

논문 2005-42TC-8-6

마이크로스트립 라인의 폭방향 전역함수를 이용한 마이크로스트립 구조의 해석

(Analysis of Microstrip Line Structures Using the Entire Domain
Function along the Transverse Direction of Microstrip Lines)

김 종 성*

(Jong-Sung Kim)

요 약

본 논문에서는 마이크로스트립 개방선로와 선형공진기에 대해서 라인의 축방향 전역함수를 이용하여 모멘트법으로 해석하였다. 마이크로스트립 라인의 기관의 유전율 두께와 라인을 폭을 포함하는 축방향의 상관함수를 유도하였다. 제안된 방법을 검증하기 위하여 몇가지의 수치해석 예제에 대하여 제안 방법과 다른 방법에 대하여 해석하여 그 결과를 비교하였다. 이 방식이 기존의 방법에 대해서 보다 더 정확한 결과를 얻을 수 있음이 관측되었다.

Abstract

Microstrip open-end and linear resonator are analyzed by method of moment (MoM) taking the entire-domain current distribution, found in literature, along the transverse direction of microstrip line. A transverse correlation function which incorporates permittivity, thickness and width of the line is derived. Numerical examples are investigated and compared with the available other data and methods in order to give the validity of the proposed method. It is found that the proposed method can generate more accurate results than the conventional methods.

Keywords : Microstrip, Discontinuity, Resonator, Open-End, Green Function, Basis Function

I. 서 론

다층형태의 초고주파 회로 해석에서 유한요소법 (FEM), 유한요소 시간차분법(FDTD) 및 모멘트법 (MoM)이 주로 이용된다. 이 중에서 모멘트법은 맥스웰 방정식의 적분 형태를 이용한 것으로 다층 구조에서 금속이나 슬롯 영역을 유한한 수의 크기로 나누어서 요소 간의 필드 작용 값을 구하여 이를 행렬 요소로 한 시스

템 행렬로 표현한 후 그 미지수를 구하여 특정영역의 전류의 크기를 구하는 방법이다. 모멘트법은 표면파, 산란 손실 및 결합 손실등을 모두 포함하는 방법이므로 정확도가 입증되었으며 현재 다층구조에 대해서는 가장 보편적인 해석 방법이 되고 있다. 모멘트법에서 전기장이나 자기장을 나타내는데 있어 전기장 또는 자기장 적분 방정식(Electric/Magnetic Field Integral Equation) 또는 혼합전위 적분방정식(Mixed Potential Integral Equation)을 이용하는 방법이 있는데 이는 수치적으로 적분을 하는데 있어 피적분 함수를 전계이나, 아니면 전위를 대상으로 하느냐에 따라서 구분된다. 본 논문에

* 정희원, 경성대학교
(Department of Multimedia Engineering,
Kyungsung University)
접수일자: 2005년2월28일, 수정완료일: 2005년8월13일

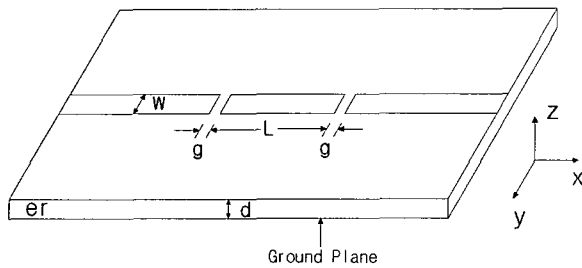


그림 1. 마이크로스트립 선형 공진기

Fig. 1. Geometry of Microstrip Linear Resonator.

서는 혼합전계 적분식을 이용하는데 이는 공간 영역 (Spatial Domain)에서 행렬 요소를 계산하는 방식이며, 이에 반하여 전기장 적분식은 파수 영역(Spectral Domain)에서 행렬요소를 적분하는 차이를 갖는다. 모멘트법은 마이크로스트립 구조에의 해석에 적용 시 선로를 일정한 요소 크기로 분할하는 방식이므로 전류 변화가 급격한 영역에서 세밀하게 분할하는 것은 해석결과와 신뢰성을 증대시킨다. 그러나 너무 많이 분할하면 정확도는 증가하지만 해석속도가 저하되고 경우에 따라서는 수치해석적인 에러를 유발하는 경우도 발생한다. 따라서 적절한 크기를 찾아서 해석의 정확도와 해석속도를 충족시켜주는 것이 합리적이다.

