

# 3차원 난류경계층 내에 존재하는 종방향 와동의 유동장 및 열전달 특성에 관한 수치해석(I)

— Common Flow Down에 관하여 —

양 장식<sup>†</sup>

(주) 기경 IE&C 환경에너지 신기술개발연구소

## Numerical Analysis on the Flow Field and Heat Transfer Characteristics of Longitudinal Vortices in Turbulent Boundary Layer

— On the Common Flow Down —

Jang-Sik Yang<sup>†</sup>

*Advanced Environmental & Energy Technology Research Institute, K.K.  
Incinerator Engineering & Construction Co., Ltd., Pusan 609-735, Korea*

*(Received March 21, 2005; revision received June 13, 2005)*

**ABSTRACT:** This paper is a numerical study concerning how the interactions between a pair of the vortices effect flow field and heat transfer. The flow field(common flow down) behind a vortex generator is modeled by the information that is available from studies on a half-delta winglet. Also, the energy equation and the Reynolds-averaged Navier-Stokes equation for three-dimensional turbulent flows, together with a two-layer turbulence model to resolve the near-wall flow, are solved by the method of AF-ADI. The present results predict that the boundary layer is thinned in the regions where the secondary flow is directed toward the wall and thickened where it is directed away from the wall. Although some discrepancies are observed near the center of the vortex core, the overall performance of the computational model is found to be satisfactory.

**Key words:** Half-delta winglet(반삼각익), Heat transfer(열전달), Vortex generator(와동발생기),  
Longitudinal vortex(종방향 와동), Pseudo-compressibility(준압축성)

---

### 기호설명

---

- $\vec{A}_i$  : 플럭스 벡터의 유량 자코비언 행렬  
 $\vec{E}_i$  : 비점성 플럭스 벡터  
 $\hat{\vec{E}}_{\nu_i}$  : 점성 플럭스 벡터  
 $\Pr$  : 층류 Prandtl 수

- $\Pr_t$  : 난류 Prandtl 수  
 $\Re$  : 레이놀즈 수( $= U_e C / \nu$ )  
 $T$  : 온도  
 $U^+$  : 무차원화된 벽속도( $= U / U_*$ )  
 $U_*$  : 마찰속도( $= \sqrt{\tau_w / \rho}$ )  
 $y^+$  : 벽좌표계( $= y \sqrt{\tau_w / \rho} / \nu$ )

---

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-51-583-9467; fax: +82-51-583-9469

E-mail address: yangjs@pusan.ac.kr

### 그리스 문자

- $\tau$  : 전단응력

$\nu$  : 동점성 계수  
 $\nu_t$  : 와점성 계수

### 상첨자

$n$  : 시간 스텝

### 하첨자

$p$  :  $y$  방향의 첫번째 격자점  
 $w$  : 벽면

## 1. 서 론

난류경계층 내에 포함된 주유동 방향의 와동은 복잡한 3차원 형태의 난류 특성을 변화시키고 국소적으로 평균 속도장과 온도장을 변화시킨다. 이와 같은 종방향(longitudinal) 속도 성분의 와동은 유체공학 및 열전달의 중요한 현상으로서 경계층 구조를 강하게 교란시킬 수 있고 열전달 특성을 변화시킬 수 있다.

와동과 경계층의 상호작용에 대한 연구는 실험과 수치적 방법을 통해 연구되고 있으며, 실험적 연구로서 Pauley and Eaton<sup>(1)</sup>은 와동과 경계층의 상호작용을 와동과 와동 사이의 유동이 벽면으로부터 멀어지는 유동(common flow up), 벽면으로 향하는 유동(common flow down)으로 구분하여 실험적 연구를 하였다. 그들은 와동으로부터 멀리 떨어진 곳에서의 와도는 인접한 다른 와동의 영향을 받고, 벽면으로부터 상승한 와동의 와도는 느리게 감소하고, 주와동은 벽면에 의해서만이 그 순환값을 소실함을 확인하였다. Eibeck and Eaton<sup>(2)</sup>은 경계층과 종방향 속도를 가지는 단일 와동의 상호작용 하에서 벽면의 열전달에 대한 연구를 수행하였는데, 그들의 연구결과에 의하면 국소열전달은 와동의 하강영역의 경계층이 얇아지는 영역에서 증가하고, 와동에 의한 열전달 효과는 종방향으로 변화가 작다고 하였다.

수치적 연구방법으로서 Anderson and Gibb<sup>(3)</sup>은 PNS(Parabolized Navier-Stokes) 방법을 이용하여 S 덕트 입구에서 여러 개의 와동발생기의 기하학적 배열로 인해 발생되는 유동현상을 연구하였다. 또한 Kim and Patel<sup>(4)</sup>은 평판과 곡률이 있는 덕트 내에서 발생한 난류경계층과 와동의 상

호작용에 대해 실험 및 수치적 방법으로 연구하였으며, Kim et al.<sup>(5)</sup>은 PNS와 표준  $k-\epsilon$  난류모델을 이용하여 와동과 경계층의 상호작용을 연구하였다.

이와 같이 와동간의 상호작용이 존재하는 유동이나 와동발생기를 사용하여 유동 및 열전달을 제어해야 하는 경우에는 와동간의 상호작용이 전유동장에 미치는 영향에 대한 정확한 이해가 필요하다.

따라서 본 연구에서는 와동발생기 후방에서 발생하는 common flow down 유동이 유동장 및 열전달에 미치는 영향을 해석하기 위해 3차원 레이놀즈 평균 Navier-Stokes 방정식과 Chen and Patel<sup>(6)</sup>이 제안한 two-layer  $k-\epsilon$  난류모델을 사용하여 와동발생기 하류의 유체유동 및 열전달 특성을 수치해석 하였으며 수치해석결과를 Pauley and Eaton<sup>(1)</sup>의 실험과 비교하였다.

