

< 논문 >

# 크리깅 근사모델을 이용한 전역적 강건최적설계

이 권 희<sup>†</sup> · 박 경 진<sup>\*</sup>

(2005년 3월 29일 접수, 2005년 8월 5일 심사완료)

## A Global Robust Optimization Using the Kriging Based Approximation Model

Kwon-Hee Lee and Gyung-Jin Park

**Key Words :** Robust Design(강건설계), Kriging(크리깅), Uncertainties(불확실성), Global Robust Optimization(전역적 강건최적설계), Simulated Annealing Algorithm(시뮬레이티드어닐링 알고리즘), DACE(Design and Analysis of Computer Experiments)

### Abstract

A current trend of design methodologies is to make engineers objectify or automate the decision-making process. Numerical optimization is an example of such technologies. However, in numerical optimization, the uncertainties are uncontrollable to efficiently objectify or automate the process. To better manage these uncertainties, the Taguchi method, reliability-based optimization and robust optimization are being used. To obtain the target performance with the maximum robustness is the main functional requirement of a mechanical system. In this research, a design procedure for global robust optimization is developed based on the kriging and global optimization approaches. The DACE modeling, known as the one of Kriging interpolation, is introduced to obtain the surrogate approximation model of the function. Robustness is determined by the DACE model to reduce real function calculations. The simulated annealing algorithm of global optimization methods is adopted to determine the global robust design of a surrogated model. As the postprocess, the first order second-moment approximation method is applied to refine the robust optimum. The mathematical problems and the MEMS design problem are investigated to show the validity of the proposed method.

### 1. 서론

강건설계(robust design)의 개념은 1980년대 후반 다구찌와 Phadke 등에 의해 미국 현장 기술자들에게 소개·전파되면서 널리 알려지기 시작하였다. 특히 다구찌의 강건설계 기법은 자동차, 전기전자, 품질 공학분야 등의 현장에 널리 적용되었다. 뿐만 아니라, 다구찌의 강건설계의 개념은 수치적 최적설계 분야에서도 도입되어 강건최적설계(robust optimization)란 주제로 많은 연구가 진행되어 오고 있다.<sup>(1)</sup>

강건설계에 대한 연구는 크게 두 가지 방향으로 전개되어 오고 있다. 첫 번째는 다구찌가 정의한 강건설계 방법을 실험계획법의 관점에서 연구

하는 경우이다.<sup>(1,2-6)</sup> 이는 주로 통계나 실험계획법을 전공으로 하는 연구자들에 의해 수행되고 있다. 두 번째는 다구찌의 강건설계 개념을 수치적 최적설계에 도입함으로써 강건설계 알고리즘을 개발하는 경우이다. 이는 기계분야에서 최적설계를 전공하는 연구자들에 의해서 수행되고 있다.<sup>(1,7-11)</sup> 이들은 강건성을 수학적으로 표시하기 위한 노력들이 대부분이다. 본 연구에서는 두 번째 연구분야에 대한 새로운 방법을 제시하고 있다.

두 번째의 연구분야에서 가장 해결하기 힘든 것은 강건성을 정의하는 지표에 대한 수치적인 계산이다. Phadke<sup>(12)</sup>는 강건성 지표로 사용되는 분산계산을 위해 테일러급수를 이용하는 방법, 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하는 방법, 직교배열표에 의한 외측배열을 이용한 방법등의 세가지 방법을 소개하고 있다.

수치적인 방법으로 강건해를 찾을 경우, 첫 번째 방법은 함수의 이계미분의 정보가 필요하고, 국부적인 강건해만을 찾을 수 있으며 강건해가 아닌 일반최적해를 찾을 가능성도 있다. 여기서 일반최적해란 잡음의 영향을 고려하지 않고 민감도

<sup>†</sup> 책임자, 회원, 동아대학교 공과대학 기계공학과

E-mail : lcekh@donga.ac.kr

TEL : (051)200-7638 FAX : (051)200-7656

<sup>\*</sup> 회원, 한양대학교 공학대학 기계공학과

기반 최적설계 알고리즘을 이용하여 구한 최적해를 의미한다. 두번째 방법은 수많은 함수계산을 요구하여 해석시간이 많이 소요되는 문제는 적용이 불가능하고 최적화 알고리즘에 직접 이용하기에 도 불가능하다. 세번째 방법은 작은 함수계산으로 분산을 구할 수 있는 장점이 있지만 정확한 분산을 산출할 수 없으며 이 역시 최적화 알고리즘에 직접 이용하기에 도 불가능하다. 따라서 일부 연구자들은 강건성 지표를 사용하여 위의 문제점을 해결하고자 하지만 범용성 있는 강건설계 기법을 제공하지는 못한다.<sup>(1)</sup>

본 연구에서는 강건성을 정의하는 분산계산을 위하여 다음의 방법을 제안한다. 먼저 실제 성능 함수값을 정확히 예측할 수 있는 근사모델을 크리깅(Kriging)방법으로 알려진 DACE(Design Analysis and Computer Experiments)를 이용하여 구성한다.<sup>(13-17)</sup> 크리깅 방법은 비선형성이 큰 함수의 예측에 적합한 것으로 알려져 있다. 두번째 각 설계점에서의 분산 정보를 얻기 위하여 근사모델을 이용하여 몬테칼로 시뮬레이션을 적용한다. 세번째 과정으로 분산을 예측할 수 있는 크리깅 모델을 구성한다. 이것을 기초로 시뮬레이티드어닐링 알고리즘을 적용하여 강건해를 산출한다. 그러나 분산의 크리깅 모델은 함수의 크리깅 모델을 기초로 구성이 되었으므로 이에 대한 오차의 보정이 필요하다. 이것을 위해, 본 연구에서는 예측된 강건설계해 주변 영역에서 함수의 1 계 2 차모멘트의 근사계산을 통하여 후처리과정을 수행한다.

제시된 방법은 기존의 방법들에서 분산정보를 얻는데 일어날 수 있는 오류를 해결할 수 있는 장점이 있다. 그러나 제시된 방법에서 정확한 분산을 산출하기 위해서는 성능함수에 대한 크리깅 모델의 정확도가 관건이다. 이를 위해 테스트 설계점에 대한 근사모델의 오차를 산출하여 그 정확도를 평가한다. 크리깅 모델을 정의하기 위해서는 함수의 표본점이 필요한데 이를 위해 충진(space filling) 방식인 직교배열표나 라틴하이퍼큐브(Latin hypercube)가 이용될 수 있다.