본 논문에서는 마이크로스트립 선로의 해석에서 기저 함수의 수를 작게 유지하면서 수치적인 정확도를 증대시키기 위한 방안을 제안한다. 공간영역에서 라인의 폭방향을 따라서 기저대역 함수를 증가시키지 않고 에지 특이 현상을 고려하기 위하여 측면 상관함수를 유도하였다. 모멘트법에서 기저함수와 테스트 함수에 따른 수렴도에 관한 연구에서는 1 이하의 특이성 지수를 갖는 기저대역 함수는 전류의 직교방향에서 허용이 가능하다고 알려져 있다^[1]. 마이크로스트립 오픈 불연속 구조에 대해서 본 아이디어를 적용하였고 제시한 방식에 대한 적용성을 입증하기 위하여 다른 결과와 비교분석하였다.

II. 상관함수 구하기

1. 유도과정

그림 1에 나타난 접지형 도체판위에 두께 d 이고 유전율이 ϵ_r 인 유전체 기판위에 w 의 폭을 갖는 마이크

로스트립 라인에 대하여 고려한다. 그림 1은 선형공진기를 나타낸 것인데, 다음 장에서 언급하는 개방선로는 그림 1의 선형공진기의 Formulation 과 유사하다. 공간영역에서 MPIE 에 대한 Galerkin 프로세스의 적용은 아래식으로 나타나는 임피던스 행렬 요소 Z_{mn} 의 표준식으로 정의될 수 있다.

$$Z_{mn} = \langle J_{xm}, G_{xx}^A * J_{xn} \rangle + \frac{1}{\omega^2} \langle J_{xm}, \frac{\partial}{\partial x} (G_q * \frac{\partial}{\partial x} J_{xn}) \rangle \quad (1)$$

여기에서 \langle, \rangle 는 2개 함수 사이의 내적을 의미하고, J_{xn} 및 J_{xm} 은 기저함수와 시험함수를 각각 의미한다. 위의 구조가 라인 형태이므로 이 경우에 대해서는 x 방향의 전류성분에 대해서만 식(1)에서 고려하였다. G_{xx}^A 는 벡터 포텐셜에 대한 그린함수이고, G_q 는 스칼라 포텐셜에 대한 그린함수이다. 그린함수는 다층구조에 대한 형상구조와 유전율 정보를 나타내며 파수 영역에서의 그린함수를 먼저 구한 후 이를 역 푸리에 변환에 의하여 공간 영역에 대한 그린함수를 구하게 되며, 이는 무한영역에 대한 수치적분이 요구된다. 마이크로스트립 라인에서의 x방향의 기저 함수는 아래와 같이 길이방향과 폭 방향에 대하여 변수분리가 가능하다^[2].

$$J_{xn}(x, y) = J_{xn}(x) \cdot J_t(y) \quad (2)$$

여기에서는 길이방향의 함수 $J_{xn}(x)$ 은 아래의 식으로 정의되는 삼각형 모양의 지붕형(rooftop) 함수를 사용한다.

$$J_{xn}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x - x_n|}{\Delta x}, & \text{if } \frac{|x - x_n|}{\Delta x} < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

폭방향의 기저함수는 현재 대부분의 상용 제품에서 가장 많이 이용되는 형태는 폭방향으로 크기 변화가 없는 정규함수가 가장 간단하고, 일반적으로 적용가능하기 때문에 널리 이용되며 폭이 넓은 경우에는 폭 방향으로 셀을 분할하여 정확도를 유지하는 방법을 이용한다. 마이크로스트립 라인에서 폭 방향의 전류는 폭의 중심에서는 일정하다가 에지부분에서 전류의 크기가 커지는 특이현상이 있다. 이 때문에 상용 수치해석 소프트웨어에서는 에지부분에 작은 크기를 갖는 셀을 적용

하고 중심부분에 넓은 크기를 갖는 셀을 이용하여 정확도와 계산 속도를 절충시키는 방법을 취한다. 참고문헌 [3]에서 에지 특이현상을 고려하여 Maxwellian 함수를 적용하여 기저 함수의 수를 증가시키지 않고 폭의 넓이에 대한 내성을 갖는 방법을 적용하여 그 결과를 나타내었다. 그러나 마이크로스트립 라인에서의 전류분포는 유전율, 두께, 선로의 폭에 따라서 달라지는데 이에 관해서는 참고문헌 [4]에서 함수적으로 구하였으며, 유전율, 두께, 스트립 폭 및 주파수에 의한 영향을 A 지수로서 나타내었으며 이는 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$J_t(y) = \frac{1 - A \left(\frac{2y}{w}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{2y}{w}\right)^2}} \quad (4)$$