## 2. 수치해석

### 2.1 지배방정식

비정상 3차원 비압축성 점성유동의 연속방정식, 레이놀즈 평균 Navier-Stokes 방정식과 에너지방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_i} = - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u_j T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

비압축성 흐름을 지배하는 Navier-Stokes 방정식의 경우 타원형 편미분 방정식 특성을 갖는데 준압축성(pseudo-compressibility) 인자의 개념을 도입하면 정상상태의 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 압축성 흐름에 대해 사용되는 것과 유사한 쌍곡선형 형태의 지배방정식을 얻을 수 있게 되어 방정식을 효율적으로 풀 수 있다.<sup>(7)</sup>

무차원화하고 일반화 좌표계로 변환한 비압축성 Navier-Stokes 방정식의 연속방정식에 준압축성 개념을 도입하면 식(4)와 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = -\beta \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left( \frac{U_i}{J} \right) \right] \quad (4)$$

여기서  $J$ 는 변환 자코비언,  $\tau$ 는 인공시간 변수이고,  $\beta$ 는 준압축성 상수가 된다. 식(4)와 함께 운동량방정식으로 구성된 지배방정식은 식(5)~(8)과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial \xi_i} (\bar{E}_i - \bar{E}_{\nu_i}) \quad (5)$$

식(5)의 각 항은 다음과 같이 정의된다.

$$D = \frac{D}{J} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\bar{E}_i = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta(U_i) \\ (\xi_i)_x p + u \{ U_i + (\xi_i)_i \} \\ (\xi_i)_y p + v \{ U_i + (\xi_i)_i \} \\ (\xi_i)_z p + w \{ U_i + (\xi_i)_i \} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\bar{E}_{\nu_i} = -\frac{1}{\text{Re}J} \begin{bmatrix} \nabla \xi_i \cdot \left( \nabla \xi_j \frac{\partial u}{\partial \xi_j} \right) \\ \nabla \xi_i \cdot \left( \nabla \xi_j \frac{\partial v}{\partial \xi_j} \right) \\ \nabla \xi_i \cdot \left( \nabla \xi_j \frac{\partial w}{\partial \xi_j} \right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서  $U_i$ 와  $\xi_i$ 는 다음과 같이 정의된다.  $U_i$ 는  $(\xi_i)_x u + (\xi_i)_y v + (\xi_i)_z w$ 이고,  $\xi_i$ 는  $i=1, 2, 3$ 에  $\xi, \eta, \zeta$ 을 의미한다.

## 2.2 수치해석방법

본 연구에서 이용된 수치해석방법은 시간에 대해 2차의 정확도를 얻기 위해 식(9)의 Crank-Nicolson 방법을 이용하였다.

$$\begin{aligned} D^{n+1} &= D^n + \frac{\Delta \tau}{2} \left[ \left( \frac{\partial D^n}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{D}^{n+1}}{\partial \tau} \right) \right] \quad (9) \\ &\quad + O(\Delta \tau^3) \end{aligned}$$

선형화시켜 정리하면 식(10)이 주어진다.

$$\begin{aligned} \left\{ [I] + \frac{\Delta \tau}{2} J [\delta_{\xi_i} (\bar{A}_i - \Gamma_i)] \right\} (D^{n+1} - D^n) &= \\ - \Delta \tau J [\delta_{\xi_i} (\bar{E}_i - \bar{E}_{\nu_i})^n] \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \\ \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 & \beta(\xi_i)_x & \beta(\xi_i)_y & \beta(\xi_i)_z \\ (\xi_i)_x & (\xi_i)_x u + U_i & (\xi_i)_y u & (\xi_i)_z u \\ (\xi_i)_y & (\xi_i)_x v + U_i & (\xi_i)_y v + U_i & (\xi_i)_z v \\ (\xi_i)_z & (\xi_i)_x w & (\xi_i)_y w & (\xi_i)_z w + U_i \end{bmatrix} \\ \Gamma_i &= \frac{1}{\text{Re} \cdot J} \left( \nabla \xi \cdot \nabla \xi, I_m, \frac{\partial}{\partial \xi_i} \right) \end{aligned}$$

으로 정의되고,  $\Gamma_2$ 와  $\Gamma_3$ 도 동일한 방법으로 정의된다.  $\delta_{\xi_i}$ 는  $\partial / \partial \xi_i$ 으로 정의되고,  $I_m$ 은 diag [0, 1, 1, 1]로 주어진다.

그리고 식(10)에 AF 알고리듬을 적용하여 정리하면 식(11)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} &\left[ [I] + \frac{\Delta \tau}{2} J \delta_{\xi} (\bar{A}_1^n - \Gamma_1^n) \right] \\ &\left[ [I] + \frac{\Delta \tau}{2} J \delta_{\eta} (\bar{A}_2^n - \Gamma_2^n) \right] \\ &\left[ [I] + \frac{\Delta \tau}{2} J \delta_{\zeta} (\bar{A}_3^n - \Gamma_3^n) \right] (D^{n+1} - D^n) \quad (11) \\ &= - \Delta \tau J [\delta_{\xi} (\bar{E}_1 - \bar{E}_{\nu_1})^n + \delta_{\eta} (\bar{E}_2 - \bar{E}_{\nu_2})^n \\ &\quad + \delta_{\zeta} (\bar{E}_3 - \bar{E}_{\nu_3})^n] \end{aligned}$$

