

내부 원형 그루브를 갖는 저속 드라이 가스 시일의 운할 성능해석 및 실험

이안성[†] · 김준호*

한국기계연구원 회전체그룹, *한국셀마스타(주) 기술연구소

Lubrication Performance Analysis and Experiment of a Low-Speed Dry Gas Seal having an Inner Circular Groove

An Sung Lee[†] and Jun Ho Kim*

Rotor Dynamics Group, Korea Institute of Machinery and Materials
*R&D Center, Korea Seal Master Co.

Abstract - In this study a general Galerkin FE lubrication analysis method was utilized to analyze the complex lubrication performance of a spiral groove seal having an additional inner circular groove, which was designed for a chemical process mixer operating at a low speed of the maximum 500 rpm. Equilibrium seal clearance analyses under varying outer pressure revealed that the seal maintains a certain levitation seal clearance under the outer pressure of more than about 1.5 bar, regardless of a rotating speed. Also, under the normal outer pressure of 11 bar, the axial stiffness of the seal was predicted to have a high value of more than 7.0×10^7 N/m, regardless of a rotating speed and thereby, the seal is expected to maintain a stable thickness of lubrication film under a certain external excitation acting. A seal levitation test rig was designed and constructed. Experimental results at 500 rpm agreed well with analytical predictions and the applied lubrication analysis method was verified.

Key words - spiral groove, dry gas seal, low-speed, inner circular groove, lubrication performance, Galerkin FE analysis, levitation test rig, experiment.

1. 서 론

가스를 운할 매체로 하는 비접촉 미케니컬 페이스 시일은 흔히 드라이 가스 시일로 불린다. 드라이 가스 시일은 60년대 후반 가스 베어링 개념으로부터 출발하여, 70년대 항공용 가스터빈에서 압축기로부터 블리드(bleed)된 압축 공기의 베어링 내 유입 최소화를 통한 전체 운할 시스템의 경량화를 목적으로 개발 적용되었다. 현재는 극한 또는 오염환경에서 운전되는 터보·유체기계를 위한 정밀 누설제어 부품으로 크게 주목받고 있으며, 그 적용 분야가 폭 넓게 확대되어 가고 있다[1-3].

정유·석유화학 플랜트 등에서 운전되는 터보·유체기계에 적용되는 드라이 가스 시일은 유해한 또는 값

비싼 유체를 취급하는 믹서, 펌프, 압축기 등에서 시일 시스템 내에 완충(buffer) 또는 차단(barrier) 가스를 주입해 작업 유체의 완전 배출제로(zero-emission)를 달성하는 한편, 에너지와 유지보수 비용절감을 위해 활용된다. 드라이 가스 시일이 탁월한 성능을 보이는 이유는 실링(sealing) 인터페이스가 액체 필름 부상 비접촉 또는 고체 접촉 미케니컬 페이스 시일 보다 매우 작은 마찰열을 발생하는 안정성 높은 매우 얇은 가스 필름을 갖는다는 것이다[4].

1970년대 이래 운할 문제의 해석도구로 유한요소법이 보편적으로 사용되고 있다. 유한요소법은 복잡한 형상의 구현이 쉬울 뿐 아니라 다양한 경계조건의 체계적인 취급이 가능하고, 특히 시일 면에 음각된 그루브와 같은 기하 형상의 불연속 문제에도 용이하게 적용될 수 있는 장점이 있다. 현재, 유체나 열전달 문제와

[†]주저자 · 책임저자 : aslee@kimm.re.kr

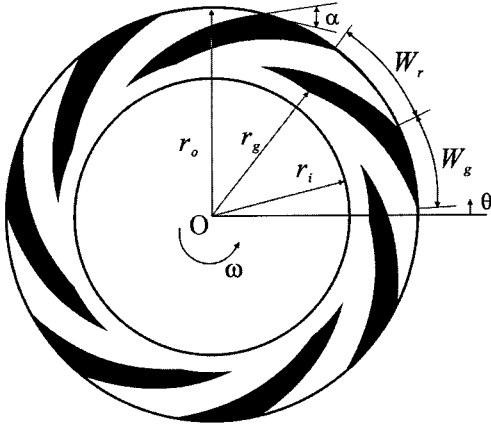


Fig. 1. A typical face geometry of original spiral groove seal.

같은 비보존계의 모델 정식화에도 일반적 제약 없이 강력히(weak formulation) 적용될 수 있는 Galerkin 유한요소법[5-13]이 널리 사용되고 있다.

일반적으로, 평범한 윤활 면을 갖는 가스 윤활 트라이보-요소에서는 가스의 점성이 액체에 비해 상당히 작아(2 order less) 안정된 윤활 필름 형성에 필요한 충분한 유체동압 효과(hydrodynamic effect)가 발생하기 어렵다. 이의 극복을 위해, 드라이 가스 시일은 흔히 Fig. 1과 같은 스파이럴 그루브 기하 형상의 유체동압 자기부상 메카니즘(hydrodynamic self-acting lifting mechanism)을 채택하고 있으며, 이는 스파이럴 그루브가 타 형상에 비해 최적의 설계성능을 갖기 때문이다. 최근, 스파이럴 그루브를 채택한 드라이 가스 시일의 설계진보는 시일의 안전성과 신뢰성을 충분히 향상시켜서 이들 시일이 비용과 성능의 모든 관점에서 액체 시일보다 우수한 선택이 되게 하고 있다.