위의 식 (4)를 기저함수로 적용하여 식(1)의 Galerkin 프로세스를 적용하여 행렬요소를 구한다. 식 (1)을 구하는데 있어 벡터 포텐셜 파트는 아래의 이중적분으로 나타난다. 식 (1)의 스칼라 포텐셜 부분은 과정이 동일하므로 향후 설명과정에서 생략한다.

$$\langle J_{xm}, G_{xx}^A * J_{xn} \rangle = \iint dudv G_{xx}^A(u, v) CF(u, v) \quad (5)$$

여기에서 $u = x - x', v = y - y'$ 로서 필드점과 관측점 사이의 거리를 나타내고, CF 는 아래의 식으로 기저함수와 테스트 함수간의 상관함수이다.

$$CF(u, v) = \iint dx dy J_{xm}(x, y) J_{xn}(x - u, y - v) \quad (6)$$

Galerkin 프로세스는 기저함수와 테스트 함수가 동일하며 마이크로스트립 라인에 대해서는 길이와 폭 방향에 대해서 변수가 분리되어 처리가 가능하다.

$$CF(u, v) = J_{xm} \otimes J_{xn} = CF_x(u) \cdot CF_y(v) \quad (7)$$

여기에서 상관함수 $CF_x(u)$ 는 식(5)의 지붕형 함수에 대해서 3차의 다항함수로 간단하게 구할 수 있다. 반면 $CF_y(v)$ 함수는 직접적으로 구할 수 없으며 식 (5)가 상관함수로 나타나므로 주파수 영역에서는 두 함수간 곱으로 되며 이를 역 푸리에 변환에 의하여 구한다. 이를 식으로 나타내면 아래와 같다.

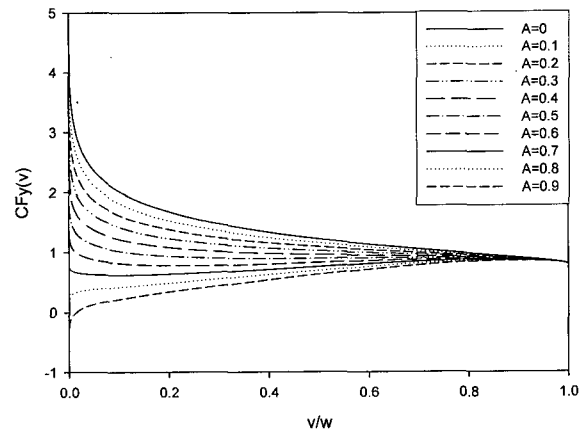


그림 2. A-팩터를 고려한 폭방향 상관함수 분포
Fig. 2. Transverse Correlation Function with A-Factor Included.

$$CF_y(v) = \frac{w}{2} \left(\left(1 - \frac{A}{2}\right) Q_{-\frac{1}{2}} \left(1 - 2\left(\frac{v}{w}\right)^2\right) - \frac{A}{2} Q_{\frac{3}{2}} \left(1 - 2\left(\frac{v}{w}\right)^2\right) \right) \quad (8)$$

여기에서 $Q(\cdot)$ 는 Legendre 함수를 나타내며, 이 관계는 참고문헌 [5]의 식(6.672.6)을 이용하였다. 식(4)를 푸리에 변환하는 과정에서 분자의 상수항은 0 차수 베셀함수로 변환되며, A 지수를 포함하는 부분은 2차 함수 항은 2차 차수 체비셰프 함수로 변환한 다음 푸리에 변환하면 2차 차수 베셀함수로 표현된다. 식(8)의 3/2 차수를 갖는 Legendre 함수는 [5]의 식(8.832.4)에 의하여 +1/2 및 -1/2 차수로 표현되며, [6]의 식(8.13.10-12)의 의해 최종적으로 아래의 Elliptic 함수로 나타난다.

$$CF_y(v) = \frac{w}{2} \left(\left(1 - \frac{4}{3}A \left(1 - \left(\frac{v}{w}\right)^2\right)\right) \cdot K \left(\sqrt{1 - \left(\frac{v}{w}\right)^2}\right) + \frac{4}{3}A \left(1 - \left(\frac{v}{w}\right)^2\right) \cdot E \left(\sqrt{1 - \left(\frac{v}{w}\right)^2}\right) \right) \quad (9)$$

여기에서 K 및 E 는 각각 제 1 및 2종 Elliptic 함수를 나타낸다. 그림 2에는 [4]의 그림 3의 A 의 값에 따른 전류분포에 대해서 식(9)의 결과를 나타내었다. A=0의 경우가 Maxwellian Function 에 대한 상관함수에 해당한다.