다구찌의 강건설계는 목적함수를 성능함수의 분산, 제한조건함수를 성능함수의 평균과 이에 대한 허용값으로 각각 설정함으로써 정의할 수 있다. 그러나 설계문제의 성격에 따라 강건설계를 위한

정식화는 변경될 수 있다. 본 연구에서는 강건설계 정식화를 해결하기 위해 전역적 최적설계 알고리즘 중의 하나인 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing) 방법을 이용하였다. 제안된 방법을 수학문제 및 전형적인 강건설계의 예인 마이크로 자이로스코프 구조설계문제에 적용하였다.<sup>(18,19)</sup>

## 2. 강건설계의 정식화 및 DACE 를 이용한 근사모델

### 2.1 강건성의 정의 및 정식화

강건성의 개념을 위해 Fig. 1 과 같은 성능 설계변수가 1 개인 성능함수  $f(b_1)$ 을 생각해 보자. 여기서 설계변수  $b_1$ 의 값  $b_{11}$ 가  $b_{11}$ 보다 함수  $f$ 의 분포가 작으므로 강건성이 상대적으로 좋다고 판단된다. 이러한 함수의 분포 특성은 평균과 분산으로 표시할 수 있다. 성능함수가 단조함수이면서 비선형성이 작은 경우, 평균은 공칭값에서의 함수값으로 대치가가능하고 분산은 다음과 같이 계산된다.<sup>(1)</sup>

$$\sigma_f^2 = E[f(\mathbf{b}, \mathbf{p}) - \mu_f]^2 = \int \int \dots \int \{f(\mathbf{b} + \mathbf{z}^b, \mathbf{p} + \mathbf{z}^p) - \mu_f\}^2 u_1(z_1^b) \cdot \dots \cdot u_n(z_n^b) v_1(z_1^p) \cdot \dots \cdot v_o(z_o^p) dz_1^b \cdot \dots \cdot dz_n^b dz_1^p \cdot \dots \cdot dz_o^p \quad (1)$$

여기서  $E[\cdot]$ 는  $\cdot$ 의 기대값을 나타내며,  $\mathbf{b}$ 는 성능 설계변수벡터를 표시한다. 그리고 잡음인자벡터는 성능 설계변수벡터  $\mathbf{b} \in R^n$ 에 대한 잡음인자  $\mathbf{z}^b$ 와 설계파라미터 벡터  $\mathbf{p} \in R^o$ 에 대한 잡음인자  $\mathbf{z}^p$ 로 분류할 수 있다. 또한  $u_i(z_i^b)$ ,  $v_i(z_i^p)$ 는 각각 잡음인자  $\mathbf{z}^b$ ,  $\mathbf{z}^p$ 의  $i$ 번째 요소의 확률밀도함수를 의미하며 이들을 알면 분산을 구할 수 있으나 성능 설계변수가 증가함에 따라 이를 구하는 것은 어렵게 된다.

강건최적설계 분야에서는 많은 연구자들이 1 계 2 차 모멘트 근사방법(first order second-moment statistical approximation method)을 이용하여 성능함수의 분산,  $\sigma_f^2$ 을 다음과 같이 근사화시켜 계산한다.<sup>(1)</sup>

$$\sigma_f^2 \cong \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial b_i} \right)_{\bar{b}}^2 \sigma_{b_i}^2 + \sum_{j=1}^o \left( \frac{\partial f}{\partial p_j} \right)_{\bar{p}}^2 \sigma_{p_j}^2 \quad (2)$$

여기서  $\bar{\mathbf{b}}$ ,  $\bar{\mathbf{p}}$ 는 각각 설계변수 및 설계파라미터의 평균벡터이다. 그러나 위의 식을 이용한 분산 정보는 Fig. 1(a)와 같은 단조함수인 경우에는 올바른 강건성의 정보로 이용될 수 있지만 Fig. 1(b)와 같은 비단조함수인 경우에는 잘못된 정보를 제공할 수 있다. 예를 들면, Fig. 1(b)의 설계점  $b_{11}$ ,  $b_{12}$ 에서 식 (2)의 우항의 첫째항은 모두 0을 갖는다. 설계점  $b_{12}$ 가 설계점  $b_{11}$ 보다 강건하지만 식 (2)의 강

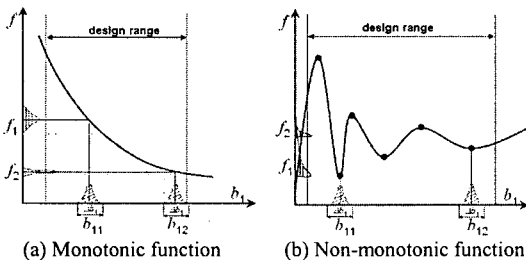


Fig. 1 Concept of robust design

건성 지수는 이를 구별해 내지 못한다. 결론적으로 식 (2)를 이용한 강건성 판별은 관심 설계영역에서 성능함수가 단조함수일 경우에 한해 유효하다. 이러한 분석은 다구찌법에서도 동일하게 적용되며 SN 비의 사용 역시 단조함수에 대해 사용하는 것이 추천된다.<sup>(12)</sup>

그러나 공학문제에서 성능함수는 항상 단조함수라고 보장할 수 없으므로 식 (2)의 사용은 주의를 해야 한다. 본 연구에서는 식 (2) 대신 크리깅을 이용한 분산 근사식을 이용할 것이며 이에 대해서는 3장에서 언급할 것이다.

성능 최소화 문제에서 강건설계는 다음과 같은 최적설계 정식화로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \sigma_f^2 & (3) \\ & \text{Subject to } \mu_f \leq \mu_{fa} & (4) \end{aligned}$$

여기서  $\mu_f$  는 성능의 평균,  $\mu_{fa}$  는 성능평균의 허용값이다. 성능 최대화문제나 목표가 있는 문제는 식 (4) 대신 각각 식 (5)와 (6)을 사용할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Subject to } \mu_f \geq \mu_{fa} & (5) \\ & \text{Subject to } (\mu_f - \mu_{fa})^2 \leq \varepsilon & (6) \end{aligned}$$

여기서  $\mu_{fa}$  는 성능의 목표값,  $\varepsilon$  는 매우 작은 수이다. 식 (4)~(6)의  $\mu_f$  는 함수의 비선형성이 크지 않고 설계변수 및 설계파라미터의 표준편차가 크지 않을 때,  $f(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{b, p}$  로 치환해도 그 오차는 크지 않다. 또는 제한조건에  $f(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{b, p}$  을 사용한다는 전제하에 허용값을 설정할 수 있으며 본 연구에서는 평균대신 이 함수를 이용하였다. 이때 최소화문제에서 성능함수가 정규분포임이 보장되고 정규분포에 대한 확률분포를 적분하면, 성능이 허용범위 안에 있게 될 확률은 식 (7)과 같이 명확한 값으로써 식 (4)~(6)의 제한조건을 표시할 수 있다.

$$\Pr[f_{min} \leq f \leq f_{max}] = -\frac{1}{2} \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{(\mu_f - f_{max})}{\sigma_f}\right] + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{(\mu_f - f_{min})}{\sigma_f}\right] \geq \Pr_{all} \quad (7)$$

여기서  $f_{min}$  및  $f_{max}$  는 성능의 허용하한값 및 상한허용값이고,  $\Pr_{all}$  는 허용확률이다.

확률변수  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{p}$  가 정규분포일 경우, 일반적으로 확률변수의 함수  $f(\mathbf{b}, \mathbf{p})$  는 정규분포가 아니다. 그러나 정규분포를 갖는 확률변수의 선형결합 역시 정규분포이므로 Fig. 1(a)와 같이 비선형성이 크지 않은 단조함수구간에서는 성능함수의 분포를 정규분포로 가정할 수 있어 식 (7)을 이용할 수 있다.

본 연구에서는 Fig. 1(b)와 같이 성능함수가 비단조함수라고 가정하고, 설계영역에서 가장 강건한 설계해를 찾는 것을 목표로 하며 이 설계과정에 관련된 주제를 전역적 강건최적설계(global robust optimization)라고 정의한다.