이안성 등[12,13]은 Fig. 1의 대표적인 스파이럴 그루브 드라이 가스 시일에 일반화된 Galerkin 유한요소법을 적용하여 저속(3,600 rpm)과 고속(15,000 rpm)에서 종합 윤활 성능해석을 수행하였다. 저속 적용의 경우, 낮은 속도에서도 효과적 부상 및 안정적 설계 틈새 유지가 요구되며, 따라서 실링 필름(sealing film)의 개방력과 강성 증대 차원에서 유체동압 효과를 강화시키는 설계 즉 큰 그루브 개수, 큰 그루브 깊이, 큰 그루브 테이퍼, 그리고 비교적 낮은 그루브 각이 선호된다. 고속 적용의 경우, 가스 시일 시스템의 동적 안정성이 무엇보다도 확보되어야 하며, 이를 위해 우선적으로 실링 필름의 축방향 감쇠가 양이 되는 설계 즉

저속의 경우와는 반대로 유체동압 효과를 약화시키는 설계가 요구된다.

본 연구에서는 최대 500 rpm의 저속에서 운전되는 화학공정 믹서에 적용되는 내부 원형 그루브[11]를 갖는 스파이럴 그루브 드라이 가스 시일의 유한요소 윤활 성능해석이 수행되며, 특히 외경압력에 따른 윤활 특성이 분석된다. 아울러, 시일 부상성능 시험기를 제작하고 부상시험을 수행하여, 해석 예측과 비교하고자 한다.

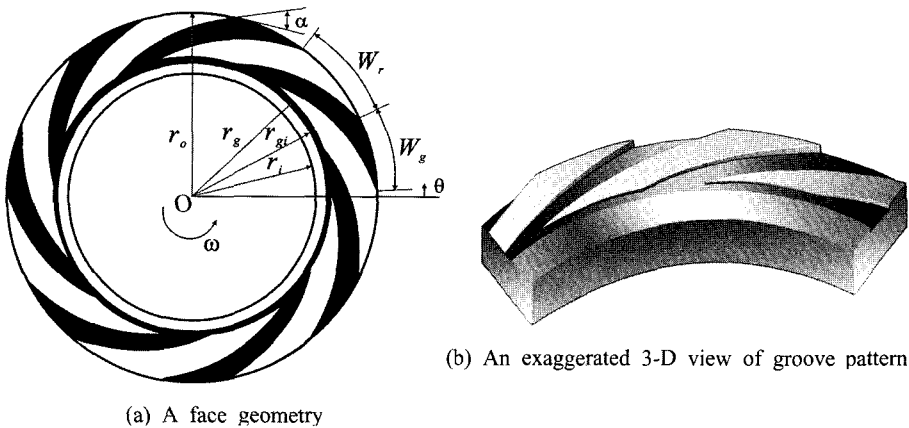
2. 시일 형상 및 윤활 해석

Fig. 2(a-c)는 부가적 내부 원형 그루브를 갖는 스파이럴 그루브(WICG, with an inner circular groove) 시일의 상세한 기하형상을 보여주고 있다. Fig. 2(a)로부터 WICG 시일은 통상의 스파이럴 그루브와 시일 랜드 사이에 각 스파이럴 그루브를 연결하는 원형 그루브가 갖고 있다. Fig. 2(b)는 시일 그루브의 과장 확대된 입체형상을 상세히 보여 주고 있으며, 외경 그루브 입구로부터 흡입된 가스는 시일 메이팅 링(mating ring) 표면의 회전에 의해 그루브 내경 쪽으로 움직임에 따라 부피가 축소되어 그루브가 존재하지 않은 경우에 비해 증대된 압력을 생성시키게 되며 시일 랜드에 이르기 전에 일정한 깊이로 음각된 원형 그루브를 만나 부가적 압력 증대 및 압력 균일화 효과를 갖게 된다. Fig. 2(c)는 시일 내·외경 단면에 걸친 시일 틈새와 그루브 깊이를 상세 확대하여 보여 주고 있으며, 그루브 깊이가 반경을 따라 테이퍼를 가질 수 있음이 확인된다. 한편, 현장 운전경험에 따르면, WICG 시일의 부가적 내부 원형 그루브가 시일의 운전시 저속에서 유체동압 효과가 작아 작동 기체 내에 오염되어 있는 각종 침전물 등의 불순물이 스파이럴 그루브 끝에 쌓여(clogging) 시일 페이스가 열리게 되는 현상을 방지하는데 보다 효과적인 것으로 나타나고 있다.

Fig. 2(a)에서 스파이럴 그루브의 경계를 형성하는 스파이럴의 지배함수[14]는

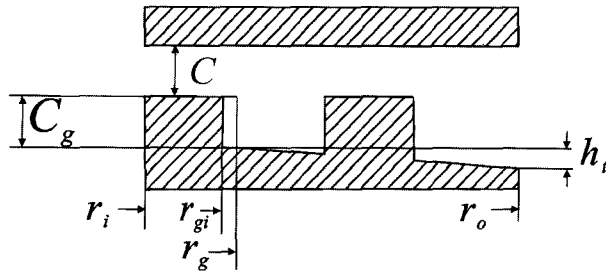
$$r = r_i e^{\theta \cdot \tan \alpha} \quad (1)$$

여기서, 스파이럴 각도, α 는 스파이럴의 연장선과 외경원의 접선 사이의 각도이며, W_g 와 W_r 는 외경원에서의 그루브와 리지(ridge)의 폭(또는 원호길이)을 나타낸다. r_i , r_{gi} , r_g , r_o 는 각각 내반경, 내부 원형 그루브 반경, 그루브 반경, 외반경이다. 그리고 Fig. 2(c)에서, C ,



(a) A face geometry

(b) An exaggerated 3-D view of groove pattern



(c) Geometries of sealing clearance and groove depth

Fig. 2. A detailed geometry of spiral groove seal having an additional inner circular groove.

C_g , h_t 는 각각 시일 틈새, 그루브 깊이, 그루브 테이퍼를 나타낸다.