2. 수치해석 예제 및 결과

앞에서 구한 수학적 결과를 검증하기 위하여 마이크로스트립 개방선로(Open-End)와 선형 공진기에 대한 해석결과를 통하여 검증한다. 마이크로스트립 구조에 대한 벡터 및 스칼라 포텐셜에 대한 그린함수는 GPOF (Generalized Pencil Of Function) 방법을 적용하여 계수와 지수를 구한 후 Sommerfeld Identity에 의하여 구하게 되며, 이는 수치적분이 갖는 계산 시간을 단축할 수 있다는 것이 장점이다^[2]. 그림 1의 구조를 해석하는데 있어 스트립 상에서의 길이방향의 기저대역 함수는 참고문헌 [7]에 나타난 반무한 형태의 정현파 전류와 불연속 개방선로의 근처에서는 지붕형 함수의 조합으로 전개된다. 폭방향에 대해서는 식(4)의 함수를 적용한 식(9)의 상관함수를 적용한다. 마이크로스트립 구조는 유전율이 9.9 이고 기판 두께는 0.635mm 인 경우이며 이 구조는 그동안 참고문헌 [8]에 나타난 바와 같이 수치해석의 결과를 비교하기 위한 회로모델을 갖는 구조이다. 개방선로에 대한 해석의 정확도는 개방선로가 주파수 변화에 대하여 개방점을 기준으로 필드성분이 확장되는 효과(Excess Length)를 여러 가지 해석결과와 비교 분석한다. 개방선로의 확장길이는 반사계수 Γ 로부터 아래의 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} = g + j \cdot \tan(\beta \Delta l) \quad (10)$$

그림 3에는 20GHz의 주파수에서 유전율과 기판 두께가 고정인 상태에서 스트립 폭에 대한 확장길이의 변화를 기존의 정규분포, Maxwellian 함수, 참고문헌[8]의

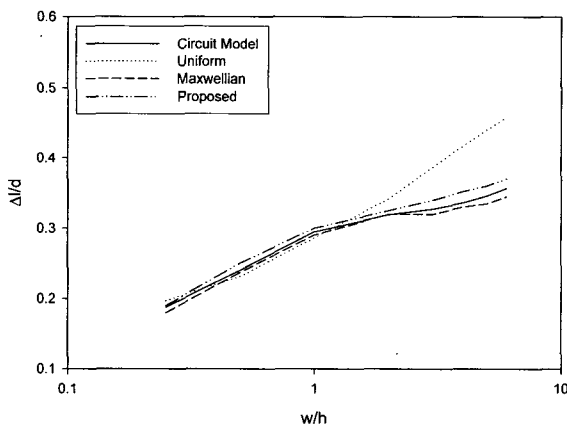


그림 3. 개방선로의 스트립 폭에 대한 확장길이의 비교
Fig. 3. Excess Length versus Strip Width.

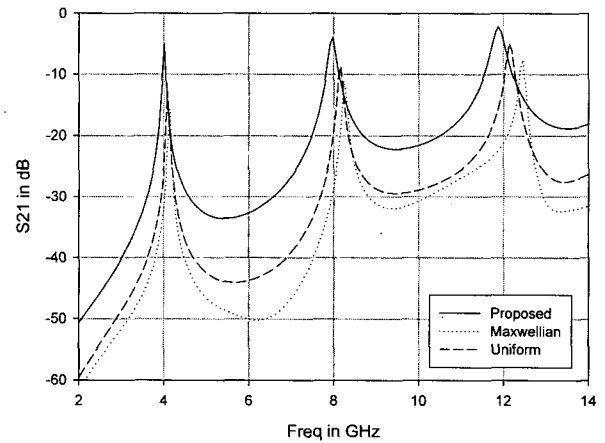


그림 4. 마이크로스트립 선형 공진기의 삽입손실
($\epsilon_r=3.25, w=1.842, L=22\text{mm}, d=0.81\text{mm}, g=0.08\text{mm}$)
Fig. 4. Insertion Loss of the Microstrip Linear Resonator.

회로모델, 그리고 식(4)의 경우에 대하여 구하였다. 폭이 두께와 비슷하거나 그 이하인 경우에는 모델별로 차이가 없다. 그러나 그 이상인 경우에 대해서는 식(4)의 분포를 적용한 결과가 가장 비교모델에 근접한 값을 가짐을 알 수 있다. 그러나 Maxwellian function과는 차이가 조금씩 증가한다. 정규분포를 제외한 3가지 결과 중에서 어느 방법이 가장 정확한 것인지 상호 비교에 의해서는 우월성이 직접적으로 나타나지는 않았다.