식(11)에서 유한차분자  $\delta_{\xi_i}$ 에 2차 중앙차분을 적용하면 각 sweep 방향에서  $4 \times 4$  block tridiagonal 행렬식을 얻게 되는데, 수치해는 block LU(Lower-Upper triangular) 분할 알고리듬을 적용하였다. AF 알고리듬 식(11)은 공간미분항에 대해 비정렬격자체에서 2차 중앙차분을 사용하므로 훌수와 짹수 격자점 간의 분리효과가 발생하고, 특히 고레이놀즈 수 유동에서는 비선형성에서 비롯된 수치오차가 크게 나타나 수치해의 안정성에 치명적인 높은 압력진동이 발생한다. 따라서 본 연구에서는 수치 알고리듬의 안정성을 위해 높은 압력진동을 억제할 수 있도록 잔류항(residual term)에는 4차 차분, 내재항에는 2차 혹은 4차 차분 형태의 인공점성향을 적용하였다.<sup>(7-8)</sup> 그리고 식(11)은 ADI 방법으로 구하였다.

### 2.3 난류모델

난류모델로는 Chen and Patel<sup>(6)</sup>이 제안한 two-layer 난류모델을 채택하였다. 이 모델은 내부층(inner layer)과 외부층(outer layer)을 나누어 내부층에서는 1-방정식 모델을 사용하고 외부층에서는 표준  $k-\epsilon$  모델을 사용하는 것이다. 벽함수 방법에 의해 two-layer 모델의 이점은 벽면 근처에서의 특성속도는 벽면 전단응력보다 난류운동에너지에 의해 공급받으므로 박리된 유동에서도 사용할 수 있다. 또한 많은 저 레이놀즈 수 모델은 벽에서의 운동에너지 소산율의 경계조건을 주는데 모호함이 있으나 two-layer 모델은 소산율에 대한 경계조건이 요구되지 않는다.

내부층에서 사용되는 1-방정식 모델은 단지 난류운동에너지의 해만 필요로 한다. 이 영역에서 운동에너지 소산율은  $\epsilon = k^{2/3}/l_\epsilon$ 고 와점성계수(eddy viscosity)는  $\nu_t = C_\mu \sqrt{k} l_\mu$ 에서 구해진다. 여기서 길이 스케일인  $l_\epsilon$ 과  $l_\mu$ 는 난류 레이놀즈 수(turbulence Reynolds number)  $R_y (= \sqrt{k} y / \nu)$ 에 의해 벽 근처 영역에서 필요한 덤핑효과를 주기 위해 식(12)~(13)을 사용하였다.

$$l_\mu = C_\mu y (1 - \exp(-R_y/A_\mu)) \quad (12)$$

$$l_\epsilon = C_\mu y (1 - \exp(-R_y/A_\epsilon)) \quad (13)$$

여기서  $A_\epsilon = 2C_\mu$ 이고  $A_\mu = 70$ 이다.  $l_\mu$ 와  $l_\epsilon$  모두 선형적으로 되고 벽면에서의 거리가 증가할수록  $C_\mu y$ 에 가까워진다. 상수  $C_\mu$ 은 내부층과 외부층 사이의 교차점에서 부드러운 와점성계수분포를 보장하기 위해 식(14)와 같이 주어진다.

$$C_\mu = x C_\mu^{-3/4} \quad (14)$$

외부층에서는 표준  $k-\epsilon$  모델에서 와점성계수를 계산하고, 표준  $k-\epsilon$  모델의 수송방정식은 식(15)~(16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G - \epsilon \quad (15)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon_1} G - C_{\epsilon_2} \epsilon) \quad (16)$$

여기서  $G$ 는 난류 운동에너지 생성량으로 식(17)과 같다.

$$G = - \overline{u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \left[ \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (17)$$

표준  $k-\epsilon$  모델에 사용되는 상수는  $C_\mu = 0.09$ ,  $C_{\epsilon_1} = 1.44$ ,  $C_{\epsilon_2} = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1.3$ ,  $x = 0.41$ 이다.

표준  $k-\epsilon$  방정식과 에너지방정식(식(3))의 해는 2.2절의 수치해석법과 동일한 방법으로 무차원화 차분화하여 AF-ADI 방법으로 구하였다.

### 2.4 경계조건

본 논문에서는 완전 발달한 난류경계층 내 반삼각익에 의해 생성된 와동의 거동을 해석하기 위해 인공적으로 도입한 입구조건을 사용하여 하류의 유동 특성에 대해 예측하였다. 반삼각익 주위의 전 영역에 대해 수치해석을 행하지 않고 반삼각익 바로 뒤쪽의 와동을 계산영역의 입구조건으로 하여 수치해석을 수행하였다. 왜냐하면 반삼각익 뒤쪽에서 모델링한 와동을 계산영역의 입구 조건으로 사용하여도 충분히 좋은 결과를 예측할 수 있기 때문이다.<sup>(4,9)</sup>

입구조건으로 사용된 와동모델에 대해 살펴보면, 자유유동속도는  $U_e = 16 \text{ m/s}$ 이며 작동유체는 공기이다. 반삼각익의  $\alpha/\beta$  비(Fig. 1 참조)와 가시화를 통해 와동의 위치, 형상을 연구한 Lowson<sup>(10)</sup>의 연구결과를 참고하여 와동중심의 위치를 정하였으며, 와동중심의 Y축은 반삼각익 코드( $C$ )의 0.24배이고, Z축은 0.48배이다.

