

거친 표면의 접촉피로 수명예측

추효준[†] · 이상돈 · 조용주^{*‡}

부산대학교 정밀기계공학과, *부산대학교 기계공학부

The Contact Fatigue Life Analysis of Rough Surfaces

Hyo-Jun Chu[†], San-Don Lee and Yong-Joo Cho^{*‡}

Precision and Mechanical Engineering, Pusan National University

**School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

Abstract – Analytical model to calculate the contact fatigue life of rough surface is presented in this paper. The effect of surface roughness can be calculated by this model. Computational method and the theoretical basis are also discussed. Contact stresses are obtained by contact analysis of a semi-infinite solid based on the use of influence functions; the subsurface stress field is obtained using rectangular patch solutions. Mesoscopic multiaxial fatigue criterion which can yield satisfactory results for non-proportional loading is then applied to predict fatigue damage. Suitable counting method and damage rule were used to calculate the fatigue life of random loading caused by rough surface. As a result of analysis the relationship between the life and the roughness as well as the most probable depth of the crack initiation is calculated.

Key words – contact fatigue, rough surface, life estimation, contact analysis.

1. 서 론

기어와 베어링과 같은 기계 요소는 점 접촉 혹은 선 접촉등의 부적합 접촉을 하게 된다. 이러한 부적합 조건의 접촉 영역에서 발생하는 집중하중이 원인이 되어, 유한한 사이클 후에 표면 손상이 나타나게 된다. 이러한 표면 손상은 피팅(Pitting), 스폴링(Spalling), 플레이킹(Flaking) 등으로 불리며, 접촉 피로가 원인이 되어 발생한다.

접촉 피로현상은 표면에서 발생하기 때문에 표면의 다양한 특성에 영향을 받으며, 그 특성으로는 표면 거칠기, 유막 두께, 접촉 응력, 잔류 응력, 표면 마찰력 등이 있다. 접촉피로 현상은 이러한 복잡한 특성에 의해 영향을 받기 때문에 아직 일반화된 피로 이론은 존재하지 않고 있는 실정이다.

접촉 피로에 관한 연구는 Way[1]에 의해 처음으로

실험적 접근이 이루어 졌으며, Tallian[2]에 의해 폭넓은 연구가 진행되었다. Dufourg[3]는 칩탄 질화처리된 기어의 접촉피로 손상을 금속학적 관점에서 연구하였으며, 접촉 피로 균열은 표면에서 시작된다는 사실을 밝혀 내었다. Batista[4]는 2차원 표면 거칠기를 고려하여 기어의 피로 수명을 예측하는 수치적 모델을 제시한 바 있다. 그 외에도 다양한 연구자들에 의해 구름접촉 피로 현상에 대한 연구가 진행되었다[5,6].

하지만 현재까지 제시된 많은 연구들은 형상을 2차원에 국한하였으며 표면의 거칠기를 고려하지 않은 모델이 대부분을 차지한다.

따라서 이번 연구는 표면 거칠기를 고려한 3차원 접촉 피로수명 모델을 제시하는 것을 목표로 한다. 그 목표를 달성하기 위해서는 우선 응력 상태가 반드시 밝혀져야 한다. 접촉 표면의 압력 분포는 영향함수를 이용한 반무한체 해석을 통해 얻을 수 있으며 표면 아래 응력분포는 사각조각 표면에 대한 변위해를 이용하여 얻을 수 있다.

거친 표면의 3차원 접촉상태, 예를 들어 돌기의 영향

[†]주저자 : blueraina@korea.com

[‡]책임저자 : yjcho@pusan.ac.kr

을 고려한 구(Sphere)의 표면 아래는 다축 비비례 (Multiaxial non-proportional), 불규칙 하중 (Variable loading)을 겪는다고 할 수 있다. 따라서 불규칙 하중을 등가 된 규칙하중의 조합으로 변화시키기 위해 적절한 카운팅법(Counting Method)을 적용하여야 한다. 그 후에 균열의 시작을 예측하기 위해 다축 비비례 하중에 적절한 다축 피로 이론을 적용하여야 한다. 실험 결과에 따르면 많은 피로 모델 중에서, Papadopoulos [7]가 제시한 Mesoscopic fatigue criterion이 다축 비비례 하중에서도 적절한 예측을 하는 것으로 나타났다.