한편, 스테이터(stator) 주 시일 링(primary seal ring)에 그루브를 갖는 드라이 가스 시일의 압축성 Reynolds 방정식은

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h^3 \partial p}{\mu r \partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r h^3 \partial p}{\mu \partial r} \right) = \frac{6 \partial(\rho \omega r h)}{r \partial \theta} + 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (2)$$

식 (2)는, 작동가스의 등온, 등점성, 이상기체를 가정하고, 실링 필름의 섭동과 함께 필름의 섭동변위와 속도에 대한 압력의 1차수 전개를 고려하여, 섭동 Reynolds 방정식으로 표현된다. 무차원 압력의 1차수 전개는 다음으로 표현된다.

$$P = P_0 + P_z Z + P_r \gamma + P_r \dot{Z} + P_r \dot{\gamma} \quad (3)$$

섭동 Reynolds 방정식의 Galerkin 유한요소 정식화는 각 섭동된 방정식에 개개 요소에 대한 가중 잔여오차 적분(weighted residual integral)을 적용하고 부분적분

전개를 통해 수행되어 행렬방정식 형태로 얻어지며, 개개 요소에 대한 각 행렬방정식은 요소의 연결 공동 절점에서 압력은 같고 유량은 더해진다는 원칙에 따라 전체방정식으로 조립된다. 여기에 경계조건을 부가하여 각 압력이 구해지며, 특히 P_0 의 비선형 행렬방정식에는 Newton-Raphson 기법이 적용된다. 보다 상세한 유한요소 윤활 정식화 및 해법은 이안성 등[12]에 기술되어 있다.

3. 해석결과 고찰

Fig. 3(a, b)는 해석에 사용된 WICG 스파이럴 그루브 시일의 형상과 유한요소 메쉬를 보여주며, 시일의 정확한 기하형상 설계인자와 운전조건은 Table 1에 정리되어 있다.

개방력(opening force)과 폐쇄력(closing force)의 평형상태 시일 틈새와 $p_0 = 11 \text{ bar}$ 에서, Fig. 4와 5는 $\omega = 500 \text{ rpm}$ 그리고 Fig. 6과 7은 $\omega = 0 \text{ rpm}$ 에서 생성된 P_0 와 평균 P_0 의 전 시일 표면 및 반경에 걸친

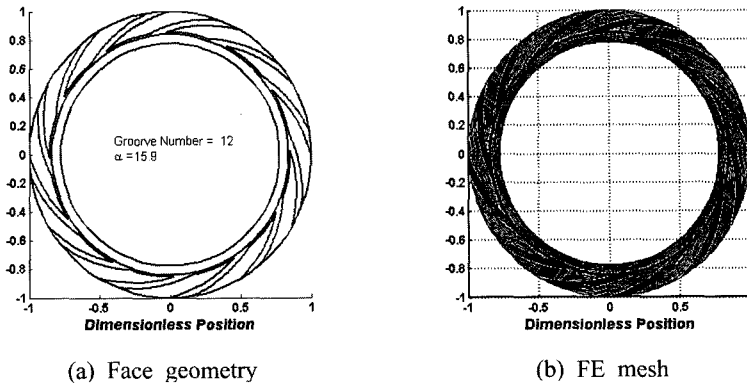


Fig. 3. A WICG spiral groove seal.

Table 1. Geometric parameters and operating conditions of a WICG seal

Seal geometry	Inner radius	$r_i = 0.05752 \text{ m}$
	Inner groove radius	$r_{gi} = 0.06216 \text{ m}$
	Groove radius	$r_g = 0.06317 \text{ m}$
	Outer radius	$r_o = 0.07403 \text{ m}$
	Groove depth	$C_g = 16.0 \mu\text{m}$
	Groove taper	$h_t = 4.0 \mu\text{m}$
	Spiral angle	$\alpha = 15.9^\circ$
	Groove width ratio, $W_g/(W_g + W_r)$	0.3
Operating condition	Number of grooves	$N_g = 12$
	Air viscosity	$\mu = 18.7368 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
	Inner pressure	$p_i = 0.1013 \text{ MPa}$
	Max. outer pressure	$p_o = 1.1143 \text{ MPa}$
	Max. rotating speed	$\omega = 500 \text{ rpm}$
	Air temperature	$T = 32^\circ\text{C}$
	Compressibility number	$\Lambda < 5$
Number of elements for 1/12 section		609 (29 × 21)

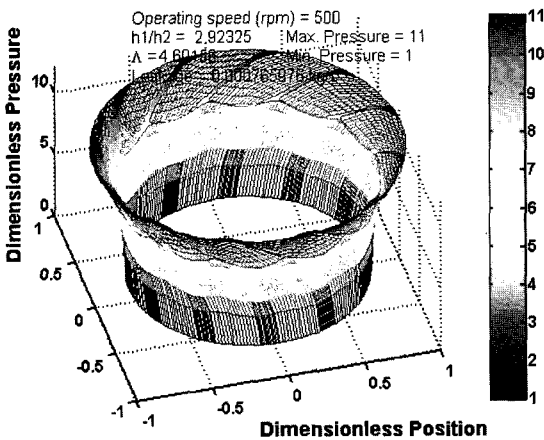


Fig. 4. Generated distribution at $\omega = 500 \text{ rpm}$, $p_o = 11 \text{ bar}$ and the equilibrium seal clearance.

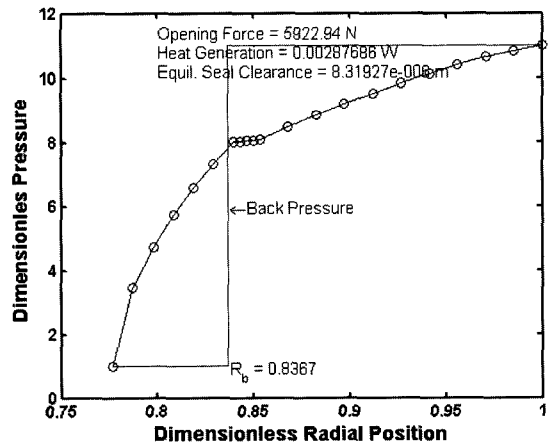


Fig. 5. Average distribution across the seal radius at $\omega = 500 \text{ rpm}$, $p_o = 11 \text{ bar}$ and the equilibrium seal clearance.