## 2.2 DACE 모델

본 연구에서는 성능함수의 근사함수를 구성하기 위해 크리깅 기법으로 알려진 DACE 모델을 이용하였다. DACE 모델<sup>(13-17)</sup>에서는 전역적 근사화 모델이 다음과 같이 구성된다.

$$y(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{x}$  는 설계변수  $\mathbf{b}$  와 설계파라미터  $\mathbf{p}$  의 모든 성분을 가질 수 있는 벡터이다. 그리고  $g(\mathbf{x})$  는 알고 있는 함수이며  $z(\mathbf{x})$  는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$  인 정규분포를 따르는 확률변수이다. 이때  $g(\mathbf{x})$  는 식 (9)와 같이 상수  $\beta$  로 대체할 수 있다.

$$y(\mathbf{x}) = \beta + z(\mathbf{x}) \quad (9)$$

$\hat{y}(\mathbf{x})$  를 근사모델이라고 하면  $y(\mathbf{x})$  와  $\hat{y}(\mathbf{x})$  의 평균제곱오차(mean squared error)가 최소가 되도록 하면  $\hat{y}(\mathbf{x})$  는 다음과 같이 예측된다.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \hat{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\beta}\mathbf{q}) \quad (10)$$

여기서  $\hat{\beta}$  는  $\beta$  의 추정치,  $\mathbf{R}^{-1}$  은 상관행렬  $\mathbf{R}$  의 역행렬  $\mathbf{r}$  은 상관벡터,  $\mathbf{y}$  는  $n_s$  개의 표본데이터 벡터이고,  $\mathbf{q}$  는  $n_s$  개 성분을 갖는 단위벡터이다.

상관행렬 및 상관벡터는 다음 식과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} R(x^j, x^k) &= \operatorname{Exp}\left[-\sum_{i=1}^n \theta_i |x_i^j - x_i^k|^2\right], & (11) \\ \mathbf{r}(\mathbf{x}) &= [\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(1)}), \mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(2)}), \dots, \mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(n_s)})]^T & (12) \end{aligned}$$

여기서  $\theta_i$  는  $i$  번째 설계변수에 대응하는  $i$  번째 모수(parameter)이다. 이때 우도함수(likelihood function)  $L$  는 다음과 같이 정의된다.

$$L(\mathbf{y}; \theta, \beta, \sigma^2) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-n_s/2}}{\sqrt{|\mathbf{R}|}} \cdot \operatorname{Exp}\left[-\frac{(\mathbf{y} - \beta\mathbf{q})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \beta\mathbf{q})}{2\sigma^2}\right] \quad (13)$$

식 (13)으로부터 로그우도함수를  $\beta$  및  $\sigma$  에 대해 미분하고 0 으로 놓으면,  $\beta$  와  $\sigma^2$  의 최대우도 추정치는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\beta} = (\mathbf{q}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y} \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \hat{\beta}\mathbf{q})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\beta}\mathbf{q})}{n_s} \quad (15)$$

그리고 미지의 모수  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  는 다음 식으로부터 구해진다.

$$\text{maximize } -\frac{[n_s \cdot \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln|\mathbf{R}|]}{2} \quad (16)$$

여기서  $\theta_i (i=1, 2, \dots, n) > 0$  이다. 본 연구에서는 식 (16)으로부터  $n$  개의 모수를 결정하기 위해 수정된 유용방향법(modified method of feasible direction)을

이용하였다. 그리고 표본점의 경우, 수학문제에서는 등간격을 갖는 전조합 표본을, 마이크로 자이로스코프 설계문제에서는 직교배열표를 이용하였다.

근사화된 모델의 타당성은 식 (17) 또는 (18)로 평가할 수 있다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^{n_i} (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (17)$$

$$MAXERR = MAX |y_i - \hat{y}_i|, i = 1, 2, \dots, n_i \quad (18)$$

여기서  $n_i$ 는 근사모델의 평가를 위한 시험설계점의 수이다.

### 3. 강건설계 알고리즘

#### 3.1 강건설계 과정

본 연구에서 제안하는 강건설계 과정은 다음과 같다.

#### Step 1: 성능함수의 근사모델 정의

° 문제의 크기에 따라 해석시간이 짧은 문제는 전조합으로, 해석시간이 긴 문제는 직교배열표 또는 라틴하이퍼큐브로 표본점  $n_{s1}$ 을 만들어 이들 설계점에 대해 성능함수  $f$ 를 계산한다. 이때 식 (8)의 DACE 모델의 설계변수 벡터  $\mathbf{x}$ 는 성능 설계변수  $\mathbf{b}$ 뿐만 아니라 설계 파라미터  $\mathbf{p}$ 도 포함한다.

° 식 (8)의  $y$ 는  $f$ 로 생각한다.  $f(\mathbf{b}, \mathbf{p})$ 의 DACE 모델  $\hat{f}(\mathbf{b}, \mathbf{p})$ 를 구한다. 이때 식 (17)~(18)을 이용하여 정확한 근사모델을 만드는 것이 중요하다. 이는  $\hat{f}(\mathbf{b}, \mathbf{p})$ 를 기초로 분산 근사식을 생성하기 때문이다.

#### Step 2: 몬테칼로 시뮬레이션을 이용한 표본점에 대한 분산 산출

° 분산계산을 위한 표본점  $n_{s2}$ 를 정의한다. 표본점을 결정하는 방법은 Step 1과 동일하다. Step 1의  $n_{s1}$ 과 동일하게 설정할 필요는 없으며 이보다 많은 표본점 수를 추천한다.

° 각 표본점에 대하여 설계변수  $\mathbf{b}$  또는  $\mathbf{p}$ 의 분포 특성(균일분포, 정규분포 등)에 따라 몬테칼로 시뮬레이션을 실시한다. 본 연구에서는 몬테칼로 시뮬레이션을 위한 표본점을 500으로 하였다. 이때 이용되는 함수는 Step 1에서 구해진 근사모델,  $\hat{f}(\mathbf{b}, \mathbf{p})$ 을 이용하므로 계산비용에 대한 부담은 거의 없다.

#### Step 3: 분산함수의 근사모델 정의

° 식 (8)의  $y$ 는  $\sigma_f^2$ 로 생각한다. 각 표본점에 대한

분산이 구해졌으므로 이를 기초로 근사화 모델  $\sigma_f^{\hat{\circ}2}$ 를 만든다. 여기서 기호  $\hat{\circ}$ 는 메타모델의 메타모델을 의미하는 것으로 사용되었다. 이때 계산의 편의성을 위해 분산은 자연로그를 취하여  $\ln(\sigma_f^{\hat{\circ}2})$ 에 대한 근사모델을 정의한다.

° 식 (8)의 DACE 모델의 설계변수 벡터  $\mathbf{x}$ 는 설계 파라미터  $\mathbf{p}$ 를 제외한 성능 설계변수  $\mathbf{b}$ 만을 포함한다.

° 분산 근사모델은 표본점  $n_{s2}$ 개에 포함되지 않은 임의의  $n_1$ 개에 대해 평가된다. 이때 Step 1의 성능의 근사모델  $\hat{f}(\mathbf{b}, \mathbf{p})$ 을 갖고 몬테칼로 시뮬레이션을 이용해 구해진 값인  $\ln(\sigma_f^{\hat{\circ}2})$ 을 정해로 가정하여 평가한다.

#### Step 4: 강건최적설계 정식화

° Step 3까지의 과정으로 각 문제에 대한 강건설계 정식화를 수학적으로 표현할 수 있다. 예를 들면 식 (3)~(4)로 표시되는 성능 최소화문제의 정식화는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\text{Minimize } \ln(\sigma_f^{\hat{\circ}2}(\mathbf{b})) \quad (19)$$

$$\text{Subject to } \hat{f}(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{\mathbf{b}, \mathbf{p}} - \mu_{\mathbf{n}} \leq 0 \quad (20)$$

#### Step 5: 전역적 강건최적해 산출

° Step 4에서 정의된 정식화를 풀기 위해 전역적 최적설계 알고리즘을 이용한다. 성능함수가 국부최적해를 1개만 갖는 경우에도 그의 분산함수는 여러 개의 국부최적해를 가질 수도 있다. 따라서 민감도기반 최적설계 알고리즘은 최적의 강건해를 제공하지 못한다. 또한 Step 4에서 정의한 강건설계 정식화는 수학 명시함수로 정의가 되었으므로 전역적 최적해를 구하는데 계산시간에 따른 부담 역시 없다.