Mesoscopic fatigue criterion은 고주기 피로(High Cycle Fatigue, HCF)에 대한 모델이다. HCF에서는 대부분의 수명이 균열의 시작에 관련이 되어 있으며 균열이 더 이상 진행되지 않는 한계를 정의하는 것에 관심을 가진다. 기어와 베어링과 같은 기계 요소는 대부분의 작동 하중 영역에서 HCF 거동을 갖는다. 따라서 본 연구에서는 Papadopoulos가 제시한 피로이론을 이용하여 피로 손상을 평가하기로 하였다.

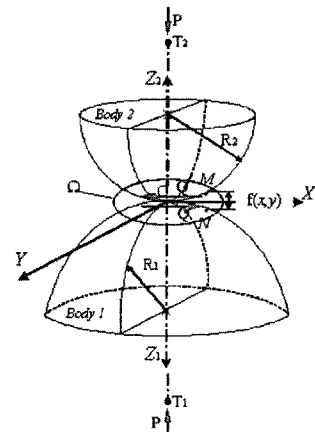
2. 접촉 해석

2-1. 접촉해석

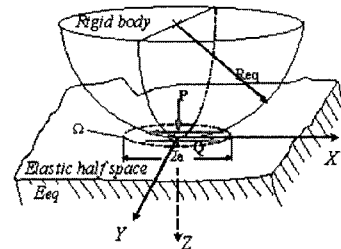
본 연구에서 관심을 갖는 대상은 두 개의 탄성체간의 접촉이다. 두 탄성체에 작용하는 수직과 접선 하중은 Fig. 1과 같으며, 물체는 등방성이며 균질한 거동을 보인다고 가정한다. 이 때 접촉면의 압력분포는 사각 조각표면에 작용하는 균일한 분포하중에 의한 변위의 해를 이용하여 두 탄성체 사이의 접촉문제를 수식적으로 해석한다. Fig. 1에서와 같이 비접합 탄성체의 접촉 영역은 탄성체의 다른 크기기에 비해 매우 작으므로 두 탄성체는 반무한체로 생각할 수 있다. $f(x, y)$ 는 두 탄성체의 표면위의 두 점 M1, N1 사이의 접촉 전의 형태함수(Shape function)이고 $e(x, y)$ 는 접촉 후의 형태함수이다. 하중이 가해지면서 두 탄성체 위의 점 들은 다음 식과 같은 관계를 가지며 $f(x, y)$ 에서 $e(x, y)$ 로 변한다.

$$e(x, y) = f(x, y) + u_{z_1}^p + u_{z_2}^p + u_{z_1}^q + u_{z_2}^q + \delta \quad (1)$$

여기서 $u_{z_1}^p, u_{z_2}^p$ 와 $u_{z_1}^q, u_{z_2}^q$ 는 각각 수직하중 P 와 접선하중 Q 에 $f(x, y)$ 의한 두 탄성체의 표면 위의 두 점에서의 변위며 탄성체 안쪽을 양의 방향으로 둔다. δ 는 표면에서 멀리 떨어진 점 T_1, T_2 의 유효 강체 변위를 $e(x, y)$ 나타낸다.



(a) Contact of two bodies.



(b) Equivalent contact

Fig. 1. Contact of two non-conformal bodies.

접촉문제를 풀기 위해 다음의 구속조건을 만족시키기 위한 반복 연산이 요구된다.