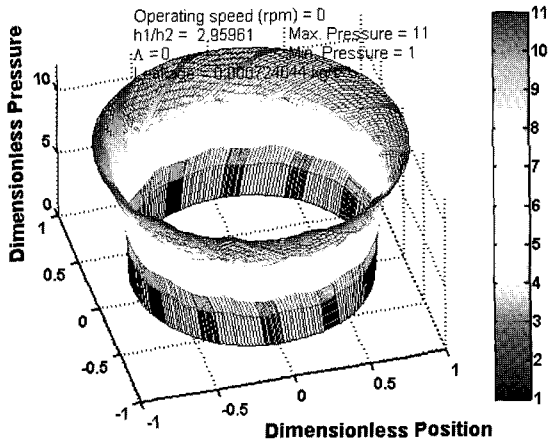


Fig. 6. Generated distribution at $\omega=0$ rpm, $p_o=11$ bar and the equilibrium seal clearance.

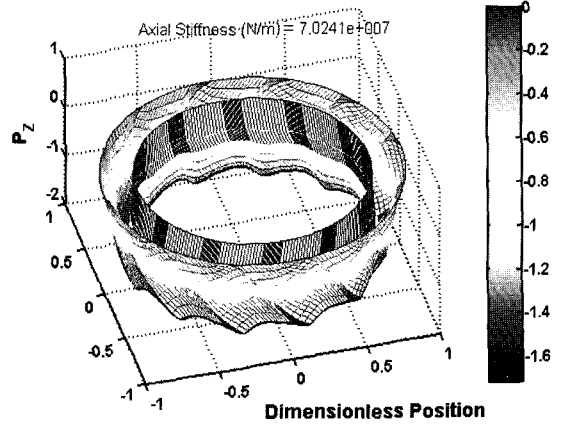


Fig. 8. P_z distribution at $\omega=500$ rpm, $p_o=11$ bar and the equilibrium seal clearance.

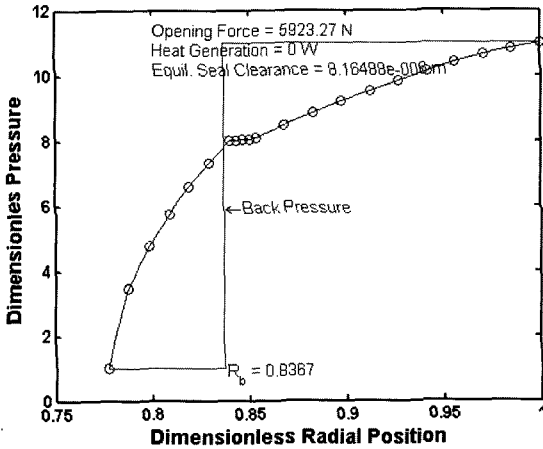


Fig. 7. Average distribution across the seal radius at $\omega=0$ rpm, $p_o=11$ bar and the equilibrium seal clearance.

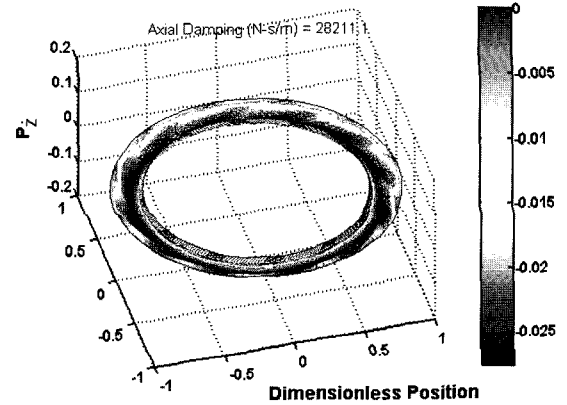


Fig. 9. P_z distribution at $\omega=500$ rpm, $p_o=11$ bar and the equilibrium seal clearance.

분포를 보여 주고 있다. Fig. 4와 6에서, 시일 표면에 걸쳐 P_o 는 rpm에 상관없이 거의 동일한 분포를 나타내고 있으며, 이는 $\omega=500$ rpm이 낮은 속도로 큰 유체동압 효과를 발생하지 않기 때문이며, 시일 표면의 생성압력이 그루브 기하형상과 함께 유체정압 효과 (hydrostatic effect)에 의해 지배됨을 알 수 있다. Fig. 5와 7에서, 마찬가지로 이유로, 시일 반경에 걸쳐 평균 P_o 의 분포도 거의 동일한 형태를 보인다. 특히, Fig. 7로부터 $\omega=0$ rpm에서 생성된 평균 P_o 의 합이 배압 (back pressure)의 합인 패쇄력과 일치하므로, 일정한 외압이 작용하는 경우 해석대상 WICG 시일이 운전속도에 상관없이 항상 일정한 부상 시일 틈새를 갖음을

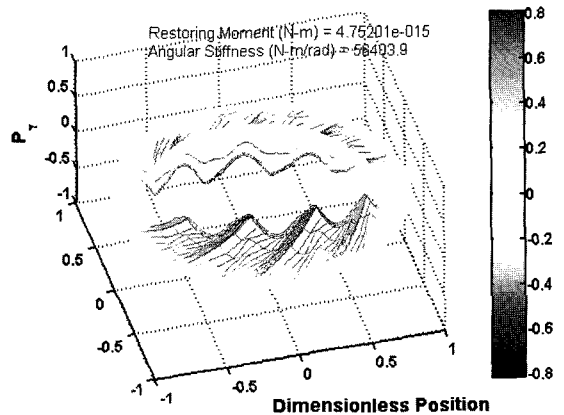


Fig. 10. P_r distribution at $\omega=500$ rpm, $p_o=11$ bar and the equilibrium seal clearance.