° 전역적최적해를 찾기 위한 방법으로는 유전자알고리즘, 시뮬레이티드 어닐링, 타부방법 등의 방법들이 모두 사용될 수 있다. 본 연구에서는 제어파라미터의 적절한 설정으로 효율적으로 전역적 최적해를 구할 수 있는 시뮬레이티드 어닐링 방법을 이용하였다.

#### Step 6: 후처리 과정

° 성능함수  $f(\mathbf{b}, \mathbf{p})$ 의 비선형성이 클 경우, 그 분산의 비선형성은 증대된다. 그리고 Step 3에서 분산의 크리깅 모델은 성능함수의 크리깅모델을 기초로 만든 메타모델의 메타모델이므로, Step 5에서 산출된 강건해에 대한 오차의 보정이 필요하다. 이것을 위해 본 연구에서는 다음과 같은 후처리과정을 수행한다.

° 후처리 과정은 식 (19), (20)의 정식화를 예를 들

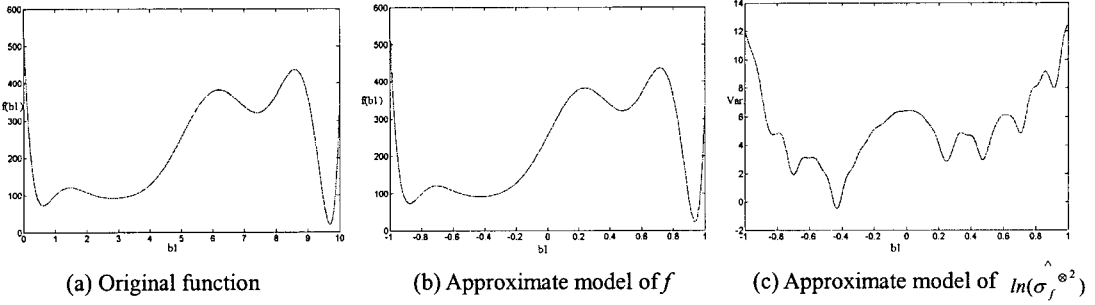


Fig. 2 Mathematical problem #1

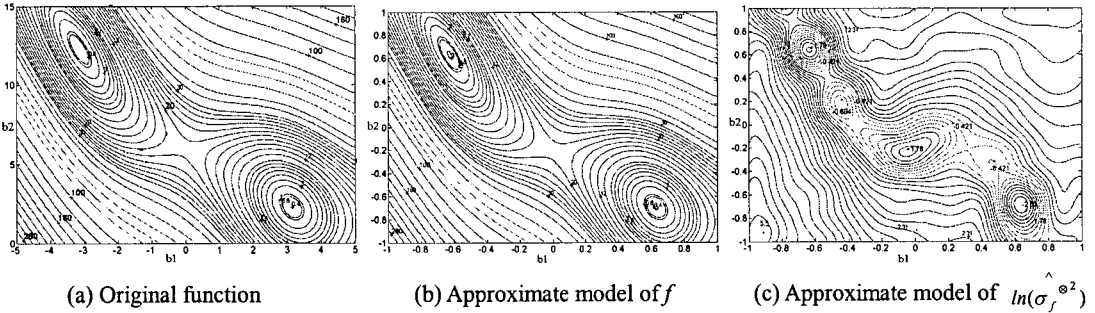


Fig. 3 Mathematical problem #2

면 다음과 같다. Step 5 에서 구해진 강건설계점의 근방에서 다음으로 정의되는 최적화 과정을 수행한다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \hat{\sigma}_f^2 &\cong \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f(\mathbf{b})}{\partial b_i} \right)_{\mathbf{b}}^2 \sigma_{b_i}^2 + \sum_{j=1}^o \left( \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right)_{\mathbf{p}}^2 \sigma_{p_j}^2, \\ \text{Subject to } \hat{f}(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{\mathbf{b}, \mathbf{p}} - \mu_n &\leq 0 \\ b_i^* - \xi \Delta b_i &\leq b_i \leq b_i^* + \xi \Delta b_i, \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $b_i^*$ 는 Step 5 에 의한 강건최적해,  $\Delta b_i$ 는 설계변수  $i$ 의 공차,  $\xi$ 는 설계점의 근방(neighborhood)을 정의하는 상수이다. 이때 성능함수의 민감도는 성능함수의 크리깅 모델에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{\partial \hat{f}(\mathbf{b})}{\partial b_i} = \frac{\partial \mathbf{r}^T(\mathbf{b})}{\partial b_i} \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{f} - \hat{\beta} \mathbf{q}), \quad i=1, \dots, n \quad (22)$$

$$\frac{\partial \hat{f}(\mathbf{p})}{\partial p_j} = \frac{\partial \mathbf{r}^T(\mathbf{p})}{\partial p_j} \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{f} - \hat{\beta} \mathbf{q}), \quad j=1, \dots, o \quad (23)$$

여기서  $\mathbf{r}$ 는 표본 실험점에서의 성능함수  $f$  값으로 구성되는 벡터이다. 식 (21)의 정식화는 메타모델의 메타모델이 가질 수 있는 국부적인 오차를 보정하기 위한 것이다.

### 3.2 시뮬레이티드 어닐링 방법

시뮬레이티드 알고리즘(20,21)은 안정된 결정을 얻기 위한 담금질 과정을 수치적으로 묘사한 것이다. 설계변수의 변화에 따라 에너지 수준이 바뀌는데, 이때 가장 낮은 수준의 결정상태를 전역적 최적해로 선정한다. 이 알고리즘에 관한 자세한 설명은 참고문헌 (20), (21)에 수록되어 있다.

식 (19), (20)과 같은 강건설계 정식화에서 시뮬레이티드 어닐링을 이용해 전역적 최적해를 찾기 위한 반응치는 다음과 같이 정의한다.

$$\psi(\mathbf{b}) = \ln(\hat{\sigma}_f^2(\mathbf{b})) + w \cdot \text{Max} \left[ 0, \hat{f}(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{\mathbf{b}, \mathbf{p}} - \mu_{fi} \right] \quad (24)$$

여기서  $w$ 는 임의의 큰 양수이다.

## 4. 적용예제

### 4.1 수학문제

수학문제에서 설계변수  $b_i$ 의 공차  $\Delta b_i$ 는 1.0,  $\sigma_{b_i} = \Delta b_i / 6$ 로, 분포는 정규분포로 가정하였다. 그리고 수학문제에서 설계 파라미터  $\mathbf{p}$ 는 존재하지 않는다. 따라서 잡음  $\mathbf{z}_b$ 는 설계변수의 공차에 의해 발생한다

**Table 1** Local optima of  $f(b)$  (#1)

No.	$b_1$	function value
1	0.620	73.313
2	2.836	92.231
3	7.402	321.378
4	9.695	20.651

**Table 2** Validations of DACE models (#1)

	$n_s$	$\theta_1$	RMSE	MAXERR
$\hat{f}(b_1)$	25	68.371	483.733	109.568
	50	44.893	0.019	1.222
$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$	50	189.771	0.174	0.668
	100	708.645	0.153	0.812

4.1.1 수학적 문제 #1

식 (25)와 같이 1 개의 설계변수를 갖는 비선형성이 강한 함수를 최소화시키는 강건설계문제를 생각해 보자. 이 함수를 Fig. 2(a)에 표시하였다.