접촉영역 내에서는

$$p(x, y) > 0, e(x, y) = 0 \quad (2)$$

접촉영역 밖에서는

$$p(x, y) = 0, e(x, y) > 0 \quad (3)$$

여기서 $p(x, y)$ 는 접촉 압력이며 $e(x, y)$ 는 변형 후의 표면간 거리이다. 접촉 영역 내에서 식 (1)은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\int_{\Omega} [u_{z_1}^p + u_{z_2}^p + u_{z_1}^q + u_{z_2}^q] dx dy = \delta - f(x, y) \quad (4)$$

여기서 $u_{z_1}^p, u_{z_2}^p$ 와 $u_{z_1}^q, u_{z_2}^q$ 는 각각 사각조각 표면에 작용하는 균일한 수직 및 접선 분포하중에 의한 변위로써 Love[8]와 Cho et al.[9]의 변위해를 이용하였다. 사각 조각면 내에서는 균일한 압력을 가지므로 위 식은 다음과 같이 이산화 될 수 있다.

$$C_1 \sum_{j=1}^k F_{ij} P_j + \mu C_2 \sum_{j=1}^k F_{ij}' P_j = \delta - f_i \quad (5)$$

여기서 $C_2 = (1-2\nu_1)(1+\nu_1)/2\pi E_1 + (1-2\nu_2)(1+\nu_2)/2\pi E_2$ 이며 $C_1 = (1+\nu_1^2)\pi E_1 + (1+\nu_2^2)\pi E_2$ 이고, k 는 영역내 사각조각의 개수다. F_j 과 F_j' 는 각각 j 에서의 수직접선 분포하중에 의한 i 점에서의 변위를 나타내는 영향함수이다.

2.2. 표면아래 응력

입의의 형상을 갖는 접촉면을 균일한 분포하중이 작용하는 사각조각 표면들로 이산화한다. 하중이 작용하는 반 무한체 표면을 $2a \times 2b$ 의 크기를 갖는 미소 사각요소로 나누어, 각 미소 요소의 수직, 접선 분포하중을 사각요소 중심에 작용하는 미소 집중 하중으로 등가시킨다. 각각의 사각요소에 작용하는 집중하중으로 인한 탄성체내 $A(x, y, z)$ 점에서의 응력 성분은 Love와 Cho *et al.*의 변위해를 통해 계산할 수 있다. 따라서 A 점에서의 응력은 전체 표면의 미소 요소로부터의 영향을 중첩함으로써 구할 수 있다.

3. 피로 해석

3-1. Mesoscopic fatigue criterion

Papadopolous[7,10]는 Mesoscopic 피로 이론을 제시하기 위해 고주기 피로하중을 받는 재료의 그레인(Grain) 수준에서는 변형량과 응력이 Lyn-Taylor 조건을 만족한다고 가정하였다. 이러한 가정에 근거하여 거시적 관점에서의 물리량(응력, 변형량)과 미시적 관점에서의 물리량 사이의 관계를 규명하였다.

재료의 피로한도는 소성 슬립이 발생하는 결정의 탄소성 거동에 따라 결정된다. 반복 하중에 의하여 결정이 Elastic shakedown 상태에 도달하게 되면 재료는 무한 수명을 가지게 되는 반면 Plastic shakedown이 발생하게 된다면 결정은 유한 수명 후 피로 균열이 시작된다고 할 수 있다.

결정의 상기와 같은 거동은 결정의 축적된 소성변형량(Accumulated plastic strain)에 의하여 구분 지을 수 있으며, 축적된 소성변형량은 분해 전단응력(Resolved shear strain)과 비례관계에 있다. 따라서 분해 전단응력이 특정 임계값을 초과하게 되면 결정에서는 균열이 발생하게 된다.

하지만 공학적 관점에서 균열의 시작은 하나의 그레인에 대한 균열을 표현하지 않는다. 즉, 거시적으로 확

인될 수 있는 최소 크기의 균열로써 많은 수의 그레인을 통과하는 균열이라고 정의할 수 있다. 따라서 분해 전단응력의 평균값을 도입함으로써 이러한 관점을 고려할 수 있다.

평균값을 균열의 시작으로 보았기 때문에 피로균열이 발생하지 않는 하중에서도 재료 내부에는 미소균열이 존재할 수 있다. 이 미소균열도 피로수명에 상당한 영향을 미칠 것이다. 미소균열의 피로수명에 미치는 영향은 정수압 응력을 통해 고려할 수 있게 된다.