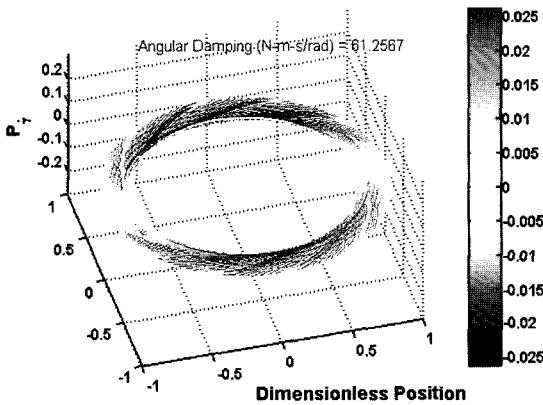


Fig. 11. P_z distribution at $\omega = 500$ rpm, $p_o = 11$ bar and the equilibrium seal clearance.

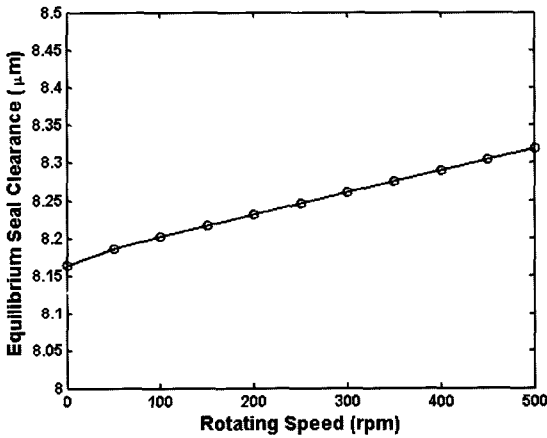


Fig. 12. Equilibrium seal clearance vs. operating speed at $p_o = 11$ bar.

알 수 있다.

Figs. 8-11은 평형상태 시일 틈새, $p_o = 11$ bar, 그리고 $\omega = 500$ rpm에서 예측된 P_z , P_x , P_y , P_r 의 시일 표면에 걸친 분포를 보여주고 있다. P_x 과 P_z 는 그루브와 리지의 각 쌍 별로 순환 대칭하고, P_r 와 P_y 는 일정한 축에 대해 역 대칭하는 분포 특성을 나타냄을 알 수 있다.

Fig. 12는 $p_o = 11$ bar에서 운전속도에 대한 평형상태 시일틈새를 보여주며, 운전속도가 0에서 500 rpm으로 증가함에 따라 평형상태 시일틈새가 비례하여 약간 증가한다. Fig. 13는 $p_o = 11$ bar와 $h1/h2 = (1 + C_g/C) = 3$ 에서 운전속도에 대한 개방력을 보여주며, 운전속도가 증가함에 따라 개방력이 비례하여 약간 증가한다. Fig. 14는 $p_o = 11$ bar에서 운전속도에 대한 누설량을 보여주

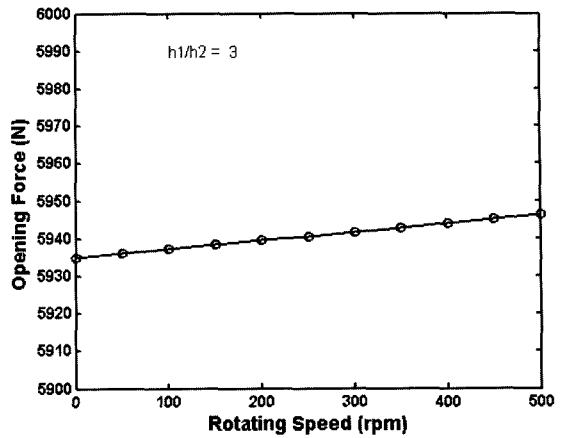


Fig. 13. Opening force vs. operating speed at $p_o = 11$ bar and $h1/h2 = 3$.

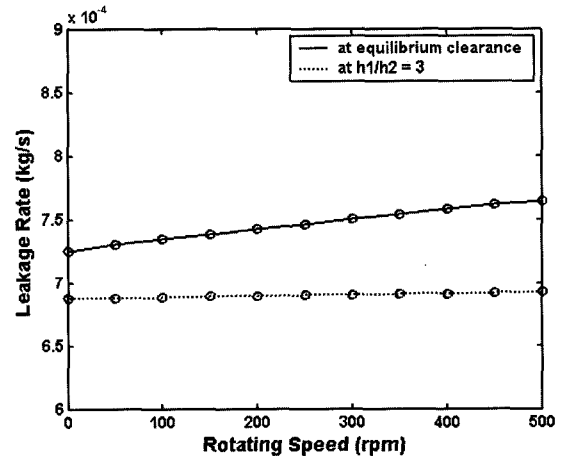


Fig. 14. Leakage rate vs. operating speed at $p_o = 11$ bar.

며, 운전속도가 증가함에 따라 $h1/h2 = 3$ 에서는 시일틈새가 일정하기 때문에 누설량이 비례하여 매우 근소하게 증가하며, 평형상태 시일틈새에서는 시일틈새가 운전속도의 증가에 따라 비례하여 증가하기 때문에 누설량이 보다 크게 증가한다. Fig. 15는 0 및 500 rpm에서 외경압력(p_o)에 대한 평형상태 시일틈새를 보여주며, 외경압력이 약 $p_o = 1.5$ bar를 넘어서 증가함에 따라 0와 500 rpm에서의 평형상태 시일틈새가 점차 근접하여 수렴하며, 외경압력 $p_o = 1.5$ bar 이하에서는 0와 500 rpm에서의 평형상태 시일틈새가 서로 멀어져 발산하며 특히 0 rpm이고 $p_o = 1.0$ bar인 경우는 시일이 부상하지 못하는 것으로 예측된다.