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize } f(b_1) = & 2.201370 \times 10^{-3} b_1^{10} \\
 & - 1.052876 \times 10^{-1} b_1^9 + 2.151650 b_1^8 \\
 & - 2.460697 \times 10^1 b_1^7 + 1.734160 \times 10^2 b_1^6 \\
 & - 7.821379 \times 10^2 b_1^5 + 2.267874 \times 10^3 b_1^4 \\
 & - 4.114980 \times 10^3 b_1^3 + 4.357030 \times 10^3 b_1^2 \\
 & - 2.327900 \times 10^3 b_1 + 5.500000 \times 10^2 \quad (0 \leq b_1 \leq 10)
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

이 함수는 4 개의 국부최적해를 갖고 있는데 이것을 Table 1 에 정리하였다. 그러나 Fig. 2(a)를 보면 전역적 최적해에서는 설계변수의 변동이 존재할 경우 함수  $f$  의 변동이 크게 발생함을 알 수 있다. 이 문제에서는 식 (3)~(4)와 같은 강건설계 정식화를 생각할 수 있다.

첫번째 단계로 함수의 근사모델  $\hat{f}(b)$  를 구한다. 표본점은 설계변수의 하한값부터 상한값까지 등간격으로 설정하였으며 표본점 수는  $n_{s1}=25, 50$  에 대하여 검토하였다. 여기서 근사모델의  $\theta_1$  은 식 (16)으로부터 구해지고 유용방향법을 이용하여 결정되었으며, 모든 예제에서 동일한 방법을 이용하였다. 그 결과를 Table 2 에 표시하였다. 여기서 근사모델은 식 (17), (18)을 가지고 평가된다. 이때 임의의 테스트 설계점 수,  $n_t=500$  으로 하였다. 표본점  $n_{s1}=25, 50$  개를 갖고 만든 함수값  $f(b_1)$  에 대한 근사모델 중  $n_{s1}=50$  개인 근사화 모델이 임의의 함수값을 정확히 예측하고 있다. Fig. 2(b)는 근사함수( $n_{s1}=50$ )를 표시하고 있는데 원래함수 Fig. 2(a)와 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 2(b)~(c)는 [-1 1]로 스케일된 그림이다.

두번째 단계는 위의 근사모델을 기초로 분산값

**Table 3** Local optima of  $f(b)$  (#2)

No.	$b_1, b_2$	function value
1	$-\pi, 12.275$	0.397
2	$\pi, 2.275$	0.397

**Table 4** Validations of DACE models (#2)

	$n_s$	$\theta_1, \theta_2$	RMSE	MAXERR
$\hat{f}$	64	0.946, 0.877	0.094	0.645
	100	1.872, 1.863	0.064	0.487
$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$	100	20.729, 7.098	0.365	2.589
	144	28.457, 11.725	0.292	1.782

**Table 5** Comparisons of design point statistics (#2)

$b$	$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$	$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$	$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$
local optimum 1 of $f$ ( $-\pi, 12.275$ )	-1.708	-1.899	-1.902
local optimum 2 of $f$ ( $\pi, 2.275$ )	-2.688	-3.276	-3.280
optimum by Step 5 (3.169, 2.242)	-2.693	-3.224	-3.225
optimum by Step 6 (3.143, 2.272)	-2.688	-3.275	-3.279

을 산출하는 것이다. 근사화된 모델을 이용하여 표본점에 대해 각 설계점에서 몬테칼로 시뮬레이션으로써 분산을 산출하였다. 이때 표본점을  $n_{s2}=50, 100$  으로 하여 근사모델의 타당성을 검토하였으며,  $n_t=500$  이다. 분산의 근사모델 역시  $n_{s2}=100$  인 경우에 임의점에서의 분산을 충분히 정확히 예측하고 있다. Fig. 2(c)는 가로축에는 설계변수, 세로축에는  $\ln(\hat{\sigma}_f^2)$  을 표시한 것이다. 이 그림에서 분산이 최소가 되는 설계점은 Fig. 2(a), (b)의 함수  $f$  의 두 번째 국부최적해의 근방이다. 이는 Fig. 2(a), (b)에서 예측할 수 있는 결과이다. 또한 Fig. 2(c)에서 국부최적점은 Fig. 2(a), (b)에서 분산이 최소가 되는 설계점에 대응된다. 이는 강건성 지수로서 식 (2)를 사용하면 얻을 수 없는 결과이다.

세번째 단계는 위의 근사함수를 가지고 식 (19), (20)의 강건설계를 위한 정식화를 해결하는 것이다. 이때  $\mu_n=100$  으로 가정하였다. 시뮬레이터드 어닐링 방법을 이용하여 전역적 강건해를 구한 결과  $(b_1^*, \hat{\mu}_f^*, \ln \hat{\sigma}_f^2) = (2.842, 92.742, -0.545)$  이다. 이는  $(b_1^*, \hat{\mu}_f^*, \ln \hat{\sigma}_f^2) = (2.842, 92.752, -0.489)$ ,  $(b_1^*, \mu_f, \ln \sigma_f^2) = (2.842, 92.745, -0.469)$  와 크게 차이를 보이고 있지 않다. 마지막 단계로써 식 (21)의 후처리 과정을 수행하여  $(b_1^*, \mu_f, \ln \sigma_f^2) = (2.836, 92.690, -0.500)$  의 해를 산출하였다. 이 해는 Fig. 2(a)~(c)로부터 예측할 수 있는 값이다. 여기서  $\ln \hat{\sigma}_f^2$  은 분산에 대한 크리깅모델에 의해 구해진 값이고

$\ln \hat{\sigma}_f^2$  은 성능함수의 크리깅모델  $\hat{f}$  에 대하여 몬테칼로 시뮬레이션을 통해 구해진 값이다. 그리고  $\ln \sigma_f^2$  은 실제함수  $f$  에 대하여 몬테칼로 시뮬레이션을 통해 구해진 값이다.

4.1.2 수학적문제 #2

설계변수 두개를 갖고 있는 식 (26)과 같은 강건설계 문제를 생각해 보자. 이 원래함수를 Fig. 3(a)에 표시하였다. 이 함수는 두 개의 국부최적해를 갖고 있고 이것을 Table 3 에 표시하였다. 두 국부최적해의 함수값은 동일하다. 그러나 Fig. 3(a)에서 설계변수의 변동을 고려하면 Table 3 의 설계점 2 근방이 설계점 1 근방보다 강건함을 예측할 수 있다.

$$\text{Minimize } f(b_1, b_2) = (b_2 - 0.12918b_1^2 + 1.59155b_1 - 6.0)^2 + 9.60212\cos(b_1) + 10.0 \quad (-5 \leq b_1 \leq 5, 0 \leq b_2 \leq 15)$$

먼저 함수의 근사모형을 구하기 위해 등간격으로 분할한  $n_{s1}=8 \times 8=64$ ,  $n_{s1}=10 \times 10=100$  의 표본점을 가지고 DACE 모델을 구성하였다. 이의 신뢰도를 Table 4 에 표시하였는데,  $n_{s1}=100$  인 근사모형은 임의의 테스트 설계점  $n_t=500$  개에 대해 오차가 매우 작다. 표본점  $n_{s1}=100$  인 근사모형을 Fig. 3(b)에 표시하였는데, 원래함수와 매우 잘 일치하고 있다. 따라서 이 모델에 기초하여 몬테칼로 시뮬레이션

을 이용하여 분산을 산출한다.