3-2. 피로 판정식

피로 판정식(Fatigue limit criterion)은 재료의 피로한도를 판단하기 위한 식이다. Papadopolous에 의해 제안된 피로 판정식은 임계평면법의 형식을 따르며 다음과 같다. 임계 평면은 일반 전단응력(Generalised shear stress)의 진폭이 최대값을 갖는 면으로 정의된다. 우선 분해 전단응력(Resolved shear stress)의 진폭은 다음과 같다.

$$\tau_a(\varphi, \theta, \chi) = \frac{1}{2} [\max_{t \in P} \tau(\varphi, \theta, \chi, t) - \min_{t \in P} \tau(\varphi, \theta, \chi, t)] \quad (6)$$

여기서 (φ, θ) 는 입의의 고정면을 정의하는 각이다. χ 는 고정면 (φ, θ) 에서 정의되는 입의의 선이다. t 와 P 는 각각 하중의 시간과 주기를 나타낸다. 일반 전단응력(Generalised shear stress, T_a)은 임의 면에서 분해 전단응력의 평균값을 나타낸다.

$$T_a(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{1}{\pi} [\tau_a^2(\varphi, \theta, \chi) d\chi]} \quad (7)$$

제안된 피로 판정식은 다음과 같다.

$$\max T_a + 3 \left(\frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \sigma_{H,max} \leq t_{-1} \quad (8)$$

여기서 t_{-1} 와 f_{-1} 는 각각 완전 교번 비틀림과 굽힘 피로한도 값이다. $\sigma_{H,max}$ 는 정수압 응력의 최대값을 나타낸다.

3-3. 피로 수명식

피로 수명식은 부가된 하중에 의해 재료에서 피로균열이 발생할 경우 그 피로 수명을 밝혀내기 위한 식이다. Papadopolous에 의해 제시된 피로 수명식은 다음과 같다.

$$\frac{\max T_a + 3(t_{-1}/f_{-1} - 1/2)\sigma_{H,a}}{1 - \frac{3}{t_1}(t_{-1}/f_{-1} - 1/2)\sigma_{H,m}} \leq \frac{t_{-1}}{1 - kN^\lambda} \quad (9)$$

여기서 κ 와 λ 는 완전 교번 비틀림 실험에서 얻은 S-N Curve를 커브 피팅하여 얻을 수 있다. $\sigma_{H,a}$ 와 $\sigma_{H,m}$ 는 정수압 응력의 진폭과 평균값을 나타낸다.

3.4. 변동하중에 대한 적용법

앞서 설명한 피로 이론은 일정한 진폭의 하중이 작용할 경우에 적용이 가능하다. 하지만 거친 표면간의 접촉인 경우에는 돌기의 영향을 받아 불규칙한 변동하중(Variable amplitude loading)이 작용하게 된다. 따라서, 적절한 카운팅 방법(Counting Method)을 이용하여 변동하중을 일정한 하중(Constant amplitude loading)의 조합으로 등가시켜야 한다. 본 연구에서는 Rainflow 카운팅 법을 사용하였다.

다축 응력이 작용하는 부재에서 각각의 응력 성분은 평균값이나 진폭이 독립적으로 작용할 뿐만 아니라 주파수 또한 독립적으로 작용하게 된다.

따라서 이러한 응력상태에 대한 사이클 카운팅에서 가장 어려운 문제는 어떠한 응력 성분을 카운팅하여 전체 응력 상태를 대표할 수 있는가 하는 것이다.

본 연구에서는 Weber *et al.*[11]이 카운팅 변수로

고려한 바 있는 임의 평면의 수직응력을 카운팅 변수로 정의하여 다축 응력 성분의 카운팅을 수행한다. 임의의 평면은 가장 데미지(Damage)가 크게 작용하는 면으로 정의한다. 한 사이클에 대한 응력 성분을 얻기 위해 카운팅 변수가 사이클을 형성하는 시간에 상응하는 각각의 성분을 적절한 가중치를 두어 얻는다.

그 후에 Linear Miner법을 사용하여 각각의 Damage를 가산하여 최종 수명을 얻는다.