Phillips and Graham<sup>(11)</sup>에 따르면 와동발생기 후방의 주유동방향의 속도는 가우시언(Gaussian) 분포이며 원주방향의 속도는 Rankine 와동과 그 것의 가상와동(image vortex)으로 나타난다 하였다. 이것은 Pauley and Eaton<sup>(1)</sup>에 의해 검증되었기 때문에 이러한 가정 하에서 주유동방향의 유

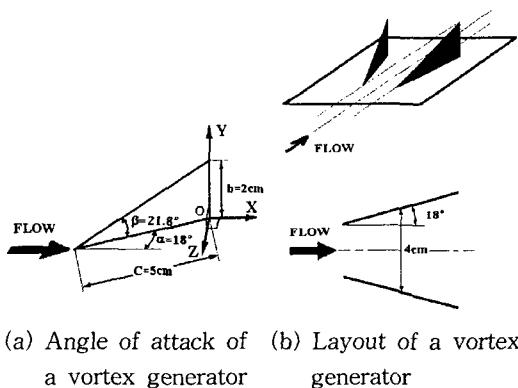


Fig. 1 Schematic of a half-delta winglet.

동장은 식(18)과 같이 정의하였다.

$$U(r) = 1 - (\Delta U)_{\max} \exp \{ - \ln 2(r/r_c)^2 \} \quad (18)$$

여기서  $(\Delta U)_{\max}$ 는 무차원속도로 1.0이다. 원주 방향의 유동장은 식(19)과 같다.

$$\begin{aligned} V_\theta &= (V_\theta)_c r/r_c && \text{for } r < r_c \\ V_\theta &= (V_\theta)_c r_c/r && \text{for } r > r_c \end{aligned} \quad (19)$$

여기서  $r_c$ 는 와동의 지름이고, 반삼각익의 코드길이의 0.108배이다. 순환(circulation)  $\Gamma_c$ 는  $2\pi r_c (V_\theta)_c$ 로 주어지고,  $(V_\theta)_c$ 는 자유유동속도의 0.501배이다. 식(19)와 같은 속도분포를 가진 와동이 경계층 내에 있을 때, 벽면의 영향을 고려해야 하기

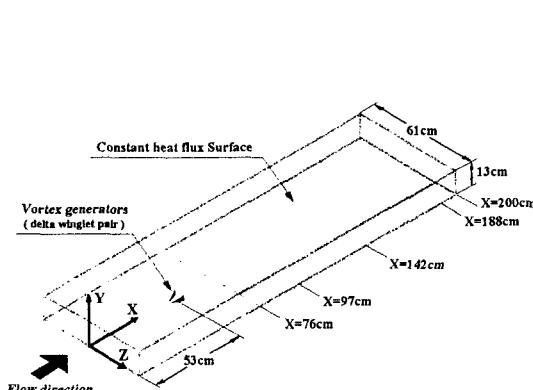
때문에 3차원 경계층 내 측풍에 대한 Johnston<sup>(12)</sup>의 삼각도법을 사용하여 횡방향 속도성분을 유도하였다. 또한 입구에서 와동의 난류모델성을 도입하기 위해 난류운동에너지( $k$ ), 소산율( $\varepsilon$ ), 와점성계수( $\nu_t$ )의 분포는 주유동방향 속도와 비슷하게 가우시언분포로 가정하였다.

$$k(r) = k_{\max} \exp \{ - \ln 2(r/r_c)^2 \} \quad (20)$$

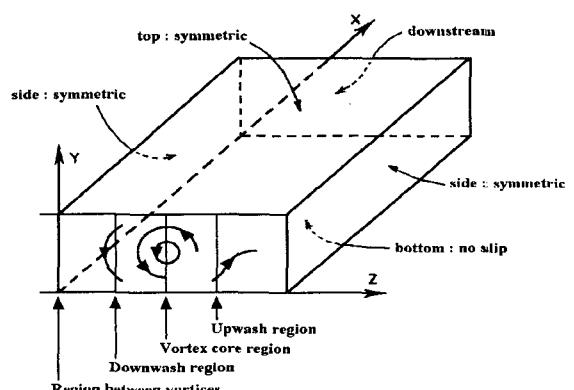
$$\nu_t(r) = \nu_{\max} \exp \{ - \ln 2(r/r_c)^2 \} \quad (21)$$

여기서  $k_{\max}$ 는  $0.05 U_e^2$ 이고,  $\nu_{\max}$ 는  $100 \nu$ 이다.<sup>(13)</sup>

반삼각익 와동발생기와 사각 채널 내에서의 설치형태를 Fig. 1에서 나타내었으며 반삼각익의 코드길이를 기준으로 한 레이놀즈 수는 55,000이고, 작동유체는 공기이며 자유유동속도는  $U_e = 16 \text{ m/s}$ 이다. Fig. 2(a)는 물리적 영역을 나타낸 것이며, Fig. 2(b)는 경계조건 및 단면의 구조로서 좌측과 우측 그리고 윗면은 대칭조건, 하류 영역에서는 Neumann 조건을 사용하였다.<sup>(4-5,9,14)</sup> 입구조건은 식(18)~(21)을 사용하며, 벽면에서는 점착조건을 사용하였고, 벽면에서 난류 운동에너지값( $k_w$ )은 0이며, 외부층의 기준은  $y^+ = 143$ 으로 하였다. 온도경계조건의 경우 벽면과 입구를 제외하고는 유동의 경계조건과 동일하게 하였다. 입구에서의 온도경계조건은 무차원온도( $(T - T_e)/\Delta T_{initial}$ )로 0으로 정의되고, 벽면에서의 온도경계조건은 다음과 같이 정의하였다.