분산을 예측하기 위해 Table 4 와 같이  $n_{s2}=10 \times 10=100$ ,  $n_{s2}=12 \times 12=144$  의 표본점을 갖는 DACE 근사모형을 비교하였다. 임의의 테스트 설계점  $n_t=500$  개에 대하여,  $n_{s2}=144$  인 모델이 보다 신뢰성이 있다. 이 분산모델에 대해 분산함수 등고선을 Fig. 3(c)에 표시하였다. Fig. 3(a), (b)에서 함수,  $f$ 에 대한 민감도 벡터 크기가 0 이 되는 근방이 Fig. 3(c)에서 국부최적해로 나타난다. Fig. 3(c)와 Table 5로부터  $f$ 의 국부최적점 2가 국부최적점 1보다 강건하게 나타나고 있음을 알 수 있다.

다음으로,  $f$  와  $\ln(\sigma_f^2)$ 에 대한 근사함수를 가지고 식 (3), (4)의 강건설계 정식화를 시뮬레이티드 어닐링 방법을 이용하여 해결한다. 여기서  $\mu_n=10.0$ 으로 하였다. 그 결과를 Table 5 에 표시하였다. 그러나 예측된  $\ln(\hat{\sigma}_f^2)$  값은  $\ln(\sigma_f^2)$ 와 비교적 큰 오차를 보이고 있다. 이는 분산에 대한 크리깅 모델의 국부적인 오차로 볼 수 있다. 마지막으로 후처리과정을 수행함으로써 Table 5 에 표시한 강건최적해를 산출하였다.

4.2 마이크로자이로스코프 설계

4.2.1 마이크로자이로스코프의 강건설계 정식화 관성체의 각속도를 검출하기 위한 각속도 센서인 자이로스코프는 가격과 크기를 줄이기 위해, 반도체 제작기술을 이용한 가공방식으로 제작되는 Fig. 4 와 같은 실리콘 진동형 마이크로자이로스코프가 등장하였다.<sup>(18,19)</sup> 반도체 기술을 이용한 실리콘 자이로스코프에서 래핑(lapping) 공정의 가공오차는 구조물의 치수에 비해 상당히 크다. 그리고 구조 패턴 공정의 사진식각(photolithography) 작업에 의한 에칭시 구조물이 깎여 나가는 현상이 발생한다.

이러한 자이로스코프 구조물 치수의 불확실성은 진동형 자이로스코프가 반드시 유지해야 하는 설계 요구 사항인 가진방향 및 측정방향의 두 고유주파수에 대한 목표값을 유지할 수 없다. 또한 간섭을 발생시키는 원인이 되며 두 모드의 고유주파수의 차이가 큰 변동을 갖게 된다. 이러한 현상들은 실리콘 진동형 자이로스코프의 주요 기능을 무력화시켜 생산시 자이로스코프의 수율(yield)을 감소시킨다.

설계에 대한 자세한 내용은 참고문헌 (18), (19)에 수록되어 있다. 설계목적은 에칭 시 발생하는 언더컷 등을 고려한 제작오차에 대하여 Fig. 5 와 같이 두번째 고유진동수인 비틀림 진동수(측정모드의 고유진동수)  $f_2$  와 첫번째 고유진동수인 굽힘

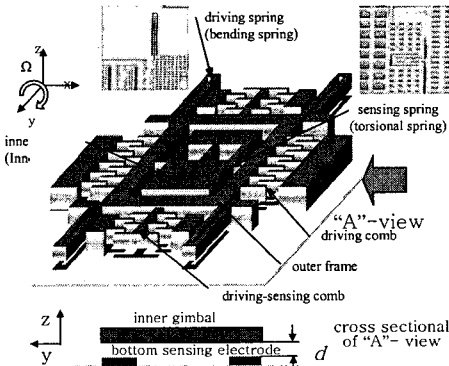


Fig. 4 Schematic diagram of the vibratory vertical gyroscope

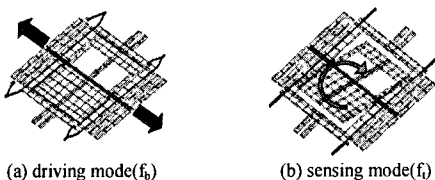


Fig. 5 Driving mode and sensing mode of the vibratory vertical gyroscope

진동수(가진모드의 고유진동수)  $f_b$  의 차이가 강건해야 하는 것이다. 제한조건으로는 첫번째 고유진동수인 굽힘진동수와 두번째 고유진동수인 비틀림진동수가 서로 뒤바뀌어서는 안 된다는 것이다. 또한 그들의 주파수 차가 특정 범위 안에 들어와야 한다는 것이다. 이것을 고려하는 강건설계는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\text{Minimize } \ln(\sigma_{r-b}^2(\mathbf{b})) \quad (27)$$

$$\text{Subject to } f_L \leq f_i(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{\bar{b}, \bar{p}} \leq f_U \quad (28)$$

$$L \leq f_i(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{\bar{b}, \bar{p}} - f_b(\mathbf{b}, \mathbf{p})_{\bar{b}, \bar{p}} \leq U \quad (29)$$

$$\mathbf{b}_L \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}_U \quad (30)$$

여기서  $f_L, f_U$  는 각각 비틀림 고유진동수의 하한값 및 상한값을 나타낸다. 그리고  $L, U$  는 두 고유진동수 차이의 하한값 및 상한값을,  $\mathbf{b}_L, \mathbf{b}_U$  는 설계변수의 하한값과 상한값을 각각 표시한다. 위의 정식화에서 고유진동수를 1 차, 2 차로 표시한 것이 아니라 굽힘 고유진동수는  $f_b$  로, 비틀림 고유진동수는  $f_i$  로 표시했기 때문에 두 고유진동수가 바뀌는 문제는 고려할 필요가 없다. 여기서 목적함수 식 (27)은 다음과 같이 치환하여 생각할 수 있다.

$$\text{Minimize } \ln(\sigma_r(\mathbf{b})^2) + \ln(\sigma_i(\mathbf{b})^2) \quad (31)$$

4.2.2 설계변수 및 불확실성의 정의

내부 비틀림 짐벌을 가진 측면 구동 방식의 짐벌형 자이로스코프의 기초설계에서 변경할 수 있는 설계변수는 Fig. 6 과 같다. 설계변수  $b_1$  은 비틀림 스프링의 두께,  $b_2$  는 비틀림 스프링의 폭,  $b_3$  는

굽힘 스프링의 두께,  $b_4$  는 짐벌의 구멍크기이다. 두께  $p_1$  은 에칭시 발생하는 언더컷을 고려하기 위한 것으로서 설계파라미터에 해당된다.

설계변수의 하한값 및 상한값을 Table 6 에 표시하였다. 그리고 불확실성으로는 설계변수의 공정오차  $\Delta b_i(i=1, \dots, 4)$ 와 Fig. 6 의 짐벌의 두께의 변화  $\Delta p_1$  을 고려하였다. 이들의 잡음은 오차범위 내에서의 평균을 중심으로 표준편차  $\sigma_{b_i}(i=1, \dots, 4)$ ,  $\sigma_{p_1}$  를 갖는 정규분포로 가정하였다. 그리고  $\sigma_{b_i} = \Delta b_i/6$ ,  $\sigma_{p_1} = \Delta p_1/6$  이다.

여기서  $b_1, b_2, b_3, b_4$  는 기존 굽힘 스프링의 폭에 대하여 연동된 공정오차를 갖는다.