4. 해석 결과

제안된 모델을 사용하여 거친 표면을 갖는 두 개의 구에 대한 접촉피로 수명을 예측해 보았다. 재료의 기계적 특성은 Lee[12]의 선행연구를 인용하였다(Table 1). 거친 표면의 형상 정보는 3차원 표면 조도기를 이용하여 단위길이가 24 μm 인 51 \times 51의 데이터를 얻었다. 구의 반경은 $R_1=R_2=33(\text{mm})$ 이다.

4.1. 접촉해석 결과

표면 거칠기를 갖는 두 개의 구에 대한 접촉해석을 수행하였으며 이를 통해 표면 압력분포와 표면 아래 응력분포를 얻었다. Fig. 2는 각각 R_a 가 0.3, 1.0(μm)일 경우의 압력 분포를 나타낸다. 이 표면의 Skewness와

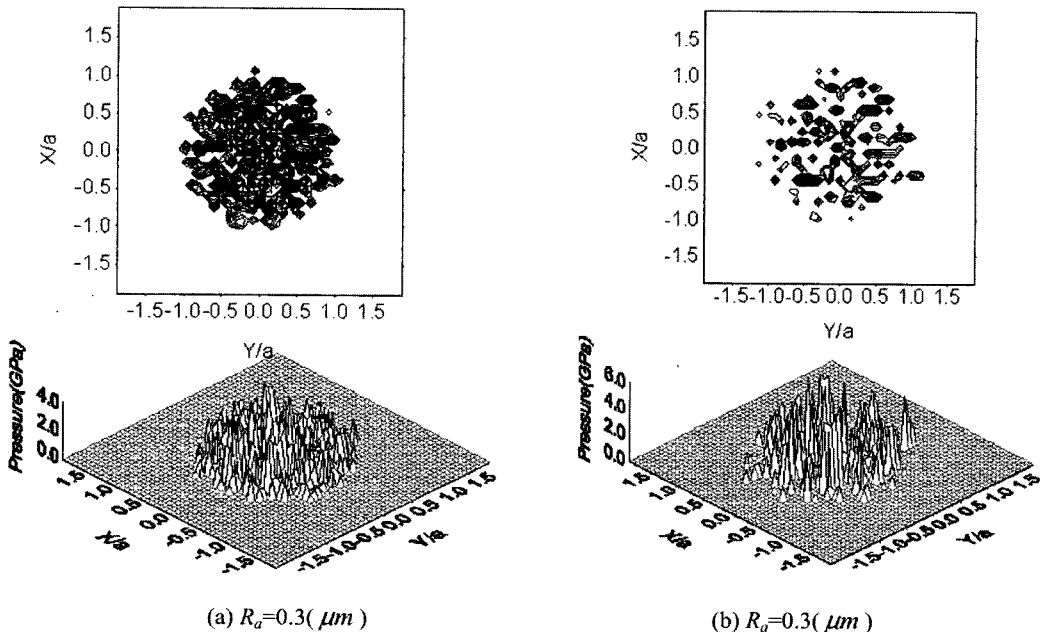


Fig. 2. Pressure distribution of rough surfaces.

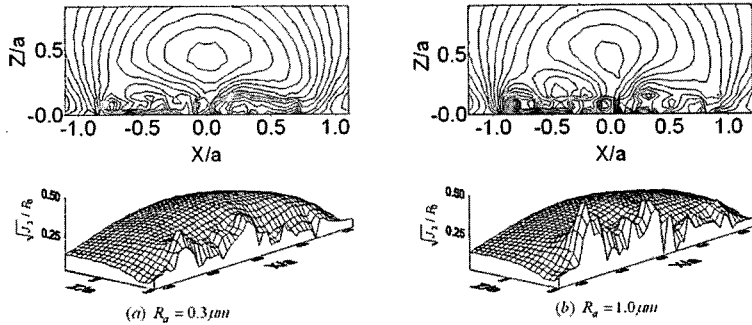


Fig. 3. Distribution of $\sqrt{J_2}/P_0$ on the plane $y=0$.