(a) Physical wind tunnel domain



(b) Computation domain and boundary condition

Fig. 2 Solution domain and boundary condition.

$$T_w = \frac{\dot{q}}{k} y_p + T_p \quad \text{for } y^+ \leq 11.63 \quad (22)$$

$$\frac{\rho C_p (T_w - T_p) U_*}{\dot{q}} = \Pr_t (U^+ + P) \quad (23)$$

for  $y^+ \geq 11.63$

$$P = 9.24 [(\Pr/\Pr_t)^{3/4} - 1] \times [1 + 0.28e^{(-0.07\Pr/\Pr_t)}] \quad (24)$$

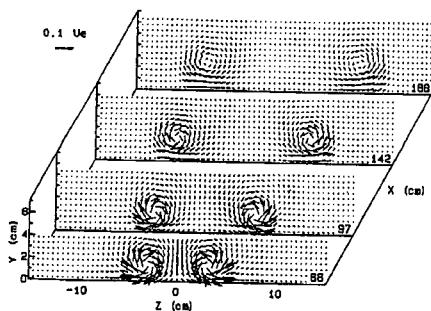
여기서  $\Pr$ 과  $\Pr_t$ 는 공기에 대해서 각각 0.7과 0.9를 사용하였다. Kim and Patel,<sup>(4)</sup> Yang and Lee,<sup>(9)</sup> 그리고 Lee et al.<sup>(14)</sup>의 연구결과를 참조하여, 계산 격자점은 X, Y, Z에 대해  $47 \times 65 \times 57$ 로 선정하였다. 그리고 벽면에 일정한 열유량( $\dot{q} = 817 \text{ W/m}^2$ )을 공급하며, 초기의 벽면온도와 입구 온도차( $\Delta T_{initial}$ )는  $20^\circ\text{C}$ 로 하였고 Stanton 수는 다음과 같이 정의하였다.

$$St = \frac{\dot{q}}{\rho_e C_p U_e (T_w - T_e)} \quad (25)$$

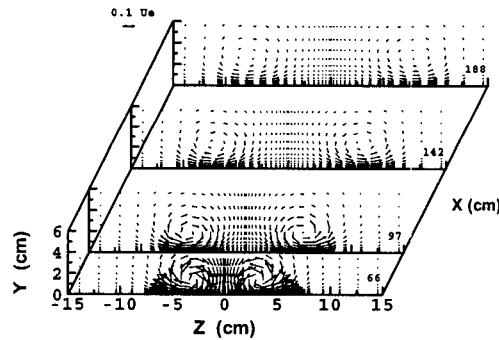
### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 유동특성

Fig. 3은 주유동방향의 2차 유동(secondary flow) 속도벡터를 와동발생기 하류의 4개의 단면( $X = 66, 97, 142, 188 \text{ cm}$ )에서 나타낸 것이다. 와동과 와동 사이에서는 벽면으로 향하는 downwash 유동(Fig. 2(b) 참조)을 확인할 수 있고, 와동과 와동 사이를 제외한 영역에서는 벽면으로부터 멀어지는 upwash 유동(Fig. 2(b) 참조)을 관찰할 수 있다. 또한 하류로 이동할수록 각운동량의 보존에 의해 와동의 속도벡터의 크기가 상대적으로 감소하고 난류확산에 의해 와동의 크기가 증가하고 있다. 수치해석결과가 실험결과에 비해 난류확

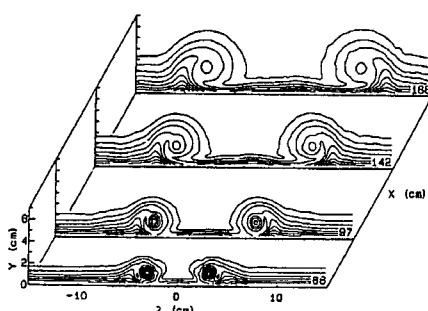


(a) Experiment (Pauley and Eaton)

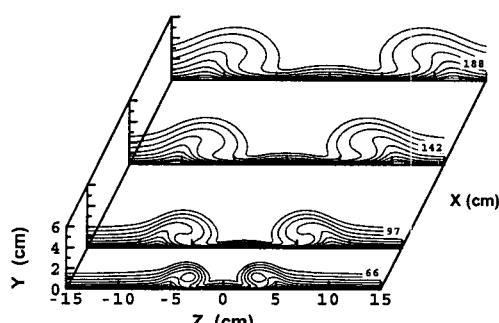


(b) Present result

Fig. 3 Secondary velocity vectors at  $X = 66, 97, 142, 188 \text{ cm}$ .



(a) Experiment (Pauley and Eaton)



(b) Present result

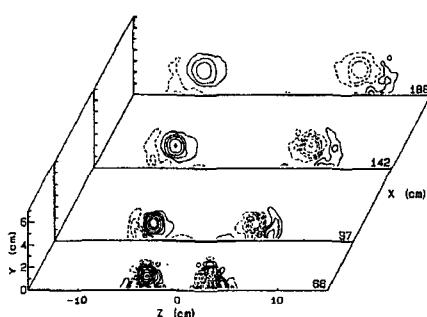
Fig. 4 Streamwise velocity contours at  $X = 66, 97, 142, 188 \text{ cm}$ .

산이 더 빠르게 진행됨으로 인해 와동이 평활화되어 횡방향(Z방향)으로 확대된 타원형 형상을 나타낸다.