두 번째 모델로서 마이크로스트립 선형 공진기에 대해서 적용한다. 해석결과는 참고문헌 [9]의 데이터를 참고로 한다. 비교대상은 측정결과, 정규분포, Maxwellian 함수, 제안한 방법에 대하여 비교하였다. 선형 공진기의 공진 주파수를 비교 데이터의 기준으로 이용하였다. 각 비교대상의 기저대역 함수의 수와 행렬의 차수를 동일하게 한 조건에서 해석결과를 상호 비교하였다. 그림4

표 1. 마이크로스트립 선형공진기의 공진주파수 비교
Table 1. Comparison of the Resonant Frequencies for the Microstrip Resonators.

	1차모드		2차모드		3차모드	
	f_1	오차	f_2	오차	f_3	오차
Measured	3.95	-	7.85	-	11.76	-
Uniform	4.15	5.0%	8.24	5.0%	12.47	6.0%
Maxwellian	4.08	3.3%	8.18	4.7%	12.14	3.2%
Proposed	4.02	1.8%	7.98	1.7%	11.88	1.0%

에는 공진기의 전송계수(S21)를 나타내었으며 4GHz에서 Dominant Mode 가 발생하고 그 Harmonic 주파수에서 공진이 연속적으로 발생한다. 공진기의 공진 주파수를 참고문헌 [8]에서 제시한 실험결과와 각 비교모델의 결과를 <표 1>에 나타내었다. 제안한 방법이 측정치와 2% 이내의 오차 범위에서 정확도를 갖는 반면에 Maxwellian 과 Uniform 셀로 갈수록 오차가 증가함을 알 수 있다. 아마 Uniform 셀을 폭방향으로 셀을 더 분할하면 정확도가 증가한다. 그러나 이는 행렬 차수가 증가하므로 동일한 비교대상이 아니기 때문에 배제하였다.

IV. 결 론

본 논문에서는 공간 영역에서 마이크로스트립 라인의 측방향에서의 전류함수에 대하여 Kobayashi 가 구한 Closed-form을 이용하여 상관함수를 구하여 마이크로스트립 개방선로 와 선형공진기에 적용하여 비교 분석하였다. 마이크로스트립 개방 선로의 확장 길이의 계산 및 선형공진기의 공진주파수 계산 결과로 부터 정규 분포형 함수나 Maxwellian 함수보다 더 정확함을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] M. I. Aksun, and Raj Mittra, "Choices of Expansion and Testing Functions for the Method of Moments Applied to a Class of Electromagnetic Problems," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-41, No.3, pp.503-509, Mar. 1993.
- [2] M. I. Aksun, "Robust Approach for the Derivation of Closed-Form Green's Functions," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-44, No.5, pp.651-658, May. 1996.
- [3] J. S. Kim, and W. S. Park, "Efficient Analysis of Microstrip Lines Including Edge Singularities in Spatial Domains," IEEE Microwave Wireless Components Letters Vol. 11, No.6, pp.270-272, June, 2001.
- [4] Masanori Kobayashi and Hideaki Sekine, "Closed-Form Expressions for the Current Distributions on Open Microstrip Lines," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-39, No.7, pp.1115-1119, July, 1991.
- [5] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, Table of Integrals, Series, and Products. New York: Academic, 1980.
- [6] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, National Bureau of Standards Applied Mathematical Series-55, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1966.
- [7] R. W. Jackson, and D. M. Pozar, "Full-Wave Analysis of Microstrip Open-End and Gap Discontinuities," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-33, pp.1036-1042, Oct, 1985.
- [8] Nicholaos G. Alexopoulos and Shih-Chang Wu, "Frequency-Independent Equivalent Circuit Model for Microstrip Open-End and Gap Discontinuities," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.42, No.7, pp.1268-1272, July, 1994.
- [9] Takefumi Namiki, and Koichi Ito, "Numerical Simulation of Microstrip Resonators and Filters Using the ADI-FDTD Method," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.49, pp.665-670, April, 2001.

— 저 자 소 개 —



김 종 성(정회원)

1988년 경북대학교 전자공학과 공학사

1990년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사

2001년 포항공과대학교 전자전기공학과 공학박사

1990년 3월~2002년 9월 KT 연구개발본부 선임연구원

2002년 9월~2003년 6월 AWT Co. 연구소장

2004년 1월~2004년 8월 한국정보통신대학교 연구교수

2004년 9월~현재 정성대학교 멀티미디어공학과 전임강사

<주관심분야 : 초고주파회로 설계, 안테나, UWB, 광가입자망 등>