Kurtosis는 동일한 값이다. 부가된 수직하중은 300(N)이며, 이 때 미끄러운 면의 Hertzian 최대 압력은 1.41 GPa이다. 또한 Hertzian 접촉 면적과 거친 표면의 접촉 면적의 비는 각각 66.49, 36.98(%)로 해석되었다.

사각요소 기법을 사용해 얻은 표면 아래응력 분포는 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3은 $y=0$ 인 면을 따라 표면 아래 $\sqrt{J_2}/P_0$ 를 나타낸 값이다. 여기서 J_2 는 편차 응력의 2차 불변량을 나타내며, P_0 는 최대 Hertzian 압력을 나타낸다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 표면 거칠기를 고려하였을 경우 $\sqrt{J_2}/P_0$ 의 최대값은 표면 근처에서 발생함을 알 수 있다. 또한 표면 거칠기가 증가할수록 표면 근처의 $\sqrt{J_2}/P_0$ 는 현저한 증가를 나타낸다는 것을 확인 할 수 있으며, 반면 최대 Hertzian 전단응력이 발생하는 지점에서의 $\sqrt{J_2}/P_0$ 은 서서히 감소하는 것을 확인 할 수 있다.

거칠기를 고려하여 표면아래 응력을 해석해 본 결과 응력은 돌기의 영향을 받아 표면 근처에 집중되어 분포된다는 것을 알 수 있다.

4-2. 피로해석 결과

Fig. 4는 피로수명과 최대 Hertzian 압력 사이의 관계를 나타낸다. 매끄러운 면에 대한 접촉피로 한도는 1.4(GPa)로 나타났으며, 거친 면에 대해서는 R_a 가 0.3, 1.0(μm)일 때 각각 0.96, 0.89(GPa)이었다.

여기서 표면 거칠기의 증가에 따라 피로한도가 줄어드는 것을 확인할 수 있는데 실제 재료에서는 수명감소폭이 이 보다 적을 것으로 사려된다. 왜냐하면 접촉 표면은 돌기의 영향을 받아 낮은 하중에서도 소성 변형이 발생할 것이고 그로 인해 표면에서는 경화(Hardening) 현상이 발생할 것이기 때문이다. 또한 표면의 다듬질(Run-in process) 효과는 거칠기를 감소

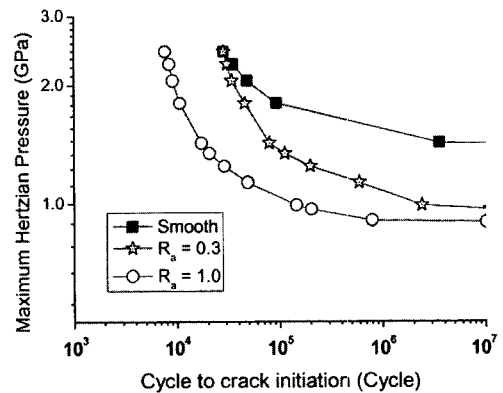


Fig. 4. Contact fatigue life of various surfaces.

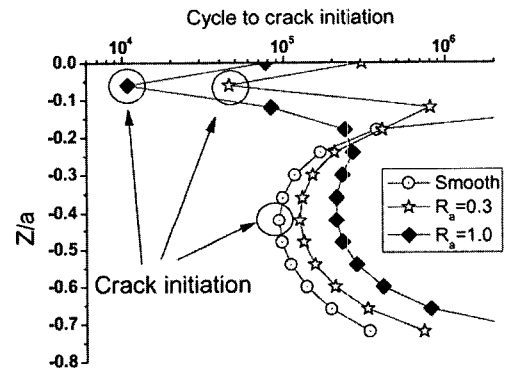


Fig. 5. The most probable depth of crack initiation.

시킴으로써 수명에 이로운 역할을 할 것이기 때문이다. 따라서 보다 정확한 예측을 위해서는 돌기의 영향에 의한 표면의 소성변형을 고려해야 할 것이다.