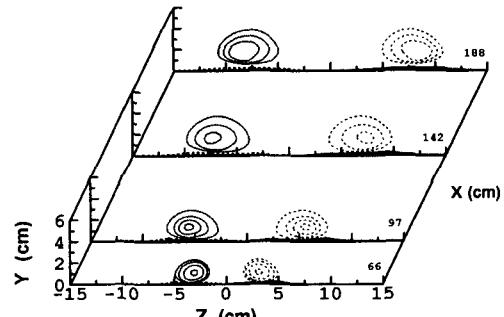
주유동방향의 등속도분포( $U/U_e$ )에서 와동 상호간의 작용은 경계층 두께변화에 지대한 영향을 미치게 됨을 Fig. 4에서 알 수 있다. 하류로 이동할수록 와동의 중심영역에서의 주유동속도의 결손과 난류확산에 의해 와동의 세기가 약해지므로 Z방향에 대한 주유동방향의 속도구배( $\partial w/\partial Z$ )가 감소하게 된다. 이로 인해 와동과 와동 사이

의 downwash 영역에서의 경계층은 얇아지며 와동의 바깥영역인 upwash 영역에서는 경계층이 두꺼워진다. 또한 하류로 이동할수록 확산에 의해 와동의 형상은 커지게 되며, upwash 영역에서의 경계층은 더욱 증가하며, 수치해석결과에서도 이러한 현상을 잘 예측하고 있다.

Fig. 5의 (a)와 (b)는 주유동방향의 등속도분포( $Q_x/U_e$ )를 하류의 각 4개의 단면( $X=66, 97, 142, 188$  cm)에서 Pauley and Eaton의 실험결과와 수치해결과를 비교한 것이다. 그림의 등속도

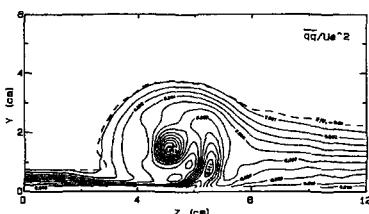


(a) Experiment (Pauley and Eaton)

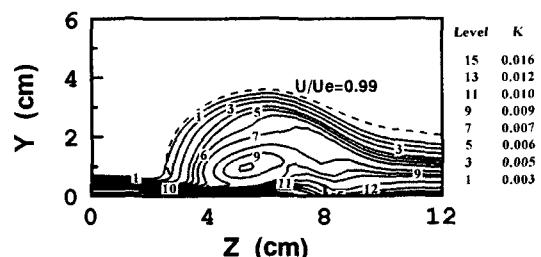


(b) Present result

Fig. 5 Streamwise vorticity contours at  $X=66, 97, 142, 188$  cm.

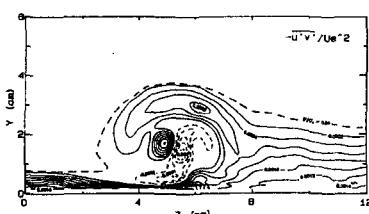


(a) Experiment (Pauley and Eaton)

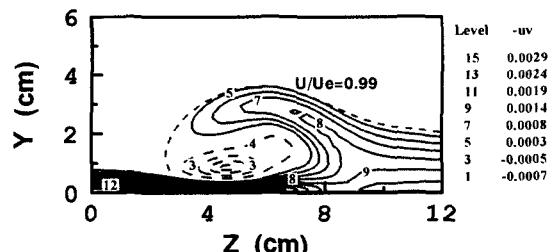


(b) Present result

Fig. 6 Turbulent kinetic energy at  $X=97$  cm.



(a) Experiment (Pauley and Eaton)



(b) Present result

Fig. 7 Reynolds shear stress at  $X=97$  cm.

분포에서 알 수 있듯이 하류로 이동할수록 와동과 와동 사이의 상호작용은 일어나지 않지만, 경계층과는 강한 상호작용을 일으킨다. 실험결과에서는 주와동(primary vortex)과 벽면의 접착조건의 상호작용으로 인해 반대부호의 2차 와동(secondary vortex)이 발생하고, 하류로 이동할수록 경계층과 와동의 상호작용으로 인해 2차 와동은 upwash 영역으로 이동함을 알 수 있다. 그러나 Fig. 5(b)의 수치해석결과에서는 뚜렷이 나타나지 않았다. 이는 Boussinesq 가정을 도입한 와점성 계수 모델이 벽면 근처에서 발생하는 난류의 비등방성을 잘 예측하지 못하기 때문인 것으로 여겨진다.

Fig. 6은  $X=97\text{ cm}$  단면에서 난류운동에너지를 나타낸 것으로 벽면 근처에서 강한 난류에너지를 볼 수 있고, 이 강한 난류에너지는 주와동에 의해 벽면에서 외부유동의 영역 쪽으로 확산되고 있음을 확인할 수 있다. 또한 와동중심에서 강한 난류에너지가 형성되었고, upwash 영역에서는 벽면에서 멀어지는 곳으로 약한 난류에너지가 형성되었다. 이러한 경향은 본 수치해석의 결과에서도 확인되었다. 수치해석결과와 실험결과를 비교해 볼 때 벽면의 난류운동에너지는 거의 일치된 값을 나타내지만 와동의 중심에서는 수치해석결과가 약 27%로 정도 작게 예측하였다. 이는 표준  $k-\epsilon$  모델에서 와동의 확산이 좀더 빨리 확산되어짐을 의미한다.

