류에 기인한 유동이 벽면에 제한되는 것이 관찰되며 streamline의 강도 또한 점차 감소됨을 알 수 있다. 이는 도가니 회전수가 작을 때 지배적인 자연대류에 기인한 유동이 도가니 회전수의 증가에 따라 자연대류에 의한 유동에 반대방향으로 작용하게 되어 유동이 감소되고 벽면으로부터 올라오는 유동이 점차 벽면으로 제한되기 때문이다. Fig. 4는 Fig. 3과 같은 조건에서 유동에 따른 온도 양상의 변화에 대한 그림이다. 도가니의 회전수가 증가해 유동의 순환류가 벽쪽으로 제한됨으로 해서 온도 양상 역시 순환류가 크게 존재하는 곳에서는 큰 혼합효과를 가져 온도 contour가 넓은 양상을 보이고 있음을 알 수 있다.

cusp 자기장은 자기장을 인가하는 가하학적인 특성상 도가니 벽면에 발달하고 있는 유동에 큰 영향을 미쳐 도가니 측면 벽에서 상승하는 자연대류에 기인한 유동을 감쇄시키고 액상 실리콘의 표면과 결정 성장영역에서는 큰 영향을 미치지 못한다. Fig. 5는 cusp 자기장의 강도를 증가시킬 경우 streamline의 변화를 살펴본 것이다. 자기장의 강도를 500G(Gauss)에서 2000G로 증가시킬

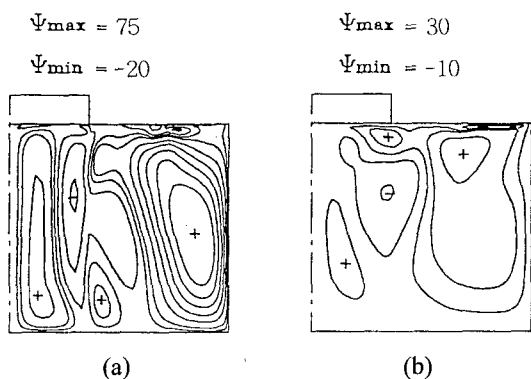


Fig. 5. Streamline contours with $W_s = -20$ (rpm), $W_c = 6$ (rpm), and (a) $B = 500$ (gauss) (b) $B = 2000$ (gauss).

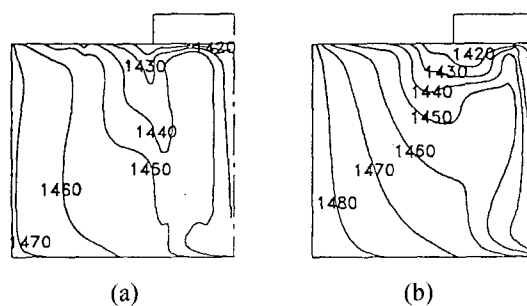


Fig. 6. Temperature Profiles with $W_s = -20$ (rpm), $W_c = 6$ (rpm), and (a) $B = 500$ (gauss) (b) $B = 2000$ (gauss).

경우 도가니 벽면에서의 유동은 크게 감소해 2000G일 경우 거의 나타나지 않음을 알 수 있다. 그리고 자유 표면에서의 유동은 자기장 인가에 따른 직접적인 영향은 받지 않고 간접적인 영향만을 받기 때문에 도가니 벽면에서와 같이 크게 감소하지 않고 약간 남아 있음을 알 수 있다. 자유 표면에 남아 있는 유동은 액상으로 혼입되어 들어간 산소가 쉽게 자유표면으로 접근할 수 있고, 또한 쉽게 evaporation될 수 있음을 의미한다. Fig. 6은 인가되는 자기장의 강도를 증가시킬 경우의 온도 profile이다. 여기서 벽면의 온도는 인가되는 자기장의 강도가 500G씩 증가할 때마다 도가니 외벽온도를 5°C 증가시켜 계산을 수행하였다. 인가되는 자기장의 강도가 증가할수록 유동은 크게 억제되어 온도 profile은 점점 유동이 없이 전도만 존재하는 경우의 온도 양상과 비슷하게 된다. 하지만, 결정의 아래부분에서 streamline intensity는 감소하여도 없어지지 않는기 때문에 mixing 효과는 존재하고 온도의 기울기는 감소하고 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 저 레이놀즈 수 k-ε 모델을 이용하여 수치해석적으로 실리콘 용융액의 유동과 온도분포를 구하였다. 실리콘 단결정성장 초크랄스키 장치에서 도가니 회전수가 작을 경우는 자연대류가 지배적이며, 회전수가 증가할수록 유동이 증가되고 온도분포는 더 넓어진다. Cusp 자기장을 인가하면 도가니벽면에서의 유동이 크게 감소하며 난류특성을 잘 제어하게 된다. 이 때의 온도분포는 전도의 경우와 비슷하다.

참 고 문 헌

[1] R.W. Series and D.T.J. Hurlle, "The use of magnetic fields in semiconductor crystal growth", J. Crystal Growth 113 (1991) 305.
 [2] O.S. Kerr and A.A. Wheeler, "The effect of a magnetic

- field on the flux of a contaminant dissolving into the crucible wall boundary layer in czochralski crystal growth", *J. Crystal Growth* 96 (1989) 915.
- [3] H. Hirata and K. Hoshikawa, "Oxygen solubility and its temperature dependence in a silicon melt in equilibrium with solid silica", *J. Crystal Growth* 106 (1990) 657.
- [4] S. Kobayashi, "Numerical analysis of oxygen transport in magnetic czochralski growth of silicon", *J. Crystal Growth* 85 (1987) 69.
- [5] N. Yamamoto, P.M. Petroff and J.R. Patel, "Rod-like defects in oxygen rich czochralski grown silicon", *J. Appl. Phys.* 54 (1983) 3475.
- [6] T.W. Hicks, A.E. Organ and N. Riley, "Oxygen transport in magnetic czochralski growth of silicon with a non-uniform magnetic field", *J. Crystal Growth* 94 (1989) 213.
- [7] H. Hirata and K. Hoshikawa, "Three-dimensional numerical analyses of the effects of a cusp magnetic field on the flows, oxygen transport and heat transfer in a Czochralski silicon melt", *J. Crystal Growth* 125 (1992) 181.
- [8] K. Kakimoto, M. Watanabe, M. Eguchi and T. Hibiya, "Ordered structure in non-axisymmetric flow of silicon melt convection", *J. Crystal Growth* 126 (1993) 435.
- [9] G.H. Geiger and D.R. Poirier, "Transport phenomena in metallurgy" (Addison-Wesley Publishing Company, London, 1973) p.75.
- [10] W. Bardsley, D.T.J. Hurle and J.B. Mullin, "Crystal growth: a tutorial approach" (North-Holland Publishing Company, New York, 1977) p.105.
- [11] S. Kobayashi, S. Miyahara, T. Fujiwara, T. Kubo and H. Fujiwara, "Turbulent heat transfer through the melt in silicon czochralski growth", *J. Crystal Growth* 109 (1991) 149.
- [12] S.V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow" (McGraw-Hill, New York, 1980) p.133.
- [13] J. Szekely, "Fluid flow phenomena in metals processing" (Academic Press, New York, 1979) p.85.
- [14] J.-H. Lee and W.-S. Lee, "Silicon melt motion in a czochralski crystal puller", *J. Kor. Assoc. Crystal Growth* 7 (1997) 27.