4.2.3 DACE 근사모델 및 강건해 산출

먼저, 굽힘진동수 및 비틀림진동수의 DACE 근사모델을 구성하기 위해 직교배열표를 의해 표본점을 생성한다. 이 단계에서는 설계변수  $\mathbf{x}$  는 성능 설계변수  $\mathbf{b}$  뿐만 아니라 파라미터,  $p_1$  도 고려한다. 즉, Fig. 6 의 짐벌 두께에 의한 고유진동수 변화도 파악한다.

이것을 위해 OA(144,5,12) 및 OA(225,5,15)를 이용하였다.<sup>(17,22)</sup> 여기서 OA 는 직교배열표를 의미하며 괄호 안의 첫번째 숫자는 실험횟수, 두번째 숫자는 배치 가능한 인자수, 세번째는 수준수를 의미한다. 굽힘진동수 및 비틀림진동수에 대해

Table 6 Lower limit and upper limit of design variables ( $\mu\text{m}$ )

	lower limit	upper limit
$b_1$	$C_1-1.0$	$C_1+1.0$
$b_2$	$C_2-1.5$	$C_2+1.5$
$b_3$	$C_3-1.0$	$C_3+1.0$
$b_4$	$C_4-100.0$	$C_4+100.0$

( $C_i, i=1, \dots, 4$ : current values)

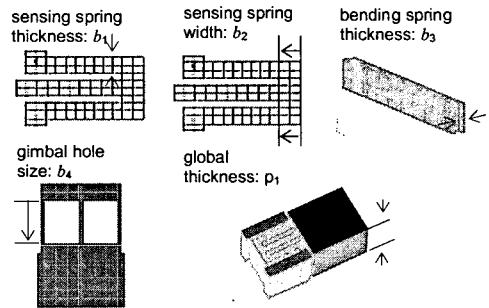


Fig. 6 Design variables and uncertainties

Table 7 Validations of DACE models (gyroscope)

$n_s$	responses	optimum $\theta$	RMSE(Hz)	MAXERR
144 ( $n_{s1}$ )	$\hat{f}_b$	(5.750, $1.000 \times 10^{-4}$ , 2.248, $5.534 \times 10^{-3}$ , $1.100 \times 10^{-3}$ )	8.302	29.625
	$\hat{f}_i$	(6.912, $2.482 \times 10^{-2}$ , $2.625 \times 10^3$ , 0.173, 0.162)	37.859	171.601
225 ( $n_{s1}$ )	$\hat{f}_b$	( $1.000 \times 10^{-6}$ , 7.387, 0.144, $5.953 \times 10^{-3}$ , $4.412 \times 10^{-3}$ )	4.330	15.740
	$\hat{f}_i$	( $5.034 \times 10^{-2}$ , 2.483, $4.858 \times 10^{-5}$ , $2.024 \times 10^{-2}$ , $3.388 \times 10^{-3}$ )	6.572	20.710
400 ( $n_{s2}$ )	$\ln(\hat{\sigma}_b^{\circ 2})$	(6.252, 18.062, 12.170, 0.795)	0.080	0.274
	$\ln(\hat{\sigma}_i^{\circ 2})$	(9.632, 16.461, 35.008, 1.639)	0.075	0.451



$n_{s1}=144, n_{s2}=225$  개를 이용해 만든 근사모델의 신뢰도를 Table 7 에 표시하였다. 각 경우의 크리깅 모델에 대해  $n_i=100$  개를 갖고 식 (17), (18)의 평가지수를 검토한 결과, OA(225,5,15)의 실험이 신뢰성 있는 결과를 주고 있다. 고유진동수의 목표값이 1000 단위가므로 OA(225,5,15)에 의한 근사모델의 경우, 그 오차는 무시할 만큼 작게 나타나고 있다.

다음 단계(Step 3)로 급힘진동수 및 비틀림진동수의 분산에 대한 근사모델을 생성한다. 이때 앞에서 구한 근사모델을 이용하므로 함수계산에 따른 부담은 크지 않다. 따라서 분산근사모델을 위 OA(400,5,20)<sup>(22)</sup>를 이용하였다. 각 설계점에 대하여 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 분산정보를 산출한다. 이때 식 (8)의 설계변수,  $\mathbf{x}$  는 성능설계변수,  $\mathbf{b}$  만을 고려한다. 근사모델에 대한 평가 역시, 앞 단계에서 이용한  $n_i=100$  개의 설계점이 이용되었으며 그 결과를 Table 7 에 수록하였다.

다음 단계(Step 5) 로써, 전역적 강건해를 산출하기 위하여 시뮬레이티드 어닐링 알고리즘을 이용하였다. 앞에서 정의한 식 (31)의 목적함수 및 식 (28), (29)의 제한조건함수는 다음의 함수로 치환하여 전역적 강건해를 산출하였다.

$$\text{Minimize } \ln(\hat{\sigma}_f^2) + \ln(\hat{\sigma}_b^2) + \quad (32)$$

$$w \cdot \text{Max} \left[ 0, (\hat{f}_i - f_{i0}), (-\hat{f}_i + f_{i1}), (\hat{f}_i - \hat{f}_b - U), (-\hat{f}_i + \hat{f}_b + L) \right]$$

강건설계 결과, 설계변수값의 변화를 Table 8 에 수록하였고, 초기설계와 강건설계의 각 고유진동수의 분산값을 Table 9 에 수록하였다. Step 5 를 통해 산출된 강건 최적해에서의 급힘 및 비틀림진동수의  $\ln(\hat{\sigma}_f^2)$  과  $\ln(\hat{\sigma}_b^2)$  는 비교적 잘 일치하고 있다.

마지막 단계(Step 6)로써 다음의 후처리 과정을 수행한다.

Table 8 Robust design results ( $\mu\text{m}$ )

design variables	optimum by Step5	optimum by postprocess
$b_1^*$	$C_1-0.1600$	$C_1-0.1602$
$b_2^*$	$C_2+1.1927$	$C_2+1.1934$
$b_3^*$	$C_3-0.3459$	$C_3-0.3409$
$b_4^*$	$C_4-71.4968$	$C_4-71.9967$

Minimize

$$\sum_{i=1}^4 \left( \frac{\partial f_i(\mathbf{b})}{\partial b_i} \right)_b^2 \sigma_b^2 + \left( \frac{\partial f_i(p_i)}{\partial p_i} \right)_p^2 \sigma_p^2 + \sum_{i=1}^4 \left( \frac{\partial f_b(\mathbf{b})}{\partial b_i} \right)_b^2 \sigma_b^2 + \left( \frac{\partial f_b(p_i)}{\partial p_i} \right)_p^2 \sigma_p^2 \quad (33)$$

$$+ w \cdot \text{Max} \left[ 0, (\hat{f}_i - f_{i0}), (-\hat{f}_i + f_{i1}), (\hat{f}_i - \hat{f}_b - U), (-\hat{f}_i + \hat{f}_b + L) \right]$$

$$b_i^* - \xi \Delta b_i \leq b_i \leq b_i^* + \xi \Delta b_i, \quad (i=1, \dots, 4)$$

이 결과를 Table 8 및 Table 9 에 표시하였다. Step 5 와 후처리를 통하여 산출된 해의 강건성에는 큰 차이를 보이고 있지 않다. Table 9 의  $\ln(\hat{\sigma}_f^2)$  는 유한요소모델과 연계하여 500 회의 몬테칼로 시뮬레이션을 통해 산출된 결과이다. 마이크로 자이로스 코프 구조설계 문제에서는 후처리과정에 의해 산출된 해는 Step 5 에 의한 해와 거의 일치한다고 볼 수 있다.