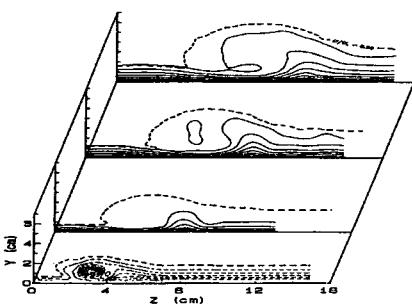
Fig. 7은  $X=97\text{ cm}$  단면에서  $Z$ 방향의 레이놀즈 응력  $-\bar{uv}$ 을 나타낸 것이다. 와동의 윗부분에 높은 레이놀즈 응력이 나타나고 와동중심에서는 속도결손에 따른 음의 부호를 가진 레이놀즈 응력의 영역이 나타났다. 와동중심에서 레이놀즈 응

력이 음의 부호를 가지는 것은 주유동방향의 속도구배가 벽면 근처나 와동의 윗부분과는 달리 반대의 기울기를 가지기 때문이다. 실험결과나 수치해석결과는 전체적으로 유사한 경향을 보이나 와동의 중심영역에서 실험결과와 같은 핵(core)을 예측하지 못하였다.

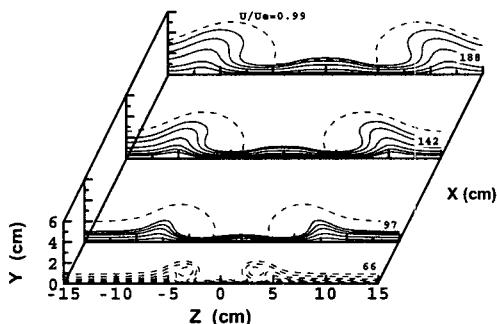
### 3.2 열전달 특성

Fig. 8의 (a), (b)는 무차원 등온도분포( $(T_w - T)/(T_w - T_e)$ )를 하류의 각 4개의 단면( $X = 66, 97, 142, 188\text{ cm}$ )에서 Pauley and Eaton의 실험결과와 수치해석결과를 비교한 것이다. 무차원 등온도분포는 Fig. 4에서 나타낸 주유동방향의 속도분포와 유사하게 upwash 영역에서 온도경계층이 두꺼워지며 downwash 영역에서 얇아지는 경향을 나타내었다. 그러나 온도장에서의 뒤틀림은 속도장에 비해 상대적으로 적었다. 따라서 와동이 온도경계층에 미치는 영향은 속도장에 비해 적음을 알 수 있고, 온도장의 경우 실험결과와 수치해석결과가 거의 유사한 경향을 나타내었다.

와동발생기 하류에서 발생되는 벽면의 국소 열전달분포를 Fig. 9에 Stanton 수로 나타내었다. 하류로 이동할수록 두 개의 최대값 사이의 간격이 증가함을 알 수 있고, 최대값의 위치는 와동의 중심위치와 거의 일치한다. 이 위치는 와동발생기로부터 발생된 와동이 downwash 영역으로 행하면서 벽면의 표면에 부착될 때 발생되는 현상이다. 실험결과와 수치해석결과에서 알 수 있듯이 와동과 와동 사이에서는 수치해석결과와 실험치가 거의 일치하는 하지만 upwash 영역에서는 수치해석결과가 상대적으로 약간 높은 값으로 예



(a) Experiment (Pauley and Eaton)



(b) Present result

Fig. 8 Normalized temperature field contours.

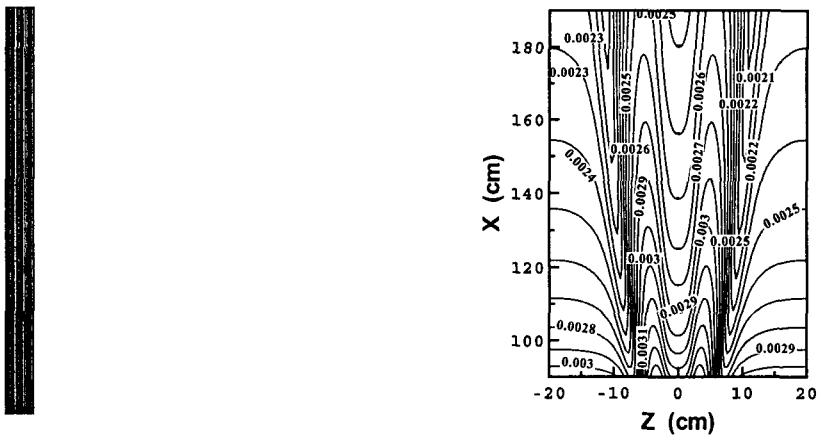
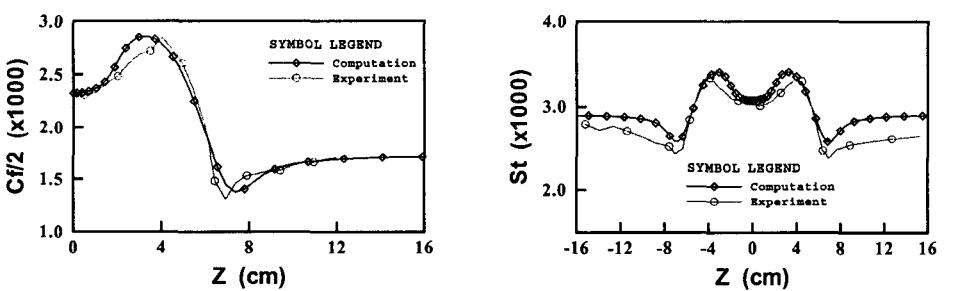


Fig. 9 Stanton number contour over heat transfer measurement region.

Fig. 10 Spanwise distributions of skin friction and heat transfer at  $X = 97$  cm.

측되었다.