Figs. 16-19는 $p_o = 11$ bar에서 운전속도에 대한 축방

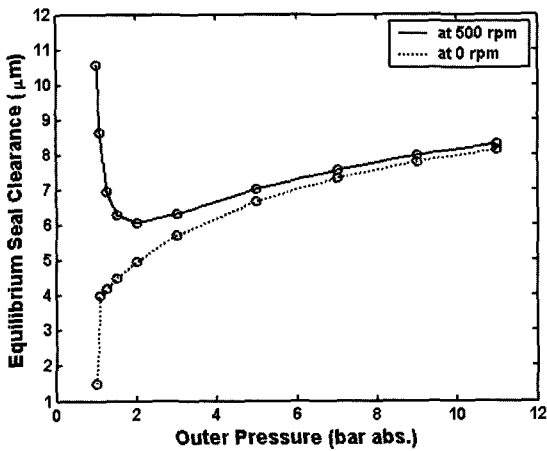


Fig. 15. Equilibrium seal clearance vs. outer pressure.

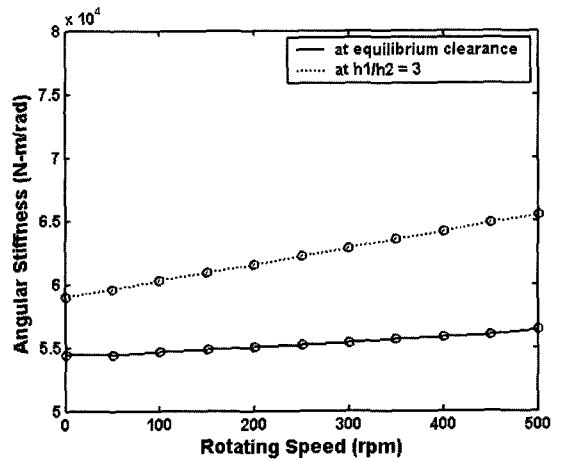


Fig. 18. Angular stiffness vs. operating speed at $p_o = 11$ bar.

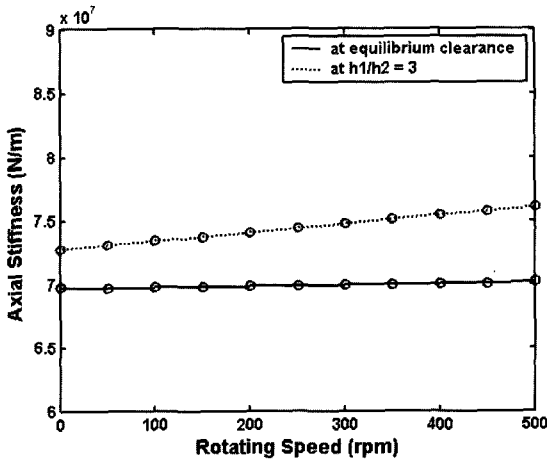


Fig. 16. Axial stiffness vs. operating speed at $p_o = 11$ bar.

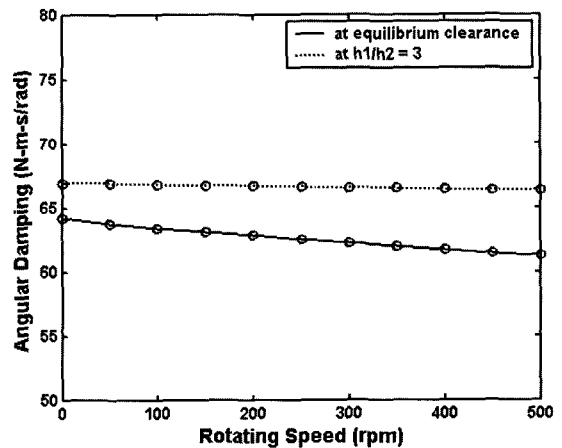


Fig. 19. Angular damping vs. operating speed at $p_o = 11$ bar.

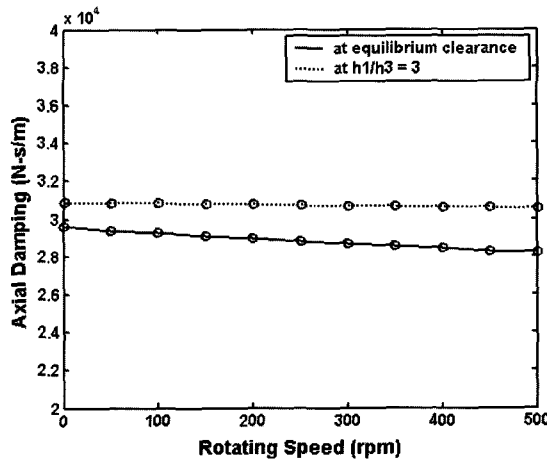


Fig. 17. Axial damping vs. operating speed at $p_o = 11$ bar.

향과 각방향의 강성과 감쇠를 보여준다. Fig. 16과 18로부터, 축방향과 각방향 강성이 모두 운전속도가 증가함에 따라 평형상태 시일틈새에서는 비례하여 미세하게 증가하며, $h_1/h_2 = 3$ 에서는 보다 크게 증가하는 특성을 보인다. 또한, Fig. 17과 19로부터, 축방향과 각방향 감쇠가 모두 운전속도가 증가함에 따라 $h_1/h_2 = 3$ 에서는 비례하여 미세하게 감소하며, 평형상태 시일틈새에서는 보다 크게 감소하는 특성을 보인다. 특히, Fig. 16으로부터 운전속도에 관계없이 축방향 강성이 7.0×10^7 N/m 이상의 높은 값을 가져 외부 교란의 작용 시에도 시일 필름이 안정된 틈새를 유지할 수 있을 것으로 예상된다.