Fig. 5은 깊이 별 피로수명을 나타낸 것이며 피로균열이 시작되는 깊이를 예측해 볼 수 있다. 여기서 a 는

Hertzian 접촉 반경을 표기한다. 매끄러운 면의 경우에는 최대 전단응력이 발생하는 영 역에서 최소 수명을 보였으며 표면 아래에서 피로균열이 시작된다는 것을 예측할 수 있다. 반면 R_a 가 0.3, 1.0인 거친 면의 경우에는 표면 근처에서 최소 수명이 나타난다는 것을 알 수 있으며, 피로 균열은 표면 근처에서 시작된다는 것을 예측할 수 있다. 표면 근처에서 수명이 가장 작게 예측된 원인은 표면의 돌기의 영향으로 인해 표면에 집중된 응력분포에 기인한다고 할 수 있다.

Dufourg[3]와 Norimune[13]는 접촉 피로에 의한 균열은 자유표면으로부터 시작된다는 실험결과를 발표한다. 바 있어 본 해석의 신뢰성을 뒷받침해준다.

5. 결 론

본 연구에서는 표면 거칠기를 고려하여 SM45C 탄소강의 구 접촉시 피로 수명을 예측해 보았다.

접촉해석의 결과, 표면 거칠기가 증가할수록 표면 근처에서 응력이 현저하게 증가하였으며, 그와 동시에 최대 Hertzian 전단응력이 발생하는 위치에 서는 응력이 서서히 감소하였다.

피로 해석의 결과, 표면 거칠기의 증가는 피로 수명에 상당한 큰 영향이 미치는 것으로 확인할 수 있었다. 또한 깊이 별로 피로수명을 비교해 보았을 때 돌기의 영향으로 인해 표면에서 피로 균열이 시작될 것으로 예측되었다. 이와 동일한 결과가 다른 연구자들의 실험에서 보고된 바 있어서 해석의 신뢰성을 높여 주었다.

참고 문헌

1. Way, S., "Pitting due to rolling contact," *J. Appl. Mech.*, **2**, pp. A49-A58, 1935.

2. Tallian, T. E., "Simplified contact fatigue life prediction model: Part 1. Review of published models," *J. Trib.*, **114**, pp. 207-213, 1992.

3. Dufourg, X., Pitting des engrenages de boite de vitesse, PhD thesis, Universite de Paris-Sud, Orsay, France, 1995.

4. Batista, A. C., "Contact fatigue of automotive gears : evolution and effects of residual stresses introduced by surface treatments," *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, **23**, pp. 217-228, 2000.

5. Ringsberg, J. W., "Life prediction of rolling contact fatigue crack initiation," *Int. J. Fatigue*, **23**(7), pp. 575-586, 2001.

6. Sraml, M., "Numerical procedure for predicting the rolling contact fatigue crack initiation," *Int. J. Fatigue*, **25**, pp. 585-595, 2003.

7. Papadopoulos, I. V., "Multiaxial fatigue limit criterion of metals (Chapter 3)," *High Cycle Metal Fatigue*, ed. Dang Van, K. Y., Papadopoulos, I. V., Springer-Verlag Wien, New York, pp. 89-143, 1999.

8. Love, A. E. H., "Stress produced in a semi-infinite solid by pressure on part of the boundary," *Phil. Trans. Royal Society*, **A228**, pp. 377-420, 1929.

9. Cho, Y. J., Kim, T. W. and Lee, M. J., "The stress field in body caused by the tangential force of a rectangular on a semi-infinite solid," *KSTLE Int. J.*, **2**(1), pp. 29-34, 2001.

10. Papadopoulos, I. V., "Long life fatigue under multiaxial loading," *Int. J. Fatigue*, **23**, pp. 839-849, 2001.

11. Weber, B., "A stress-based approach for fatigue assessment under multiaxial variable amplitude loading," *Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, **25**, 218-231, 1999.

12. Lee, S. B., "Out of phase bending and torsion fatigue of steels," ed. Brown, M. W. and Miller, K. J., *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, EGF3, Mecha. Eng. Public., London, pp. 209-215, 1989.

13. Norimune, S. and Takashi, Y., "Effect of tangential traction and roughness on crack initiation/propagation during rolling contact," *ASME Trans.*, **25**(2), pp. 198-206, 1981.