Fig. 10의 (a)와 (b)는  $X = 97$  cm 단면의 표면마찰계수와 폭방향의 열전달 분포를 나타낸 것이다. downwash 영역에서는 주와동이 경계층 외층의 고운동량의 저온유체를 벽면으로 수송하기 때문에 표면마찰계수 및 열전달계수가 커지고 upwash 영역에서는 벽면 근처의 저운동량의 고온유체를 벽면 위쪽으로 수송하게 되므로 기준의 경계층이 파괴되어 경계층의 두께가 크게 증가하게 되고, 이로 인해 표면마찰계수 및 열전달계수가 작게 나타난다. 따라서 표면마찰계수는 downwash 영역에서 가장 크며, upwash 영역에서 가장 작게 나타난다. Fig. 10(b)의 열전달 분포에서 열전달의 최대값과 최소값은 와동이 벽면에 부착될 때와 박리될 때 발생되는 현상이며 표면마찰계수의 최대값과 최소값의 위치와 동일하다. 실험결과에서 열전달의 최대값은 최소값보다 약 35

% 정도 크게 측정되었고 수치해석결과에서는 약 32%로 예측하였다. 그리고 와동과 와동 사이의 영역에서는 수치해석결과가 실험결과를 잘 예측하였으나, upwash 영역에서는 상대적으로 크게 예측되었다. 이는 에너지 방정식의 난류 스칼라 수송항의 에디 확산모델에 일정한 난류 Prandtl 수를 사용하기 때문인 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

준압축성 방법을 사용한 3차원 비압축성 점성 유동의 레이놀즈 평균 Navier-Stokes 방정식과 two-layer  $k-\epsilon$  난류모델 그리고 에너지 방정식에 에디 확산모델을 적용하여 반삼각의 와동발생기 하류에서 발생되는 common flow down 유동에 의한 유동장과 열전달 특성을 해석한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

인접한 와동간의 상호작용이 존재하는 common flow down에 대한 수치해석결과와 Pauley 와 Eaton의 실험결과와 비교해 볼 때, 하류로 이동할수록 2차 유동의 속도벡터의 크기와 주와동의 세기가 감소하였으며 주와동의 형태는 먼 하류까지 지속적으로 존재하였다. 또한 와동의 down-wash 영역에서 경계층이 얇아지고 upwash 영역에서 경계층이 두꺼워지는 현상과 와동의 난류에너지가 빠르게 확산되며, 벽면 근처에서의 높은 난류운동에너지와 벽면에서 멀어질수록 난류에너지가 약하게 나타나는 현상도 잘 예측하였다.

또한 무차원 온도분포 및 벽면 전체에 대한 열전달계수는 실험결과와 잘 일치하며, 표면마찰계수와 열전달계수 등에서도 실험결과와 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 와동의 중심영역에서 난류운동에너지, 레이놀즈 응력 등이 실험결과와 차이가 있지만 전체적인 경향은 잘 일치하였다. 따라서 본 연구에서 제안된 수치해석은 3 차원 난류와동 연구에 유용하게 이용될 수 있을 것으로 여겨지며, 열전달 현상을 보다 더 정도 있게 예측하기 위해서는 추가적으로 온도의 변화를 고려한 난류 Prandtl 수에 대한 모델이 개발될 필요가 있다고 여겨진다.

### 참고문헌

- Pauley, W. R. and Eaton, J. K., 1988, The fluid dynamics and heat transfer effects of streamwise vortices embedded in a turbulent boundary Layer, Report No. MD-51, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
- Eibeck, P. A. and Eaton, J. K., 1987, Heat transfer effects of a longitudinal vortex embedded in a turbulent boundary layer, Journal of Heat Transfer, Vol. 109, pp. 16-24.
- Anderson, B. H. and Gibb, J., 1992, Application of computational fluid dynamics to the study of vortex flow control for the management of inlet distortion, AIAA Paper 92-3177.
- Kim, W. J. and Patel, V. C., 1994, Influence of streamwise curvature on longitudinal vortices imbedded in turbulent boundary layers, Journal of Computers Fluid, Vol. 23, No. 5, pp. 647-673.
- Kim, J. Q., Ryou, H. S., Jeong, J. Y. and De-dousis, V., 1996, Numerical simulation of 3-d turbulent flows with imbedded longitudinal vortex, Computational Fluid Dynamics Journal, Vol. 4, No. 4, pp. 473-488.
- Chen, H. C. and Patel, V. C., 1987, Practical near wall turbulence model for complex flow including separation, AIAA Paper 87-1300.
- Kwak, D. C., Shanks, S. P. and Chakravarthy, S., 1986, A three-dimensional incompressible Navier-Stokes flow solver using primitive variables, AIAA Journal, Vol. 24, No. 3, pp. 390-396.
- Chang, J. L. C., Kwak, D., Rogers, S. E. and Yang, R. J., 1988, Numerical simulation methods of incompressible flows and an application to the space shuttle main engine, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 8, pp. 1241-1268.
- Yang, J. S. and Lee, K. B., 2000, A numerical simulation of longitudinal vortex in turbulent boundary layers, KSME (B), Vol. 24, No. 6, pp. 802-813.
- Lowson, M. V., 1981, Visualization measurements of vortex flows, AIAA Paper 89-0191.
- Phillips, W. R. C. and Graham, J. A. H., 1984, Reynolds stress measurements in a turbulent trailing vortex, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 147, pp. 353-371.
- Johnston, J. P., 1960, On the three-dimensional turbulent boundary layer generated by secondary flow, Journal of Basic Engineering, pp. 233-248.
- Owen, P. R., 1970, The decay of a turbulent tailing vortex, The Aeronautical Quarterly, Vol. 21, pp. 69-78.
- Lee, S. H., Ryou, H. S. and Choi, Y. K., 1999, Heat transfer in a three-dimensional turbulent boundary layer with longitudinal vortices, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, No. 8, pp. 1521-1534.