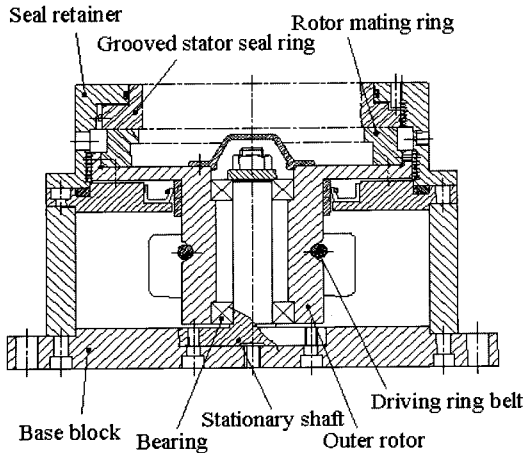


Fig. 20. A sectional drawing of dry gas seal levitation test rig.

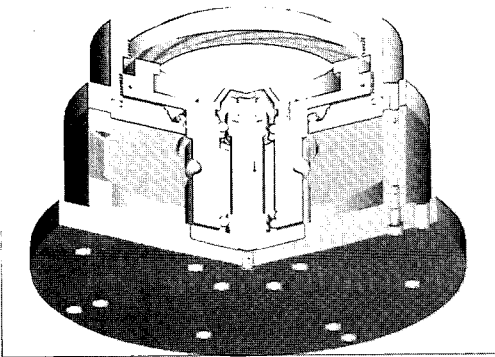


Fig. 21. A solid model of dry gas seal levitation test rig.

4. 부상 성능실험

Fig. 20과 21은 저속 드라이 가스 시일의 부상 성능을 실험하기 위해 개발된 시일 부상 시험기의 설계도면과 솔리드 모델을 보여주고 있다. Rotor mating ring은 outer rotor에 안착되어 positive drive pin에 의해 outer rotor와 일체로 회전되며, outer rotor의 중간에 위치한 driving ring belt에 의해 구동된다. Driving ring belt는 정밀 구동모터에 의해 구동되며, outer rotor의 회전속도가 측정 제어된다. Outer rotor는 두개의 지지 bearing에 의해 stationary shaft에 설치되며, stationary shaft의 collar는 시험기의 base에 볼트 고정된다. 스파이럴 그루브가 음각된 grooved stator seal ring은 seal retainer에 설치되며, seal retainer의 anti-rotation lock은 grooved stator seal ring의 원활한 수

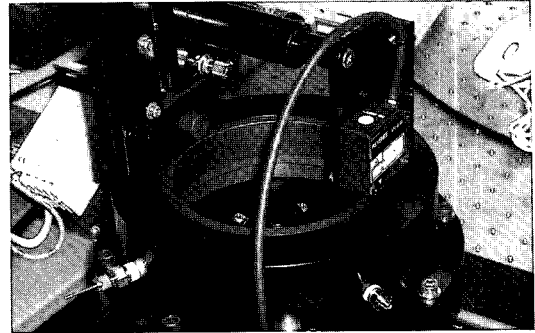


Fig. 22. A photograph of constructed dry gas seal levitation test rig.

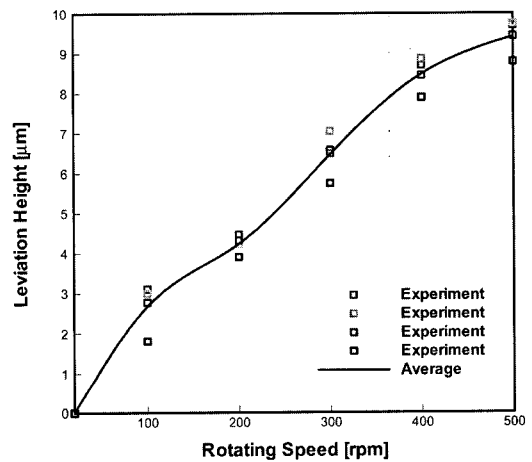


Fig. 23. Seal levitation experiment result under the stator seal ring's weight itself and ambient pressure.

직 축방향 움직임 즉 부상을 허용하되 회전을 방지하는 구조로 되어있다. Fig. 22는 제작된 부상 시험기의 사진을 보여주며, grooved stator seal ring의 수직 부상은 레이저 변위센서에 의해 측정된다.

저속 드라이 가스 시일의 부상실험은 대기압 상태에서 grooved stator seal ring의 자체자중 4.364 N만이 외부하중으로 작용하는 조건에서 100 rpm 단위로 회전속도를 변화시켜 가며 수행되었다. Fig. 23은 운전속도에 대한 시일의 부상실험 결과를 보여주며, 실선은 4회 실험결과의 평균값으로 500 rpm에서 약 9.5 μm 부상하였다. Fig. 24는 실험과 동일한 부하조건에서 해석 예측된 시일의 부상결과를 보여주며, 약 20 rpm에서 시일이 최초 부상하여 500 rpm에서 약 10.1 μm 부상하였다. 한편, Fig. 23에서 부상실험 결과치의 굴곡은 부상시험기 시스템의 동적 특성에 기인한 것으로 추정

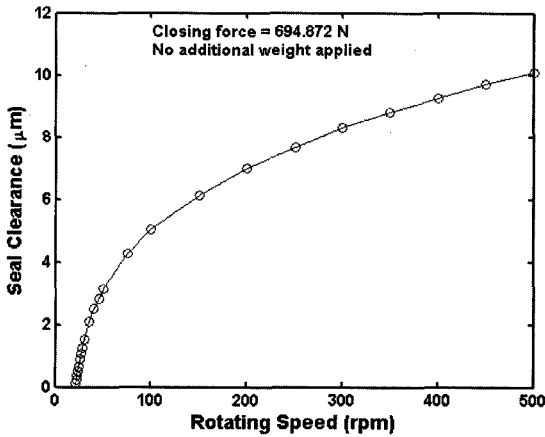


Fig. 24. Seal levitation analysis result under the stator seal ring's weight itself and ambient pressure.