이 분포에 대한 정규성의 검정은 다음 식과 같은 샤피로-윌크(Shapiro-Wilk) 통계량,  $W$  를 이용한 다.

$$W = \frac{\sum (f_i - \mu_{f_i})(m_i - \mu_{m_i})}{\sum (f_i - \mu_{f_i})^2 \sqrt{\sum (m_i - \mu_{m_i})^2}}, \quad i = b, t \quad (34)$$

여기서  $m_i$  는  $i$  번째 표준정규점수(normal score)이다. 위의 식을 이용하여 검정한 결과, Table 9 에 표시된 각 고유진동수의 분포뿐만 아니라, 비틀림진동수 및 급힘진동수의 차이 역시 0.05 의 유의수준에서 정규분포임을 알 수 있었다. 초기설계 및 최종 강건해에 대하여, 유한요소 해석을 통해 산출된 통계치를 기초로 해서 각 고유진동수의 분포를 Fig. 7 에 표시하였다. 이 때, 식 (7)의 이용이 가능하고 이를 이용하여 성공확률을 계산한 결과, 강건해가 초기설계 대비 13.5%의 향상을 보이고

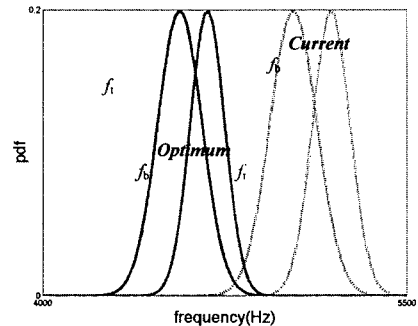


Fig. 7 Distribution of each design

Table 9 Improvement of variance reduction

design	bending(driving) mode			torsional(sensing) mode		
	$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$	$\ln(\hat{\sigma}_b^2)$	$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$	$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$	$\ln(\hat{\sigma}_b^2)$	$\ln(\hat{\sigma}_f^2)$
current	9.2106	9.1250	9.1358	8.7621	8.6744	8.6774
optimum by Step 5	8.9758	9.0662	9.0645	8.5431	8.5654	8.5661
optimum by Step 6	8.9755	9.0659	9.0646	8.5465	8.5650	8.5675

있다. 반면에 강건해와 초기설계에 대해 500 회의 유한요소해석을 통한 몬테카를로 시뮬레이션으로 확인한 결과, 성공확률은 강건해가 초기치 대비 10.8% 증가하였다.

## 5. 결 론

(1) 본 논문에서는 비선형성이 큰 함수의 예측에 적합한 크리깅방법과 전역적최적화 방법인 시뮬레이티드어닐링 알고리즘을 이용하여 전역적 강건최적설계 기법을 제시하였다.

(2) 제시된 강건설계방법은 수학적으로 정확한 강건해는 아니지만, 그 근방의 우수한 해를 제공해 주고 있다. 이것은 수확문제 및 마이크로자이로스코프 설계를 통해 입증되었다.

(3) 강건설계가 요구되는 문제는 주로 성능함수의 비선형성이 크므로, 이를 위해 크리깅 근사모델을 이용하는 것이 효율적이다.

(4) 제작공정의 특수성 때문에 성능의 변동이 클수 밖에 없는 마이크로자이로스코프 설계를 통해, 제시된 방법이 실제 문제에도 잘 적용되고 있음을 알 수 있었다.

## 후 기

이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2004-041-D00077).

## 참고문헌

- (1) Park, G. J., Lee, T. H., Lee, K. H. and Hwang K. H., 2004, "A Review of Robust Design Methodologies," *Transactions of the KSME A*, Vol. 28, No. 9, pp.1368~1383.
- (2) Box, G. E. P., 1988 "Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformation(with discussion)," *Technometrics*, Vol. 30, No. 1, pp. 1~17.
- (3) Nair, V. H., 1992, "Taguchi's Parameter Design: A Panel Discussion," *Technometrics*, Vol. 34, No. 2, pp. 127~161.
- (4) Tsui, K.-L., 1999, Robust Design Optimization for Multiple Characteristic Problems," *International Journal of Production Research*, Vol. 37, No. 2, pp. 433~445.
- (5) Wu, F.-C., 2002, "Optimisation of Multiple Quality Characteristic Based on Percentage Reduction," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 20, No. 10, pp. 749~753.
- (6) Liao, H.-C. and Chen, Y.-K., 2002, "Optimizing Multi-Response Problem in the Taguchi Method by DEA Based Ranking Method," *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 19, No. 7, pp. 825~837.
- (7) Parkinson, A., 1995, "Robust Mechanical Design Using Engineering Models," *Journal of Mechanical Design*, Vol.117, pp. 48~54.
- (8) Lee, K.H. and Park, G.J., 2001, "Robust Optimization Considering Tolerances of Design Variables," *Computers & Structures*, Vol.79, No.1, pp. 77~86.
- (9) Lee, K.H. Park and G. J., 2002, "Robust Optimization in Discrete Design Space for Constrained Problems," *AIAA Journal*, Vol.40, No.4, pp. 774~780.
- (10) Lee, B.C. and Jung, D.H., 2002, "Development of a Simple and Efficient Method for Robust Optimization, 2002, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*," Vol. 53, pp. 2201~2215.
- (11) Koch, P.N., Yang, R.-J. and Gu, L., 2004, "Design for Six Sigma through Robust optimization," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, No. 1/2, pp. 235~248.
- (12) Phadke, M.S., 1989, *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- (13) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.
- (14) Guinta, A. and Watson, L., 1998, "A Comparison of Approximation Modeling Techniques: Polynomial Versus Interpolating Models," *Proceedings of the 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multi-disciplinary Analysis and Optimization*, St. Louis, MO, AIAA, Vol. 2, Sep. 2-4, pp. 392~440.(AIAA-98-4758).
- (15) Martin, J. and Simpson, T., 2002, "Use of Adaptive Metamodeling for Design Optimization," *Proceedings of the 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, Atlanta, Georgia, AIAA, Sep. 4-6, pp. 2167~2175.(AIAA2002-5631)
- (16) Ryu, J.S., Kim, M.S., Cha, K.J., Lee, T.H. and Choi, D.H., 2002, "Kriging Interpolation Methods in Geostatistics and DACE Model," *KSME International Journal*, Vol. 16, No. 5, pp. 619~632.
- (17) Lee, K.H., 2005, "Optimization of a Driver-Side Aribag Using Kriging Based Approximation Model," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.19, No. 1, pp. 116~126.
- (18) Hwang, K.H., Lee, K.H., Park, G.J., Lee, B.L., Cho, Y.C. and Lee, S.H., 2003, "Robust Design of the Vibratory Gyroscope with Unbalanced Inner Torsion Gimbal Using Axiomatic Design," *Transactions of the KSME A*, Vol.26, No.5, pp.914~923.
- (19) Hwang, K.H., Lee, K.H., Park, G.J., Lee, B.L., Cho, Y.C. and Lee, S.H., 2003, "Robust Design of a Vibratory Gyroscope with an Unbalanced Inner Torsion Gimbal Using Axiomatic Design," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 13, No. 1, pp. 8~17.
- (20) Youssef, H., Sait, S.M. and Adiche, H., 2001, "Evolutionary Algorithms, Simulated Annealing and Tabu Search: a Comparative Study," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 14, pp. 167~181.
- (21) Chen, T.-Y. and Su, J.-J., 2002, "Efficient Improvement of Simulated Annealing in Optimal Structural Designs," *Advances in Engineering Software*, Vol. 33, pp. 675~680.
- (22) <http://home.att.net/~gsherwood/cover.htm>.