된다. 실험에 사용된 grooved stator seal ring 표면의 실제 스파이럴 그루브 가공의 정밀도 마진 등을 고려할 때, 500 rpm에서 실험과 해석의 시일 부상결과는 비교적 잘 일치하는 것으로 평가된다.

5. 결 론

본 연구에서는 최대 500 rpm의 저속에서 운전되는 화학공정 미석용 내부 원형 그루브를 갖는 스파이럴 그루브 드라이 가스 시일의 유한요소 윤활 성능해석을 수행하였다. 외경압력에 따른 평형상태 시일틈새의 해석을 통해, 외경압력이 약 1.5 bar 이상 작용하는 조건에서는 rpm에서 관계없이 그루브 기하형상과 유체정압 효과에 의해 시일이 일정한 부상 시일틈새를 유지하는 것으로 예측되었다. 또한 정상 외경압력 11 bar에서 운전속도에 관계없이 축방향 강성이 $7.0e+07$ N/m 이상의 높은 값을 가져 외부 교란의 작용 시에도 시일 필름이 안정된 틈새를 유지할 수 있을 것으로 분석되었다. 한편, 시일 부상성능 시험기를 설계 제작하였으며, 500 rpm에서의 실험 결과가 해석 예측과 비교적 잘 일치하여 적용된 윤활 해석기술이 검증되었다.

후 기

본 연구는 과학기술부 민군겸용기술사업 “과제번호 : M1-0209-00-0004”의 지원으로 수행되었습니다. 연구를 지원해주신 관계자 여러분께 감사사를 드립니다.

기호 설명

- C = centerline land or ridge seal clearance, [m]
- C_g = groove depth, [m]
- h = film thickness, [m]
- h_t = groove taper height, [m]
- N_g = number of groove
- p = pressure, [Pa]
- P = dimensionless pressure, p/p_o
- r = r -coordinate
- t = time, [s]
- T = temperature, [°C]
- W_g = groove width
- W_r = ridge width
- z = z -coordinate or axial perturbed displacement of h
- Z = dimensionless axial perturbed displacement, z/C
- α = spiral angle
- $\dot{\gamma}$ = relative misalignment between seal faces, [rad]
- γ = dimensionless misalignment or perturbed misalignment, $\dot{\gamma}r_o/C$
- Γ = $2A$
- θ = θ -coordinate
- A = compressibility number or seal operation parameter, $6 \mu \omega r_o^2/p_o C^2$
- μ = viscosity, [Pa · s]
- ρ = density, [kg/m³]
- ω = rotating speed, [rad/s]

Subscripts

- g = groove radius
- g_i = inner circular groove radius
- i = inner radius
- o = outer radius
- 0 = equilibrium state

참고 문헌

1. Gabriel, R.P., “Fundamentals of Spiral Groove Non-contacting Face Seals,” *ASLE Lubrication Engineering*, Vol. 35, No. 7, pp. 367-375, 1979.

2. Sedy, J., "Improved Performance of Film-Riding Gas Seals Through Enhancement of Hydrodynamic Effects," *ASLE Trans.*, Vol. 23, No. 1, pp. 35-44, 1980.
3. Morrissey, C.P., "A New Shaft Sealing Solution for Small Cryogenic Pumps," *STLE Tribology Trans.*, Vol. 39, No. 4, pp. 964-968, 1996.
4. Cai, W.X. and Shiomi, N., "Research on Performances of Spiral-Groove Gas Seal," The 9th of International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Honolulu, Hawaii, Feb. 10-14, 2002.
5. Cheng, H.S. and Pan, C.H.T., "Stability Analysis of Gas-Lubricated Self-Acting, Plain, Cylindrical, Journal Bearings of Finite Length, Using Galerkin's Method," *ASME Journal of Basic Engineering*, 1965.
6. Zuk, J., "Compressible Seal Flow Analysis Using the Finite Element Method with Galerkin Solution Technique," *ASLE Trans.*, Vol. 19, No. 1, pp. 61-71, 1975.
7. Cook, R.B., Malkus, D.S., and Plesha, M.E., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis," John Wiley & Sons, Inc., 1989.
8. 최병렬, 이안성, 최동훈, "미케니컬 페이스 실의 윤회 최적설계," *대한기계학회논문집 A권*, 제24권, 제12호, pp. 2989-2994, 2000.
9. 최병렬, 이안성, 최동훈, "겔러킨 유한요소 해석법을 이용한 미케니컬 페이스 실의 윤회 성능해석," *대한기계학회논문집 A권*, 제25권, 제6호, pp. 916-922, 2001.
10. Burnett, D.S., *Finite Element Analysis from Concepts to Applications*, Addison-Wesley Publishing Co., 1988.
11. 이안성, 박무룡, 김영철, "저속 믹서용 드라이 가스 시일의 FE 윤회해석," *한국윤회학회 춘계학술대회 논문집*, pp. 194-200, 2003.
12. 이안성, 양재훈, 최동훈, "스파이럴 그루브 드라이 가스 시일의 윤회 성능해석-Part I: 유한요소 해석 및 기본 성능평가," *윤회학회지*, 제20권, 제2호, pp. 58-67, 2004.
13. 이안성, 양재훈, 최동훈, "스파이럴 그루브 드라이 가스 시일의 윤회 성능해석-Part II: 그루브 설계 파라미터의 상세 성능평가," *윤회학회지*, 제20권, 제2호, pp. 68-76, 2004.
14. Muijderland, E.A., *Spiral Groove Bearing*, Springer-Verlag, New York, 1966.